[文章编号] 1003－4684(2026)04-0034-04

# 不等极弧系数对轴向磁通电机齿槽转矩抑制研究

岳明强，刘　城，王晓光

（湖北工业大学太阳能高效利用及储能运行控制湖北省重点实验室，湖北 武汉 430068）

[摘　要] 齿槽转矩会恶化电机性能并降低系统稳定性，为削弱轴向磁通电机的齿槽转矩，提出了一种不等极弧系数的转子结构优化方法。以一台双转子单定子轴向磁通电机为研究对象，运用能量法与傅里叶分解推导出能表示轴向电机齿槽转矩与极弧系数关系的齿槽转矩表达式，并得到使齿槽转矩最小的永磁体极弧系数。在此基础上，以气隙磁场总能量不变为原则，基于理论推导和三维有限元分析，得到最佳不等极弧比，使齿槽转矩降低 63%。对比优化前后的空载反电势、输出转矩和损耗，充分验证了上述方法的可行性与有效性。

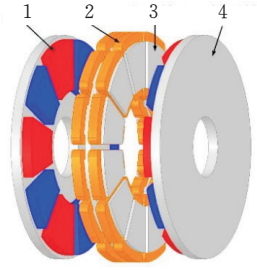
[关键词] 齿槽转矩；轴向磁通电机；不等极弧系数

[中图分类号] TM32　　[文献标识码] A

相比传统径向电机，轴向磁通永磁电机具有功率密度高、轴向长度短和节能高效等显著特点，在人们日常生活和工业自动化中得到了广泛的应用，如轮内驱动、电动汽车等领域，具有良好的发展前景[1-4]。

齿槽转矩是轴向磁通永磁电机的固有特性，会恶化转矩输出品质，增大振动噪音，影响电机平稳运行[5-6]。为削弱轴向永磁电机的齿槽转矩，国内外学者在结构设计优化方面进行了深入的探究。文献[7]提出一种 AFPMSM 两种不同磁性永磁体相混合的转子拓扑结构，使齿槽转矩降低了 71.7%。文献[8-9]提出了正弦、圆柱、扇形和矩形等多种永磁体形状用以优化轴向电机齿槽转矩。文献[10-11]都提出了采用在轴向磁通电机定子或转子铁心表面开辅助槽的方法优化与减小齿槽转矩，深入分析了辅助槽数量、槽口尺寸等对电机齿槽转矩的影响。以上方法都能够减小轴向磁通永磁电机的齿槽转矩，然而，这些方法在机械加工和电机装配方面存在困难，或者有些方法会削弱电机的气隙通量密度，在实用性方面略显不足。

为了在不增加技术难度和制造成本的情况下降低齿槽转矩，提出了永磁体不等极弧系数结构，该结构设计简单，加工难度低。本文以双转子单定子 TORUS-NS 型结构的轴向磁通永磁电机为研究对象，电机结构及基本参数如图 1 和表 1 所示。首先基于能量法和傅里叶系数分解，推导出轴向磁通永磁电机齿槽转矩数学表达式。通过永磁体极弧系数优化得到传统结构的最小齿槽转矩，揭示了极弧系数对齿槽转矩的影响机理。然后提出转子不等极弧系数结构，运用解析计算与有限元分析探究不等极弧系数永磁体结构对齿槽转矩的削弱效果。对比了上述结构的空载反电势、输出转矩和损耗。最后对全文工作进行总结，给出结论。




1－永磁体；2－绕组；3－定子铁心；4－转子铁心

图 1　轴向电机拓扑结构

**表 1　轴向电机的基本参数**

| 参数 | 数值 |
|---|---|
| 极数 | 10 |
| 槽数 | 12 |
| 额定转矩/Nm | 14.6 |
| 额定功率/kW | 5.7 |
| 额定转速/rpm | 3600 |
| 电机外径/mm | 105 |
| 电机内径/mm | 57 |
| 气隙长度/mm | 1.5 |
| 永磁体厚度/mm | 5 |

[收稿日期] 2023－08－28

[第一作者] 岳明强(1997－)，男，河南邓州人，湖北工业大学硕士研究生，研究方向为永磁电机设计与优化。

[通信作者] 王晓光(1984－)，男，湖北武汉人，湖北工业大学副教授，研究方向为永磁电机设计与控制。

# 1　轴向磁通永磁电机齿槽转矩分析

齿槽转矩是转子永磁体和定子齿在电枢绕组没有通电时相互作用在切向方向上产生的转矩，定义为电机内部磁共能对转子相对位置角 $\alpha$ 的负导数，公式可以表示为：

$$T_{cog} = -\frac{\partial W}{\partial \alpha} \tag{1}$$

式中：$W$ 为没有电流通过时电机的磁场能量。

假设铁心的磁导率为无限大，忽略铁心和永磁体中磁场能量的变化，存储在气隙中的能量可近似表示为：

$$W \approx W_{gap} + W_{PM} = \frac{1}{2\mu_0}\int_V B_r^2(\theta)\left(\frac{h_m(\theta)}{h_m(\theta)+g(\theta,\alpha)}\right)^2 dV \tag{2}$$

式中：$\mu_0$ 为真空磁导率；$h_m(\theta)$、$B_r(\theta)$、$g(\theta,\alpha)$ 分别为永磁体磁化长度、气隙磁通密度、气隙长度。

对 $B_r{}^2(\theta)$ 继续进行傅里叶分解，其展开式为：

$$B_r^2(\theta) = \alpha_p B_r^2 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n\pi}B_r^2\sin(n\alpha_p\pi) \tag{3}$$

式中：$\alpha_p$ 为永磁体极弧系数；p 为转子极对数。

同理，$(h_m(\theta)/(h_m(\theta)+g(\theta,\alpha)))^2$ 的傅里叶展开式可以表示为：

$$\left(\frac{h_m(\theta)}{h_m(\theta)+g(\theta,\alpha)}\right)^2 = G_0 + \sum_{j=1}^{\infty}G_j\cos jN_s(\theta+\alpha) \tag{4}$$

式中：$G_j$ 为电机气隙相对磁导率平方的 $j$ 次傅里叶展开系数；$j$ 是使 $jN_s/(2p)$ 为整数的整数；$N_s$ 为定子槽数。

将式(3)和式(4)代入式(2)对转子位置角求导数，可得轴向磁通永磁电机齿槽转矩公式：

$$T_{cog}(\alpha) = \frac{\pi g}{4\mu_0}(D_2^2 - D_1^2)\sum_{j=1}^{\infty}jG_jB_{rn}\sin(jN_s\alpha) \tag{5}$$

式中：$D_1$、$D_2$ 分别为电机内半径与外半径；$n = jz/2p$。

# 2　基于不等极弧系数的齿槽转矩优化

## 2.1　转子极弧系数对齿槽转矩的影响

从式(3)中可以发现，当极弧系数满足 $\sin(n\alpha_p\pi)$ 为零时，$B_{rn}$ 取最小值，此时齿槽转矩存在理论上的最小值，忽略漏磁和磁体边缘效应的影响，永磁体极弧系数可表示为：

$$\alpha_0 = \frac{N_L/N_P - i}{N_L/N_P}(i = 1,2\cdots,N_L/N_P - 1) \tag{6}$$

式中，$N_L$ 为定子槽数和转子极数的最小公倍数；$N_p$ 为转子永磁体极数。

$i$ 取 1 和 2 时所对应的极弧系数分别是 0.83 和 0.67，公式计算仅适合对永磁体极弧系数的粗略选取，没有考虑实际电机的结构尺寸和相关电磁性能，需要借助有限元分析进一步确定极弧系数取值。图 2 为 0.67 到 0.83 间不同极弧系数的有限元分析结果，当极弧系数取值 0.75 时电机齿槽转矩有最小值，为 0.95 Nm。

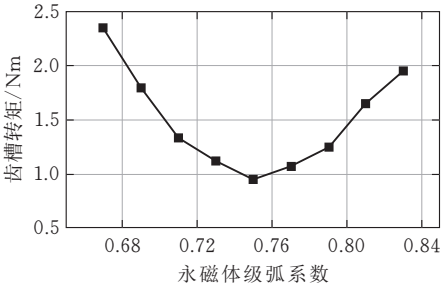



图 2　齿槽转矩随极弧系数的变化曲线

## 2.2　转子不等极弧系数对齿槽转矩的影响

在电机确定最小齿槽转矩的最优永磁体极弧系数后，为进一步减小齿槽转矩，采用不等极弧系数方法进行分析。不等极弧的具体结构如图 3 所示，一对极中两个磁极极弧系数分别为 $\alpha_1$ 和 $\alpha_2$，相邻的永磁体的极弧系数之和保持不变，电机内总磁场能量不变。

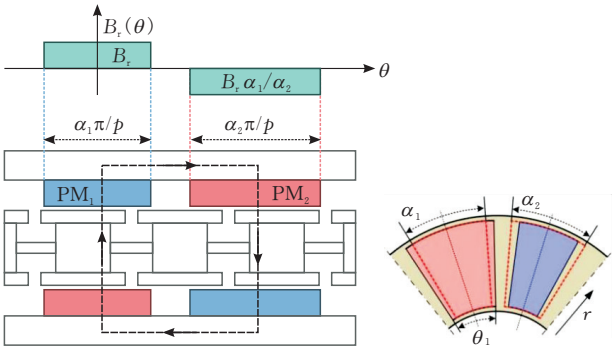



图 3　具有不等极弧比的模型结构

在[0，π/p]范围内对磁通密度 $B_r{}^2(\theta)$ 沿圆周的分布进行傅里叶分解，得到 $B_r{}^2(\theta)$ 的傅里叶展开为：

$$B_r^2(\theta) = \frac{B_{r0}}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}B_{rn}\cos np\theta \tag{7}$$

保证任意一对磁极永磁体用量不变，通过剩磁为 $B_{r1}$ 的 $PM_1$ 和剩磁为 $B_{r2}$ 的 $PM_2$ 的磁通大小相等，需满足如下关系式：

$$\begin{cases} B_{r1}\alpha_1 = B_{r2}\alpha_2 \\ \alpha_1/\alpha_2 = k \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha_0 \end{cases} \tag{8}$$

式中，$k$ 为一对极内相邻磁极的极弧系数比值。

结合式(7)和式(8)，设定 $k>1$，可得 $B_r{}^2(\theta)$ 的 $n$ 次傅里叶展开系数

$$B_{rn} = \frac{B_{r1}^2}{n\pi}\left[\sin\frac{n\pi\alpha_0}{1+k} + (-1)^n\frac{1}{k^2}\sin\frac{n\pi\alpha_0 k}{1+k}\right] \tag{9}$$

将式(9)代入到式(5)中，令 $C = \pi zg(D_2{}^2 - D_1{}^2)$，则轴向电机的齿槽转矩可以表示为：

$$T_{cog}=\begin{cases}C\sum_{j=1}^{\infty}\dfrac{jB_{r1}^{2}G_{j}}{n\pi}\left[\sin\dfrac{n\pi\alpha_{0}}{1+k}+\dfrac{(-1)^{\mu}}{k^{2}}\sin\dfrac{n\pi\alpha_{0}k}{1+k}\right]\cdot\\ \sin jz\alpha\ n=\mu\dfrac{jz}{p},\mu=1,2,3,\ldots\ jz/p\ \text{为奇数}\\ C\sum_{j=1}^{\infty}\dfrac{jG_{j}B_{r1}^{2}}{n\pi}\left[\sin\dfrac{n\pi\alpha_{0}}{1+k}+\dfrac{1}{k^{2}}\sin\dfrac{n\pi\alpha_{0}k}{1+k}\right]\cdot\\ \sin jz\alpha\ n=\mu\dfrac{jz}{p},\mu=1,2,3,\ldots\ jz/p\ \text{为偶数}\end{cases}\tag{10}$$

可以看出，永磁体极弧系数 $\alpha_0$ 和不等极弧比 $k$ 是影响齿槽转矩的两个变量因素。当最低次傅里叶系数 $jz/p$ 为偶数，$B_{rn}$ 关于 $k=1$ 对称；当最低次傅里叶系数 $jz/p$ 为奇数时，在 $\mu$ 取奇数，$k$ 取 1 时有 $B_{rn}$ 为零，在 $\mu$ 取偶数，$k$ 取 1 时 $B_{rn}$ 不为零。因此，合理选取极弧系数 $\alpha_0$ 和不等极弧系数比 $k$ 的数值，可使 $B_r^2(\theta)$ 的 $jz/p^{\text{th}}$ 傅里叶系数减小，特别是低阶偶数次系数，进而有效削弱轴向电机的齿槽转矩。当极弧系数 $\alpha_0$ 取 0.75，$B_r^2(\theta)$ 的 $12^{\text{th}}$ 傅里叶系数模型计算结果如图 4 所示，虚线为谐波合成曲线。

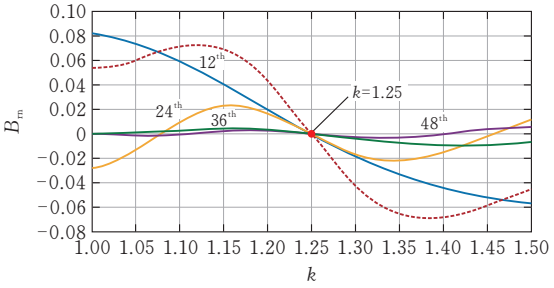



图 4 $12^{\text{th}}$ 傅里叶系数模型中随 $k$ 值变化的 $B_{rn}$

从图中 $B_{rn}$ 随 $k$ 的变化可以看到，$k$ 取 1.25 时，$B_{rn}$ 各阶系数均为最小值，此时电机齿槽转矩应该较小。由于轴向电机三维磁场分布复杂，因此需借助三维有限元分析来验证该结构对齿槽转矩的影响，仿真结果如图 5 和图 6 所示。

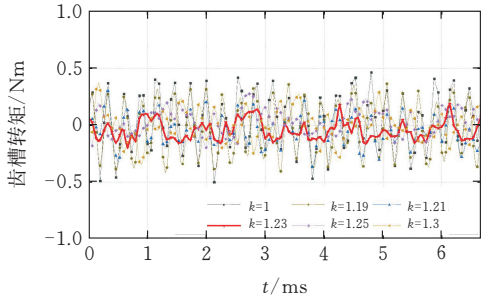



图 5 齿槽转矩波形

由图 5 可得，随着 $k$ 值的变大，电机齿槽转矩峰峰值呈现下降趋势，当 $k$ 为 1.23 时，电机齿槽转矩存在最小值 0.35 N，与 $k=1$ 时等极弧系数结构相比，齿槽转矩降低了 63%。由图 6 可知，齿槽转矩随不等极弧比 $k$ 的变化趋势符合解析结果，呈现先减小后增大的趋势，有限元仿真得到的 $k$ 值与理论分析偏差较小，在合理范围内。以上分析结果表明，采用优化后的不等极弧系数转子结构能够有效削弱轴向磁通电机的齿槽转矩。

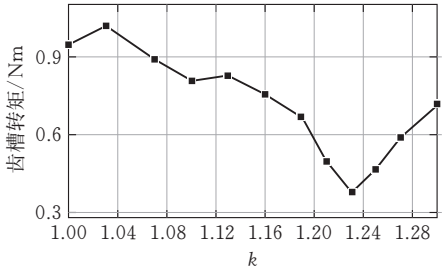



图 6 齿槽转矩随不等极弧比 $k$ 的变化曲线

## 3 电磁性能

采用不等极弧系数结构可削弱电机齿槽转矩，气隙内的磁通也会发生变化，进而影响空载反电动势。电机空载反电势对电机的输出转矩、额定电流以及最高转速等参数影响很大。对优化前后轴向磁通永磁电机的空载相反电势进行仿真分析，结果如图 7 所示。优化前空载相反电势基波有效值是 215.5 V，与不等极弧系数结构电机的空载反电势基波有效值 214 V 相差不大，仅降低 0.7%。对反电势波形畸变率进行计算，由 $k=1$ 时的 8.7% 提升到 $k=1.23$ 时的 8.3%，波形更加正弦。

齿槽转矩会直接影响电机的输出转矩脉动，在额定工况下对优化前后电机的输出转矩进行仿真分析，结果如图 8 所示。采用不等极弧系数结构后，电机的输出转矩由 14.6 Nm 减小到 14.5 Nm，转矩脉动由 7.5% 降低到 4.1%，在输出转矩几乎不变的情况下降低了转矩脉动，使电机运行更加平顺。

损耗的大小会直接影响电机的温升和散热，是电机的重要性能指标。图 9 和图 10 分别是优化前后永磁体涡流损耗和铁耗波形。仿真结果表明，优化后涡流损耗由 7.8 W 降低到 7.7 W，铁耗由 69.2 W降低 67.1 W。表 2 为两种结构的电磁性能对比结果，采用不等极弧系数结构在降低齿槽转矩的同时使电机输出转矩脉动得到有效改善，其余电磁性能无明显变化。

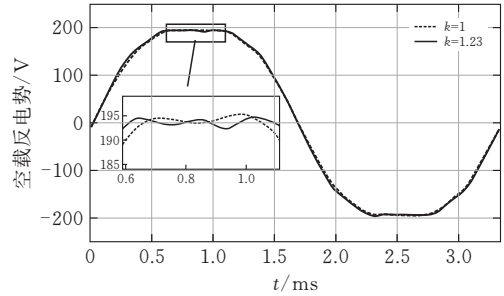



图 7 优化前后空载相反电势波形

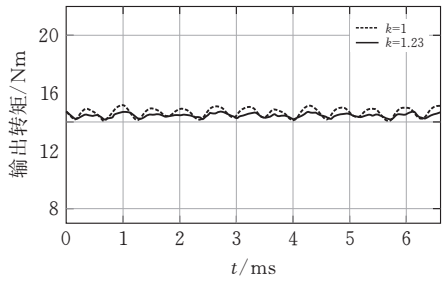



图 8　优化前后输出转矩波形

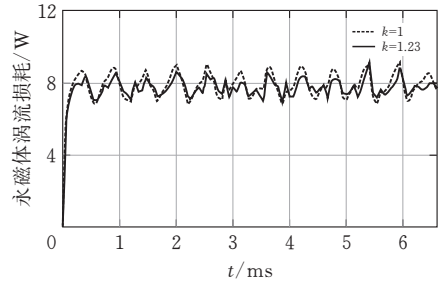



图 9　优化前后涡流损耗波形

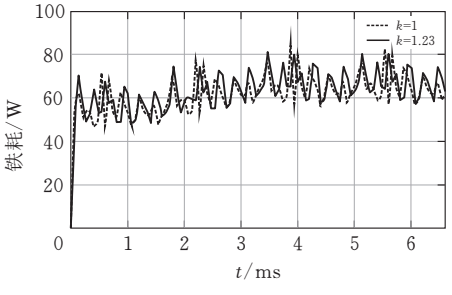



图 10　优化前后铁心损耗波形

**表 2　两种结构电机性能对比**

| | 传统结构 | 不等极弧系数结构 |
|---|---|---|
| 空载相反电势基波/V | 215.5 | 214.0 |
| 相反电势畸变率/% | 8.7 | 8.3 |
| 输出转矩/Nm | 14.6 | 14.5 |
| 转矩脉动/% | 7.5 | 4.1 |
| 永磁体涡流损耗/W | 7.8 | 7.7 |
| 铁心损耗/W | 69.2 | 67.1 |

## 4　结论

本文为降低 10 极 12 槽 TORUS-NS 型结构轴向磁通永磁电机的齿槽转矩，提出了转子不等极弧系数的优化方法，通过理论推导与有限元仿真得到当不等极弧比取 1.23 时，齿槽转矩降低了 63%，输出转矩脉动由 7.5%降低到 4%，损耗也稍有减小。由此可得：

1）当电机的极槽配合及结构尺寸确定后，合适的永磁体极弧系数会对削弱齿槽转矩有影响。

2）不等极弧系数结构可从公式推得最优不等极弧比，再通过有限元法进行分析，可使得齿槽转矩削弱效果最佳。

[ 参 考 文 献 ]

[1] Vansompel H, Leijnen P, Sergeant P. Multiphysics Analysis of a Stator Construction Method in Yokeless and Segmented Armature Axial Flux PM Machines [J]. Ieee Transactions on Energy Conversion, 2019, 34(01): 139-46.

[2] Tong W, Wang S, Dai S, et al. A Quasi-Three-Dimensional Magnetic Equivalent Circuit Model of a Double-Sided Axial Flux Permanent Magnet Machine Considering Local Saturation [J]. Ieee Transactions on Energy Conversion, 2018, 33(04): 2163-73.

[3] Aydin M, Gulec M. A New Coreless Axial Flux Interior Permanent Magnet Synchronous Motor With Sinusoidal Rotor Segments [J]. Ieee Transactions on Magnetics, 2016, 52(07):1-4.

[4] 赵纪龙，逯卓林，韩青峰，等. 轴向磁通永磁电机系统及关键技术前沿发展综述 [J]. 中国电机工程学报，2022，42(07)：2744-65.

[5] 李涛，张幽彤，梁玉秀，等. 定子无磁轭模块化轴向磁通永磁电机研究进展综述 [J]. 中国电机工程学报，2021，41(01)：340-53.

[6] Gao J, Wang G, Liu X, et al. Cogging Torque Reduction by Elementary-Cogging-Unit Shift for Permanent Magnet Machines [J]. Ieee Transactions on Magnetics, 2017, 53(11):1-5.

[7] 王晓光，刘城，周晟，等. 轴向磁通混合永磁电机齿槽转矩削弱方法研究(英文) [J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 38(05): 726-36.

[8] Shokri M, Rostami N, Behjat V, et al. Comparison of Performance Characteristics of Axial-Flux Permanent-Magnet Synchronous Machine With Different Magnet Shapes [J]. Ieee Transactions on Magnetics, 2015, 51(12):1-6.

[9] Xiao L Y, Li J, Qu R H, et al. Cogging Torque Analysis and Minimization of Axial Flux PM Machines With Combined Rectangle-Shaped Magnet [J]. Ieee Transactions on Industry Applications, 2017, 53(02): 1018-27.

[10] Zhao J L, Quan X W, Tong X Q, et al. Cogging Torque Reduction in Double-Rotor Hybrid Excited Axial Switched-Flux Permanent Magnet Machine [J]. Ieee Transactions on Applied Superconductivity, 2020, 30(04):1-5.

[11] Hao L, Lin M, Xu D, et al. Analysis of Cogging Torque Reduction Techniques in Axial-Field Flux-Switching Permanent-Magnet Machine [J]. Ieee Transactions on Applied Superconductivity, 2016, 26(04):1-5.

(下转第 62 页)

on Systems, Man, and Cybernetics. Hammamet: IEEE, 2002: 1-6.

[17] 李勇,仝春灵.基于多目标的车辆导航最优路径规划研究[J].科学技术创新,2021,(26):27-28.

# Path Planning for Multi-destination Mobile Drilling Robots

PAN Jinbao, ZHOU Wei

(*School of Mechanical Engineering, Hubei Univ. of Tech., Wuhan* 430068, *China*)

**Abstract**: To address the global path optimization requirement for mobile drilling robots performing multi-destination operations in construction scenarios, a composite path planning method integrating Probabilistic Roadmap (PRM), improved A* algorithm, and Simulated Annealing (SA) is proposed. First, the PRM algorithm is employed to construct an undirected graph model of the complex construction environment, achieving discretization of the feasible domain. Second, to overcome the insufficient path smoothness of the traditional A* algorithm, the Floyd algorithm is introduced to optimize path nodes, enhancing trajectory smoothness and obstacle avoidance safety. Finally, the simulated annealing algorithm is applied to determine the optimal visiting sequence of multiple hole positions, minimizing the total path length. Simulation results demonstrate that the improved A* algorithm reduces path length by approximately 9.9% and planning time by approximately 25.3% compared with the traditional A* algorithm. In multi-hole scenarios, the proposed composite algorithm achieves shorter global paths and higher planning efficiency than genetic algorithm and particle swarm optimization approaches.

**Keywords**: intelligent construction; mobile drilling robot; Probabilistic Roadmap (PRM); improved A* algorithm; simulated annealing; path planning

[责任编校: 张 众]

(上接第 37 页)

# Research on the Suppression of Groove Torque of Axial Flux Motor with Unequal Polar Arc Coefficient

YUE Mingqiang, LIU Cheng, WANG Xiaoguang

(*Hubei Key Laboratory for High-efficiency Utilization of Solar Energy and Operation Control of Energy Storage System, Hubei Univ. of Tech., Wuhan* 430068, *China*)

**Abstract**: Cogging torque can deteriorate motor performance and reduce system stability. In order to weaken the cogging torque of axial flux motor, a rotor structure optimization method with unequal arc coefficients is proposed. The expression of slot torque, which establishes the relationship between slot torque and polar arc coefficient of an axial flux motor, is derived for a two-rotor single-stator axial flux motor using energy method and Fourier decomposition, and the polar arc coefficient of permanent magnet which minimizes the cogging torque is also obtained. Based on the principle that the total energy of the air gap magnetic field does not change, the optimum unequal pole arc ratio is obtained based on theoretical derivation and three-dimensional finite element analysis. The simulation results show that the cogging torque is reduced by 63%. The comparison of no load back potential, output torque and loss before and after optimization fully verifies the feasibility and effectiveness of the above method and analysis.

**Keywords**: cogging torque; axial flux motor; unequal polar arc coefficient

[责任编校: 赵 瞳]