

doi:10.3963/j.issn.1001-487X.2023.03.024

考虑地应力影响的深埋圆形管道 在爆破 P 波作用下的动力响应

丁三毛

(中国铁建港航局集团有限公司, 珠海 519070)

摘要: 爆破等动力扰动散射产生动应力集中是导致地下结构发生失稳破坏的重要因素。基于波函数展开法建立了平面 P 波入射下深埋管道的理论模型, 引入傅里叶变换和 Duhamel 积分方法求解了深埋圆形输水管道周围的瞬态响应, 分析了波长对瞬态响应的影响。考虑到地应力是深部结构失稳不可忽略的因素, 而含初始应力的动力学方程无法有效解耦, 因此借助 LS-DYNA 有限元软件建立数值模型, 分析了初始应力作用下深埋管道的动力响应机制。研究表明: 短波入射产生的压应力集中更大, 长波入射导致的拉应力集中更大, 沿入射方向极易出现拉应力集中。在初始应力的作用下, 侧压系数越大, 对动态应力集中响应的抑制作用愈发明显; 另外, 处于初始应力状态下的管道及周围岩体在受到动态冲击时, 应力状态会发生较为剧烈的波动。这些研究现象揭示了地下管道的动态响应机制以及地应力环境产生的影响, 对深部地下结构的抗震优化设计具有借鉴和指导意义。

关键词: 动力响应; 动态应力集中因子 (DSCF); 数值模拟; 初始应力; 侧压系数

中图分类号: TD235.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-487X(2023)03-0177-07

Dynamic Response of Deep Buried Circular Pipeline Subjected to Blasting P-wave Considering Influence of In-situ Stress

DING San-mao

(CRCC Harbour & CHANNEL Engineering BUREAU Group Co., Ltd., Zhuhai 519070, China)

Abstract: Dynamic disturbance scattering such as blasting generates dynamic stress concentration which is an important factor resulting in instability and damage in underground structures. In this paper, a theoretical model of a deeply buried pipeline under plane P-wave incidence is developed based on the wave function expansion method. Fourier transforms and Duhamel integrals were introduced to solve the transient response around a deeply buried circular aqueduct, and the effect of wavelength on the transient response was analyzed. Considering that the ground stress is a non-negligible factor for the destabilization of deep structures, a numerical model was established with the help of LS-DYNA finite element software to analyze the dynamic response mechanism of deeply buried pipelines under the action of the initial stress. The results of the study show that the compressive stress concentration generated by short-wave incidence is greater, and the tensile stress concentration due to long-wave incidence is greater, and the tensile stress concentration is very easy to occur along the direction of incidence. The larger the lateral pressure coefficient, the more pronounced is the suppression of the dynamic response in the presence of initial stresses. In addition, the pipeline and the surrounding rock mass under the initial stress state will experience more drastic fluctuations in the stress state when subjected to dynamic loading. These research phenomena reveal that the dynamic response

收稿日期 (Date of reception): 2023-07-14

网络首发日期 (Published online): 2023-08-11

作者简介: 丁三毛 (1974-), 女, 高级工程师、本科, 从事工程分析与测试研究, (E-mail) 2485969127@qq.com。

About the author: DING San-mao (1974-), female, senior engineer, undergraduate, main research direction in engineering analysis and testing, (E-mail) 2485969127@qq.com.

mechanism of underground pipelines and the impact of the in-situ stress environment, which can be used for the seismic optimization design of deep underground structures.

Key words: dynamic response; dynamic stress concentration factor (DSCF); numerical simulation; initial stress; lateral pressure coefficient

爆破等动力扰动对深埋结构的影响一直是动力研究的热点问题,在复杂的环境中,轻微的扰动就可能诱发地下结构的损伤与失稳^[1]。对地下结构在动态应力作用下的力学行为的研究,常用应力波在地下结构上的散射理论进行分析研究^[2]。早在 20 世纪就有很多学者开展了应力波散射的研究,Sezawa K 最先引入特殊函数并求解了弹性波入射球体和柱体的散射^[3],随后 Pao 和 Mow 全面地解释了弹性波在不同形状结构体中的散射现象和数学解^[4],系统地描述了波函数展开法求解孔洞周边应力集中问题的思路。随后刘殿魁等引入复变函数法用于求解任意形状孔洞周边的动应力集中问题^[5]。这些孔洞散射问题的研究是基于无限介质假设,并没有考虑边界的反射影响。Lee 提出大圆弧假定方法^[6,7],结合复变函数求解得到了半空间中圆形孔洞对弹性波散射的解析解。梁建文等基于该方法研究分析了浅埋多个洞室的动态响应^[8]。实际工程中,地下岩土体并非完整介质仅含孔洞,而是常见孔洞/裂隙中含有充填物或地下洞室采用衬砌支护等完整岩体中含夹塞体等情况。Tao 等引入马修函数得到了完整弹性介质中含有椭圆夹塞物在冲击荷载作用下的解析解^[9]。王长柏等结合实际引水隧道工程^[10],采用波函数展开法分析了无限介质中双层衬砌圆形隧洞在 P 波作用下的衬砌参数敏感性。王帅帅和高波则进一步研究了多层复合式衬砌洞室的动应力集中问题^[11],分析了不同衬砌刚度和厚度组合对动力响应的影响并给出了抗震支护优化措施。实际上,工程中大多数扰动都是瞬态波的形式,比如爆破、地震、机械开挖等动力扰动,以上简谐波入射的研究成果并不能准确全面的分析地下结构周围的动应力集中情况。Tao 等采用傅里叶变换技术^[12],引入雷克子波作为入射函数,分析了充液圆腔周围的瞬态响应,采用 LS-DYNA 数值模拟对理论结果进行了验证,并进一步分析孔洞内液体占比对动力响应的影响。李梅等采用波函数展开法和梯形求积得到了衬砌隧洞的瞬态响应^[13],分析了动应力集中系数、振动速度的变化规律。

上述研究成果表明有关无限且自由边界条件下

应力波遇地下结构散射问题的研究已比较为完善,但深埋地下的结构时刻承受着地应力的作用,以往研究中波函数展开法和傅里叶变换并未考虑初始应力改变地下结构物理状态的影响。而由于波动方程在含初始应力材料的问题中无法有效求解,因此初始应力作用下地下结构的动力响应问题目前并没有理论解析。有学者通过数值模拟的手段对这类问题进行了分析^[14-16],还有学者采用动静组合加载室内试验的方式开展了相关研究^[17]。

综上,在以往研究的基础上开展了地下圆形管道在初始应力作用下的动力响应研究。首先,采用波函数展开法与傅里叶变换得到了瞬态入射波作用下管道周围的动态应力集中因子(DSCF),利用 LS-DYNA 有限元数值模拟软件进行隐-显式联合求解,得到了不同地应力状态下管道在冲击载荷作用下的动力响应特性。

1 理论模型

爆破 P 波入射处于地应力状态下深埋管道的简化模型如图 1 所示,假设地下管道与周围岩体均为线弹性、各向同性介质,岩体介质为无限边界。管道内侧半径为 r_1 ,外侧半径为 r_2 ,弹性空间的泊松比、剪切模量和密度分别为 ν_1, G_1 和 ρ_1 ,衬砌为 ν_2, G_2 和 ρ_2 ,流体的密度为 ρ_3 。管道承受着来自两个方向的非均匀应力 σ_x, σ_y 作用,定义侧压系数为 $\lambda = \sigma_x / \sigma_y$ 。基于弹性力学理论,管道与围岩的应力状态可以由式(1)表达^[18]。

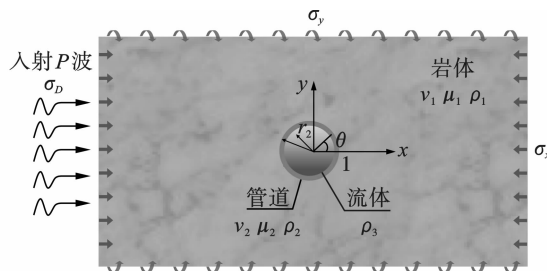


图 1 地应力与动载荷作用下的理论模型

Fig. 1 Theoretical modeling under in-situ stress and dynamic loads

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\rho} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \frac{\left(\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)}{\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \frac{\left(\frac{6}{R^4 r_2^2} - \frac{6r_2^2}{R^4 \rho^4} - \frac{8}{R^6} + \frac{8r_2^2}{\rho^2 R^6} + \frac{6}{r_2^2 \rho^4} + \frac{2}{r_2^6} - \frac{8}{\rho^2 r_2^4}\right)}{\left[\frac{6}{R^2} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{r_2^2}\right) + 2r_2^2 \left(\frac{1}{r_2^6} - \frac{1}{R^6}\right)\right] \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{R^2}\right)} \cos 2\theta \\ \sigma_{\varphi} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \frac{\left(-\frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)}{\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \frac{\left(\frac{2\rho^2}{r_1^4 r_2^2} - \frac{2\rho^2}{r_1^6 r_2^2} - \frac{6}{r_1^4 r_2^2} + \frac{8}{r_1^6} + \frac{6r_2^4}{r_1^4 \rho^4} - \frac{2}{r_2^6} - \frac{6}{\rho^4 r_2^2}\right)}{\left[\frac{6}{r_1^2} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right) + 2r_2^2 \left(\frac{1}{r_2^6} - \frac{1}{r_1^6}\right)\right] \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2}\right)} \cos 2\theta \\ \tau_{\rho\varphi} &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \frac{\left(\frac{12\rho^2}{r_1^4 r_2^2} - \frac{12\rho^2}{r_1^6 r_2^2} - \frac{6}{r_1^4 r_2^2} + \frac{8}{r_1^6} - \frac{6r_2^2}{r_1^4 \rho^4} + \frac{4r_2^2}{\rho^2 r_1^6} - \frac{2}{r_2^6} + \frac{6}{r_2^2 \rho^4} - \frac{4}{\rho^2 r_2^4}\right)}{\left[\frac{6}{r_1^2} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right) + 2r_2^2 \left(\frac{1}{r_2^6} - \frac{1}{r_1^6}\right)\right] \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2}\right)} \sin 2\theta \end{aligned} \right. \quad (1)$$

大多数爆破荷载呈现为先上升至峰值再逐渐降低为0的模式,本文以爆破等典型工程扰动为例,引入半正弦波形函数作为爆破扰动源进行分析,该曲线函数表达式如下

$$f(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right), & 0 \leq t < t_0 \\ 0, & t \geq t_0 \end{cases} \quad (2)$$

不考虑流体的压力,仅分析动载荷作用下管道

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}^1|_{R=r_1} &= \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(1)}}{\sigma_m} = \frac{2}{\varphi_0 \beta_1^2 r_1^2} \sum_{n=0}^{\infty} (\varphi_0 \varepsilon_n i^n \varepsilon_{21}^1 + A_n \varepsilon_{21}^3 + B_n \varepsilon_{22}^3) \cos n\theta \cdot e^{-i\omega t} \\ \sigma_{\theta\theta}^2|_{R=r_2} &= \frac{\sigma_{\theta\theta}^{(2)}}{\sigma_m} = \frac{2}{\varphi_0 G \beta_1^2 r_2^2} \sum_{n=0}^{\infty} (C_n \varepsilon_{21}^3 + D_n \varepsilon_{21}^4 + E_n \varepsilon_{22}^3 + F_n \varepsilon_{22}^4) \cos n\theta \cdot e^{-i\omega t} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

式中: $G = G_1/G_2$, 表示岩石介质与衬砌的弹性模量之比; β_1 为剪切波波数; $e^{-i\omega t}$ 为时间因子; ε_{ij}^k 表示不同的波场对应力与位移的贡献; $A_n \sim F_n$ 为待求解的未知系数^[19]。

和围岩的应力分布,首先根据波函数展开法和波场分析,当入射平面P波在固体中传播过程中遇到管道与围岩交界面时,发生散射,围岩中产生反射P波与SV波,而管道内与流体中则出现驻波,由此可得到各个介质中的波场分布表达式^[13,19,20]。将波场表达式代入应力应变关系即可求得稳态入射波作用下管道和周围岩体的环向DSCF^[19]

在得到稳态解的基础上,引入傅里叶变换与 Duhamel 积分方法^[19],将前文提到的半正弦函数作为激励函数,通过波形分解和叠加计算,即可得到管道与围岩在爆破P波入射作用下的瞬态响应解析解^[16]

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta}^* = \begin{cases} \int_0^{\infty} \frac{\chi(x, \omega)}{\omega} \left[\frac{\cos \omega t - \cos(\pi t/t_0)}{\pi - \omega t_0} - \frac{\cos \omega t - \cos(\pi t/t_0)}{\pi + \omega t_0} \right] d\omega, & 0 \leq t < t_0 \\ \int_0^{\infty} \frac{\chi(x, \omega)}{\omega} \left[\frac{\cos \omega t - \cos(\pi + \omega t - \omega t_0)}{\pi - \omega t_0} - \frac{\cos \omega t - \cos(\pi + \omega t_0 - \omega t)}{\pi + \omega t_0} \right] d\omega, & t \geq t_0 \end{cases} \quad (4)$$

$\chi(x, \omega)$ 为稳态系统的导纳,即式(1)求得的稳态响应; t_0 为入射波周期(即波长); ω 为入射波频率;为简化分析计算与分析,定义无量纲时间 $t = c_p t^*/r$, 表示瞬态入射波经过管道半径所需的时间;其他参数参考文献[19]中工况一的算例。

2 地下管道瞬态响应分析

考虑高频和低频两种扰动情形,高频入射波的波长设置为100,而低频扰动的波场则设置为10。如图2所示,图2(a)与(b)表示在波长为10的瞬态入射波作用下的瞬态响应分布,而图2(c)与(d)则表示波长为100入射波作用下的瞬态响应曲线。由

图2(a)与(b)可知,在垂直入射方向(即 $\pi/2, 3\pi/2$ 位置),围岩与管道周围的瞬态DSCF随时间先快速上升至峰值,再迅速降低并随之出现负值,最后归零。沿入射方向(即 $0, \pi$ 位置),瞬态DSCF表现出一定的波动现象,随时间首先小幅度上升,而后降低并出现负值,负的峰值大于正峰值。说明围岩与管道在瞬态扰动作用下,顶部与底部主要承受压应力,而两侧则易出现拉应力集中,预制管道时应当加强可能受到扰动方向的抗拉强度。由图2(c)和(d)可知,在入射波长较大的情况下,瞬态响应曲线随时间逐渐上升至峰值,而后降低并达到负的峰值,曲线波动相较短波长入射时更小。

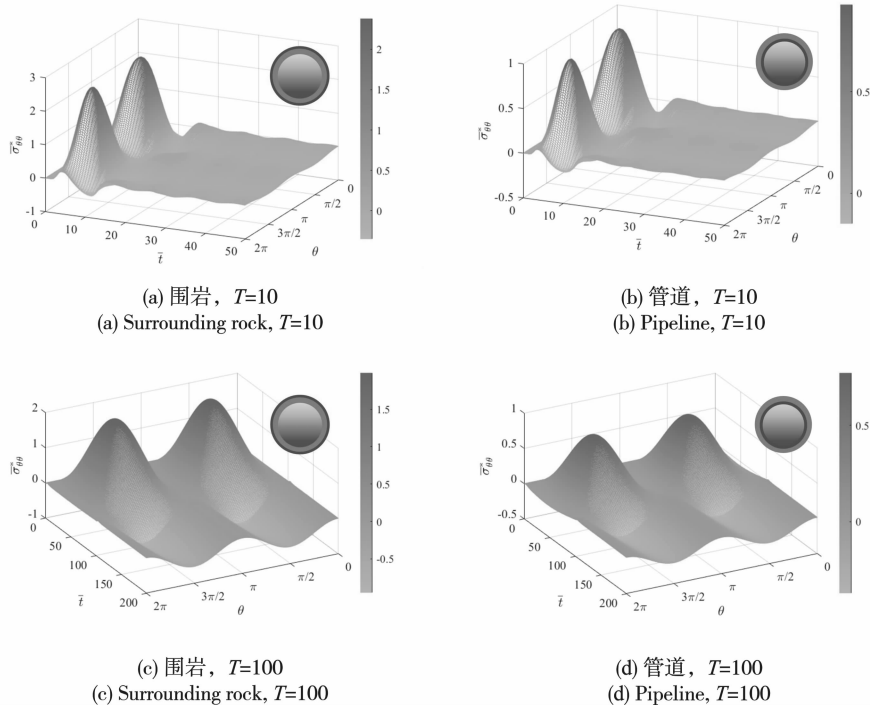


图 2 围岩及管道的瞬态响应时间与空间分布三维曲线

Fig. 2 Three-dimensional curves of transient response time and spatial distribution in the surrounding rock and pipeline

分别提取 0 和 $\pi/2$ 位置的时程和峰值时刻的空间分布数据,得到图 3 所示的瞬态响应曲线,图 3(a)表示不同波长入射作用下下管道与围岩在 0 、 $\pi/2$ 位置的瞬态响应曲线。图 3(b)则反映了入射波峰值时刻

刻管道与围岩瞬态响应的空间分布,结果表明:整体上短波入射下的瞬态 DSCF 略大于长波入射的情况,但长波入射作用下 $\pi/2$ 位置的拉应力集中程度比短波入射更大,围岩的瞬态 DSCF 约为管道的两倍。

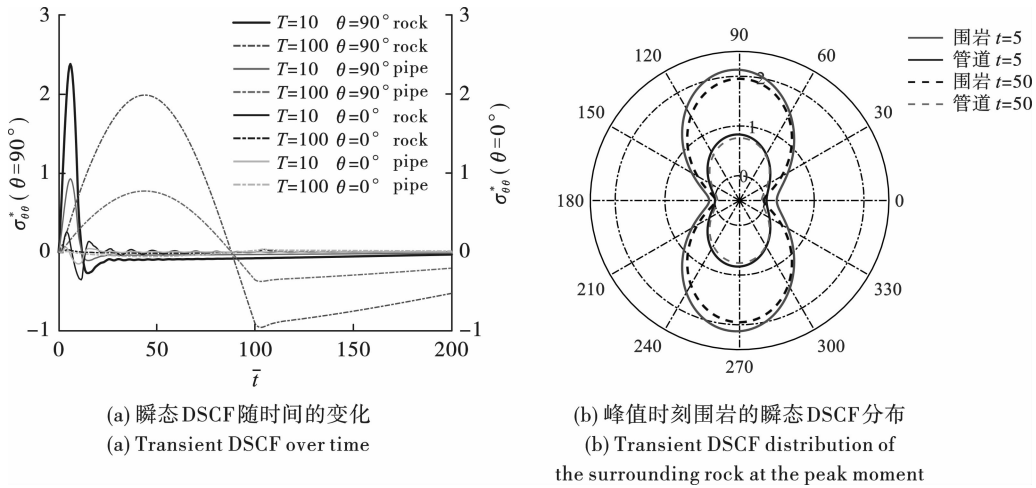


图 3 围岩与管道周围的瞬态响应分布二维曲线

Fig. 3 Two-dimensional curves of transient response distributions around surrounding rock and pipes

3 不同侧压系数对圆形管道动态响应的影晌

采用商业分析软件 ANSYS/LS-DYNA 建立数值模型,研究初始应力条件下地下管道受动载作用产生

的动态应力集中状态。模型包括岩石和管道部分,均使用线弹性材料,通过关键字 *MAT_ELASTIC 进行定义,材料参数与理论计算参数一致。模型长 60 m ,宽 40 m ,厚度为 0.25 m ,如图 4 所示。左侧为动载荷施加端,右侧设置为无反射边界,以消除边界反射的

影响,其余为自由边界条件。模型右侧和 Z 方向施加节点约束,固定 x 和 z 方向的位移。改变模型侧压系数,研究不同侧压系数条件下地下圆形管道的动态扰动问题,模型计算工况见表1。对模型进行应力初始化,得到应力分布云图如图5所示。

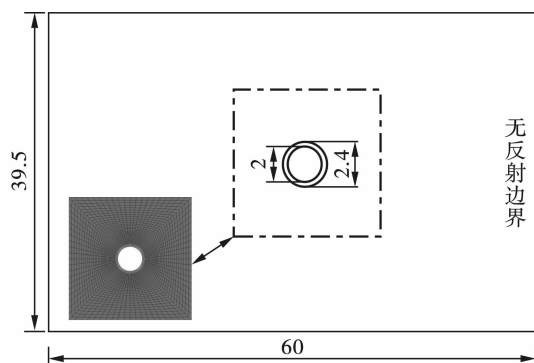


图4 模型示意图(单位:m)

Fig. 4 Model Schematic diagram(unit:m)

模型保持初始应力状态,采用“隐式-显式耦合”的模拟方案实现该模型在承受地应力状态下的动力加载,在左侧施加动态荷载。图6为管道和围岩内壁在不同时刻受到动力扰动时的应力分布云图,图6(a)、(b)、(c)、(d)侧压系数分别为0、0.5、1、1.5。应力波从

模型左侧开始传递,在边缘处沿入射方向产生拉应力,垂直方向上则是先产生压应力再产生拉应力。当应力波到达管道边缘时发生散射,在管道和围岩内壁出现动态应力集中现象。沿入射方向先产生拉应力,并逐渐增大,逐渐往垂直入射方向扩展,再受到压应力。

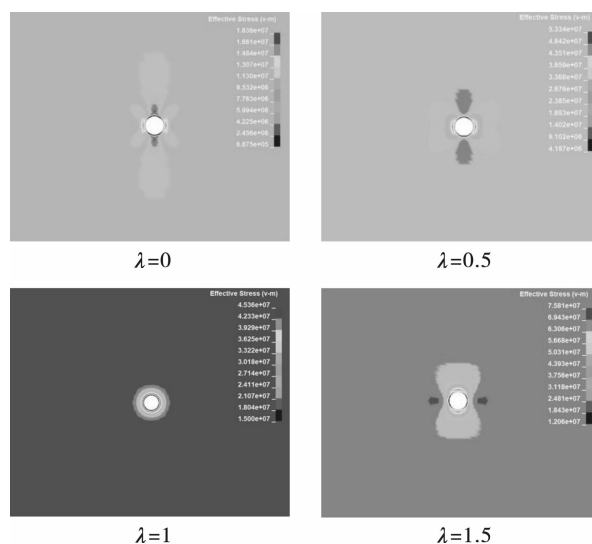


图5 不同侧压系数下应力初始化后的应力分布

Fig. 5 Stress distribution after stress initialization for different lateral pressure coefficients

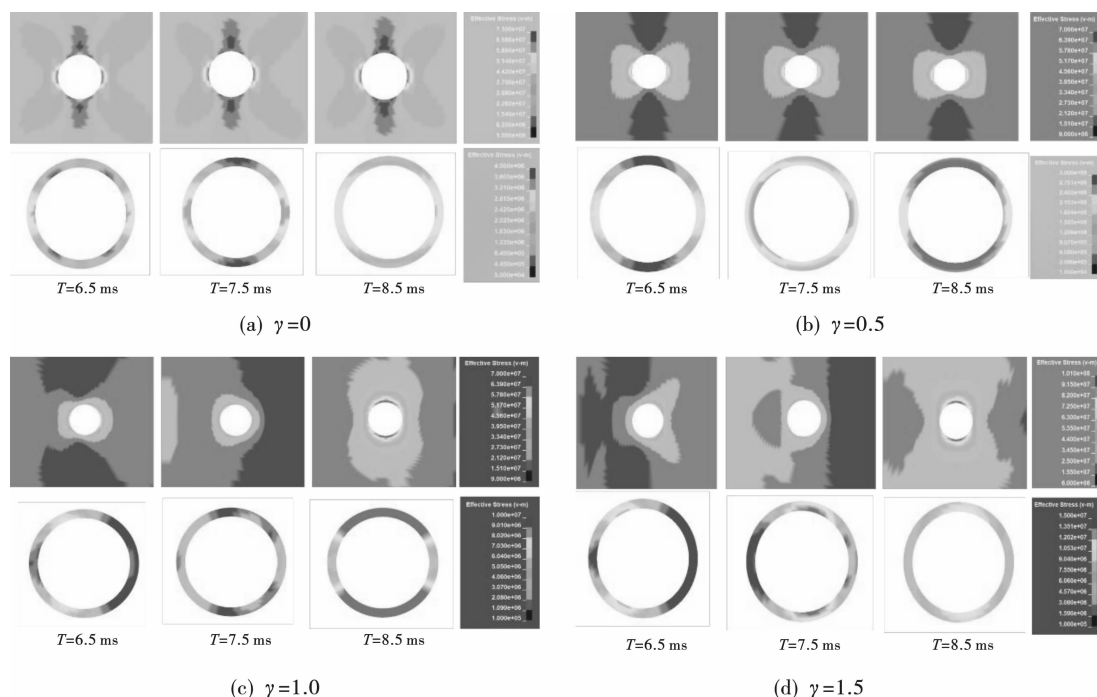


图6 不同侧压系数围岩和管道应力云图

Fig. 6 Stress cloud of surrounding rock and pipe with different lateral pressure coefficients

由图6可知,当侧压系数为0和0.5时,应力波传递过程中围岩的波动较小,应力状态变化不明显,围岩受到的应力逐渐增大到峰值,随后开始减小,此

时应力集中区分布在围岩和管道左右两侧。当侧压系数为1和1.5时,应力波传递到管道时能明显观察到应力传递过程,应力集中区由左右两侧转移到

上下两侧。由此可知,当侧压系数小于1时,管道和围岩内壁左右侧受到的应力较大,与初始应力状态相关。当侧压系数大于1时,模型上下两侧初始应力大于左右两侧,应力波传播过程中逐渐向垂直入射方向偏移,并在管道和围岩内壁上下侧形成应力集中。

表1 模型计算工况

Table 1 Model calculation conditions

λ	σ_x/MPa	σ_y/MPa	σ_z/MPa
0	0	30	5
0.5	15	30	5
1	30	30	5
1.5	45	30	5

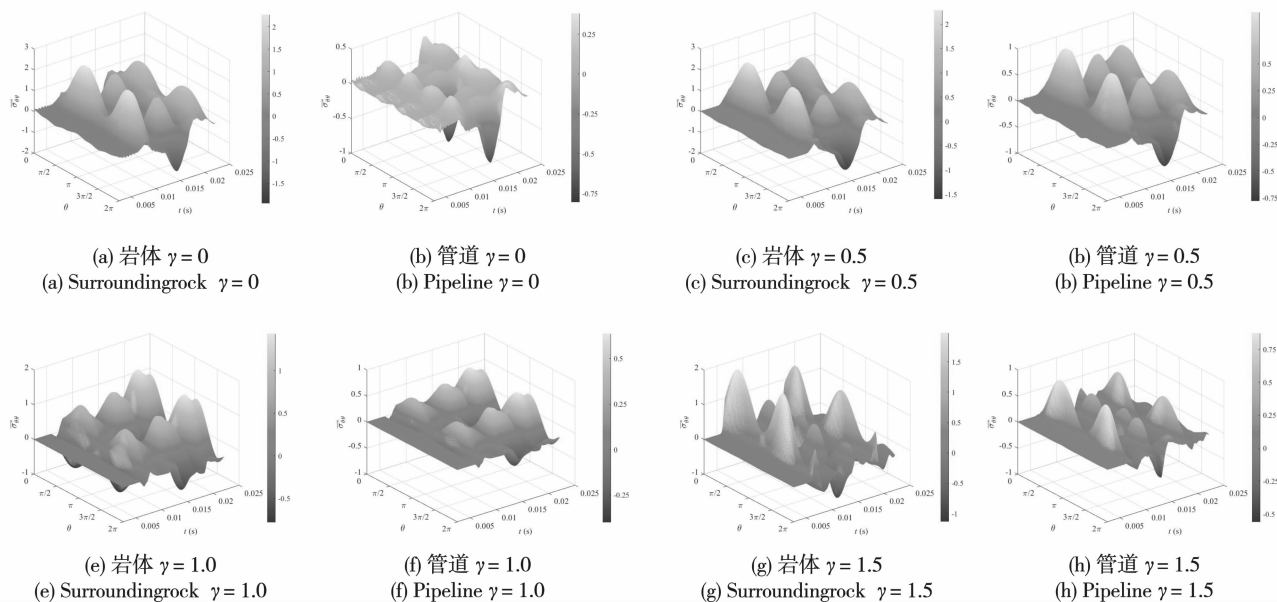


图7 不同侧压系数对动力响应的影响

Fig. 7 Effect of different lateral pressure coefficients on the dynamic response

由于初始应力的存在,动载荷作用下的管道与围岩的物理力学状态会随之动态变化,且波动方程在这种情况下无法分离变量,因此无法得到初始应力作用下动力扰动问题的解析解答。利用有限元软件 LS-DYNA 构建数值模型并赋值弹性材料,通过显-隐式联合求解的方法,得到了初始应力状态下深埋管道及围岩在动态载荷作用下的响应特性。通过设置不同的侧压系数,分析了管道与围岩对初始应力的敏感性。研究表明,管道与围岩在动静组合加载作用下的受力状态并非简单的线性叠加,相较于纯动载作用,施加初始应力后围岩与管道周围的动态响应发生了较大的波动的同时,能够降低动应力集中。随着侧压系数的增大,降低动应力集中的现象更加明显。但这并不代表管道深埋地下能够

不同侧压系数状态下围岩与管道周围的瞬态 DSCF 分布如图 7(a) ~ (h) 所示,考虑地应力作用下的管道瞬态响应出现了较大的波动,尤其是入射波波长尾部时段,这是由于动载荷改变了管道原有的应力状态,而在应力波加载结束时,管道周边应力回弹,恢复原有状态。这是一个全动态的过程。不同的侧压系数,瞬态 DSCF 表现出截然不同的分布情况,但依旧很好地保持着空间上的对称分布。同时,侧压系数的增大,对围岩和管道的瞬态响应具有一定的抑制作用。需要注意的是,当 $\gamma = 1$ 时,瞬态 DSCF 的最大峰值出现在应力波入射结束后。除 $\gamma = 0$ 外,围岩与管道的瞬态 DSCF 分布趋势相同,且管道内的瞬态响应同样为围岩中的一半。

有效降低爆破扰动造成的损伤,反而是剧烈波动的 DSCF 说明了管道与围岩处于压应力和拉应力交替的状态,围岩和管道更可能发生损伤甚至失稳破坏。因此,开展不同初始应力状态下,研究动力扰动对深埋管道动力响应的影响,对深部高应力状态下的管道防护与抗震设计具有重要意义。

4 结论

首先采用波函数展开法与傅里叶变换技术得到了地下圆形管道的瞬态响应解析解,考虑了短波和长波入射两种情况,分别分析了围岩与管道中的瞬态 DSCF 分布及变化规律。借助 LS-DYNA 有限元数值模拟规避含初始应力而得不到动力响应解析解的问题,通过构建数值模型得到了不同侧压系数下

围岩与管道的动力响应特征。

(1)理论计算表明围岩和管道在瞬态扰动作用下,垂直入射方向将产生较大应力集中现象,并经历“压应力峰值—迅速降低—拉应力峰值”的阶段。另外,短波长入射波作用产生的压应力峰值更大,但长波入射在应力波传播结束时将造成较大的拉应力集中。管道与围岩的瞬态 DSCF 空间上始终呈对称分布状态,围岩中的 DSCF 值为管道的两倍。

(2)数值模拟结果表明:随着侧压系数的增大,初始应力对瞬态响应的抑制作用逐渐明显。由于初始应力的存在,动力扰动将改变原有的应力平衡状态,导致管道周围的瞬态 DSCF 出现较为剧烈的波动。但在初始应力作用下围岩中瞬态 DSCF 依旧为管道内壁的两倍。

参考文献 (References)

- [1] 谢和平,高峰,鞠杨.深部岩体力学研究探索[J].岩石力学与工程学报,2015,34(11):2161-2178.
- [1] XIE He-ping,GAO Feng,JU Yang. Research and development of rock mechanics in deep ground engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015,34(11):2161-2178. (in Chinese)
- [2] 李夕兵,姚金蕊,宫凤强.硬岩金属矿山深部开采中的动力学问题[J].中国有色金属学报,2011,21(10):2551-2563.
- [2] LI Xi-bing,YAO Jin-rui,GONG Feng-qiang. Dynamic problems in deep exploitation of hard rock metal mines [J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2011,21(10):2551-2563. (in Chinese)
- [3] SEZAWA K. Scattering of elastic waves and some applied problems[J]. Bull.earthquake Resinst,1927,3:19-41.
- [4] PAO Y H,MOW C C,ACHENBACH J D. Diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations[J]. Journal of Applied Mechanics,1973,40(4):213-219.
- [5] 刘殿魁,盖秉政,陶贵源.论孔附近的动应力集中[J].地震工程与工程振动,1980(00):97-110. DOI:10.13197/j. eeev. 1980.00.009.
- [5] LIU Dian-kui,GAI Bing-zheng,TAO Gui-yuan. On dynamic stress concentration in the neighbourhood of a cavity[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics,1980(00):97-110. DOI:10.13197/j. eeev. 1980.00.009. (in Chinese)
- [6] LEE V W. Response of tunnels to incident SH waves[J]. Journal of Engineering Mechanics,1979,105(4):643-59.
- [7] LEE V W,KARL J. Diffraction of SV waves by underground,circular,cylindrical cavities[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering,1992,11(8):445-56.
- [8] 梁建文,张浩,Vincent WLEE. 平面P波入射下地下洞室群动应力集中问题解析解[J].岩土工程学报,2004,26(6):815-819.
- [8] LIANG Jian-wen,ZHANG Hao,Vincent WLEE. An analytical solution for dynamic stress concentration of underground cavities under incident plane P waves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,2004,26(6):815-819. (in Chinese)
- [9] TAO M,LUO H,WU C,et al. Dynamic analysis of the different-types elliptic cylindrical inclusions subjected to plane SH-wave scattering[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences,2023,46(2):2773-2800.
- [10] 王长柏,李海波,周青春,等. P波作用下深埋隧道动应力集中问题参数敏感性分析[J]. 岩土力学,2011,32(3):775-780.
- [10] WANG Chang-bai,LI Hai-bo,ZHOU Qing-chun,et al. Parameters sensitivity analysis of dynamic stress concentration for deep buried tunnel under incident plane waves [J]. Rock and Soil Mechanics,2011,32(3):775-780. (in Chinese)
- [11] 王帅帅,高波,申玉生. P波入射下浅埋圆形复合式衬砌隧道减震力学特性研究[J]. 铁道学报,2016,38(6):108-115.
- [11] WANG Shuai-shuai,GAO Bo,SHEN Yu-sheng. Study on damping mechanism of circular composite-lined shallow buried tunnel subjected to Incident P wave[J]. Journal of the China Railway Society,2016,38(6):108-115. (in Chinese)
- [12] TAO M,XIANG G-L,ZHAO R,et al. Scattering of P-wave and transient response around a fluid-filled cavity in an elastic medium[J]. Journal of Central South University,2023,30(2):568-83.
- [13] 李梅,高鑫鑫,梅万全,等. 平面爆破P波扰动下深埋圆形衬砌隧道瞬态动力响应解析解研究[J]. 爆破,2022,39(3):33-40.
- [13] LI Mei,GAO Xin-xin,MEI Wan-quan,et al. Transient analytical solution and dynamic response of deep circular lining tunnel subjected to plane blasting P-wave disturbance[J]. Blasting,2022,39(3):33-40. (in Chinese)
- [14] TAO M,ZHAO R,DU K,et al. Dynamic stress concentration and failure characteristics around elliptical cavity subjected to impact loading[J]. International Journal of Solids and Structures,2020,191-192:401-17.