華東理工大學学报 自然科学版 Natural Science Edition
JOURNAL OF EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

波箔组合式径向空气轴承结构参数对转子动力学性能的影响

邵聪鹏 李双敏 吴洋 安琦

Influence of Structural Parameters of Combined Bump Foil Radial Air Bearings on Rotor Dynamic Performance

SHAO Congpeng, LI Shuangmin, WU Yang, AN Qi

在线阅读 View online: http://doi.org/10.14135/j.cnki.1006-3080.20251028001

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

推力空气箔片轴承新型结构构建及其动力学性能

Structural Construction and Dynamic Performance of a New Thrust Air Foil Bearing

华东理工大学学报（自然科学版）. 2023, 49(5): 764-772 http://doi.org/10.14135/j.cnki.1006-3080.20220517001

考虑平箔综合弹性变形的空气箔片轴承性能

Performance of Air Foil Bearings with Considering Comprehensive Elastic Deformation of Flat Foil

华东理工大学学报（自然科学版）. 2025, 51(1): 119-128 http://doi.org/10.14135/j.cnki.1006-3080.20240317001

波箔型气体箔片推力轴承润滑性能的数值研究

Numerical Study on the Lubrication Performance of Bump-Type Gas Foil Thrust Bearing

华东理工大学学报（自然科学版）. 2021, 47(1): 101-109 http://doi.org/10.14135/j.cnki.1006-3080.20191006001

三瓣结构的滑梁式空气箔片轴承润滑力学建模及数值研究

Lubrication Mechanics Model and Numerical Study of Sliding Beam Type Gas Foil Bearing with Three-Pad Structure

华东理工大学学报（自然科学版）. 2025, 51(1): 135-146 http://doi.org/10.14135/j.cnki.1006-3080.20240226003

滑梁式空气箔片轴承力学分析及疲劳寿命计算方法

Mechanical Performance and Fatigue Life Calculation Method of Sliding Beam Air Foil Bearing

华东理工大学学报（自然科学版）. 2025, 51(2): 277-284 http://doi.org/10.14135/j.cnki.1006-3080.20240414001

考虑三维波纹度影响的深沟球轴承振动噪声计算方法研究

Calculation Method of Radiation Noise for Deep Groove Ball Bearing with Considering 3D Waviness of Raceways

华东理工大学学报（自然科学版）. 2021, 47(4): 494-503 http://doi.org/10.14135/j.cnki.1006-3080.20200411005

扫码关注公众号，获取更多信息！

文章编号：1006-3080(2026)04-0597-11 DOI：10.14135/j.cnki.1006-3080.20251028001

波箔组合式径向空气轴承结构参数对转子动力学性能的影响

邵聪鹏， 李双敏， 吴 洋， 安 琦
（华东理工大学机械与动力工程学院，上海 200237）

摘要：本文以波箔组合式空气轴承支承的转子系统为研究对象，开展动力学性能研究：通过同时求解雷诺方程和箔片结构的变形方程，建立气体箔片轴承的流固耦合模型；采用摄动法，求解动态雷诺方程，计算箔片轴承动态性能系数；对轴承-转子系统建立参数集总化模型，采用 Riccati 传递矩阵法研究动力学特性；通过锤击试验与模型计算的前 6 阶模态频率对比，验证了模型的准确性。在此基础上，结合具体算例，数值研究了轴承半径间隙、平箔厚度、波箔厚度、波拱半长等轴承结构参数对临界转速、不平衡响应等转子动力学性能的影响规律，结果表明，在一定范围内增大半径间隙和减小平箔厚度，均能提高系统稳定性；选取合适的波箔厚度和波拱半长，能使不平衡响应振幅趋近极小值，提高系统稳定性。

关键词：波箔组合式空气轴承；轴承结构参数；转子动力学；数值计算；不平衡响应

中图分类号：TH133.35; TH117.2 **文献标志码：**A

空气箔片轴承广泛应用于航空航天、低温制冷、空气循环等领域的转子支承[1-2]。目前广泛使用的空气箔片轴承大多为波箔型结构，研究轴承结构参数对所支承的转子动力学性能的影响规律十分必要。

王建文等[3]采用有限差分法(FEM)离散求解非线性的、稳态的可压缩雷诺方程，研究了空气轴承的气膜压力和气膜厚度分布。Zhou 等[4]推导了轴承复频域阻抗矩阵，以表征空气箔片轴承的线性动态特性，通过数值算例验证了所提方法的有效性。Feng 等[5]采用时域辨识的方法计算空气箔片轴承的动态系数，研究了箔片模型对动力系数的影响。Yang 等[6]采用 Iordanoff 模型求解箔片刚度，研究了磨损区域对轴心轨迹、Poincare 映射的影响，揭示了由磨损区引起的非线性振动。参考文献 [7-8] 建立了空气箔片轴承流固耦合模型和轴承-转子的集总参数模型，并进行了转子稳定性分析。李民等[9]建立了空压机转子动力学模型，研究发现空气轴承支撑刚度对临界转速起正向作用。张晨等[10]建立了高速气浮轴承流体域模型，数值研究了轴承性能。

Bonello 等[11]通过数值方法和试验测试了空气箔片轴承-转子系统的性能，发现失稳转速随着不平衡质量的增加而减小。Hoffmann 等[12]搭建了气体箔片轴承试验台，发现随着不平衡量的增加，波箔的局部刚度有相当大的降低。Khamari 等[13]基于旋转动力分析和试验数据的比较，对转子的临界转速和轴承位置的不平衡响应进行了研究。Zhang 等[14-15]通过试验研究了平衡位置偏移对混合箔片磁轴承-转子系统稳定性的影响。

综上所述，已有关于波箔型空气轴承的很多研究，但目前对空气箔片轴承的研究大多是单独针对轴承进行，鲜有对波箔型空气轴承的结构参数对转子动力学性能影响的研究。为此，本文将以作者前期提出的一种新型波箔组合式空气箔片轴承[16-17]为对象开展研究，构建这种轴承所支承的转子动力学模型，开展转子动力学性能的数值和试验研究，深入探究轴承的结构参数对转子动力学系数的影响规律，

收稿日期：2025-10-28

作者简介：邵聪鹏(1998—)，男，江西鹰潭人，博士生，主要研究方向为机械设计及理论。E-mail: Y20200068@mail.ecust.edu.cn

引用本文：邵聪鹏，李双敏，吴 洋，等. 波箔组合式径向空气轴承结构参数对转子动力学性能的影响 [J]. 华东理工大学学报(自然科学版)，2026，52(4)：597-607.

Citation: SHAO Congpeng, LI Shuangmin, WU Yang, *et al*. Influence of Structural Parameters of Combined Bump Foil Radial Air Bearings on Rotor Dynamic Performance[J]. Journal of East China University of Science and Technology, 2026, 52(4): 597-607.

为这种轴承的结构参数的进一步改进提供理论依据。

1 计算模型的构建

1.1 轴承结构

如图1所示，本文所提出的新型空气箔片轴承由平箔、波箔和壳体组成。组合式波箔由波箔条和间隔条组成，通过选取不同结构参数的波箔条和不同宽度的间隔条可以改变底箔的布局，调整组合波箔的刚度分布，以适应不同工况下的特定需求。

1.2 气膜雷诺方程与箔片受力变形方程

如图1所示，气膜厚度 h 可由几何关系和平箔径向变形量 δ 计算得到：

$$h = c + e\cos\varphi + \delta \tag{1}$$

式中，c 为平箔内表面和轴颈的半径间隙；e 是转轴中心与轴承中心的偏心距；φ 为图1所示以偏位角为起始位置的周向角度坐标，它与偏位角 α 的关系为 $\Phi+\varphi+\alpha=2\pi$。

气膜的雷诺方程二维形式可以写为：

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\rho h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial\varphi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\rho h^3}{\mu}\frac{\partial p}{\partial z}\right)=\frac{6v_\varphi}{r}\frac{\partial(\rho h)}{\partial\varphi}+12\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} \tag{2}$$

式中，r 为轴颈半径，ρ 是气体密度，p 为气膜压力，μ 为气体动力黏度，v_φ 为轴颈周向速度，t 为时间。

如图2(a)所示箔片结构，简化为图2(b)所示薄板-弹簧模型，其平箔片径向变形量等效成平板的挠度（$\delta=w$），在基尔霍夫假设下，薄板弯曲方程为：

$$\nabla^4 w=\frac{q}{D} \tag{3}$$

其中，q 为分布载荷。

D 为薄板抗弯刚度：

$$D=\frac{Et_\mathrm{f}^3}{12(1-\nu^2)} \tag{4}$$

式中，E 为弹性模量，ν 为泊松比，t_f 为平箔厚度。

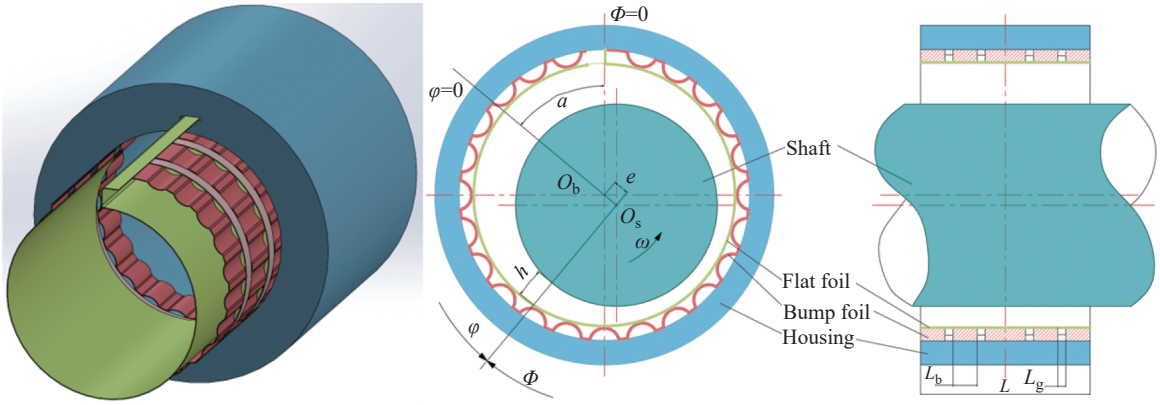
如图2(b)，q 由气膜压力 p 和波箔支承力 F 组成：

$$q(\Phi,z)=p(\Phi,z)-\lim_{\substack{\Delta\Phi\to0\\ \Delta z\to0}}\frac{F(\Phi,z)}{\Delta\Phi\Delta z} \tag{5}$$

式中，Φ 为图1所示以固定端为起始位置的周向角度坐标，z 为轴向坐标。波拱支承力强度为：

$$\frac{F(\Phi,z)}{\Delta\Phi\Delta z}=\frac{K(\Phi,z)}{\Delta\Phi\Delta z}\cdot\delta(\Phi,z) \tag{6}$$

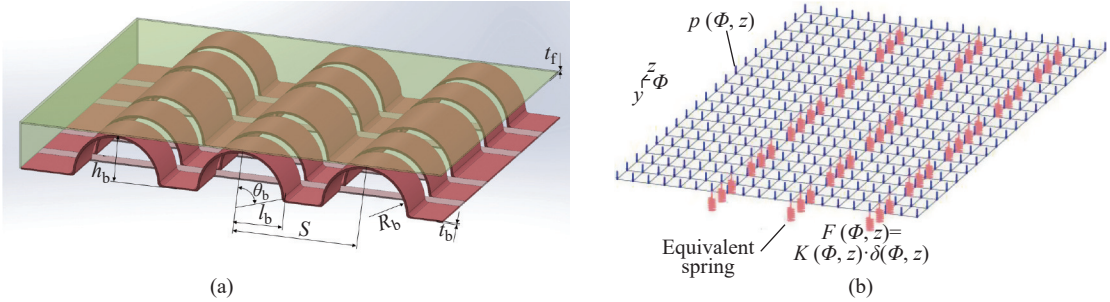
其中，波拱处的等效弹簧刚度计算公式[16-17]根据卡氏第二定理计算得到：



(a) Three-dimensional diagram (b) Cross section (c) Longitudinal section

图1 新型空气箔片轴承

Fig. 1 New-type air foil bearing



(a) (b)

图2 箔片结构与简化模型

Fig. 2 Foils structure and simplified model

$$\frac{K}{\Delta z}=\frac{Et_b^3}{6R_b^3\left(\theta_b\sin^2\theta_b+\dfrac{\theta_b}{2}+\dfrac{3}{4}\sin 2\theta_b-2\sin\theta_b\right)} \tag{7}$$

1.3　轴承动力学特性系数的计算

在给定条件下, 通过求解式 (2), 可得转轴位于静平衡位置时的轴心位置 (x_0,y_0), 系统气膜压力场 p_0, 并由此求得气膜合力的正交分力 F_{x_0}、F_{y_0}。当转子转速和载荷恒定, 假设转轴在平衡位置附近受到扰动圆频率为 ω_d、振幅为 x_A、y_A 的位移小扰动, 导致轴心在平衡位置附近振动, 轴心的位移和速度状态方程为:

$$\begin{cases}x=x_0+x_\mathrm{A}\cos(\omega_\mathrm{d}t)\\ y=y_0+y_\mathrm{A}\cos(\omega_\mathrm{d}t)\\ \dot{x}=-\omega_\mathrm{d}x_\mathrm{A}\sin(\omega_\mathrm{d}t)\\ \dot{y}=-\omega_\mathrm{d}y_\mathrm{A}\sin(\omega_\mathrm{d}t)\end{cases} \tag{8}$$

定义复数范围内扰动:

$$\begin{cases}X=x_\mathrm{A}\exp(\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}t)\\ Y=y_\mathrm{A}\exp(\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}t)\end{cases} \tag{9}$$

复数范围内的扰动后气膜压力、气膜厚度和平箔径向变形为:

$$\begin{cases}p=p_0+p_\mathrm{d}\exp(\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}t)\\ h=h_0+h_\mathrm{d}\exp(\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}t)\\ \delta=\delta_0+\delta_\mathrm{d}\exp(\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}t)\end{cases} \tag{10}$$

式中, $p_\mathrm{d},h_\mathrm{d},\delta_\mathrm{d}$ 均为复数, 其模长为振幅值, 辐角为 0 时刻的初始相位角。

定义动态气膜压力 p_d 和动态气膜厚度 h_d 关于扰动的变化率:

$$p_X=\frac{\partial p_\mathrm{d}}{\partial X},p_Y=\frac{\partial p_\mathrm{d}}{\partial Y},h_X=\frac{\partial h_\mathrm{d}}{\partial X},h_Y=\frac{\partial h_\mathrm{d}}{\partial Y} \tag{11}$$

将式 (10) 代入式 (2), 分别关于 X、Y 求导, 得到:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(p_0h_0^3\dfrac{\partial p_X}{\partial\varphi}+p_Xh_0^3\dfrac{\partial p_0}{\partial\varphi}+3p_0h_0^2h_X\dfrac{\partial p_0}{\partial\varphi}\right)+\\ \dfrac{\partial}{\partial z}\left(p_0h_0^3\dfrac{\partial p_X}{\partial z}+p_Xh_0^3\dfrac{\partial p_0}{\partial z}+3p_0h_0^2h_X\dfrac{\partial p_0}{\partial z}\right)=\\ 6\mu\omega\dfrac{\partial}{\partial\varphi}(p_Xh_0+p_0h_X)+12\mu\omega_\mathrm{d}(p_Xh_0+p_0h_X)\mathrm{i}\\ \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial}{\partial\varphi}\left(p_0h_0^3\dfrac{\partial p_Y}{\partial\varphi}+p_Yh_0^3\dfrac{\partial p_0}{\partial\varphi}+3p_0h_0^2h_Y\dfrac{\partial p_0}{\partial\varphi}\right)+\\ \dfrac{\partial}{\partial z}\left(p_0h_0^3\dfrac{\partial p_Y}{\partial z}+p_Yh_0^3\dfrac{\partial p_0}{\partial z}+3p_0h_0^2h_Y\dfrac{\partial p_0}{\partial z}\right)=\\ 6\mu\omega\dfrac{\partial}{\partial\varphi}(p_Yh_0+p_0h_Y)+12\mu\omega_\mathrm{d}(p_Yh_0+p_0h_Y)\mathrm{i}\end{cases} \tag{12}$$

空气箔片轴承的动力学特性采用独立的 4 个轴承刚度系数 K_{xx}、K_{xy}、K_{yx}、K_{yy} 和 4 个轴承阻尼系数 C_{xx}、C_{xy}、C_{yx}、C_{yy} 来表征。在转轴围绕静平衡位置作小幅度变位运动时, 气膜合力可表示为:

$$\begin{bmatrix}F_x\\ F_y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_{x_0}\\ F_{y_0}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}K_{xx}&K_{xy}\\ K_{yx}&K_{yy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}C_{xx}&C_{xy}\\ C_{yx}&C_{yy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\dot{x}\\ \Delta\dot{y}\end{bmatrix} \tag{13}$$

式中, 小扰动量 $\Delta x=x-x_0$, $\Delta y=y-y_0$, $\Delta\dot{x}=\dot{x}$, $\Delta\dot{y}=\dot{y}$。轴承刚度、阻尼系数由以下公式计算得到:

$$\begin{cases}-\int_{-L/2}^{L/2}\int_0^{2\pi}(p_X\sin\Phi)\,\mathrm{d}\Phi\mathrm{d}z=K_{xx}+\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}C_{xx}\\ -\int_{-L/2}^{L/2}\int_0^{2\pi}(p_X\cos\Phi)\,\mathrm{d}\Phi\mathrm{d}z=K_{yx}+\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}C_{yx}\\ -\int_{-L/2}^{L/2}\int_0^{2\pi}(p_Y\sin\Phi)\,\mathrm{d}\Phi\mathrm{d}z=K_{xy}+\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}C_{xy}\\ -\int_{-L/2}^{L/2}\int_0^{2\pi}(p_Y\cos\Phi)\,\mathrm{d}\Phi\mathrm{d}z=K_{yy}+\mathrm{i}\omega_\mathrm{d}C_{yy}\end{cases} \tag{14}$$

1.4　轴承-转子系统的稳定性和不平衡响应计算

Riccati 变换可以显著提高传递矩阵法计算过程的数值稳定性, 因此本文采用该方法研究轴承-转子系统的动力学特性。轴承与转子系统结构如图 3 所示, 根据质量等效、刚度等效和转动惯量等效, 建立轴承-转子系统集总模型。

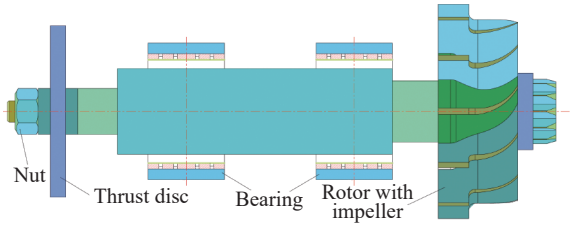


图 3　轴承-转子系统结构示意图

Fig. 3　Structure diagram of bearing-rotor system

如图 4 所示, 轴承-转子系统被转化为 n 个刚性质量圆盘和 n−1 个无质量等截面弹性轴段。将每个圆盘及其右轴段视为一个长度为 l_i 的盘-轴单元组合, 第 n 个组合位于最右端, 其长度 $l_n=0$。取每个圆盘的左截面与第 n 个圆盘的右截面作为 n+1 个研究截面。第 i 个研究截面处的状态矢量为:

$$\boldsymbol{Z}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{f}_\mathrm{f}\\ \boldsymbol{f}_\mathrm{e}\end{bmatrix}_i=\begin{bmatrix}M_x&\Gamma_x&M_y&\Gamma_y&A_x&\Theta_x&A_y&\Theta_y\end{bmatrix}_i^\mathrm{T} \tag{15}$$

式中, $\boldsymbol{f}_\mathrm{e}$ 为复振型, $\boldsymbol{f}_\mathrm{f}$ 是相应内力。M、Γ、A、Θ 分别代表对应平面上的弯矩、剪切力、复振幅和挠角, 下标 x、y 用于区分 xoz、yoz 平面。

在有阻尼的轴承-转子系统中, 固有频率的振型是衰减振动, 阻尼固有频率用复数表示, $S=\lambda+\mathrm{i}\omega_\mathrm{w}$, 其中 ω_w 为振动圆频率值, λ 为衰减指数。圆盘在 xoy 坐标系的运动方程为:

$$\begin{cases}x=|A_x|\mathrm{e}^{\lambda t}\cos(\omega_\mathrm{w}t+\theta_x)\\ y=|A_y|\mathrm{e}^{\lambda t}\cos(\omega_\mathrm{w}t+\theta_y)\end{cases} \tag{16}$$

式中, θ_x、θ_y 分别是 A_x、A_y 的相位角。

若转子上某圆盘有不平衡质量矩, $U=m_\mathrm{d}(e_\xi+\mathrm{i}e_\eta)$, 如图 5 所示。当转子以角速度 ω 转动时, 会产

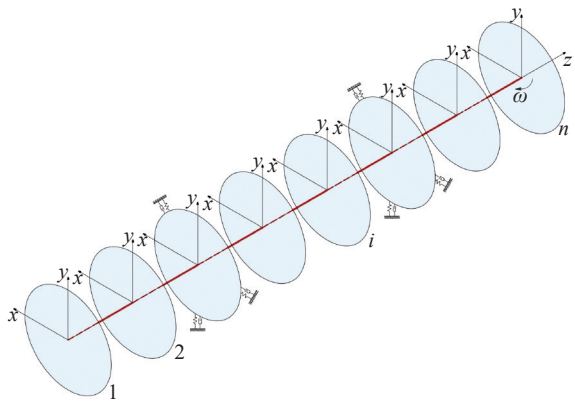


图 4 轴承-转子系统集总模型示意图

Fig. 4 Lumped model diagram of bearing-rotor system

生不平衡离心力,对转子施加与转速相同频率的激励(即 $\omega_w=\omega$),使转子做强迫振动,此时 $\lambda=0$,这种振动叫做不平衡响应。不平衡离心力的大小为:

$$\begin{cases} F_x=\mathrm{Re}\{U\omega^2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\} \\ F_y=\mathrm{Re}\{-\mathrm{i}U\omega^2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\} \end{cases} \tag{17}$$

根据传递矩阵法(式 8~25),相邻两研究截面的状态矢量之间的关系为:

$$\boldsymbol{Z}_{i+1}=\boldsymbol{\Psi}_i\boldsymbol{Z}_i+\left[\begin{array}{c}\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}\\ \hline \boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}\end{array}\right]_i \tag{18}$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}_i}=\omega^2U_i\begin{bmatrix} l & 1 & -\mathrm{i}l & -\mathrm{i}\end{bmatrix}_i^{\mathrm{T}} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}_i}=\omega^2\left(\frac{l^2U}{2EI}\right)_i\begin{bmatrix}\dfrac{l(1-\kappa)}{3} & 1 & -\mathrm{i}\dfrac{l(1-\kappa)}{3} & -\mathrm{i}\end{bmatrix}_i^{\mathrm{T}} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{\Psi}_i=\left[\begin{array}{c|c}\boldsymbol{\psi}_{11} & \boldsymbol{\psi}_{12}\\ \hline \boldsymbol{\psi}_{21} & \boldsymbol{\psi}_{22}\end{array}\right]_i \tag{21}$$

式中,$K_{sab}=K_{ab}+SC_{ab}$(a、b 分别代表 x、y),m 是圆盘质量,l 是轴段长,I 是轴段截面惯性矩,$\kappa=\dfrac{6EI}{k_tGA_rl^2}$ 是剪切影响系数,$G=\dfrac{E}{2(1+\nu)}$ 是材料切变模量,A_r 是截面积,k_t 是截面系数(实心圆轴段 $k_t=0.886$),J_p 是极转动惯量,J_t 是直径转动惯量。

引入 Riccati 变换:

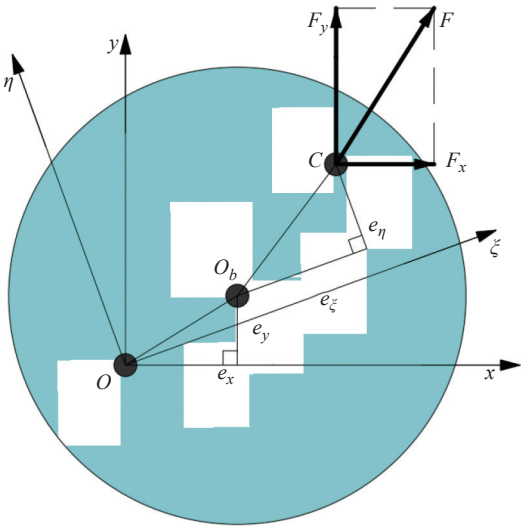


图 5 不平衡离心力

Fig. 5 Unbalanced centrifugal force

$$\boldsymbol{\psi}_{11_i}=\begin{bmatrix}1 & l & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & l\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}_i \tag{22}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{21_i}=\begin{bmatrix}\dfrac{l^2}{2EI} & \dfrac{l^3(1-\kappa)}{6EI} & 0 & 0\\ \dfrac{l}{EI} & \dfrac{l^2}{2EI} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{l^2}{2EI} & \dfrac{l^3(1-\kappa)}{6EI}\\ 0 & 0 & \dfrac{l}{EI} & \dfrac{l^2}{2EI}\end{bmatrix}_i \tag{23}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{12_i}=\begin{bmatrix}-l(mS^2+K_{sxx}) & J_tS^2 & -lK_{sxy} & J_p\omega S\\ -(mS^2+K_{sxx}) & 0 & -K_{sxy} & 0\\ -lK_{syx} & -J_p\omega S & -l(mS^2+K_{syy}) & J_tS^2\\ -K_{syx} & 0 & -(mS^2+K_{syy}) & 0\end{bmatrix}_i \tag{24}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{22_i}=\begin{bmatrix}1-\dfrac{l^3(1-\kappa)(mS^2+K_{sxx})}{6EI} & l+\dfrac{l^2J_tS^2}{2EI} & \dfrac{l^3(1-\kappa)K_{sxy}}{6EI} & \dfrac{l^2J_p\omega S}{2EI}\\ -\dfrac{l^2(mS^2+K_{sxx})}{2EI} & 1+\dfrac{lJ_tS^2}{EI} & -\dfrac{l^2K_{sxy}}{2EI} & \dfrac{lJ_p\omega S}{EI}\\ \dfrac{l^3(1-\kappa)(mS^2+K_{syx})}{6EI} & -\dfrac{l^2J_p\omega S}{2EI} & 1-\dfrac{l^3(1-\kappa)(mS^2+K_{syy})}{6EI} & l+\dfrac{l^2J_tS^2}{2EI}\\ -\dfrac{l^2K_{syx}}{2EI} & -\dfrac{lJ_p\omega S}{EI} & -\dfrac{l^2(mS^2+K_{syy})}{2EI} & 1+\dfrac{lJ_tS^2}{EI}\end{bmatrix}_i \tag{25}$$

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{f}_i}=\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_i}+\boldsymbol{B}_i \tag{26}$$

得到相关递推式:

$$\boldsymbol{A}_{i+1}=[\boldsymbol{\psi}_{11}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{\psi}_{12}]_i[\boldsymbol{\psi}_{21}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{\psi}_{22}]_i^{-1} \tag{27}$$

$$\boldsymbol{B}_{i+1}=[\boldsymbol{\psi}_{11}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{f}}]_i-\boldsymbol{A}_{i+1}[\boldsymbol{\psi}_{21}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}]_i \tag{28}$$

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_i}=[\boldsymbol{\psi}_{21}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{\psi}_{22}]_i^{-1}\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_i+1}-[\boldsymbol{\psi}_{21}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{\psi}_{22}]_i^{-1}[\boldsymbol{\psi}_{21}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}]_i \tag{29}$$

转子左端面边界条件为 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{f}_1}=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_1}\neq\boldsymbol{0}$，于是初值 $\boldsymbol{A}_1=\boldsymbol{0}$，$\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{0}$，进而可计算得到所有 $\boldsymbol{A}_i$，$\boldsymbol{B}_i$ 的表达式，而右端面边界条件：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{f}_n+1}=\boldsymbol{A}_{n+1}\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_n+1}+\boldsymbol{B}_{n+1}=\boldsymbol{0} \tag{30}$$

在稳定性计算时，各不平衡量 U_i 均为 0，则所有 $\boldsymbol{B}_i$ 均为 $\boldsymbol{0}$，式 (30) 有非零解的条件是：

$$\det(\boldsymbol{A}_{n+1})=0 \tag{31}$$

由式 (31) 可求解得到复数阻尼固有频率 $S=\lambda+\mathrm{i}\omega_{\mathrm{w}}$。

在不平衡响应分析时，$\lambda=0$、$\omega_{\mathrm{w}}=\omega$，具有不为 0 的不平衡量 U_i，由式 (30)，可得：

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_n+1}=-\boldsymbol{A}_{n+1}^{-1}\boldsymbol{B}_{n+1} \tag{32}$$

分别逐次将 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_i+1}$ 与相应 $\boldsymbol{A}_i$，$\boldsymbol{B}_i$ 代入式 (29)，可计算得到所有 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}_i}$，再逐次代入式 (26)，可得到任意 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{f}_i}$。将各组 A_{x_i}、A_{y_i} 分别代入式 (16) 可得到各圆盘中心的运动轨迹参数方程。

1.5　模型试验验证

图 6(a) 所示为试验原理简图，图 6(b) 所示为转子模态频率测试装置。在试验中，用力锤在位于转轴水平半径上的测试点上，且沿着 x 方向进行单次敲击，使转子在 x 方向产生振动，用加速度传感器测量 x 方向的振动响应。将加速度传感器电信号经过数据采集器和计算机分析处理，可得到如图 7(a)、7(b)、7(c) 所示量纲为一的振幅测试 (A_{D}) 随时间变化的情况，将该数据进行快速傅里叶变换 (FFT)，可得到如图 7(d) 所示频域图，并将几组测试值曲线叠加得到 Sum 曲线。由图 7(d) 获得各阶模态频率测试值分别为 0、2.98、4.02、7.28、12.22 kHz。图 8 是转子旋转速度为 0 时，转子的各阶模态频率随支承刚度变化的理论计算结果，图 8(a) 横坐标是对数刚度。

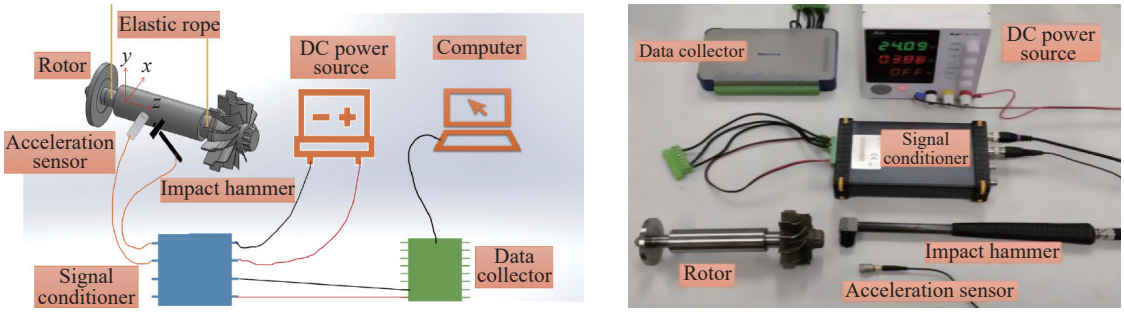
表 1 对比了前 6 阶模态频率的计算值和试验值，相对误差均在 5% 以内，结果相吻合，验证了计算模型的准确性。

2　数值计算研究

2.1　算例参数

表 2 所示为实际的轴承参数。

将图 3 所示轴承-转子系统，转化为如图 9 所示



(a)　　(b)

图 6　试验原理和测试装置

Fig. 6　Test principle and test device

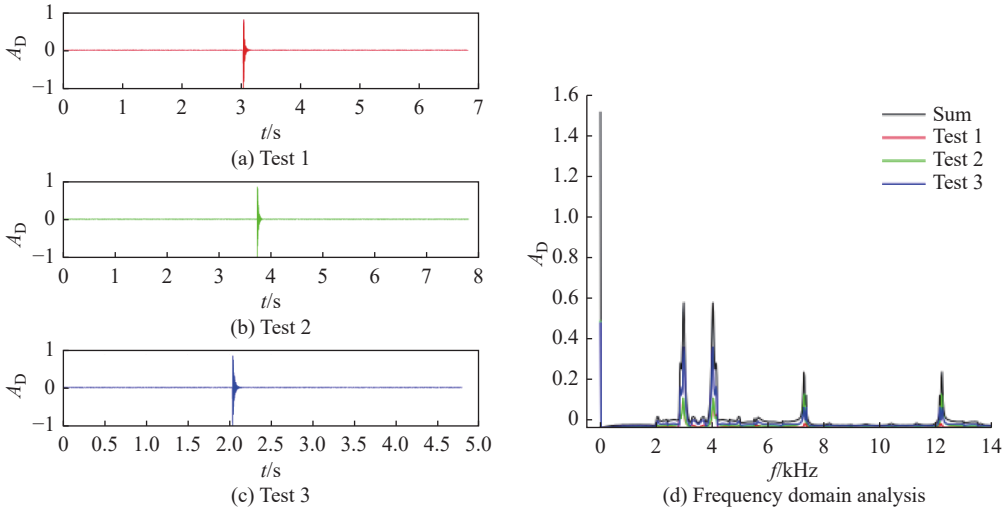


图 7　量纲为一振幅测试结果

Fig. 7　Dimensionless amplitude test results

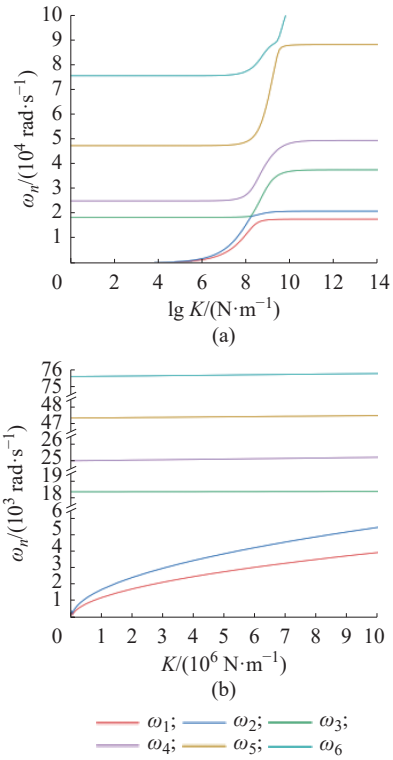


图 8 模态频率随支承刚度的变化

Fig. 8 Variation of modal frequency with support stiffness

的由 26 个圆盘-轴段单元构成的等效模型，左轴承在 12 号圆盘，右轴承在第 18 号圆盘。在参数集总化模型中轴承被简化为具有刚度和阻尼的弹簧-阻尼器。它由转子的自重及两轴承的支承位置计算可得，左侧轴承(远离叶轮)所受的载荷为 3.05 N，右侧轴承(靠近叶轮)所受的载荷为 5.75 N。

表 1 前 6 阶模态频率

Table 1 First 6 modal frequencies

Order	Calculated value/(10^4 rad·s^{-1})	Experimental value/(10^4 rad·s^{-1})	Error/%
1	0	0	0
2	0	0	0
3	1.84	1.87	−1.60
4	2.50	2.53	−1.19
5	4.73	4.57	+3.50
6	7.55	7.68	−1.69

2.2 轴承结构参数对轴承-转子系统临界转速的影响

目前，稳定性计算常用方法是求解转子系统的各阶临界转速，轴承-转子系统设计时要使临界转速避开工作转速范围。图 10 是轴承-转子系统的 Campbell 图，同步激励线与各阶模态频率曲线的交点为各阶临界转速。转子工作转速 60 000 r/min(即 6 283.2 rad/s)，介于第 2 阶临界转速和第 3 阶临界转速之间，第 3、4 及更高阶临界转速远超出该转子的工作转速。

表 2 轴承参数

Table 2 Parameters of bearing

r/m	c/m	h_b/m	θ_b/rad	t_b/m	t_f/m	μ/(Pa·s)	L/m	L_g/m	s/m	l_b/m	E/Pa	T/K	p/Pa
0.014	1.0×10^{-4}	7.0×10^{-4}	0.729 8	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-4}	1.932×10^{-5}	0.025	1.0×10^{-3}	4.18×10^{-3}	1.83×10^{-3}	2.07×10^{11}	298	1.013 25×10^5

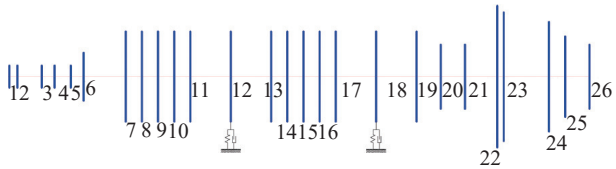


图 9 等效模型

Fig. 9 Equivalent model

图 11~图 14 分别为轴承半径间隙、平箔厚度、波箔厚度、波拱半长等轴承结构参数对前 4 阶临界转速的影响。

从图 11 可以看出，在一定范围内，临界转速随着半径间隙的增大，呈现出先减小后增大的趋势。随着阶数的增加，出现临界转速极值对应的半径间隙将变大。因此，增大半径间隙可以降低第 2 阶临界转速，使其尽量避开工作转速范围。

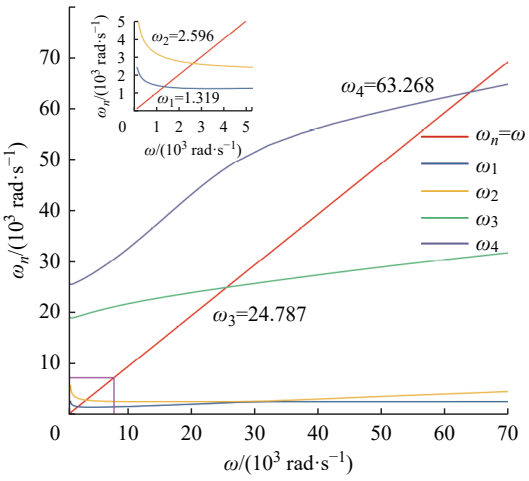


图 10 Campbell 图

Fig. 10 Campbell diagram

从图 12 可以看出, 在一定范围内, 临界转速随着平箔厚度的增大而增大。在 8×10^{-5}~13×10^{-5} m 时, 斜率较大。厚度超过 15×10^{-5} m 时, 箔片柔性较低, 接近刚性轴承, 临界转速增加趋势很平缓。为了降低第 2 阶临界转速, 提高转子系统的稳定性, 平箔厚度不应太大。

从图 13 可以看出, 在一定范围内临界转速随着波箔厚度的增大先减小后增加。下降段的趋势明显, 上升段的增速缓慢。为了降低第 2 阶临界转速, 提高转子系统的稳定性, 波箔厚度不应太小。

从图 14 可以看出, 在一定范围内临界转速随着波拱半长的增大呈现先减小后增大的趋势, 下降段趋势较为平缓, 上升段斜率较大, 增加迅速。随着阶数的增大, 出现各阶临界转速极值时对应的波拱半

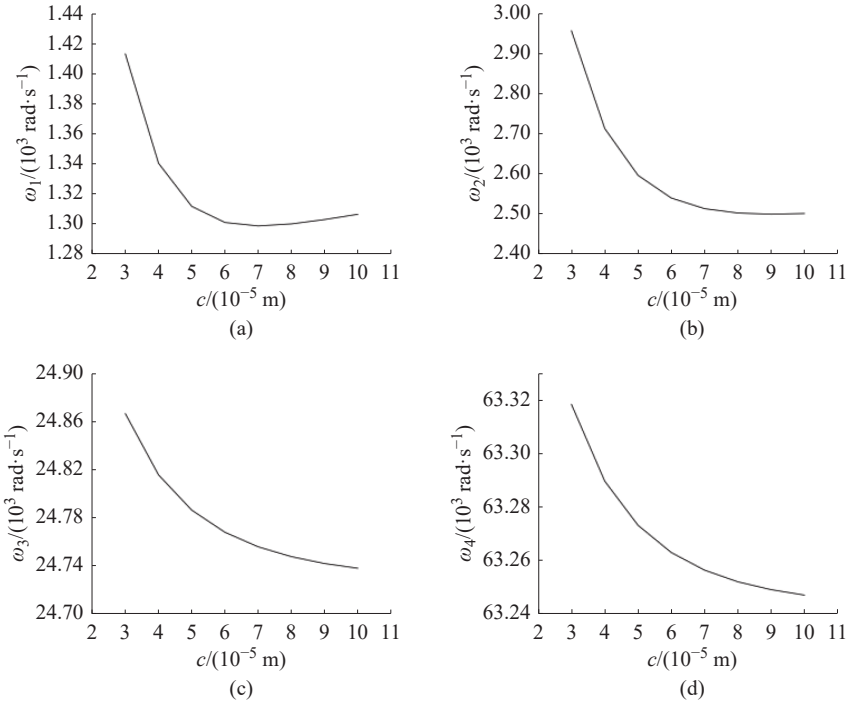


图 11　轴承半径间隙对临界转速的影响

Fig. 11　Influence of bearing radial clearance on the critical speeds

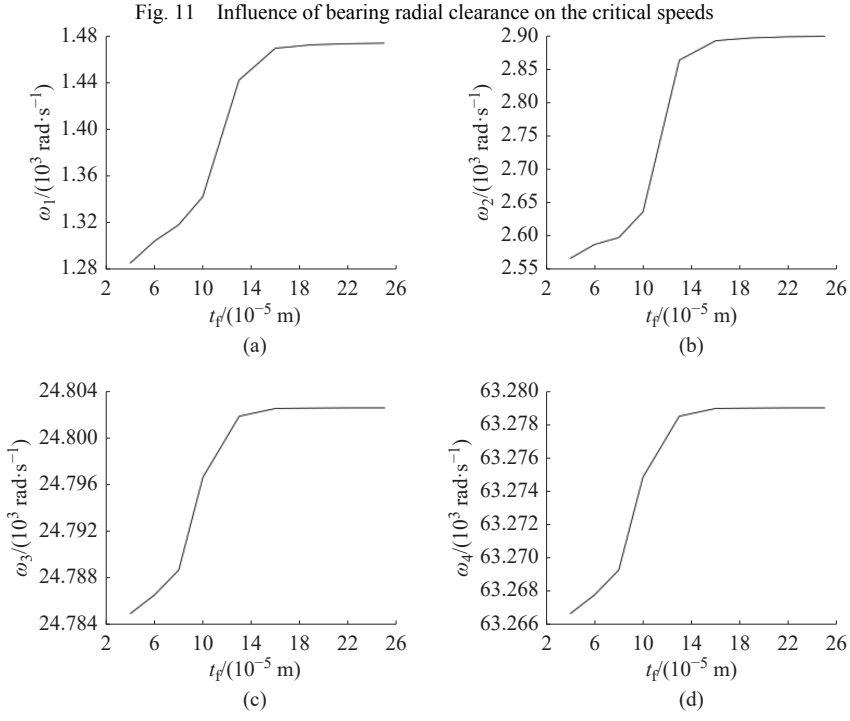


图 12　平箔厚度对临界转速的影响

Fig. 12　Influence of flat foil thickness on the critical speeds

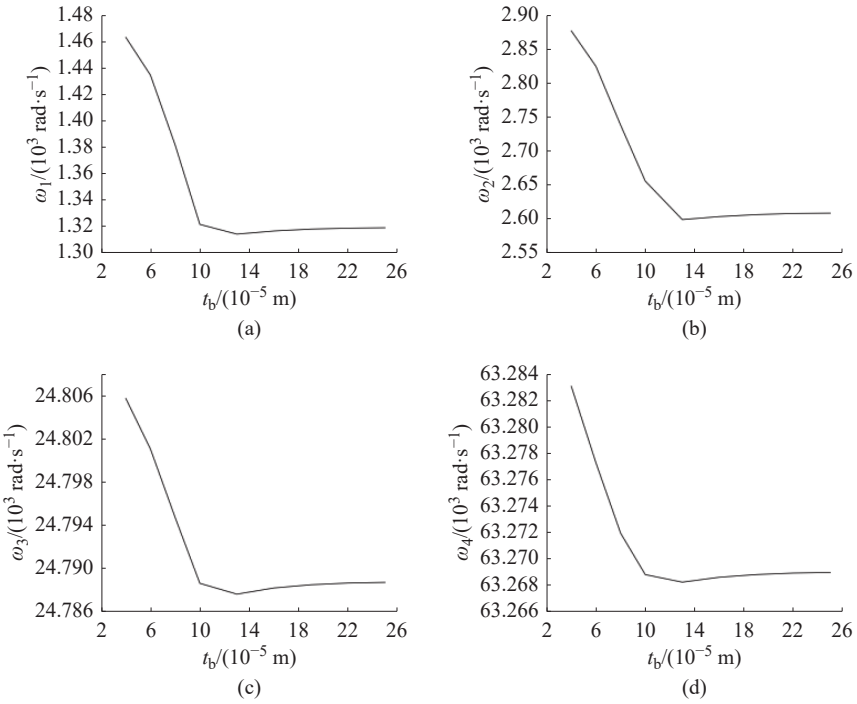


图 13 波箔厚度对临界转速的影响

Fig. 13 Influence of bump foil thickness on the critical speeds

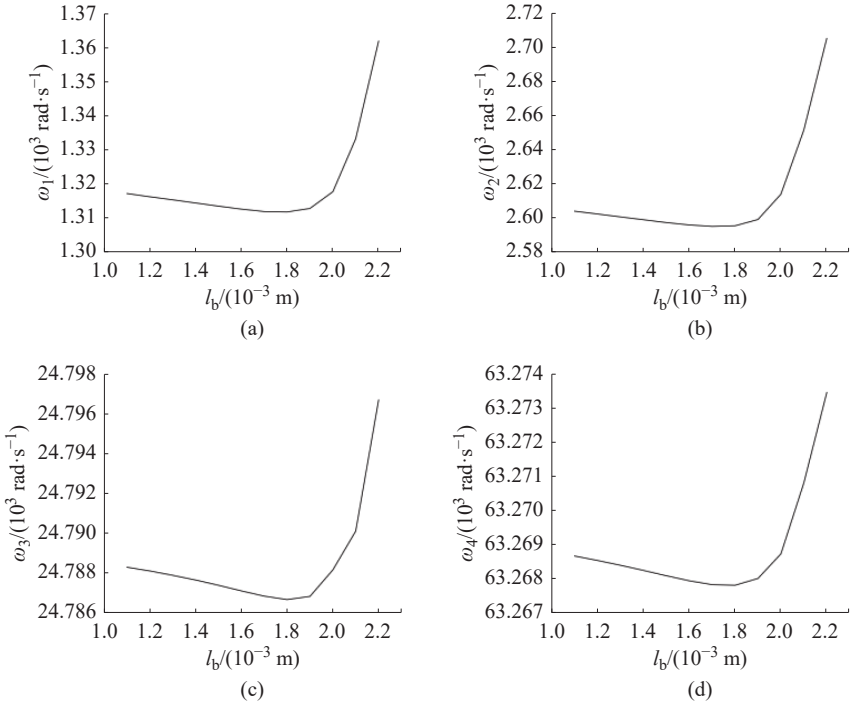


图 14 波拱半长对临界转速的影响

Fig. 14 Influence of bump arch half-length on the critical speeds

长有减小趋势。为了降低第 2 阶临界转速,提高系统稳定性,波拱半长选值不能太大。

2.3 轴承结构参数对轴承-转子系统不平衡响应的影响

如表 3 所示,以 4 种不同方式分别在第 4、5、22、24 号圆盘上设置不平衡质量矩,4 种情况的不平衡质量矩总量不变为 1.0×10^{-6} kg·m。转子的真实不

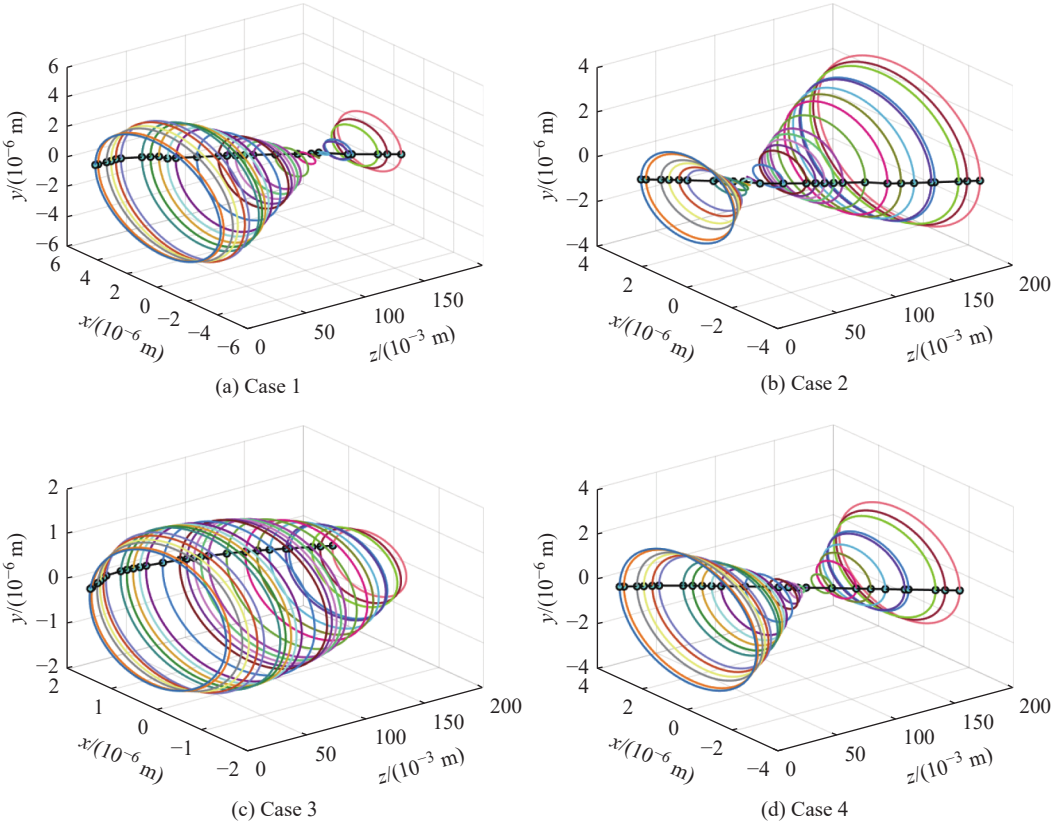
表 3 不平衡质量矩分布

Table 3 Unbalanced mass moment distribution

Case	$U_4/(10^{-7}\ \mathrm{kg\cdot m})$	$U_5/(10^{-7}\ \mathrm{kg\cdot m})$	$U_{22}/(10^{-7}\ \mathrm{kg\cdot m})$	$U_{24}/(10^{-7}\ \mathrm{kg\cdot m})$
1	10	0	0	0
2	0	0	0	10
3	2	3	3	2
4	2	3	−3	−2

平衡质量矩通常是未知的, 本文中选择单一位置、同相位、反相位这几种情况仅作为极端情况, 用来对转子的真实振动情况进行计算预估。

转子转速设置为工作转速 60000 r/min, 图 15 所示为该转速下转子不平衡响应振型。从图中可知, 不平衡质量矩集中分布在单一位置时, 最大振幅较大, 最大振幅发生在带有不平衡质量矩的圆盘处或靠近该圆盘的转子侧端。同相位分布的不平衡质量矩将激发趋近于同相位的振型分布, 各圆盘之间的相位角偏差也都较小。反相位分布的不平衡质量矩将激发“双锥形”的反相位振型, 左右两侧的相位角几乎相差 180°。



(a) Case 1　(b) Case 2

(c) Case 3　(d) Case 4

图 15　转子不平衡响应振型

Fig. 15　Unbalanced response mode of rotor

图 16~图 19 分别为不同轴承结构参数对各转子不平衡响应最大振幅的影响。从图中可知, 在一定范围内: 随着半径间隙增大, 转子不平衡响应最大振幅降低; 随着平箔厚度增大, 转子不平衡响应最大振幅增大, 厚度在 8×10^{-5}~13×10^{-5} m 时增长最快; 随着波箔厚度增大, 转子不平衡响应最大振幅先降低, 后缓慢增长; 随着波拱半长增大, 转子不平衡响应最大振幅先缓慢降低, 后较快增大。

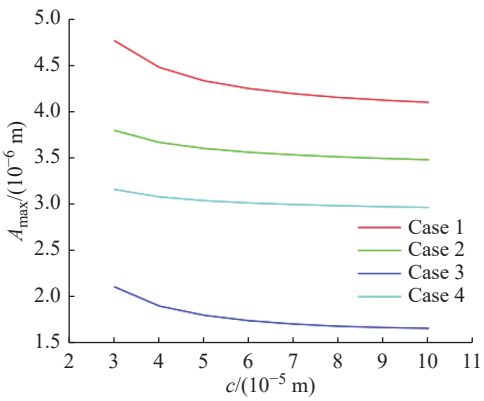


图 16　轴承半径间隙的影响

Fig. 16　Influence of bearing radial clearance

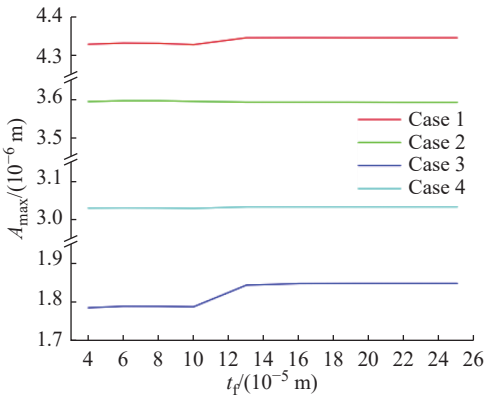


图 17　平箔厚度的影响

Fig. 17　Influence of flat foil thickness

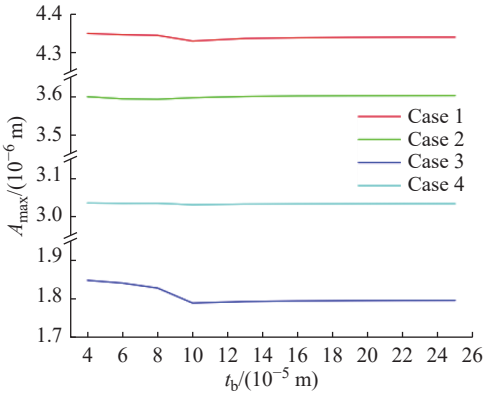


图 18 波箔厚度的影响

Fig. 18 Influence of bump foil thickness

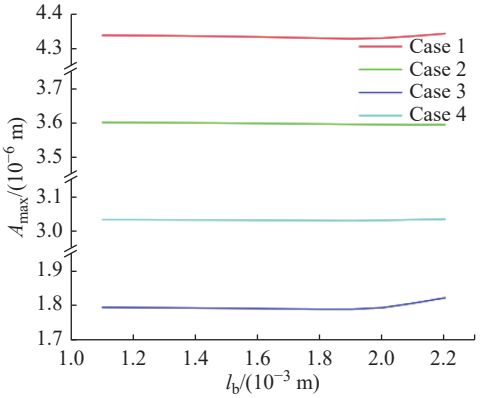


图 19 波拱半长的影响

Fig. 19 Influence of bump arch half-length

3 结 论

(1)本文通过力学分析,建立了一整套针对波箔组合式空气箔片轴承支承的转子系统动力学性能研究的数值计算方法模型。该模型是一个流固耦合模型,综合考虑了气体可压缩性、箔片变形、转子不平衡质量矩等因素,能够对空气轴承-转子系统动力学行为进行较为精确的预测。

(2)结合具体轴承参数算例,数值研究了给定范围内轴承-转子系统临界转速随着半径间隙、平箔厚度、波箔厚度、波拱半长等轴承结构参数的变化规律。研究发现,在一定范围内:临界转速随着半径间隙的增大,先减小后增大;随着平箔厚度的增大而增大;随着波箔厚度的增大,先减小后增加;随着波拱半长的增大,先减小后增大。

(3)结合具体轴承参数算例,数值研究了给定范围内轴承-转子系统不平衡响应随着半径间隙、平箔厚度、波箔厚度、波拱半长等轴承结构参数的变化规律。研究发现,在一定范围内:增大半径间隙和减小平箔厚度,均能够降低不平衡响应最大振幅,提高系统稳定性;波箔厚度、波拱半长对不平衡响应最大振幅的影响都是先减后增,选取合适的波箔厚度和波拱半长,能使不平衡响应振幅趋近极小值,提高系统稳定性。

(4)本文所建立的模型能够数值分析不同的转速、载荷等工作条件下轴承的工作状态,对于工况的合理选取与安全生产具有指导意义;本文所建立的模型能够数值分析给定空气箔片轴承结构参数下的轴承动态性能和转子系统动力学行为,对空气箔片轴承结构参数的设计、优化与创新具有指导作用。

参考文献:

[1] HESHMAT H, HERMEL P. Compliant foil bearings technology and their application to high speed turbomachinery[J]. Tribology, 1993, 25: 559-575.

[2] LEE Y B, PARK D J, KIM T H, *et al*. Development and performance measurement of oil-free turbocharger supported on gas foil bearings[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2012, 134(3): 032506.

[3] 王建文, 邓耀奇, 袁延昂. 气体动压径向轴承气膜压力分布数值模拟 [J]. 华东理工大学学报 (自然科学版), 2014, 40(2): 256-261.

[4] ZHOU R N, GU Y P, REN G X, *et al*. Alternative linear dynamic analysis method for gas foil bearing rotor systems using bearing S-domain impedance[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 205: 110844.

[5] FENG G S, LIU B, LI L Y, *et al*. Calculation of dynamic coefficients of air foil journal bearings using time-domain identification[J]. Lubricants, 2023, 11(7): 294.

[6] YANG S P, FANG X Q, ZHU C S. Nonlinear dynamic analysis of worn gas foil bearings[J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2023, 51(6): 3564-3582.

[7] 许浩杰, 高磊, 陆俊杰, 等. 考虑波箔变形的波箔型气体箔片轴承润滑性能的数值研究 [J]. 华东理工大学学报 (自然科学版), 2020, 46(2): 293-300.

[8] XU H J, SHAO C P, YANG B X, *et al*. Numerical investigation on the rotordynamics of a high-speed air compressor supported by gas foil bearings[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2024, 238(12): 5580-5596.

[9] 李民, 崔玉坤, 王清洁, 等. 25 kW 氢燃料电池系统用空压机转子运行稳定性分析 [J]. 河南科技大学学报 (自然科学版), 2024, 45(6): 1-8.

[10] 张晨, 许亮, 孙丹, 等. 基于流体域仿真的高速风机气浮箔片轴承动静特性研究 [J]. 润滑与密封, 2024, 49(2): 19-25.

[11] BONELLO P, HASSAN M F B. An experimental and theoretical analysis of a foil-air bearing rotor system[J]. Journ-

al of Sound and Vibration, 2018, 413: 395-420.

[12] HOFFMANN R, LIEBICH R. Characterisation and calculation of nonlinear vibrations in gas foil bearing systems: An experimental and numerical investigation[J] Journal of Sound and Vibration, 2018, 412: 389-409.

[13] KHAMARI D S, BEHERA S K. Numerical and experimental studies on feasibility of a cryogenic turboexpander rotor supported on gas foil bearings[J]. Sādhanā, 2023, 48(4): 224.

[14] ZHANG H, CHENG M M, FENG K. Effect of equilibrium position offset on rotordynamics of a rigid rotor supported by hybrid foil magnetic bearings: Numerical and experimental investigations[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 205: 110848.

[15] ZHANG H, CHENG M M, ZHOU X, *et al*. Investigations on the nonlinear dynamic characteristics of a rotor supported by hybrid foil magnetic bearings[J]. Nonlinear Dynamics, 2023, 111: 14879-14899.

[16] SHAO C P, XU H J, LI S M, *et al*. Development and performance research of a new-type air foil bearing with combined bump foils[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology. 2024, 238(5): 600-614.

[17] 邵聪鹏, 许浩杰, 李双敏, 等. 考虑平箔综合弹性变形的空气箔片轴承性能 [J]. 华东理工大学学报 (自然科学版), 2025, 51(1): 119-128.

Influence of Structural Parameters of Combined Bump Foil Radial Air Bearings on Rotor Dynamic Performance

SHAO Congpeng, LI Shuangmin, WU Yang, AN Qi

(School of Mechanical and Power Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: Taking the rotor system supported by the combined bump foil air bearings proposed previously by the authors as the research object, this paper carries out an investigation on its dynamic performance. A fluid–structure interaction model for the combined bump foil air bearings is established by simultaneously solving the Reynolds equation and the deformation equation of the foil structure. The perturbation method is adopted to solve the dynamic Reynolds equation and compute the dynamic performance coefficients of the foil bearings. A lumped-parameter model for the bearing–rotor system is established, and the Riccati transfer matrix method is applied to analyze its dynamic characteristics. The accuracy of the model is verified by comparing the first six modal frequencies obtained from hammer impact tests with those from model calculations. On this basis, numerical calculations are performed to explore the effects of bearing structural parameters—such as radial clearance, top foil thickness, bump foil thickness, and half-length of bump arches—on rotor-dynamic performance, including critical speed and unbalance response. Within a certain range, increasing radial clearance and decreasing top foil thickness helps improve system stability. By contrast, reasonable selection of bump foil thickness and half-length of bump arches can reduce the amplitude of unbalance response and further promote system stability. This study can offer theoretical guidance for the structural design of combined bump foil air bearings and matching rotors.

Key words: combined bump foil air bearing; bearing structural parameter; rotor dynamics; numerical computation; unbalance response

（责任编辑：王晓丽）