含轻微点蚀齿轮系统混沌的智能优化控制策略

卫晓娟[1]， 翟英栋[1]， 李小齐[1]， 李宁洲[1]， 姬毓君[2]， 丁旺才[3]
（1. 上海应用技术大学 轨道交通学院，上海 201418；2. 中国铁路西安局集团有限公司西安动车段，西安 710018；
3. 兰州交通大学 机电工程学院，兰州 730070）

摘 要：针对含轻微点蚀情况下 HXD_2 机车牵引齿轮传动系统的混沌运动，提出了一种智能优化控制策略。首先，建立了轻微点蚀情况下定轴直齿圆柱齿轮副的三自由度非线性动力学模型；其次，通过数值计算参数啮合频率变化时系统的动力学响应，得到了分岔图、相图、Lyapunov 指数图及 Poincaré 映射图，分析获取了混沌运动的参数分析判据，并据此构建了加权控制性能指标函数；再次，基于径向基函数神经网络（radial basis function neural network，RBFNN）设计了控制器，并采用黏菌优化算法（slime mould algorithm，SMA）搜索选择控制器最优参数；最后，分析探讨了控制性能指标函数组成项及其权重对混沌控制效果的影响。仿真结果表明：所提出的混沌运动的智能优化控制策略是可行的、有效的，在利用参数优选后的控制器输出适宜的微扰量微幅调整系统可控参数的过程中，系统可快速搜寻到并稳定在预期周期轨道。

关键词：牵引齿轮系统；非线性动力学；混沌控制；径向基函数神经网络；黏菌优化算法
DOI：10.15938/j.jhust.2026.04.003
中图分类号：O322；TH113.1；TP183 **文献标志码**：A **文章编号**：1007-2683(2026)04-0018-10

Intelligent Optimization Control Strategy for Chaos in Gear Systems with Slight Pitting Corrosion

WEI Xiaojuan[1], ZHAI Yingdong[1], LI Xiaoqi[1], LI Ningzhou[1], JI Yujun[2], DING Wangcai[3]
(1. School of Railway Transportation, Shanghai Institute of Technology, Shanghai 201418, China;
2. Xi'an Multiple Unit Depot, China Railway Xi'an Bureau Group Co., Ltd., Xi'an 710018, China;
3. School of Mechanical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: An intelligent optimal control strategy was proposed for the chaotic motion of the traction gear transmission system of HXD_2 locomotives under the condition of slight pitting corrosion. Firstly, a three degrees of freedom nonlinear dynamic model of the fixed-axis straight-toothed cylindrical gear pair in the case of slight pitting corrosion was established. Secondly, the dynamic response of the system when the parameter meshing frequency changes was numerically calculated, and bifurcation diagrams, phase diagrams, Lyapunov exponential diagrams, and Poincaré mapping diagrams were obtained, so as to analyze and obtain the parameter analysis criterion of chaotic motion, and the weighted control performance index function was constructed accordingly. Then, the controller was designed based on the Radial Basis Function Neural Network (RBFNN), and the Slime Mould Algorithm (SMA) was used to search and select the optimal parameters of the controller. Finally, the influence of the components of the control performance index function and their weights on the effect of chaotic control was analyzed and discussed. The simulation experimental results show that the proposed intelligent optimal control strategy for chaotic motion is feasible and effective: the system can quickly search and stabilize in the expected periodic orbit during the process of micro-amplitude adjustment of the controllable parameters of the system by using the controller with the optimal parameter outputs of suitable disturbance quantities.

Keywords: traction gear system; nonlinear dynamics; chaos control; radial basis function neural network; slime mould algorithm

收稿日期：2024-10-11
基金项目：国家自然科学基金（51665027）；甘肃省自然科学基金（20JR5RA406）；甘肃省青年科技基金计划（21JR7RA328）.
作者简介：翟英栋（1999—），男，硕士研究生；
李小齐（1999—），男，硕士研究生.
通信作者：卫晓娟（1973—），女，博士，副教授，E-mail：532201669@qq.com.

0　引　言

牵引齿轮系统作为机车的重要传力部件,其服役过程中的动力学性能对于确保列车安全平稳运行至关重要。若出现混沌运动,齿轮啮合中的碰撞程度会趋于激烈,导致齿轮传动稳定性变差[1-7],出现潜在故障的风险增大。深刻揭示混沌运动机理并有效抑制混沌,是减小齿轮啮合碰撞伤害的有效措施[8-10]。因此,齿轮系统非线性振动行为分析及控制引起了研究者们的关注。

WANG 等[11]建立了机车三自由度正齿轮传动系统,把轮轨黏附扭矩作为不确定的有界参数,分析了系统的多周期响应、分岔及混沌。魏静等[12]建立了高速机车齿轮系统多自由度动力学模型,分析了不同参数对系统的影响。XIA 等[13]以机车牵引齿轮为研究对象,通过石川法求解时变啮合刚度,并分析了不同分岔参数下系统的动力学响应。莫帅等[14]建立机车高速重载人字齿轮传动系统非线性动力学方程,改变参数探究不同因素对系统动态响应的影响。马进宝[15]建立了考虑摩擦和温度的点蚀故障齿轮传动系统动力学模型,探讨了齿面点蚀故障对齿轮副时变啮合刚度、齿面摩擦系数等动力学参数的影响。为消除系统中的混沌现象,相继提出了许多控制方法[16-20]。ARIAN 等[21]针对带惰轮的齿轮传动系统,采用滑模和自适应滑模控制策略,实现了系统的混沌控制。林何等[22]以考虑轴承支撑的齿轮传动系统为研究对象,基于 OGY 混沌控制改进策略对高维非双曲齿轮系统实施了多周期混沌控制。MASOMI 等[23]提出了改进的模糊控制方法,使用扩展的灰狼优化器来控制齿轮传动系统的混沌行为。姚齐国等[24]采用负反馈方法和外加周期信号方法对混沌进行控制仿真。李宁洲等[25]提出了基于 GWO-RBFNN 的双参协同智能优化控制方法实现了混沌的控制。

虽然针对机车齿轮系统动力学与控制问题的研究已有一定进展,然而有关机车牵引齿轮系统混沌运动控制的相应研究仍较少,还未形成统一的理论框架,仍有待进一步探索和研究。目前,将神经网络引入考虑轻微点蚀情况下牵引齿轮系统混沌控制的相应研究则更少。为丰富齿轮系统混沌控制理论与方法研究,本文以减轻齿轮不良振动为目的,在团队前期研究基础上,建立了含轻微点蚀情况的三自由度牵引齿轮系统模型,研究点蚀对摩擦的影响,并分析了轻微点蚀情况下系统运动随啮合频率 ω 变化的演化规律,构建了加权控制性能指标函数。基于 RBFNN 设计控制器,并采用 SMA 算法自动搜索选择出控制器的相对最优参数,避免了人工试凑控制器参数时的主观性和盲目性。通过对系统可控参数 ω 进行微幅调整,将混沌运动控制成周期运动。仿真研究中,进一步分析探讨了控制性能指标函数各组成项的权重参数对混沌控制效果的影响。

1　含点蚀齿轮系统动力学模型及状态方程

为探究轻微点蚀情况下牵引齿轮系统混沌运动机理,以 HXD_2 机车牵引直齿圆柱齿轮传动系统为研究对象,齿轮传动系统基本参数如表 1 所示,建立如图 1 所示的含轻微点蚀情况的齿轮系统动力学模型。图中,齿轮 1、2 分别为主、从动齿轮;$T_i(i=1,2)$为作用在主、从动齿轮上的转矩;y_i、θ_i、m_i、I_i、R_i、l_i、c_{bi}、k_{bi}、f_{bi}、$F_{bi}(i=1,2)$分别为主从动齿轮在竖直方向上的位移、扭转角位移、质量、惯性矩、基圆半径、齿轮中心到啮合线的标称距离及主从动轴上轴承支撑的阻尼、平均刚度、轴承间隙函数和对齿轮的支撑力;c_g、b_g、$e(t)$、$k_g(t)$、L、$f_{ui}(t)$分别为啮合阻尼、轮齿间隙、静态传递误差、时变啮合刚度、齿宽及时变摩擦系数。在所构建的模型中,相关参数的具体取值如下:主动齿轮与从动齿轮的基圆半径分别为 $R_1=0.086\,45$ m,$R_2=0.451\,05$ m;主动齿轮和从动齿轮的支撑刚度均为 4.198×10^9 N·m^{-1};电机输出的额定转矩为 $T_1=8\,124$ N·m^{-1};负载上的载荷力矩 $T_2=R_2/R_1T_1$;齿侧间隙设定为 3.5×10^{-4} m。

表 1　HXD_2 牵引齿轮几何参数

Tab. 1　Geometrical parameters of HXD_2 traction gears

齿轮	模数 m/mm	齿数 z	齿宽 L/mm	压力角 α/(°)	基圆半径/mm	齿顶圆直径/mm	齿根圆直径/mm
主动齿轮 1	8	23	140	20	86.45	200	164
从动齿轮 2	8	120	140	20	451.05	976	940

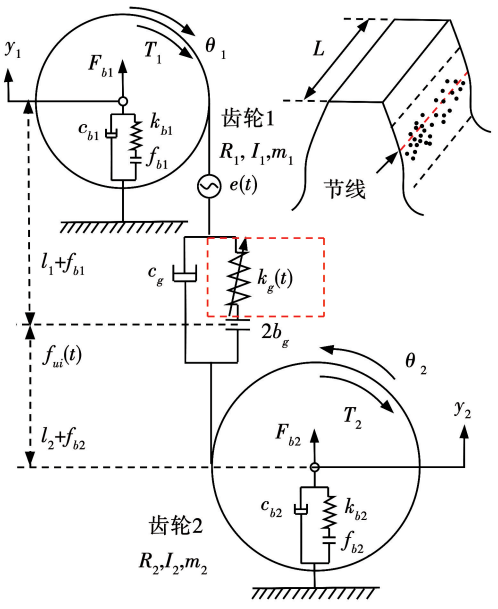


图 1 考虑轻微点蚀情况的三自由度齿轮系统动力学模型

Fig. 1 A dynamic model of a three-degree-of-freedom gear system considering slight pitting

将上述参数代入模型,并实施无量纲化处理,得出系统量纲归一化状态方程,如下:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2\\
\dot{x}_2 &= \gamma(F'_{b1} - F'_{1f}(\tau)) - 2\sqrt{\gamma}\xi_{11}x_2 - 2\xi_{13}x_6 - k_{11}f_{b1}(x_1) - k_{13}(\tau)f_g(x_5)\\
\dot{x}_3 &= x_4\\
\dot{x}_4 &= \gamma(F'_{b2} + F'_{2f}(\tau)) - 2\sqrt{\gamma}\xi_{22}x_4 + 2\xi_{23}x_6 - k_{22}f_{b2}(x_3) + k_{23}(\tau)f_g(x_5)\\
\dot{x}_5 &= x_6\\
\dot{x}_6 &= \gamma(F'_m - F'_f(\tau)) + \gamma F'_a\omega^2\cos(\omega\tau) + \dot{x}_2 - \dot{x}_4 - 2\sqrt{\gamma}\xi_{33}x_6 - k_{33}(\tau)f_g(x_5)
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

式中:x_1、x_3、x_5 和 x_2、x_4、x_6 分别为主、从动齿轮与齿轮传动相对扭转的无量纲位移和速度,$x_1 = y_1/b$、$x_3 = y_2/b$、$x_5 = y_g/b$,b 为标称尺寸,$y_g = \theta_1 R_1 - \theta_2 R_2 + y_1 - y_2 - e(t)$ 为齿轮啮合线上的动态传递误差;k 为无量纲啮合刚度幅值;γ 为点蚀程度表征系数,且 $\gamma = k'_{\mathrm{gav}}/k_{\mathrm{gav}}$($k_{\mathrm{gav}}$、$k'_{\mathrm{gav}}$分别为进入啮合出现点蚀时和无点蚀时的平均啮合刚度);$\tau = \omega_n t$ 为无量纲时间,$\omega_n = \sqrt{k_{\mathrm{gav}}/m_g}$为系统固有频率;$m_g$ 为齿轮副的等效质量;ω 为无量纲啮合频率,且 $\omega = \omega'/\omega_n$,$\omega'$为啮合频率;$F'_{b1}$、$F'_{b2}$、$F'_m$、$F'_a$ 分别为主、从动齿轮无量纲轴承支撑力、切向平均作用力及齿轮综合误差幅值;$F'_{if}(\tau)$、$F'_f(t)$ 为无量纲时变摩擦力及等效摩擦激励;状态方程变量顶部的圆点代表对时间求一阶导数。

式中其他无量纲参数:$\bar{b}_g = b_g/b$、$\bar{b}_i = b_i/b(i=1,2)$;$\xi_{11} = c_{b1}/(2m_1\omega n)$、$\xi_{22} = c_{b2}/(2m_2\omega_n)$、$\xi_{33} = c_g/(2m_g\omega_n)$、$\xi_{13} = c_g/(2m_1\omega_n)$、$\xi_{23} = c_g/(2m_2\omega_n)$;$\bar{k}_g(t) = k_g(t)/b$、$k_{13} = \bar{k}_g(t)/(m_1\omega_n^2)$、$k_{23} = \bar{k}_g(t)/(m_2\omega_n^2)$、$k_{11} = \omega_1^2/\omega_n^2$、$k_{22} = \omega_2^2/\omega_n^2$、$k_{33} = k_g(t)/k_{\mathrm{gav}} = 1 - k\cos(\omega\tau)$;$f_g(x_5)$、$f_{bi}(x_i)$为间隙非线性函数:

$$f_g(x_5) = \begin{cases} x_5 - \bar{b}_g, & x_5 > \bar{b}_g\\ 0, & |x_5| \leqslant \bar{b}_g\\ x_5 + \bar{b}_g, & x_5 < -\bar{b}_g \end{cases} \quad (2)$$

$$f_{bi}(x_i) = \begin{cases} x_i - B_i, & x_i > B_i\\ 0, & |x_i| \leqslant B_i \quad (i=1,3)\\ x_i + B_i, & x_i < -B_i \end{cases} \quad (3)$$

式中 B_i 为无量纲轴承游隙。

2 齿轮系统动力学特性分析

2.1 点蚀对摩擦的影响

本文所研究的 HXD_2 机车牵引齿轮属于高速齿轮系统,其最小油膜厚度比为

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{L_X}{2D(t)}}\frac{H_c(t)\rho_r(t)\times 10^3}{R_{\mathrm{comp}}} \quad (4)$$

当 $\psi \in (1,4)$ 与 $\psi \in [4,10)$ 时,齿轮系统分别处于混合润滑状态及弹流润滑状态,在齿轮的啮合过程中,任意接触点的动态齿面摩擦系数 $f_{ui}(t)$ 可通过式(5)来估算,式中 $R_{\mathrm{avs}}(s=1,2,3,4)$ 为 4 种不同点蚀状态下齿轮副啮合面平均表面粗糙度,式(4)~(5)具体取值和其他参数含义及计算见文[10]。

$$f_{ui}(t) = \begin{cases} \dfrac{0.012\,7\times 1.13}{1.13 - R_{\mathrm{avs}}}\lg\left[\dfrac{29\,700F_n}{qV_{si}(t)V_{ei}^2(t)}\right]\mathrm{sgn}(V_{si}(t)), & \psi \in (1,4)\\ \mathrm{e}^{f(SR_i(t),P_{hi}(t),q,R_{\mathrm{avs}})}P_{hi}^{b_2}(t)|SR_i(t)|^{b_3}(V_{ei}(t))b_6q^{b_7}\rho_r^{b_8}(t)\mathrm{sgn}(V_{si}(t)), & \psi \in [4,10) \end{cases} \quad (5)$$

图 2 为 $f_{ui}(t)$ 随 ω 变化时,不同点蚀程度下的齿面摩擦系数图。由图可知,随着 ω 增加,$f_{ui}(t)$ 在 $\omega = 0.927$ 处产生突变,在突变点前,系统处于混合润滑状态,突变点后过渡到弹流润滑状态。此外,随着点蚀程度增加,$f_{ui}(t)$ 也相应上升,可见点蚀对 $f_{ui}(t)$ 的影响显著。

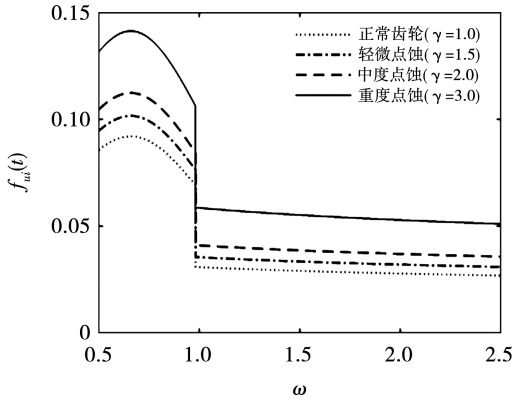


图 2　不同点蚀程度下齿面摩擦系数

Fig. 2　Friction coefficient of the tooth surface at different pitting levels

2.2　齿轮系统混沌运动机理分析

为探究图 1 所示系统混沌运动形成机理,取 Poincaré 截面:$\sum = \{(x_1, \dot{x}_1, x_3, \dot{x}_3, x_5, \dot{x}_5, \theta) \in \boldsymbol{R}^6 \times S, \theta = nT\}$,激励周期 $T = 2\pi/\omega$。选取参数 $F_m' = 0.1$、$F_a' = 0.05$、$\bar{b}_g = 1.0$、$\xi_{11} = 0.016$、$\xi_{22} = 0.016$、$\xi_{13} = 0.096$、$\xi_{23} = 0.042$、$k_{11} = 0.635$、$k_{22} = 0.864$、$F_{b1}' = 1.106$、$F_{b2}' = 0.478$、$\xi_{33} = 0.1$、$\gamma = 1.5$(即模拟轻微点蚀情况),考虑到摩擦与时变刚度的耦合作用,实际中啮合刚度为:$k_{33}(\tau) = k_0 + k_1\cos(\omega\tau) + k_2\sin(\omega\tau)$,其中:$k_0 = 2 + 0.03f_{ui}(\tau)$、$k_1 = -0.3275 - 0.21f_{ui}(\tau)$、$k_2 = 0.4032 + 0.1f_{ui}(\tau)$。初始条件为 $x_i = 0 (i = 1,2,3,4,5,6)$,通过数值模拟,分析啮合频率 ω 变化时,系统混沌运动的形成机理。

考虑到在高频阶段,轮齿接触将更加频繁,会引起齿轮的振动、噪声和动载荷的增加,从而加速齿轮的磨损、疲劳和损伤,降低齿轮的寿命和可靠性,同时也会增加齿轮的啮合冲击,增加列车故障隐患。因此,本文探究分析了 $\omega \in [3.5, 4.5]$ 时系统周期运动向混沌运动的转迁路径。图 3 ~ 4 分别为系统运动随参数 ω 变化的分岔图及最大 Lyapunov 指数(top Lyapunov exponents,TLE)图。

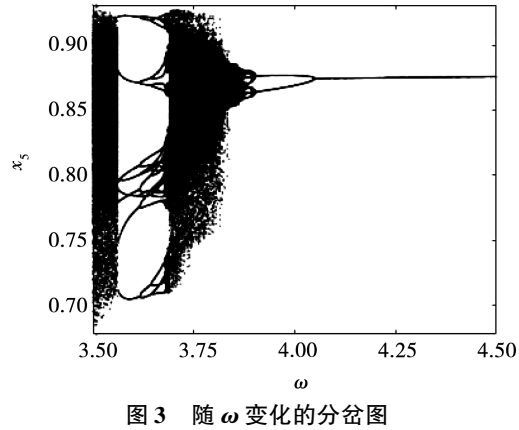


图 3　随 ω 变化的分岔图

Fig. 3　Bifurcation diagram with varying ω

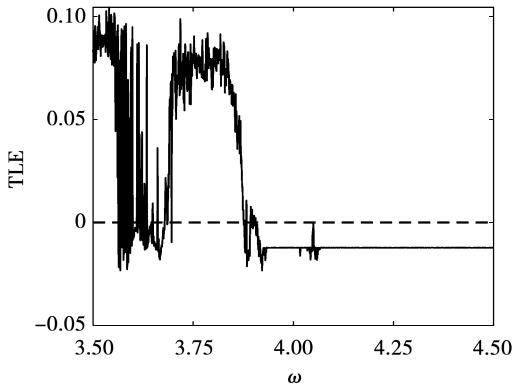
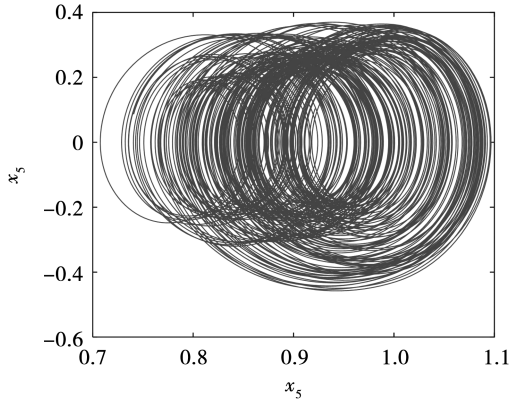


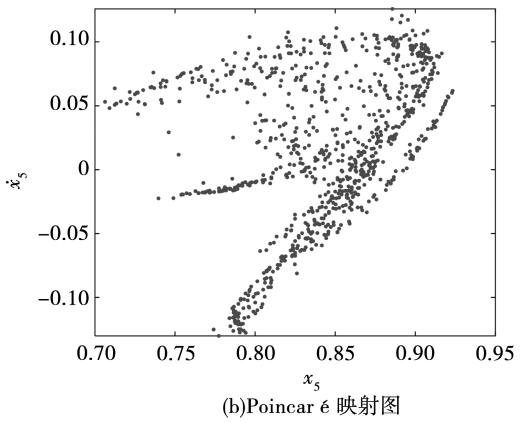
图 4　随 ω 变化的 TLE

Fig. 4　TLE diagram with varying ω

由图 3 ~ 4 可见,在 $\omega \in [3.5, 3.567]$ 及 $\omega \in [3.689, 3.873]$ 范围内,系统处于混沌运动状态,此时 TLE 大于 0,期间还存在周期窗口。在 $\omega = 3.567$ 处系统经鞍结分岔进入周期 8 运动,然后在 $\omega = 3.614$ 处经倍化分岔进入周期 16 运动,在突变点处 TLE 近似等于 0。在 $\omega = 3.689$ 处系统经鞍结分岔进入混沌运动,此后 TLE 大于 0。之后,在 $\omega = 3.873$、3.882 处系统分别经鞍结分岔、逆倍化分岔依次进入周期 16、周期 8 运动,在 $\omega = 3.892$ 处经 Hopf 分岔进入短暂的概周期运动,随后进入周期 2 运动,最后在 $\omega = 3.689$ 处经逆倍化分岔进入稳定的周期 1 运动(此时齿轮副的相对扭转振动位移表现为 1 条分岔曲线,且 TLE 小于 0,在分岔点处 TLE 近似等于 0,综合判断可知系统处于稳定的周期 1 运动)。结合图 3 ~ 4 可综合判定,随着 ω 减小,系统会发生倍周期分岔等分岔形式,并最终演化为混沌运动,且期间还存在周期窗口。当 $\omega = 3.531$ 时,如图 5 所示,相图为无限次折叠的曲线,不重复且杂乱无章,Poincaré 映射图为无规律散落点集,可见在此参数下,齿轮系统处于混沌状态。



(a) 相图



(b)Poincaré 映射图

图 5 $\omega = 3.531$ 时系统动态响应

Fig. 5 System dynamic response at $\omega = 3.531$

3 混沌运动的智能优化控制

3.1 控制性能指标函数

根据混沌运动控制目标(将混沌运动控制为规则的周期运动,且齿轮副相对扭转振动较小),本文所提出的含轻微点蚀齿轮系统混沌运动的智能优化控制策略如下:对能够反映系统运动性态演化趋势的 Poincaré 截面图的特征(周期运动向混沌运动转迁过程中,Poincaré 截面图逐渐由有限个点变化为密集分布的无数多个点)进行量化表征,以构建控制性能指标函数;依据非线性系统反馈控制原理,基于 RBF 神经网络设计控制器,并采用 SMA 算法对控制器参数迭代寻优,既求解出最优或相对最优控制器参数解,也实现控制品质的量化评价(不同控制性能指标函数值对应不同控制效果)。

基于上述控制策略,构建如式(6)所示的控制性能指标函数。

$$f_{\mathrm{Fit}} = \alpha_1 \sum_{jj=1}^{k} | d^* - \| X(k) - X(k-1) \| | \ln\left(\frac{1}{\eta}\right) + \alpha_2 \sum_{jj=1}^{k} | u(k) | + \alpha_3 \frac{x_5 x_6}{x_5^2 + x_6^2 + 1} \tag{6}$$

式中:$\alpha_i (i = 1,2,3)$为相对权重;$\| X(k) - X(k-1) \|$为 Poincaré 截面上相邻两次迭代投影点间的距离,反映了 Poincaré 截面图的点集分布变化趋势;d^* 为 Poincaré 截面上相邻两点距离的期望值;η 为区间[0,1]上的随机数;$u(k)$为控制器输出,表征控制能量损耗情况;$\frac{x_5 x_6}{x_5^2 + x_6^2 + 1}$为齿轮副相对扭转振动程度的表征系数。

3.2 基于 RBF 神经网络的控制器设计

依据 3.1 节的控制策略,本文设计的控制器结构如图 6 所示。图中,控制器输入为 Poincaré 截面上相邻两次投影点间的距离(即 $d(k)$ 和 $d(k-1)$,且 $d(k) = \| X(k) - X(k-1) \|$、$d(k-1) = \| X(k-1) - X(k-2) \|$),控制器输出为系统可控参数 ω 的微幅扰动量(即 $u(k) = \Delta\omega$)。为保持控制有效性,设定 $u_{\max}$为最大扰动量,则 $-u_{\max} < u < u_{\max}$;$\phi_s(D - C_s)$为高斯径向基函数;C_s 为隐节点的中心;σ_{Ns}为径向基函数的宽度;w_s 为连接隐层和输出层的权重。

初步选取隐节点个数为 5,则有

$$u(k) = \sum_{s=1}^{5} w_s \phi_s(D - C_s) = \sum_{s=1}^{5} w_s \exp\left(-\frac{\| D - C_s \|^2}{2\sigma_{Ns}^2} \right) = \Delta\omega \tag{7}$$

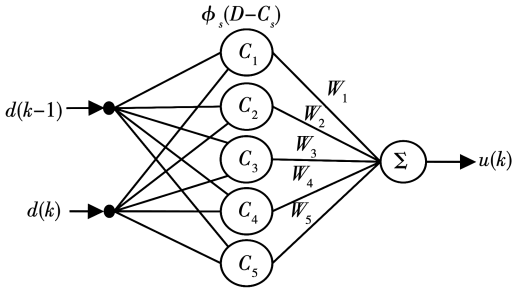


图 6 控制器结构

Fig. 6 Controller structure

3.3 基于 SMA 算法的控制器参数优化

SMA 算法[26]是模拟自然界中黏菌觅食行为的启发式优化算法,其收敛速度快,寻优能力强,相较于人工试凑,采用 SMA 算法优化选择控制器参数可提高控制系统设计效率。本文利用 SMA 算法优化选择控制器参数时,黏菌的位置对应为控制器的参数。

SMA 算法中,黏菌位置更新公式如下:

$$X(t_s + 1) = \begin{cases} r_s(u_b - l_b) + l_b, & r_s < z \\ X_b(t_s) + v_b(W_s X_A(t_s) - X_B(t_s)), & z \leqslant r_s < p \\ v_c X(t_s), & p \leqslant r_s \end{cases} \tag{8}$$

式中:t_s 为当前迭代次数;$z = 0.03$;$v_c = [-a, a]$;$v_b = [-b, b]$;r_s 为[0,1]的随机数;u_b 和 l_b 分别为搜索空间上下界;X_b 为迭代的最佳位置;X_A 和 X_B 为迭代时随机选择的 2 个黏菌个体;控制参数 p、a、b 和权重系数 W_s 的更新公式分别为

$$p = \tanh(| S(i_s) - D_F |), i_s = 1,2,\cdots,N_s \tag{9}$$

$$W_s=\begin{cases}1+r_s\log\left(\dfrac{b_F-S(i_s)}{b_F-w_F}+1\right), & \text{该个体适应度在群体前面}\\ 1-r_s\log\left(\dfrac{b_F-S(i_s)}{b_F-w_F}+1\right), & \text{该个体适应度在群体后面}\end{cases}\tag{10}$$

$$a=\operatorname{arctanh}(b)\tag{11}$$

$$b=1-\frac{t_s}{T_s}\tag{12}$$

式中:b_F 和 w_F 分别为当前迭代中最优和最差适应度值;i_s 为当前黏菌个体;T_s 为最大迭代次数;D_F 为所有迭代中的最优适应度;$S(i_s)$ 为当前适应度。SMA 算法优选控制器参数流程如图 7 所示。

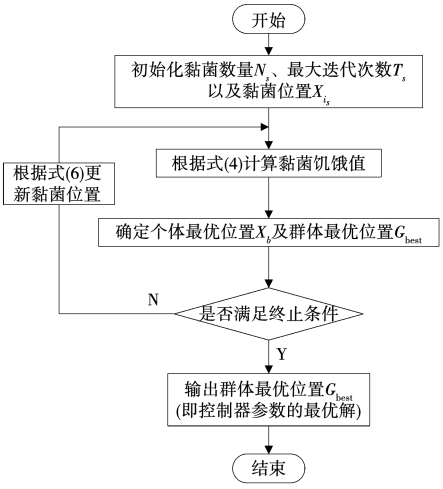


图 7　SMA 算法优选控制器参数流程图

Fig. 7　Flow chart of SMA algorithm optimization controller parameters

4　仿真研究

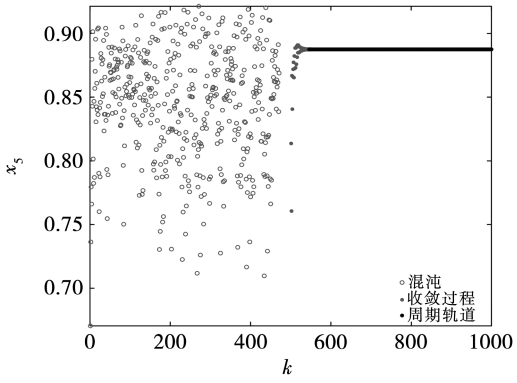
4.1　混沌运动控制仿真

采用本文所提出的控制方法,对图 5(b)所示($\omega=3.531$)混沌吸引子进行控制。设置 SMA 算法的参数 N_s 和 T_s 分别为 30 和 25。为了清楚地展示混沌运动控制效果,本文选择在系统迭代 $k=500$ 次时施加控制。

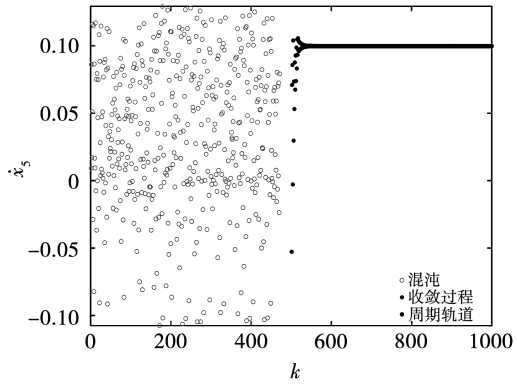
经仿真实验发现,隐节点数为 4、5、6 时,都可以实现预期控制目标。但是,经过仿真实验对比发现,隐节点为 4 时控制效果相对较差;隐节点为 6 虽可提高控制器的非线性映射能力,从而取得更好的控制效果,但却会增加控制器复杂度和参数寻优难度。考虑到控制效果与控制速度的平衡,最终确定隐节点数为 5 个。出于篇幅的考虑,本文仅给出隐节点为 5 和 4 时的仿真结果。

4.1.1　隐节点为 5 时的控制结果

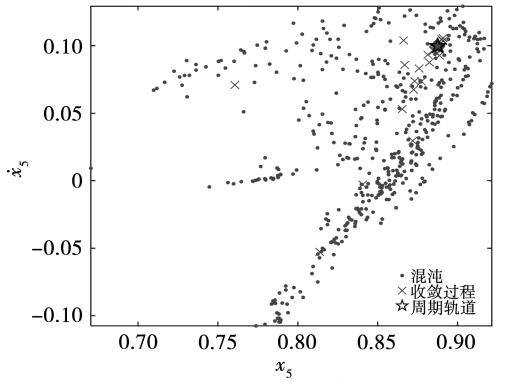
选取权重 $\alpha_i(i=1,2,3)=(1,0,0)$,即仅以相邻两次迭代后 Poincaré 截面上投影点间的距离定量表征控制效果来进行仿真验证。图 8 和图 9 分别为控制目标为周期 1 运动和周期 2 运动的仿真结果图。其中图 8(a)、图 9(a)和图 8(b)、图 9(b)分别为 x_5-k 和 $\dot{x}_5-k$ 控制轨道图,图 8(c)和图 9(c)展现了系统在控制过程中 Poincaré 截面上投影点的收敛过程。表 2 和表 3 分别为预期控制目标为周期 1 运动和周期 2 运动时经 SMA 算法优化后的 RBF 神经网络参数。



(a) x_5轨道图



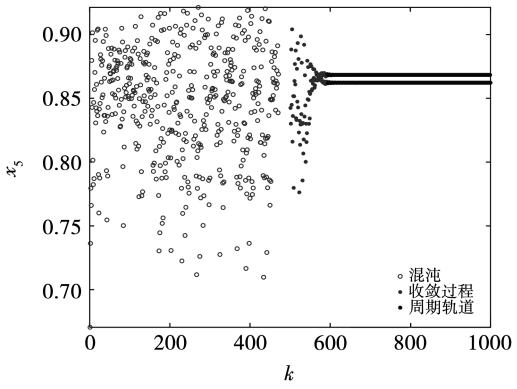
(b) $\dot{x}_5$轨道图



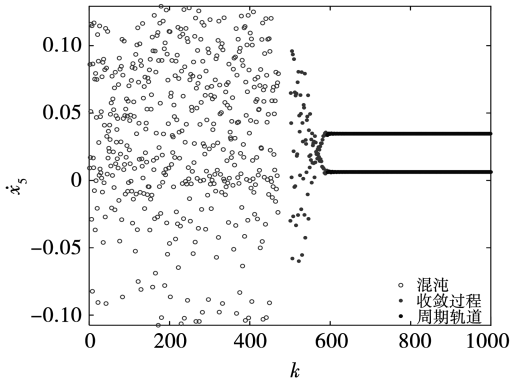
(c) Poincaré 映射图

图 8　系统的受控周期 1 轨道(隐节点为 5)

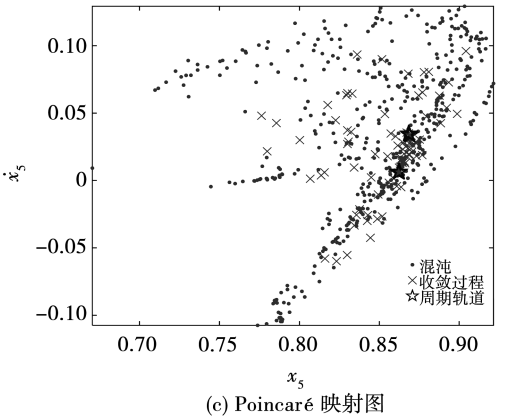
Fig. 8　Controlled period 1 orbit of the system (5 hidden nodes)



(a) x_5轨道图



(b) $\dot{x}_5$轨道图



(c) Poincaré 映射图

图 9 系统的受控周期 2 轨道(隐节点为 5)

Fig. 9 Controlled period 2 orbit of the system (5 hidden nodes)

表 2 控制器参数(控制目标为周期 1 运动,隐节点为 5)

Tab. 2 Controller parameters (control target for period 1 motion, 5 hidden nodes)

隐层节点中心	中心宽度	连接隐层和输出层的权值
(0.512 5, 0.143 2)	0.135 2	0.800 3
(−0.112 9, 0.714 2)	0.626 4	1.632 7
(−0.355 1, −0.772 0)	0.613 5	−0.182 7
(−0.588 3, −0.225 4)	0.740 9	0.803 8
(0.254 5, 0.699 1)	0.098 9	−1.022 5

表 3 控制器参数(控制目标为周期 2 运动,隐节点为 5)

Tab. 3 Controller parameters (control target for period 2 motion, 5 hidden nodes)

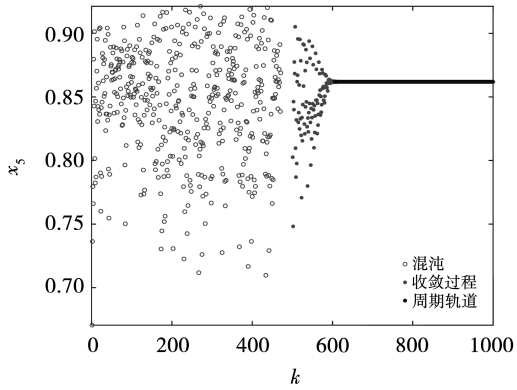
隐层节点中心	中心宽度	连接隐层和输出层的权值
(−0.016 0, −0.044 5)	0.434 3	−0.035 2
(−0.806 7, 0.604 7)	0.740 7	0.732 5
(0.814 9, −0.620 5)	0.776 5	0.339 9
(−0.107 6, 0.426 7)	0.634 1	−1.471 3
(0.263 7, 0.472 8)	0.831 0	−1.468 2

由图 8 可见,在 k 等于 546 步时,系统由混沌状态转变为稳定的周期 1 运动,在 Poincaré 截面上也可以看出系统由密集分布的无数个点收敛为 1 个点。图 8 展现了系统控制为周期 2 的结果,系统经 84 步被控制为周期 2 运动,Poincaré 截面上收敛为 2 个点。求解系统经控制转迁为周期 1 和周期 2 的 Floquet 乘子分别如下:$\lambda_1 = (-0.752\,1, -0.504\,7, 0.656\,3 \pm 0.505\,2\mathrm{i}, -0.094\,5 \pm 0.354\,1\mathrm{i})$, $\lambda_2 = (-0.831\,1, -0.642\,1, 0.421\,4 \pm 0.632\,1\mathrm{i}, 0.121\,4 \pm 0.531\,2\mathrm{i})$, 其中 $|\lambda_1|_{\max} = 0.752\,1$, $|\lambda_2|_{\max} = 0.831\,1$,两种周期轨道的 $|\lambda|_{\max}$ 均小于 1,表明经控制后系统各目标周期运动均为稳定的周期运动。

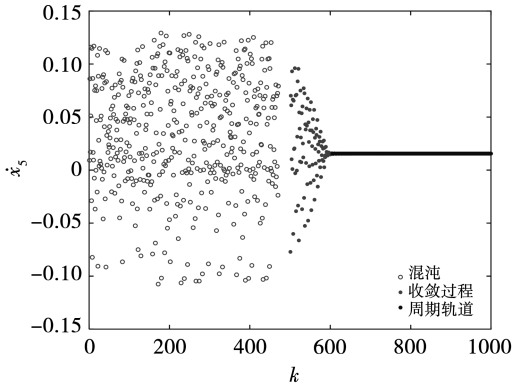
由上述仿真结果可知,本文所提出的方法对混沌运动实现了有效的控制。仿真研究中,控制目标也可以设定为其他周期轨道,但出于篇幅的考虑,此处不再赘述。

4.1.2 隐节点为 4 时的控制结果

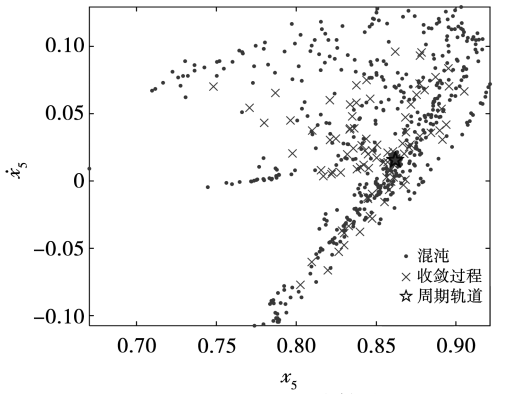
选取隐节点数为 4,权重 $\alpha_i (i = 1,2,3) = (1,0,0)$ 进行控制仿真,图 10 为控制目标为周期 1 运动的控制结果,表 4 为 SMA 算法优化后的控制器参数。



(a) x_5轨道图



(b) $\dot{x}_5$轨道图



(c) Poincaré 映射图

图 10　系统的受控周期 1 轨道(隐节点为 4)

Fig. 10　Controlled period 1 orbit of the system (4 hidden nodes)

表 4　控制器参数(控制目标为周期 1 运动,隐节点为 4)

Tab. 4　Controller parameters (control target for period 1 motion, 4 hidden nodes))

隐层节点中心	中心宽度	连接隐层和输出层的权值
(-0.693 0, 0.473 8)	0.418 4	-0.614 5
(-0.550 5, -0.600 9)	0.470 0	-0.133 7
(-0.106 0, 0.733 1)	0.570 2	-0.940 9
(0.363 5, 0.381 5)	0.443 2	0.237 2

由图 10 可见,隐节点为 4 时,混沌运动可被控制为周期 1 运动,控制步数为 104 步,相较 4.1.1 节的隐节点为 5 时的控制结果,控制效果较差。

4.2　控制性能指标函数组成项的权重对控制效果的影响分析

由图 10 所示的控制效果可以看出,虽然混沌运动被控制为预期的周期 1 运动,但是齿轮副相对扭转振动的无量纲位移和速度幅值较大,可能导致轮齿啮合冲击过大,使得点蚀程度扩大,造成齿面磨损、齿根断裂等故障隐患,影响列车运行安全。

为减小齿轮副相对扭转振动,将 α_3 占比取为相对最大,即将权重系数设为 $\alpha_i = 4/9 - d_s/3 + (i-1)d_s$,$(i=1,2,3)$的等差数列($d_s = 2/3$)与 $\alpha_i = (1/(1 + r_d + r_d^2))r_d^{i-1}$,$(i=1,2,3)$的等比数列($r_d$ 为[0,1]的随机数),对混沌运动控制效果进行仿真验证。

图 11 ~ 14 为 3 种不同权重系数分配下系统的控制结果,图 11 ~ 12 为 $x_5 - k$ 和 $\dot{x}_5 - k$ 轨道图。

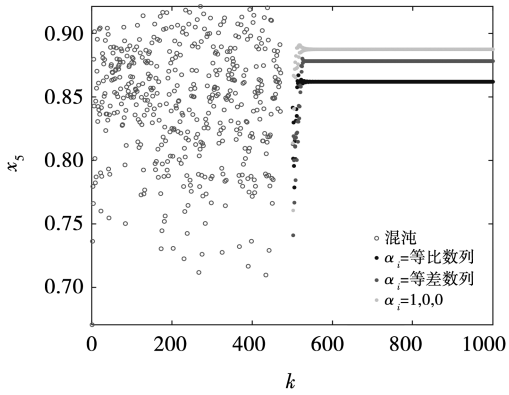


图 11　x_5 轨道图

Fig. 11　Orbital diagram of x_5

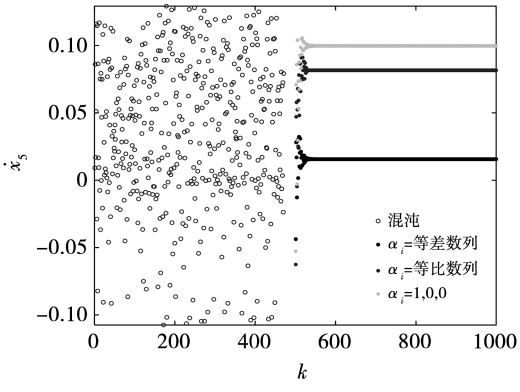


图 12　$\dot{x}_5$ 轨道图

Fig. 12　Orbital diagram of $\dot{x}_5$

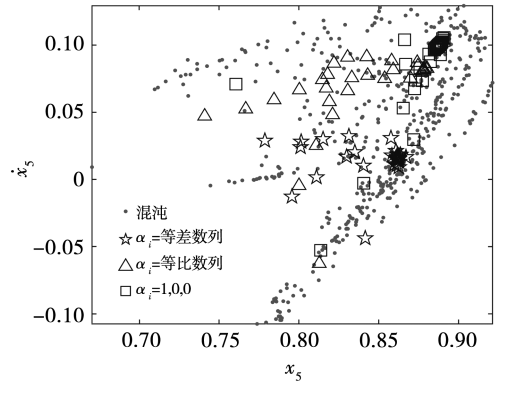


图 13　Poincaré 映射图

Fig. 13　Poincaré mapping diagram

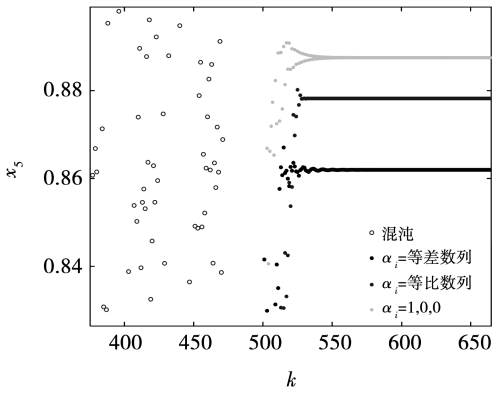


图 14 x_5 局部放大效果图

Fig. 14 Enlarged view of the local response for x_5

图 13 为控制过程中 Poincaré 截面上投影点的收敛过程,为更清晰地展现控制效果,绘制出系统在 $x_5 - k$ 轨道上的局部放大图,如图 14 所示。图中深灰色表示混沌运动,浅灰色、深灰色及黑色分别表示权重系数 $\alpha_i(i=1,2,3)$ 为(1,0,0)、等比数列及等差数列时的控制结果,控制后 Floquet 乘子 $|\lambda|_{\max}$ 分别为0.754 2、0.743 8、0.656 3、0.645 4。由控制结果可知,控制性能指标函数组成项的权重在 3 种不同取值方式下,均能在较快地响应下实现含点蚀齿轮系统的混沌控制,并控制至稳定的周期运动,α_i 为等差数列时控制效果更为理想(系统经 37 步成功控制到周期 1),控制速度更快;齿轮副相对扭转振动的无量纲位移幅值为 0.854,无量纲速度幅值为 0.011,较 $\alpha_i=(1,0,0)$ 时均有明显下降)。

由仿真结果可知,本文所提出的方法可有效实现对图 1 所示系统混沌运动的控制,且合理选择控制性能指标函数组成项及其权重,可使齿轮副相对扭转振动的无量纲位移和速度幅值有较为明显的降低,这意味着轮齿啮合冲击会更小,对确保列车安全运行更有益。

5 结 论

本文以 HXD_2 机车牵引齿轮系统为研究对象,建立了含轻微点蚀情况的三自由度齿轮系统模型,分析求解了系统在轻微点蚀情况下,参数无量纲啮合频率变化下的动力学演化规律,针对系统中出现的混沌运动行为,提出了智能优化控制方法。仿真研究结果表明:

1)在本文建立的控制性能指标函数引导下,SMA 算法可以有效地自动优选控制器参数,经 SMA 算法优化后的控制器可有效实现混沌运动的控制,且 RBF 神经网络隐节点数为 5 时控制效果更理想。

2)合理选择控制性能指标函数组成项及其权重,可实现减小齿轮副相对扭转振动的目的,且权重系数为等差数列时控制效果最为理想,不仅控制速度更快,齿轮副相对扭转振动的无量纲位移幅值和速度幅值也均有明显下降。

参 考 文 献:

[1] 王俊国, 肖遥, 杨旭峰, 等. 牵引电机扭矩激扰的机车齿轮传动系统非线性特性[J]. 中国机械工程, 2018, 29(11): 1296.
WANG Junguo, XIAO Yao, YANG Xufeng, et al. Nonlinear Characteristics of Gear Transmission Systems of Locomotive Excited by Torque Fluctuation of Traction Motors[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(11): 1296.

[2] 王宗禄, 朱凌云, 苟向锋. 三自由度齿轮系统的双参数分岔与全局特性研究[J]. 应用力学学报, 2019, 36(5): 1034.
WANG Zonglu, ZHU Lingyun, GOU Xiangfeng. Study on Two-parameter Bifurcation and Global Characteristics of 3 - DOF Gear System[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2019, 36(5): 1034.

[3] 郑莉, 魏君. 五维混沌系统的切换幅值控制[J]. 沈阳工业大学学报, 2025, 47(5): 602.
ZHENG Li, WEI Jun. Switching Amplitude Control of Five-Dimensional Chaotic System [J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2025, 47(5): 602.

[4] 龚仁喜, 王奇, 黎洛琦. 一种基于滑模变结构的电压型 SEPIC 变换器混沌控制方法[J]. 电测与仪表, 2024, 61(7): 177.
GONG Renxi, WANG Qi, LI Luoqi. A Chaos Control Method of Voltage-Controlled SEPIC Converters Based On Sliding Mode [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2024, 61(7): 177.

[5] 巩宇, 胡文兴, 于亚雄, 等. 二叉 Trie 树下电力监控分布式数据库安全访问混沌加密控制[J]. 沈阳工业大学学报, 2025, 47(1): 83.
GONG Yu, HU Wenxing, YU Yaxiong, et al. Chaotic Encryption Control of Secure Access to Distributed Database of Power Monitoring under Binary Trie Tree[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2025, 47(1): 83.

[6] 张中华, 周健博, 付景超. Colpitts 混沌电路的线性反馈控制及自适应反馈控制[J]. 东北电力大学学报, 2021, 41(2): 94.
ZHANG Zhonghua, ZHOU Jianbo, FU Jingchao. Colpitts Chaotic Circuits of Linear Feedback Control and Adaptive Feedback Control [J]. Journal Of Northeast Electric Power University, 2021, 41(2): 94.

[7] 赖思佳,刘骏扬,裴茂林,等. 基于混沌调制的电网宽频振荡信号模拟[J]. 电测与仪表, 2025, 62(11): 192.
LAI Sijia, LIU Junyang, PEI Maolin, et al. Simulating Wide-band Oscillating Signals in Power Grid Based on Chaos Modulation [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2025,62(11): 192.

[8] YANG R, BO H, LI F, et al. Nonlinear Dynamic Analysis of a Trochoid Cam Gear [J]. Journal of Mechanical Design, 2020, 142(9):1.

[9] GHARAGOZLOO M H, SHAHMANSOORIAN A. Chaos Control in Gear Transmission System using GPC and SMC Controllers[J]. Journal of Applied and Computational Mechanics, 2022, 8(2): 545.

[10] XIANG L, GAO N, HU A. Dynamic Analysis of a Planetary Gear System with Multiple Nonlinear Parameters [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2018, 327: 325.

[11] WANG Junguo, HE Guangyue, ZHANG Jie, et al. Nonlinear Dynamics Analysis of the Spur Gear System for Railway Locomotive[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 85: 41.

[12] 魏静, 孙清朝, 孙伟, 等. 高速机车牵引齿轮传动系统动态特性及非线性因素影响研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(17): 38.
WEI Jing, SUN Qingchao, SUN Wei, et al. Dynamic Analysis and Effects of Nonlinear Factors of a Gear Transmission System for High Speed Locomotive [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(17): 38.

[13] XIA Y, WAN Y, WANG H, et al. Dynamic Characteristics Analysis of Locomotive Traction Gear Pair System under Internal and External Excitations [J]. Engineering Computations, 2020, 37(8): 2587.

[14] 莫帅, 曾彦钧, 王震, 等. 高速重载人字齿轮传动非线性动力学分析[J]. 力学学报, 2023, 55(10): 2381.
MO Shuai, ZENG Yanjun, WANG Zhen, et al. Nonlinear Dynamic Analysis of High Speed and Heavy Load Herringbone Gear Transmission [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2023, 55(10): 2381.

[15] 马进宝. 考虑摩擦-温度因素的点蚀故障齿轮传动系统非线性动力学特性研究[D]. 兰州: 兰州交通大学, 2021.

[16] DE P A S, SAVI M A. A Multiparameter Chaos Control Method Based on OGY Approach[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2009, 40(3): 1376.

[17] CHEN G. A Simple Adaptive Feedback Control Method for Chaos and Hyper-chaos Control [J]. Applied Mathematics and Computation, 2011, 217(17): 7258.

[18] KAVITHA A, UMA G. Resonant Parametric Perturbation Method to Control Chaos in Current Mode Controlled DC-DC Buck-boost Converter [J]. Journal of Electrical Engineering and Technology, 2010, 5(1): 171.

[19] SHENG L, LI W, WANG Y, et al. Nonlinear Dynamic Analysis and Chaos Control of Multi-freedom Semi-direct Gear Drive System in Coal Cutters [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 62.

[20] 王江彬, 刘凌, 刘崇新. 七阶电力系统混沌振荡的动态面滑模控制[J]. 电机与控制学报, 2021, 25(4): 1.
WANG Jiangbin, LIU Ling, LIU Chongxin. Dynamic Surface Sliding Mode Control of Chaotic Oscillation in a Seven-dimensional Power System[J]. Electric Machines and Control, 2021, 25(4): 1.

[21] ARIAN G, TAGHVAEI S. Dynamic Analysis and Chaos Control of Spur Gear Transmission System with Idler[J]. European Journal of Mechanics A, 2021, 87: 104229.

[22] 林何, 屈文宽, MATTHIAS R, 等. 齿轮-轴承系统非线性振动混沌吸引子周期轨道控制[J]. 振动与冲击, 2020, 39(13): 1.
LIN He, QU Wenkuan, MATTHIAS R, et al. Periodic Orbit Control of Nonlinear Vibration Chaotic Attractors of a Gear-bearing System [J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(13): 1.

[23] MASOMI Z, YAGHOOBI M, KOBRAVI H R. Design of an Intelligent Fuzzy Controller Optimised Using Extended Grey Wolf Algorithm to Handle Chaos in the Industrial Gear System[J]. Journal of Control and Decision, 2024, 11(3): 520.

[24] 姚齐国, 范细秋, 李林. 均匀气隙永磁同步电动机混沌控制的数值仿真与分析[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2011, 16(4): 51.
YAO Qiguo, FAN Xiqiu, LI Lin. Numerical Value Simulation and Analysis for Controlling Chaos in Uniform Gap Permanent Magnet Synchronous Motor[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2011, 16(4): 51.

[25] 李宁洲, 邱思旋, 卫晓娟, 等. 一类永磁同步电机混沌运动的 GWO-RBFNN 双参协同智能优化控制[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2024, 29(3): 28.
LI Ningzhou, QIU Sixuan, WEI Xiaojuan, et al. GWO-RBFNN Dual-parameter Collaborative Intelligent Optimal Control of Chaotic Motion of a Class of Permanent Magnet Synchronous Motor[J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2024, 29(3): 28.

[26] LI S, CHEN H, WANG M, et al. Slime Mould Algorithm: A New Method for Stochastic Optimization [J]. Future Generation Computer Systems, 2020, 111: 300.

(编辑:温泽宇)