基于精英型遗传策略和空隙动态填充机制的矩形件优化排样方法

吴电建[1,2] 黄帅康[1*] 丁子璨[1] 张三强[1,2] 曹卫东[3]
1.湖北工业大学农机工程研究设计院,武汉,430068
2.湖北省农机装备智能化工程技术研究中心,武汉,430068
3.河海大学人工智能与自动化学院,常州,213200

摘要:针对多品种、不同规模的矩形件排样问题,提出了一种精英型遗传策略和空隙动态填充机制相融合的矩形件优化排样方法。根据矩形件容差ε和长宽比α两个性能参数制定矩形件排样优先级的分类规则,并采用十进制整数序列编码矩形件信息,按矩形件排样优先级生成一种精英型初始种群,通过精英型遗传策略实现算法朝着更优解的方向加速收敛。以排样过程中最低水平线为基准,结合矩形件分类规则,计算当前待排矩形件与每个空隙间的匹配度,通过搜索排样空隙找出矩形件最佳填充位置,实现空隙动态填充。通过多种算例分析ε和α对材料利用率的敏感性,以最高平均材料利用率为评价指标确定ε和α的最优值;针对大中小规模的矩形件排样算例和国内制造企业的两个真实生产案例,利用所提出方法、文献中方法和商用软件求解,对比分析其排样结果。结果表明,所提出方法在材料利用率和算法稳定性上表现出显著优势,验证了该方法的可行性和有效性。

关键词:矩形件排样;精英型遗传策略;十进制编码;矩形件分类;空隙动态填充
中图分类号:TH16;TP391
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.10.004 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

An Optimization Nesting Method for Rectangular Parts Based on Elite Genetic Strategy and Dynamic Gap-filling Mechanism

WU Dianjian[1,2] HUANG Shuaikang[1*] DING Zican[1] ZHANG Sanqiang[1,2] CAO Weidong[3]
1.Engineering Research and Design Institute of Agricultural Equipment, Hubei University of Technology, Wuhan,430068
2.Hubei Engineering Research Center for Intellectualization of Agricultural Equipment, Wuhan,430068
3.College Artificial Intelligence and Automation, Hohai University, Changzhou,Jiangsu,213200

Abstract: An optimized rectangular nesting method integrating an elitist genetic strategy with a dynamic gap-filling mechanism was proposed for the rectangular nesting problem involving multiple varieties and varying production scales. The classification rules for rectangular nesting priorities were established based on two performance parameters including dimensional tolerance ε and aspect ratio α. A decimal integer sequence was used to encode part information, and an elite initial population was generated according to the defined priorities. This elite genetic strategy accelerates the convergence of the algorithm toward better solutions. Using the lowest horizontal line in the nesting process as a reference, the matching degree between the current part and each available gap was computed based on the classification rules. By searching all available gaps, the optimal placement for the part was selected, thereby achieving dynamic gap-filling. Through various case studies, the sensitivity of variable εand variable α to the material utilization rate was analyzed. Their optimal values were determined using the highest average material utilization as the criterion. Comparative experiments on large-, medium-, and small-scale nesting instances, along with two real-world production instances introduced from domestic manufacturing enterprises, were conducted using the proposed method, methods reported in the literature, and a commercial software. The proposed method demonstrates significant advantages in material utilization and algorithm stability, verifying its feasibility and effectiveness.

Key words: rectangular nesting; elite genetic strategy; decimal encoding; rectangular part classification; dynamic gap-filling

收稿日期:2025-11-28
基金项目:国家重点研发计划(2018YFD0301303);国家自然科学基金(52305532);湖北省技术创新计划(2024BAA014)

0　引言

矩形件优化排样是制造业实现降本增效的关键技术之一，其目标在于通过优化矩形件布局实现材料利用率最大化，已在船舶、钣金、建筑等行业中获得重要应用[1-2]。矩形件优化排样问题属于计算复杂性极高的NP-hard问题，难以在有限计算时间内寻找到最优解[3-4]，因此设计一种高质量且稳定的优化排样方法是学术界长期关注的研究重点。

在众多矩形件优化排样方法中，以最低水平线法为代表的启发式排样方法应用最为广泛[5]。这类方法通过排样轮廓线寻找矩形件合适的放置位置，从而提高排样的紧凑性。文献[6]研究了适应和变种双向最佳的优化排样方法，该方法在最低水平线基础上优化了待排矩形件的选择规则，但该方法的贪婪特性导致其易陷入局部最优解。针对这类问题，后续研究者引入了改进型启发式方法，如遗传算法[7]、模拟退火[8]、蚁群优化[9]等，这些方法用于迭代生成较优的排样序列。将最低水平线法和智能搜索相结合的方法已成为当前矩形件优化排样方法的主流研究方向。

现有关于矩形件优化排样方法的研究成果较多，初始化启发式方法常采用随机序列，忽略了精英型初始解的质量及其对算法收敛速度的影响。另外，传统的矩形件放置策略只关注轮廓线上最低点处形成的空隙，未考虑排样中其他空隙的充分利用。在求解多品种、不同规模的矩形件排样问题时，上述排样方法会出现较多碎片化的废料空间，导致排样解的质量和稳定性存在一定的波动。

针对多品种、不同规模的矩形件排样问题，本文提出一种精英型遗传策略和空隙动态填充机制相融合(elite genetic and gap-filling，EGGF)的矩形件优化排样方法。

1　排样问题描述及数学模型

1.1　问题描述

矩形件排样问题根据原材料的尺寸特征可分为有限尺寸板材的排样、宽度固定且高度无限卷材的排样[10]。根据切割工艺要求，切割方式可分为每次切割必须直线贯穿材料的“一刀切”和无此限制的“非一刀切”。此外，是否允许矩形件旋转90°也是一个重要的约束条件。

本文研究的矩形件排样问题是在宽度固定且高度无限卷材上的“非一刀切”切割方式，属于一类典型的NP-hard问题，具体可描述如下：在固定宽度W、高度无限的卷材上，无重叠地放置多个品种且总个数为n的矩形件，每个矩形件均可旋转90°，排样布局无“一刀切”要求，以最小化所使用的卷材总高度H为优化目标，利用相关的优化排样方法求解后得到一种较优的矩形件排样方案，如图1所示。

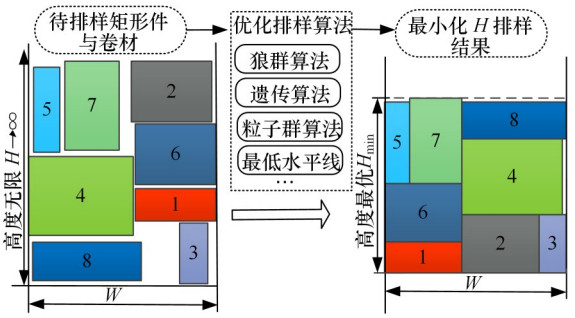

图1　矩形件在卷材上的排样

Fig.1　Rectangular parts layout diagram

1.2　数学模型

基于矩形件排样优化目标和约束条件，建立该问题的数学模型：

$$\max \quad Y=\frac{1}{WH}\sum_{i=1}^{n}w_i h_i \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad (w_i',h_i')=(1-o_i)(w_i,h_i)+o_i(h_i,w_i) \tag{2}$$

$$x_i,y_i\geqslant 0 \tag{3}$$

$$x_i+w_i'\leqslant W \tag{4}$$

$$x_i+w_i'\leqslant x_j \tag{5}$$

$$x_j+w_j'\leqslant x_i \tag{6}$$

$$y_i+h_i'\leqslant y_j \tag{7}$$

$$y_j+h_j'\leqslant y_i \tag{8}$$

$$i\neq j;\ i,j=1,2\cdots,n$$

式中：H、Y分别为排样方案的总高度和材料利用率；w_i、h_i分别为矩形件p_i的宽度和高度；x_i、y_i分别为矩形件p_i放置在板材上的左下角坐标；o_i为矩形件是否旋转的决策变量；w_i'、h_i'分别为矩形件p_i放置在板材上的宽度和高度。

式(1)表示最大化材料利用率Y，即该排样问题的优化目标。式(2)表示旋转决策变量的约束条件，当o_i=0时，矩形件不旋转，当o_i=1时，矩形件旋转90°。式(3)和式(4)表示任意矩形件的边界约束，所有矩形件必须包含在卷材的有效区域内。式(5)～式(8)表示任意两个不同的矩形件p_i和p_j在卷料上不能发生重叠。

2　优化排样方法设计

本文排样方法EGGF主要由基于分类预排序的精英型遗传策略(heuristic genetic algorithm based on elite population initialization，EPI-HGA)和基于最低水平线法的空隙动态填充机制(low-

est skyline with opportunistic gap-filling，LS-OGF）两部分组成，如图2所示，精英型遗传策略利用序列与旋转编码生成精英型初始序列；空隙动态填充机制完成精英型序列的解码，基于最低水平线法遍历矩形件，若检测到存在空隙，则为其动态匹配一个最佳矩形件，再将初始较优族群及其利用率信息反馈给精英型遗传策略；以材料利用率作为适应度评估指标，通过交叉遗传和精英锦标赛的方式优选出更好的族群，并将该族群传递至空隙动态填充机制，如此反复交互迭代，直到得到一种高质量且稳定的矩形件排样方案。

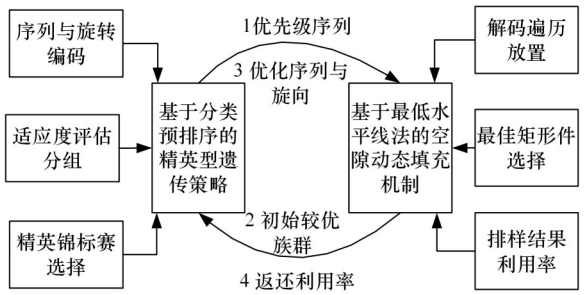

图2 EPI-HGA和LS-OGF交互关系

Fig.2 Interaction between EPI-HGA and LS-OGF

2.1 精英型遗传策略

本文设计了一种基于分类预排序的精英型遗传策略，其主要工作流程如图3所示。利用矩形件容差ε和长宽比α制定矩形件排样优先级，并以此分类规则将矩形件划分为P1至P4四种优先级类别，构建出精英型初始种群；调用LS-OGF对种群个体进行解码排样并计算出材料利用率；通过精英保留、锦标赛选择、交叉、变异等操作生成新一代种群，迭代至满足终止条件并输出最终结果。

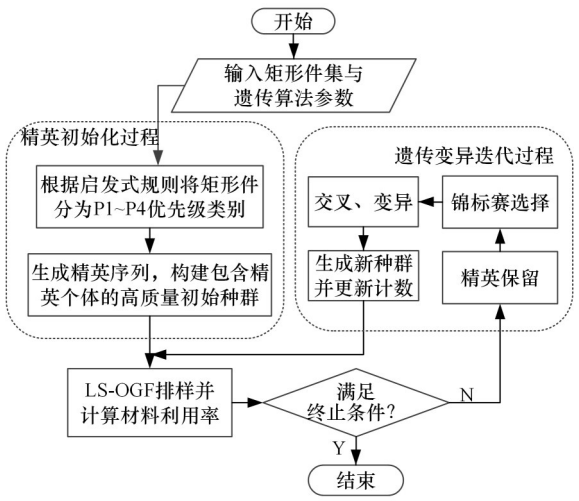

图3 基于分类预排序的精英型遗传策略流程

Fig.3 Elite genetic strategy based on classification pre-ranking

2.1.1 编码过程与交叉方案

设染色体C是一个长度为n的整数序列：

$$C=\{g_1,g_2,\cdots,g_n\} \tag{9}$$

其中，n是待排矩形件的总个数。每一个基因代表一个矩形件及其旋转状态，$|g_i|$是矩形件的初始状态，g_i的符号为负表示矩形件旋转90°，如染色体序列中的基因编码“－5”表示第5个矩形件在排样时需旋转90°，而正值则保持原始方向。

十进制遗传编码与交叉方案如图4所示，本文采用顺序保留交叉策略，子代个体A′首先直接继承父代A的前半段基因结构；剩余基因则通过扫描父代B，剔除已存在的基因后，按照剩余基因的出现顺序依次填充，同理可得到子代个体B′。

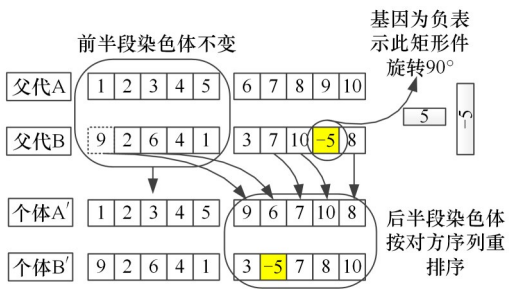

图4 个体十进制编码及其交叉遗传示意图

Fig.4 Individual decimal coding and its cross-genetic schematic

2.1.2 精英初始化分类策略

1）分类变量定义。容差ε用于量化矩形件长边对卷材宽度的占据程度，宽高比α是定义宽扁或高窄特征的阈值，表达式如下：

$$\varepsilon=(W-d)/W \tag{10}$$

$$\alpha=w_i/h_i \tag{11}$$

其中，d为矩形件的长边。本文定义最佳容差值为ε_m，最佳宽高比阈值为α_m。

2）矩形件分类规则。矩形件分类规则是实现精英型遗传策略的基础。基于容差ε和宽高比α将所有待排矩形件划分为P1～P4四类矩形件，排样优先级由高到低，具体分类策略流程如图5所示。①P1类矩形件定义：容差满足小于ε_m的矩形件，即$0\leqslant\varepsilon\leqslant\varepsilon_m$，作为排样方案的骨架结构优先放置，通过快速占据宽度约束奠定平整的布局基底。②P2类矩形件定义：宽度与高度的比小于$1/\alpha_m$的矩形件，即$0<\alpha\leqslant1/\alpha_m$，紧随P1类之后放置，作为排样方案的主体结构。③P3类矩形件定义：宽度与高度的比大于α_m的矩形件，即$\alpha\geqslant\alpha_m$，紧随P1和P2类之后放置，作为排样方案的次要结构。④P4类矩形件定义：剩余的所有矩形件，其优先级最低，用于填补排样中产生的空隙。

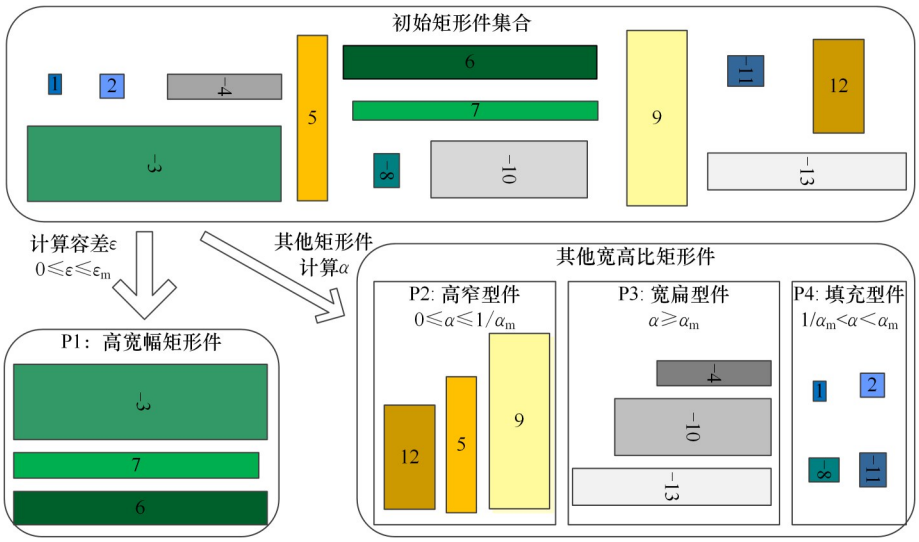

图5　空隙动态填充示意图

Fig.5　Rectangular part classification diagram

在各类矩形件内部按面积降序排列后，初始精英序列S_e通过拼接形成，如下：

$$S_e=\mathrm{A}(P_1)+\mathrm{A}(P_2)+\mathrm{A}(P_3)+\mathrm{A}(P_4) \tag{12}$$

其中，A表示面积降序处理符号，通过上述序列拼接得到精英型初始序列，有效规避了随机初始化的盲目性。

2.2　空隙动态填充机制

2.2.1　空隙动态填充原理

空隙动态填充将传统最低水平线法因放置失败而导致的空隙浪费转化为一次全局搜索的空隙再填充，为了实现精准填充，算法依据当前待排矩形件p_i的分类采取差异化的匹配度评分策略。基于宽度优先与面积利用率最大化的原则，匹配度得分定义如下：

$$U(p_i,G_k)=w_i/W_{G_k} \tag{13}$$

$$U(p_i,G_k)=S_i/S_{G_k} \tag{14}$$

式中：W_{G_k}为空隙G_k的宽度；S_i为候选矩形p_i面积；S_{G_k}为搜索闭合空隙的面积。

针对P1、P2和P3类矩形件，在最低水平线上的空隙集合$G=\{G_1,G_2,\cdots\}$中进行搜索，采用式(13)计算的宽度匹配得分，寻找宽度最接近的空隙；针对P4类矩形件，此类矩形件优先在封闭空隙集合$S=\{S_{G_1},S_{G_2},\cdots\}$中进行搜索，采用式(14)计算的面积匹配得分，寻找出最大程度填满的空隙。若无可填充空隙，则采用原宽度匹配得分进行排样。

如图6所示，待排样矩形件为p_6、p_8，当前可排样的最低水平线宽度空隙为W_{G_1}、W_{G_2}，插空空隙为S_{G_1}、S_{G_2}。p_6无法填充封闭空隙，利用式(13)计算p_6的两处宽度匹配得分，得p_6可置于最低水平线空隙W_{G_2}中；p_8可插空空隙为S_{G_1}、S_{G_2}，根据式(14)计算面积匹配得分，p_8将被置于空隙S_{G_2}中。

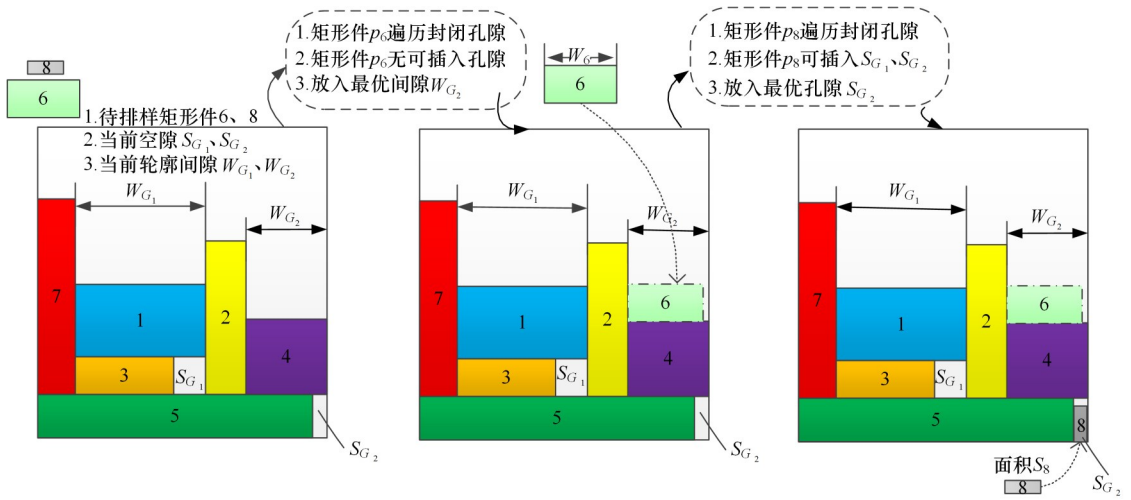

图6　空隙动态填充示意图

Fig.6　Schematic diagram of dynamic gap-filling

2.2.2 方案实现流程

基于空隙动态填充机制的最低水平线法工作流程如图7所示。①初始化与解码，首先解码染色体序列C，生成一个有序的待排矩形件序列。②从序列中抽取当前待排的矩形件p_i，若p_i属于P4类填充型件，则转到步骤③；否则，转到步骤④。③根据面积利用率最大化的原则，为p_i寻找最佳匹配的空隙，若成功找到可放置的空隙，则将p_i放入并更新轮廓线，转到步骤⑥；否则，转到步骤④。④若p_i的宽度满足最低水平线上的宽度约束，则放置成功，并更新轮廓线，转到步骤⑥；若放置失败，即宽度不足以容纳p_i，转到步骤⑤。⑤遍历其他轮廓线间隙，尝试为p_i寻找替代的放置位置，若搜索成功，则放置并转到步骤⑥；若搜索仍然失败，抬升水平线操作，将最低水平线的高度提高至与之相邻的次低轮廓线的高度，形成一个新的最低水平线，然后转到步骤④。⑥检查序列中是否存在未处理的矩形件，若存在，则转到步骤②；若所有矩形件均已放置完毕则终止，并输出最终的排样结果。

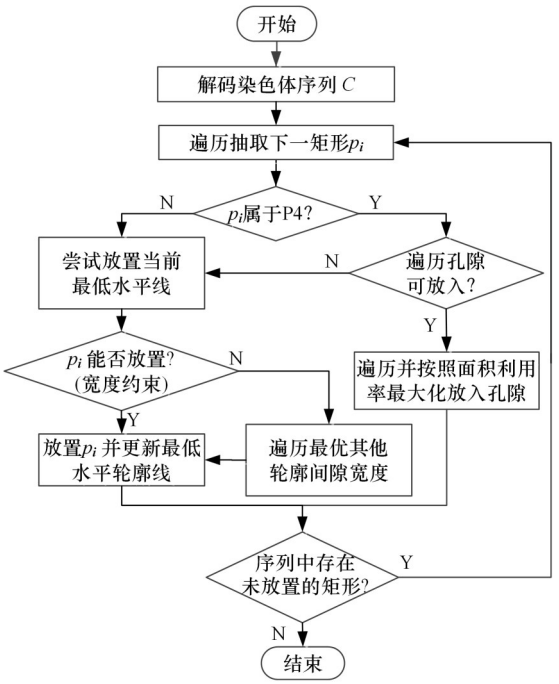

图7 空隙动态填充实现工作流程图

Fig.7 Workflow diagram for dynamic gap-filling

2.3 排样方法总体框架

本文排样方法总体框架如图8所示，精英型遗传策略核心任务是搜索矩形件的最优排列序列及旋转方向；空隙动态填充机制则负责序列解码，基于最低水平线法的动态空隙填充机制实现具体的排样布局，并计算当前材料利用率返还给精英型遗传策略。①输入待排样的矩形件集以及遗传算法的相关参数：种群大小、最大遗传代数、交叉率、变异率和面积度权重函数等。②通过面积度权重函数将所有矩形件归档为P1至P4四个优先级类别，将其编码为精英个体，形成高质量的初始种群。③基于宽度匹配得分最优，针对P1～P3进行最低水平线排样。④基于面积匹配得分最优，遍历P4类进行空隙填充排样，不可插空矩形件转到步骤③。⑤得到个体对应材料利用率，判断是否满足终止条件，若满足，转到步骤⑨；若不满足，继续步骤⑥。⑥通过精英保留策略中的锦标赛选择方法，从当前种群中选择优良个体，并执行交叉操作，生成新的子代。⑦对子代种群执行随机抽取个体，进行交换变异和旋转变异，增加种群的多样性，避免陷入局部最优。⑧创建下一代种群，返回步骤③。⑨输出在整个进化过程中最优排样序列对应的排样结果。

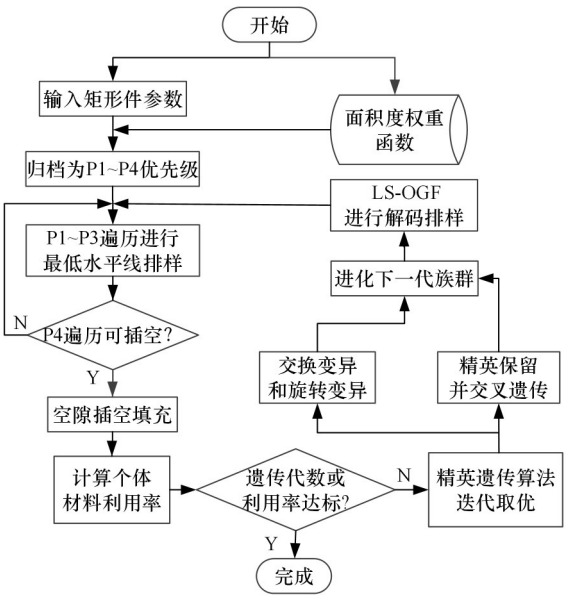

图8 排样方法总体框架

Fig.8 Overall framework of layout method

3 实验与分析

为系统性验证本文方法EGGF在求解矩形件排样问题上的可行性和有效性，基于国际常用基准测试算例集和国内制造企业的两个真实生产案例开展排样性能对比测试。首先针对部分算例开展排样性能参数α和ε的敏感性分析，得到适用于EGGF的α和ε最佳值。利用EGGF、文献中优化算法及商用排样软件，在多组基准算例和真实生产案例上进行求解对比，从解的质量和算法稳定性两个维度进行全面评估分析。

3.1 参数敏感性分析

精英型初始策略的性能在很大程度上取决于

矩形件分类规则，容差阈值ε_m和宽高比阈值α_m是两个关键性能参数。ε_m的取值直接影响排样布局的基础；α_m的取值则关系到P2和P3类矩形件划分的准确性，影响排序主体结构的优劣。为了确保参数选择具有良好的普适性，选取7组标准算例t1a至t7a[11]，该算例覆盖了从17个矩形件到199个矩形件的多种规模，能全面地检验参数的适应性。

基于前期试验结果，初步设定宽高比α的搜索范围为[1.0，5.0]，间隔为0.5；为了缩小α搜索范围，暂不考虑矩形件容差ε，只通过α完成矩形件的分类，生成精英型初始序列。利用本文方法EGGF求解t1a～t7a标准算例，结果如图9所示。图9中每条曲线表示在同一算例中α取值范围内横向对比，观察曲线变化趋势可知：α在[1.0，5.0]区间内，材料利用率先增大后减小；在[1.5，3.0]区间内，EGGF得到所有较优的排样结果。

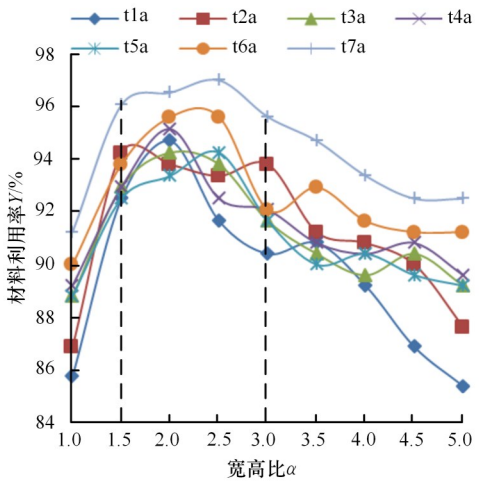

图9　α搜索范围内材料利用率对比

Fig.9　Comparison chart of nesting utilization within α search range

当α在[1.5，3.0]区间时，分析容差ε变化对EGGF性能的影响规律。基于前期试验结果，初步设定容差ε的搜索范围为[5%，25%]，间隔为5%。利用EGGF求解t1a～t7a标准算例。图10所示为不同宽高比α下材料利用率随容差ε变化的趋势。观察曲线走势可知：当容差ε从5%至15%时，各组算例的利用率均表现出明显的增长趋势，表明适度放宽容差有助于得到更合适的布局基底；然而，当ε从15%至25%时，利用率开始出现不同程度的下滑。综合分析图10可知，在ε=15%处，绝大多数算例均达到了利用率的峰值，表现出最优的求解性能。

在α和ε的不同参数组合下，利用EGGF求解t1a～t7a算例，得到对应的排样结果，并进行平均处理，建立平均材料利用率和(α，ε)组合的关联关系，如图11所示。在图11中，当ε=15%，α=2.0时，EGGF求解得到的材料利用率最高，因此，得到最优宽高比阈值α_m和容差阈值ε_m分别为2.0和15%。

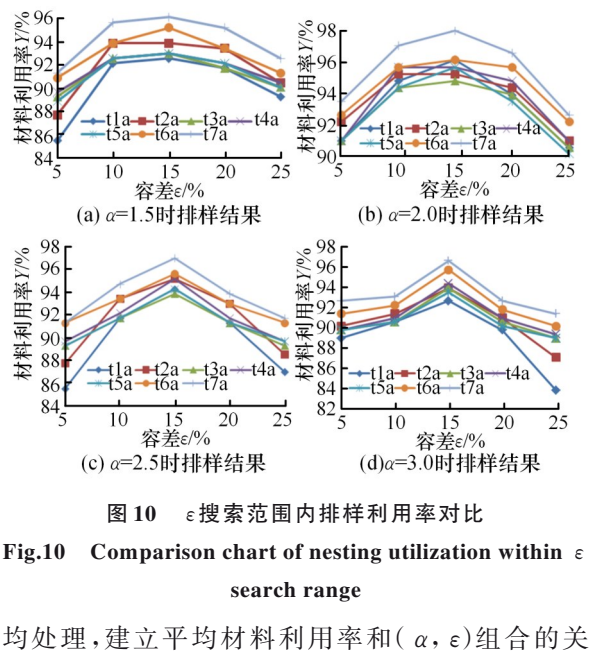

图10　ε搜索范围内排样利用率对比

Fig.10　Comparison chart of nesting utilization within ε search range

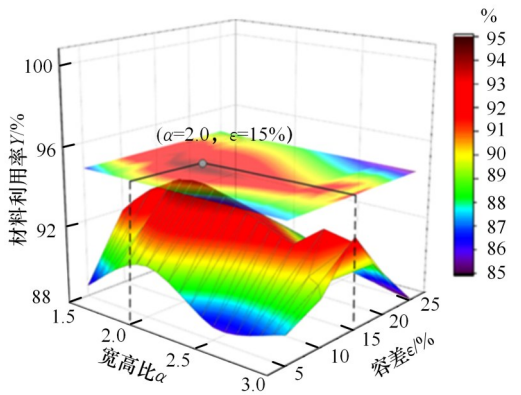

图11　平均材料利用率和(α，ε)组合的关联关系

Fig.11　Correlation between average layout utilization and (α，ε) combinations

3.2　大中小规模排样算例对比分析

国际算例中通常将矩形件数量小于50的算例称为小规模，50至100的算例称为中规模，大于100的算例称为大规模排样问题[12]，为全面评估本文方法EGGF的排样性能，开展求解大中小规模算例的优化结果对比分析。基准测试集来源于HOPPER等[11,13]提出的C类算例C1P1到C7P3、NT类算例t4a到t7e、N类算例N1到N10，将这40个算例分为大中小三种规模。对比分析矩形件优化排样方法是基于最短坐标原则的剩余矩形算法(SR-DM)[14]、粒子群最低水平线法(PSO-BL)[15]、狼群最低水平线法(GWO-BL)[16]和一种商用排样软件(CuttingOptiPro，Cut-OP)[17]，其中SR-

DM计算结果来源于文献[14]，PSO-BL和GWO-BL的计算结果均采用python编写算法程序实现，处理上述算例得到相应的排样结果。

为直观地表示不同矩形件优化排样方法在材料利用率和稳定性上的差异，采用相对误差值δ作为试验评价指标，即算例实际利用面积与所有矩形件总面积之间的相对误差，表达式为

$$\delta=[WH-\sum_{i=1}^{n}(w_ih_i)]/\sum_{i=1}^{n}(w_ih_i) \tag{15}$$

3.2.1 小规模排样算例对比分析

利用上述多种排样方法求解15个小规模算例，其优化结果如表1所示。表1中加粗数据为针对每个算例得到的相对最优解，本文方法EGGF在大多数算例中均优于其他排样方法，且平均相对误差最小。

表1 小规模算例对比

Tab.1 Comparison of small-scale examples

编号	n	W	H最优	相对误差δ/%				
				SR-DM	PSO-BL	GWO-BL	Cut-OP	EGGF
N1	10	40	40	15.00	10.00	10.00	**0**	**0**
N2	20	30	50	24.00	12.00	6.00	4.00	**2.00**
N3	30	30	50	24.00	10.00	8.00	4.00	**2.00**
N4	40	80	80	15.00	11.25	6.25	5.00	**3.75**
C1P1	16	20	20	25.00	10.00	15.00	**0**	**0**
C1P2	17	20	20	30.00	20.00	15.00	10.00	**5.00**
C1P3	16	20	20	15.00	25.00	15.00	10.00	**5.00**
C2P1	25	40	15	20.00	20.00	20.00	**6.67**	**6.67**
C2P2	25	40	15	20.00	20.00	13.33	**6.67**	**6.67**
C2P3	25	40	15	**0**	26.67	20.00	13.33	6.67
t4a	49	200	200	54.00	6.50	11.50	**3.50**	4.00
t4b	49	200	200	24.50	7.00	10.00	**3.00**	4.00
t4c	49	200	200	70.00	11.50	10.50	**3.00**	3.50
t4d	49	200	200	65.50	6.50	12.50	**1.50**	3.50
t4e	49	200	200	34.50	9.00	11.50	**3.00**	5.00
小规模算例平均相对误差				29.10	13.69	12.31	4.91	**3.85**

为了直观地观察各排样方法的性能，基于表1中数据，得到小规模算例相对误差变化曲线，见图12。针对小规模算例，本文方法EGGF相对误差整体较小，且稳定性好，表明该方法具有可行性和有效性。

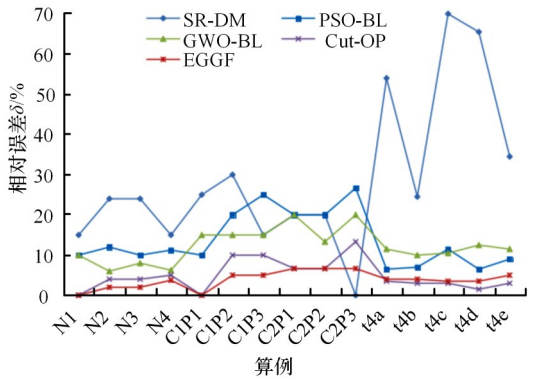

图12 小规模算例相对误差对比曲线

Fig.12 Comparison curve of relative errors for small-scale test cases

为更加直观地对比两种方法的排样效果，图13给出了利用商用软件Cut-OP和EGGF求解N1和C1P1两种小规模算例得到的排样结果。结果表明，EGGF构造出更为紧凑的排样布局，在处理小规模排样问题上更容易找到最优解。

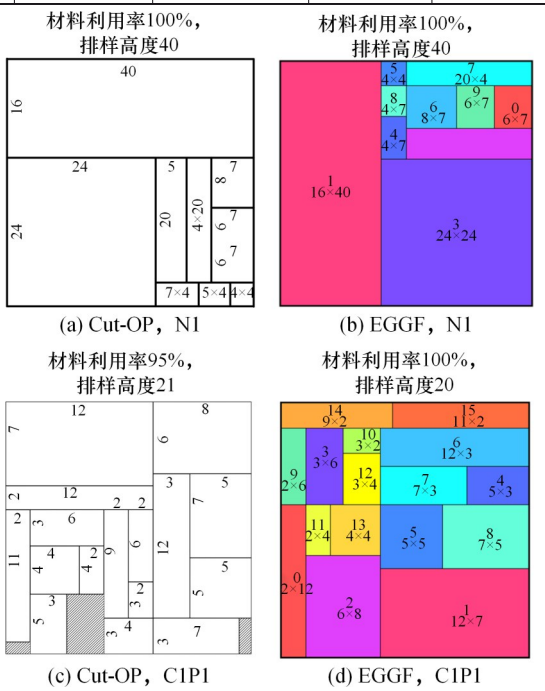

图13 小规模算例的排样方案结果对比

Fig.13 Comparison of layout plan results for small-scale nesting

3.2.2 中规模排样算例对比分析

利用上述多种排样方法求解15个中规模算例，优化结果如表2所示。表中加粗数据为针对

表 2　中规模算例对比

Tab.2　Comparison of medium-scale examples

编号	n	W	H最优	相对误差δ/%				
				SR-DM	PSO-BL	GWO-BL	Cut-OP	EGGF
N5	50	100	100	12.00	21.00	4.00	4.00	**3.00**
N6	60	50	100	21.00	12.00	7.00	3.00	**2.00**
N7	70	80	100	34.00	14.00	7.00	4.00	**4.00**
N8	80	100	80	10.00	8.75	10.00	2.50	**2.50**
C5P1	73	60	90	5.56	8.89	6.67	4.44	**2.22**
C5P2	73	60	90	7.78	14.44	8.89	4.44	**3.33**
C5P3	73	60	90	7.78	13.33	11.11	5.56	**2.22**
C6P1	97	80	120	10.00	7.50	10.00	**2.50**	**2.50**
C6P2	97	80	120	10.83	11.67	8.33	**1.67**	4.17
C6P3	97	80	120	11.67	8.33	6.67	3.33	**2.50**
t5a	73	200	200	73.00	8.00	7.50	**3.00**	4.50
t5b	73	200	200	80.00	7.00	7.50	**2.00**	4.50
t5c	73	200	200	40.50	8.00	9.00	**2.00**	4.50
t5d	73	200	200	46.50	10.00	8.00	**2.50**	5.00
t5e	73	200	200	97.00	7.50	11.50	**3.00**	**3.00**
中规模算例平均相对误差				31.17	10.69	8.21	**3.20**	3.33

每个算例得到的相对最优解，尽管随着零件数量的增加求解难度增大，但本文方法EGGF在求解大多数算例的结果上仍优于其他方法，表现出良好的求解稳定性。

为直观展示各方法的性能差异，根据表2数据，去除相对误差过大的SR-DM方法，绘制了中规模算例的相对误差趋势图，见图14，在零件数量增加的中规模算例下，EGGF的相对误差仍能保持在较低水平，且相比其他方法波动幅度明显更小，表明该方法在处理中规模排样问题时仍具备良好的求解性能。

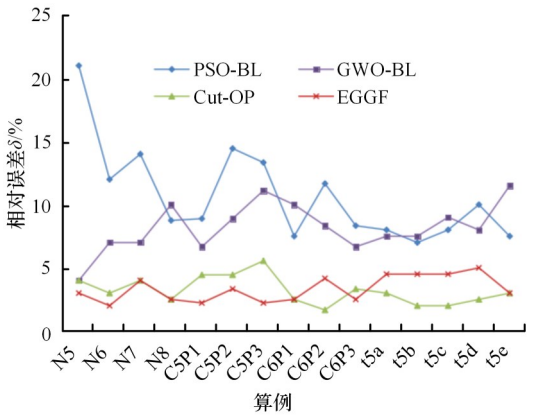

图 14　中规模算例相对误差对比曲线

Fig.14　Comparison curve of relative errors for medium-scale test cases

3.2.3　大规模矩形排样算例对比分析

利用上述多种排样方法求解10个大规模算例，优化结果如表3所示，表中加粗数据为针对相应算例得到的相对最优解。EGGF在面对求解尤为复杂的大规模问题时，优势更为稳定，平均相对误差最小，且大多数算例的优化结果均优于其他

表 3　大规模算例对比

Tab.3　Comparison of large-scale examples

编号	n	W	H最优	相对误差δ/%				
				SR-DM	PSO-BL	GWO-BL	Cut-OP	EGGF
N9	100	50	150	18.00	9.33	6.67	2.00	**0.67**
N10	200	70	150	8.00	8.00	5.33	2.00	**0.67**
C7P1	196	160	240	5.83	10.00	5.00	**1.67**	2.08
C7P2	197	160	240	10.00	8.33	5.83	2.50	**1.67**
C7P3	196	160	240	8.33	6.25	3.33	**1.67**	**1.67**
t7a	197	200	200	63.00	11.50	4.00	**1.50**	2.00
t7b	199	200	200	48.50	10.50	4.00	**2.00**	2.50
t7c	199	200	200	47.50	9.00	6.00	3.00	**3.00**
t7d	199	200	200	32.50	7.50	7.00	2.00	**1.50**
t7e	199	200	200	79.00	4.50	5.50	2.50	**2.50**
大规模算例平均相对误差				32.07	8.49	5.27	2.08	**1.83**

方法。

为了直观地观察各排样方法的性能，基于表3中数据，绘图时去除过大相对误差的SR-DM算法，得到大规模算例相对误差变化曲线，见图15。针对大规模算例，EGGF表现出显著的性能优势，其相对误差曲线始终维持在低位，明显优于其他对比算法，这表明该排样方法在面对大规模矩形件排样时具有很好的全局寻优能力。

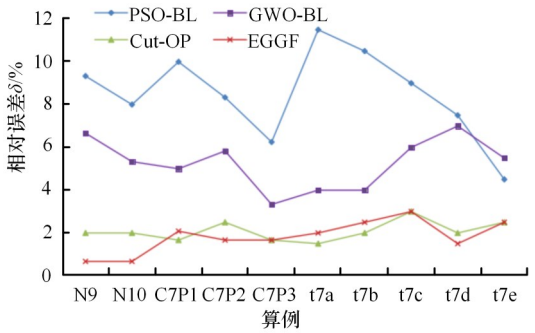

图15 大规模算例相对误差对比曲线

Fig.15 Comparison curve of relative errors for large-scale test cases

3.3 真实生产案例对比分析

为进一步验证本文方法在处理国内制造业真实生产案例上的可行性和有效性，本文选取来自河北省某家具公司的床头柜生产订单数据[18]，开展算例对比分析。案例1包含4种不同规格的矩形件，共计53个零件，具体信息如表4所示。案例2包含7种不同规格的矩形件，共计255个零件，具体信息如表5所示。

表4 案例1的排样零件数据表

Tab.4 Data sheet of layout parts for instance 1

编号	长度/mm	宽度/mm	数量
1	900	400	15
2	680	400	8
3	320	240	8
4	400	320	22

表5 案例2的排样零件数据表

Tab.5 Data sheet of layout parts for instance 2

编号	长度/mm	宽度/mm	数量
1	557	395	30
2	1124	420	20
3	984	338	28
4	557	520	30
5	515	400	40
6	347	97	57
7	515	100	50

利用本文方法、文献中提出的方法和商用软件求解上述真实生产案例，优化排样结果如表6所示，采用板材的材料利用率作为评价指标对比多种优化排样方法的性能，表中加粗数据表示针对相应算例得到的相对最优解。

表6 真实生产案例对比

Tab.6 Comparison of Production Examples

案例	n	W/mm	材料利用率 Y/%			
			PSO-BL	GWO-BL	Cut-OP	EGGF
案例1	53	1220	96.18	93.39	97.21	**97.85**
案例2	255	2440	88.31	88.47	95.44	**96.06**
平均材料利用率			92.25	90.93	96.33	**96.96**

4 结论

针对多品种、不同规模的矩形件排样问题，本文提出了一种基于精英型遗传策略和空隙动态填充机制的矩形件优化排样方法。该方法基于矩形件容差ε和长宽比α两个性能参数实现矩形件的分类，从而构造出精英型初始序列；以最低水平线为基准，为待排矩形件搜索出最佳放置空隙，得到一种高质量且稳定的排样方案。分析ε和α两个性能参数对排样结果的敏感性，当$0\leqslant\varepsilon\leqslant25\%$、$1\leqslant\alpha\leqslant5$时，排样方案的材料利用率先增大后减小，以平均最大利用率为标准得到ε和α的最优值。分别求解大中小规模的矩形件排样的国际标准算例和国内制造业真实生产案例，结果表明，本文方法在材料利用率和稳定性上表现出显著优势，为矩形件排样问题提供一种新的求解思路。

参考文献：

[1] 吴电建，张三强，杨光友. 复杂下料工艺约束下的二维不规则零件优化排样方法[J]. 中国机械工程，2023，34(21)：2615-2621.
WU Dianjian，ZHANG Sanqiang，YANG Guangyou. Optimal Layout Method of 2D Irregular Parts under Complex Cutting Process Constraints[J]. China Mechanical Engineering，2023，34(21)：2615-2621.

[2] 韩伟，张子成. 基于模拟退火的贯通约束不规则排样[J]. 中国机械工程，2016，27(24)：3326-3331.
HAN Wei，ZHANG Zicheng. A Simulated Annealing Algorithm for Irregular Guillotine Packing Problems[J]. China Mechanical Engineering，2016，27(24)：3326-3331.

[3] 王淑青，陈军，潘健，等. 基于最小包络矩形的不规则凸多边形的三角形处理算法[J]. 计算机应用与软件，2016，33(11)：197-199.
WANG Shuqing，CHEN Jun，PAN Jian，et al. A Triangle Processing Algorithm for Irregular Convex Polygon Based on Smallest Envelope Rectangle[J]. Computer Applications and Software，2016，33(11)：197-199.

[4] 汤德佑，周子琳. 基于临界多边形的不规则件启发式排样算法[J]. 计算机应用，2016，36(9)：2540-2544.
TANG Deyou，ZHOU Zilin. No-fit-polygon-based Heuristic Nesting Algorithm for Irregular Shapes[J]. Journal of Computer Applications，2016，36(9)：2540-2544.

[5] 罗立宏，冯开平，叶家玮. 基于图像的2维板件排样方案评价方法研究[J]. 四川大学学报(工程科学版)，2013，45(6)：162-169.

LUO Lihong, FENG Kaiping, YE Jiawei. Research of Layout Estimating Method of 2-D Parts Packing Based on Image[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2013, 45(6): 162-169.

[6] VERSTICHEL J, de CAUSMAECKER P, VANDEN BERGHE G. An Improved Best-fit Heuristic for the Orthogonal Strip Packing Problem[J]. International Transactions in Operational Research, 2013, 20(5): 711-730.

[7] 董德威，颜云辉，张尧，等. 矩形件优化排样的自适应遗传模拟退火算法[J]. 中国机械工程，2013，24(18)：2499-2504.
DONG Dewei, YAN Yunhui, ZHANG Yao, et al. Adaptive Genetic Simulated Annealing Algorithm in Optimal Layout of Rectangular Parts[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(18): 2499-2504.

[8] 罗强，李世红，袁跃兰，等. 基于复合评价因子的改进遗传算法求解矩形件排样问题[J]. 锻压技术，2018，43(2)：172-181.
LUO Qiang, LI Shihong, YUAN Yuelan, et al. Rectangular Workpiece Nesting Based on an Improved Genetic Algorithm of Composite Evaluation Factor[J]. Forging & Stamping Technology, 2018, 43(2): 172-181.

[9] 张新华. 基于强化学习和蚁群算法的协同依赖多任务网格集群调度[J]. 长沙大学学报，2016，30(2)：50-53.
ZHANG Xinhua. Grid Cluster Cooperative Dependent Multi Task Scheduling Method Based on Reinforcement Learning and Ant Colony Algorithm[J]. Journal of Changsha University, 2016, 30(2): 50-53.

[10] LEUNG S C H, ZHANG D, SIM K M. A Two-stage Intelligent Search Algorithm for the Two-dimensional Strip Packing Problem[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 215(1): 57-69.

[11] HOPPER E. Two-dimensional Packing Utilising Evolutionary Algorithms and Other Meta-heuristic Methods[D]. Cardiff: Cardiff University, 2000.

[12] 周梓博. 大规模不规则矩形件的下料系统设计与实现[D]. 成都：电子科技大学，2024.
ZHOU Zibo. Design and Implementation of Cutting System for Large-scale Irregular Rectangular Parts[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2024.

[13] HOPPER E, TURTON B C H. An Empirical Investigation of Meta-heuristic and Heuristic Algorithms for a 2D Packing Problem[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 128(1): 34-57.

[14] 刘志雄. 求解矩形条带装箱问题的改进剩余矩形法[J]. 计算机集成制造系统，2025，31(7)：2605-2617.
LIU Zhixiong. Improved Surplus Rectangle Algorithm for Rectangle Strip Packing Problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2025, 31(7): 2605-2617.

[15] 梁利东，钟相强. 粒子群算法在不规则件排样优化中的应用[J]. 中国机械工程，2010，21(17)：2050-2052.
LIANG Lidong, ZHONG Xiangqiang. Applications of Particle Swarm Optimization for Solving Irregular Part Nesting Problems[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(17): 2050-2052.

[16] 吴正佳，李金雄，单飞祥，等. 灰狼算法在定制化家具矩形件排样中的应用[J]. 机电信息，2023(4)：85-88.
WU Zhengjia, LI Jinxiong, SHAN Feixiang, et al. Application of Grey Wolf Algorithm in Layout of Customized Furniture Rectangular Parts[J]. Mechanical and Electrical Information, 2023(4): 85-88.

[17] ProgramsOptimal. Cutting Optimization Pro [CP/OL]. (2024)[2025-11-22]. https://optimalprograms.com/.

[18] 张国梁，蔡小娜，侯晓鹏，等. 面向零件的人造板材矩形件锯切排样数学建模及遗传算法求解[J]. 林业科学，2016，52(5)：150-159.
ZHANG Guoliang, CAI Xiaona, HOU Xiaopeng, et al. Part-oriented Cutting Layout Mathematical Modeling and Solving by Genetic Algorithm for Rectangular Wood Based Panel Parts[J]. Scientia Silvae Sinicae, 2016, 52(5): 150-159.

（编辑　袁兴玲）

作者简介：吴电建，男，1990年生，博士、讲师。研究方向为农机智能装备设计与优化。E-mail：hbut_wdj@163.com。**黄帅康***（通信作者），男，1998年生，硕士研究生。研究方向为农机智能装备设计与优化。E-mail：1269884088@qq.com。

本文引用格式：

吴电建，黄帅康，丁子璨，等. 基于精英型遗传策略和空隙动态填充机制的矩形件优化排样方法[J]. 中国机械工程，2026，37(10)：2418-2427.

WU Dianjian, HUANG Shuaikang, DING Zican, et al. An Optimization Nesting Method for Rectangular Parts Based on Elite Genetic Strategy and Dynamic Gap-filling Mechanism[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(10): 2418-2427.