文章编号:1673-0291(2026)01-0184-13 **DOI**:10.11860/j.issn.1673-0291.20250118

融入灵活型服务的公交网络冗余性分析

李金洋[1],薛 晖[2],滕 靖[3]

(1.华东交通大学 交通运输工程学院,南昌 330013;2.北京市城市规划设计研究院,北京 100045;
3.同济大学 交通学院,上海 201804)

摘 要:针对灵活型公交服务的融入导致公交网络拓扑结构与边权参数呈现不确定性,致使基于固定拓扑结构的冗余性分析方法难以适用的问题,对包含灵活型服务的公交网络建模与冗余性评估方法进行研究.首先,针对灵活线路的拓扑不确定性,基于约束规划构建随机网络模型以枚举灵活线路的所有可能路径集合,并引入区间服务概率对路径进行集计化处理,通过定义物理层、服务层与需求层间的映射关系,构建"物理-服务-需求"多层网络表征;然后,兼顾有效路径在物理层道路网络上的重叠折减、基于电阻距离度量的物理层设施冗余性、出行需求分布和公交服务供给频率的权重,建立考虑供需加权的基于设施的路径多样性指标;最后,基于上海市嘉定区公交网络数据随机生成不同灵活度的公交网络方案进行实证分析.研究结果表明:在网络维度,由于线路绕行导致的服务频率降低和路径长度增加,灵活站点的引入可能导致公交网络整体的冗余性指标呈现波动甚至下降趋势;在出行起讫点(Origin-Destination,OD)对维度,虽然因增设灵活站点导致冗余性降低的OD对数量多于提升的数量,但在部分OD对上能显著提升冗余性,且路径多样性的平均提升幅度为平均下降幅度的2.36倍,表明正向效益在程度上更为显著;在规划设计灵活型公交线网时,应通过仿真与优化确定灵活站点配置,重点改善高需求OD对的冗余性.

关键词:交通运输规划与管理;灵活型公交;韧性评估;网络建模;路径多样性

中图分类号:U121 **文献标志码**:A

Redundancy analysis of bus networks integrated with flexible services

LI Jinyang[1], *XUE Hui*[2], *TENG Jing*[3]

(1.School of Transportation Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China; 2.Beijing Municipal Institute of City Planning & Design, Beijing 100045, China; 3.College of Transportation, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: The integration of flexible bus services introduces uncertainty into network topology and edge weights, rendering redundancy analysis methods based on fixed topologies inapplicable. To address this, this study investigates modeling techniques and redundancy evaluation methods for bus networks incorporating flexible services. First, to tackle the topological uncertainty of flexible lines, a random network model is constructed using constraint programming to enumerate all feasible path sets. By introducing interval service probabilities to aggregate these paths and defining mapping relation-

收稿日期:2025-07-14;**修回日期**:2025-11-09

基金项目:国家重点研发计划(2021YFB1600100)

Foundation item: National Key R&D Plan (2021YFB1600100)

第一作者:李金洋(1996—),男,新疆乌鲁木齐人,讲师,博士.研究方向为交通运输规划与管理. **email**:jinyang@ecjtu.edu.cn.

通信作者:滕靖(1977—),男,黑龙江哈尔滨人,教授,博士,博士生导师. **email**:tengjing@tongji.edu.cn.

引用格式:李金洋,薛晖,滕靖.融入灵活型服务的公交网络冗余性分析[J].北京交通大学学报,2026,50(1):184-196.
LI Jinyang, XUE Hui, TENG Jing.Redundancy analysis of bus networks integrated with flexible services[J].Journal of Beijing Jiaotong University,2026,50(1):184-196.(in Chinese)

ships among the physical, service, and demand layers, a multilayer "physical-service-demand" network representation is established. Second, an infrastructure-based route diversity index considering supply and demand weighting is developed. This index integrates factors such as the overlap reduction of efficient routes on the physical road network, infrastructure redundancy in the physical layer measured by resistance distance, travel demand distribution, and bus service frequency. Finally, an empirical analysis is conducted using randomly generated bus network schemes with varying degrees of flexibility, based on the bus network data from Jiading District, Shanghai. The results indicate that at the network dimension, the introduction of flexible stops may cause the overall redundancy index of the bus network to fluctuate or decline, primarily due to reduced service frequency and increased path lengths caused by route detours. At the Origin-Destination (OD) dimension, although the number of OD pairs experiencing reduced redundancy due to the addition of flexible stops exceeds those experiencing an increase, significant improvements are observed for specific OD pairs. Notably, the average magnitude of the increase in route diversity is 2.36 times that of the decrease, indicating that the positive effects are more substantial in magnitude. Consequently, when planning and designing flexible bus networks, flexible stop configurations should be determined through simulation and optimization to prioritize redundancy improvements for high-demand OD pairs.

Keywords: transport planning and management; flexible bus; resilience evaluation; network modeling; route diversity

城市公交系统作为现代城市交通的基础性组成部分,承担着保障居民基本出行需求的重要职能.然而,该系统在运行过程中高度依赖外部条件,容易受到恶劣天气、交通事故、设备故障、客流波动等多种不确定因素的影响,导致服务效率下降甚至中断.近年来,如何提升城市公交系统在扰动场景下的韧性(亦称弹性),即系统抵御扰动冲击并从中快速恢复的能力[1-2],已成为城市交通管理和规划的重要目标.在经典的韧性"4R"框架中[3],冗余性侧重从"抵御扰动冲击"的视角出发,衡量公共交通系统在扰动场景下提供替代方案以继续满足出行需求的能力[4],通常被认为与韧性呈正相关关系:当网络具备更多路径选择时,乘客可在部分失效场景下维持出行的连续性[5],这既提升了乘客体验,也有助于保持公交服务的竞争力.与此同时,灵活型公交作为一种新兴服务模式,在世界各地迅速兴起并助推传统运营模式的转型.其核心特征在于公交车辆可以动态调整行驶路径和停靠站点,在低需求、高波动区域能提高运力资源利用效率[6-7].灵活型公交的引入提升了线网密度与连通性,潜在增加了出行路径选择,但其路径走向和停站的随机性导致网络拓扑结构呈现显著的不确定性,这种内生特质为传统的基于固定拓扑的冗余性评估带来了新的挑战.

针对公共交通网络的建模与冗余性评估,国内外学者已开展了大量研究.在网络建模方面,既有研究通常基于固定的拓扑结构将系统划分为3个逻辑层:代表基础设施的物理层,如轨道交通的线路和车站[8];代表运输区间的服务层,如轨道交通的交路[9]和地面公交的线路[10];代表客流分布的需求层[11].为更好地表达出行者在服务层中不同线路间的换乘关系,既有研究通常将每一条运输线路建模为一层独立网络[12],其拓扑表达主要存在Space-L与Space-P两种经典模式:Space-L模型中的边表征线路中相邻的物理区间,侧重于反映网络的实体连接属性;Space-P模型中的边则表征存在线路同时服务两个站点,侧重于反映服务的可达性[13].在此基础上,网络边的权重通常被赋予运输能力[14]、客流负荷[15]及以行程时间和距离为代表的运输阻抗[16],边的方向则对应运输线路的实际运行方向或简化为无向图以降低模型复杂度[17].在冗余性评估方面,基于网络拓扑结构计算路径多样性指标是目前量化冗余性的主流方法,其核心在于计算系统能够为所有出行起讫点(Origin-Destination,OD)对提供的可行路径规模[18-19].为了确保评估结果符合乘客实际出行行为,既有研究对可行路径进行了详细的分类与界定,主要包括:要求路径间至少存在不同节点或边的简单路径[20]、除始末点外无重合的相异路径[21]、在拓扑上表现出远离起点接近终点特征的有效路径[22].部分研究进一步优化了有效路径的定义,放宽了方向约束[4]或引入了基于最短路径长度的阈值约束,以保证路径在通勤成本上的可接受性[23].在衡量OD对路径多样性时,如何科学处理路径重叠引发

的冗余虚高问题是研究的难点.为此,既有研究提出了共同因子[24]、聚集度[25]和路径规模[26]3种度量方法,并据此建立了不同的修正指标:一是构建包含路径数量与重叠水平的双指标体系[25];二是设定重叠阈值直接剔除高重叠路径[27];三是引入路径规模指标,将所有可行路径按重叠程度进行加权求和,从而得到综合性路径多样性指标[28].其中,最后一种方法因能将路径的绝对数量与实际效用通过单一指标直观表达,在规划实践中应用最为广泛.此外,考虑到公交线网对底层道路网络的依附性,有学者提出了基于设施的路径多样性指标,通过将有效路径映射回道路网络来观察重叠情况,从而更精准地反映公交网络在面对道路级扰动时的物理冗余水平[29].

尽管既有研究体系在固定型公交网络的冗余性分析方面已较为成熟,但在应对融入灵活型服务的公交网络时仍存在局限性.现有关于公共交通网络建模及冗余性分析的研究多聚焦于具有固定拓扑结构的传统公交网络,鲜见面向具有不确定拓扑结构的灵活型公交网络的系统性分析.灵活型公交的拓扑不确定性可从线网规划和运营调度两个层面解读[30]:一是灵活站点的布局客观上带来了线路走向的多样性,二是出行需求波动和动态调度机制使得线路走向具有随机性.研究目标着眼于规划设计阶段,即重点关注第1个层面的拓扑不确定性.针对该问题,虽然已有研究尝试通过约束规划模型建立随机网络以表达灵活线路的拓扑结构[31],但这些模型往往忽略了道路网络和需求分布的深度融入:一方面未能将公交车辆基于在道路网络上的迂回绕行对于整体冗余性的贡献纳入考量;另一方面也无法基于不同出行OD的需求规模对公交网络的冗余性进行针对性的加权评估.这种"物理-服务-需求"多层视角的缺失,导致现有模型难以真实反映灵活型公交在实际供需环境下的抗扰动能力,从而限制了其在以韧性为导向的线网规划中的决策支持作用.

针对上述问题,本文聚焦于公交网络在引入灵活型服务后的冗余性分析,构建综合考虑道路依赖、需求分布和灵活服务特征的网络建模与冗余性评估方法.主要理论创新与工作内容包括:首先,针对灵活线路的拓扑不确定性,构建能够反映道路网络约束和需求分布特征的灵活型公交随机网络建模方法;然后,在该网络框架下,兼顾有效路径重叠折减、物理层冗余及出行需求和供给的权重,提出面向灵活型公交的基于设施的路径多样性指标;最后,以上海市嘉定区公交网络为例,量化分析灵活站点引入对具体OD和网络整体冗余性的影响.

1 灵活型公交网络建模

随机网络模型是复杂网络理论中刻画拓扑不确定性的重要工具,它以概率的形式对节点间不确定连接进行量化表征[32].由于灵活线路在运行过程中可能选择性地服务若干灵活站点,从而产生多种可能的行驶路径,即某条线路是否经过某一区间具有随机性,因此灵活线路的拓扑不确定性适合用随机网络建模来描述.考虑到灵活型公交中的站点响应型服务对既有线路改动最小[33],本文研究的灵活型公交线路特征为:在一条线路固定站点集合的基础上引入若干灵活站点,其中灵活站点来源于其他线路既有的固定站点.在此背景下,针对具有不确定拓扑的灵活线路提出建模方法,并将其与道路网络(物理层)和出行需求分布(需求层)相结合,构建完整的灵活型公交"物理-服务-需求"多层网络.

1.1 基于随机网络的灵活线路建模

首先给出线路与站点的集合表示.设L为网络中所有公交线路的集合(上、下行算两条线路),S为网络中所有公交站点的集合.对于任意线路$l\in L$,其公交网络由有向图$G_l(S_l,E_l)$表示.其中,$S_l\subseteq S$表示线路l可服务的站点集合,$E_l\subseteq S_l\times S_l$表示线路$l$可能服务的区间集合;进一步,$S_l$可以划分为固定站点集合$S_l^{\text{fix}}$和灵活站点集合$S_l^{\text{flex}}$,即$S_l=S_l^{\text{fix}}\cup S_l^{\text{flex}}$.固定站点为线路在任何情形下均必须服务的站点;灵活站点仅在有临时出行需求时才被纳入服务范围.连接所有固定站点的最短路径记为该线路的基准行驶路径.为限制线路绕行的幅度,进一步引入每条线路的路径运行长度上界,记为g_l.

1.1.1 基于约束规划的灵活线路随机网络建模

为枚举某条线路的所有可能路径,需要在灵活站点分布与绕行长度阈值的双重约束下求解路径集合,这一问题可归结为一个约束规划问题,即求解在一定约束条件下所有的可行解.在建立约束规划模型时,为简化路径枚举与度的定义,将单条公交线路在拓扑层面表示为无向简单图;在求得线路集合后进行随机网络的集计化时,再通过区间服务概率的表达定义其方向性,从而得到用于构建最终多层公交网络服务层的有向集计网络.约束规划模型的决策变量和节点度可定义为:区间服务二元变量$x_l^{i,j}\in\{0,1\}$,若线路l在某一路径上连续经过站点i与j,则$x_l^{i,j}=1$,否则为0;灵活站点服务二元变量$y_l^i\in\{0,1\}$,若线路l在某一路径中服务灵活站点$i\in S_l^{\text{flex}}$,则$y_l^i=1$,否则为0;节

点度定义,在上述无向图表示下,站点i在线路l中的节点度为$\sum_{j\in S_l}x_l^{i,j}$,即与站点i相连且被线路l所经过的区间数之和.求解路径集合的约束规划模型所涉及符号的说明如表1所示.

表 1　求解路径集合约束规划模型的符号说明

Tab.1　Notation of the constraint programming model for solving the route set

符号	描述说明	符号	描述说明
S	公交网络中所有站点的集合	S_l^{termi}	线路$l\in L$的端点站集合
L	公交网络中所有公交线路的集合	S_l^{inter}	线路$l\in L$的中间站集合
S_l	线路$l\in L$可服务的站点集合	$d_{i,j}$	站点$i,j\in S$之间的距离,若两个节点之间没有路径连接,$d_{i,j}\to\infty$
E_l	线路$l\in L$可服务的区间集合	g_l	线路l的路径运行长度阈值
S_l^{fix}	线路$l\in L$的固定站点集合	$x_l^{i,j}$	当公交线路$l\in L$连续经过站点$i,j\in S_l$时,$x_l^{i,j}=1$;否则,$x_l^{i,j}=0$
S_l^{flex}	线路$l\in L$的灵活站点集合	y_l^i	当公交线路$l\in L$经过灵活站点$i\in S_l^{\text{flex}}$时,$y_l^i=1$;否则,$y_l^i=0$

对于公交线路$l\in L$,求解其所有可能路径的约束规划模型的约束条件为

$$\sum_{j\in S_l}x_l^{i,j}=1\quad\forall i\in S_l^{\text{termi}}\tag{1}$$

$$\sum_{j\in S_l}x_l^{i,j}=2\quad\forall i\in S_l^{\text{fix}}\backslash S_l^{\text{termi}}\tag{2}$$

$$\sum_{j\in S_l}x_l^{i,j}=2y_l^i\quad\forall i\in S_l^{\text{flex}}\tag{3}$$

$$\sum_{i\in S_l,j\in S_l,i<j}d_{i,j}x_l^{i,j}\leqslant g_l\tag{4}$$

$$x_l^{i,j}=x_l^{j,i}\quad\forall i,j\in S_l\tag{5}$$

$$x_l^{i,i}=0\quad\forall i\in S\tag{6}$$

$$x_l^{i,j}=0\quad\forall i\in S,\forall j\in S\backslash S_l\tag{7}$$

其中:式(1)要求首末站点的节点度为1,即首末站仅与另外一个站点相连;式(2)要求固定中间站的节点度为2,即中间站需要与另外两个站点相连;式(3)要求若经过某一灵活站点,则其节点度为2,否则为0,即若行驶路径经过该灵活站点,那么其节点度要求与中间站一致,否则该灵活站点不与其他任何站点相连;式(4)确保线路$l\in L$的路径运行长度不超过给定的阈值g_l;式(5)定义了一个无向网络;式(6)禁止自环的存在;式(7)禁止路径涉及线路l所属站点集合之外的站点.

基于约束规划求解器(如谷歌开发的开源软件OR-Tools)求解由上述约束条件所规定的解空间,从而定义公交线路$l\in L$的可能路径集合$\mathbb{G}_l(S,\mathbb{E}_l)$,其中$\mathbb{E}_l$是构成所有可能路径的边的集合.因此,每个可能的路径$E_{l,k}\subseteq\mathbb{E}_l$对应于约束规划模型中的一个解$G_{l,k}(S,E_{l,k})$,即$E_{l,k}=\{x_{l,k}^{i,j}|x_{l,k}^{i,j}=1\}$,其中$x_{l,k}^{i,j}$是第$k$个解中$x_l^{i,j}$的变量值.

1.1.2　基于服务概率的随机网络集计化

将单条线路的多种可能路径集计为一张概率化的网络.为此,对路径出现的概率进行简单假设并据此定义区间服务概率:对于公交线路$l\in L$的路径集合$\mathbb{G}_l(S,\mathbb{E}_l)$中的每条路径假设具有相等出现概率$1/\|\mathbb{E}_l\|$,其中$\|\mathbb{E}_l\|$是$\mathbb{E}_l$中的可能路径总数.公交线路$l\in L$上站点$i,j\in S$之间的服务概率$\bar{a}_l^{i,j}$为

$$\bar{a}_l^{i,j}=\begin{cases}\dfrac{1}{\|\mathbb{E}_l\|}\displaystyle\sum_{k=1}^{\|\mathbb{E}_l\|}x_{l,k}^{i,j} & (i,j)\in E_l\\ 0 & \text{否则}\end{cases}\tag{8}$$

由式(8)可知,若边(i,j)不属于公交线路l上可服务区间集合E_l,则$\bar{a}_l^{i,j}=0$.又由于公交线路l的可服务区间集合E_l的定义考虑了线路的方向性,所以后续构建的集计网络是区分线路上下行的有向图.

在区间服务概率的基础上对公交线路随机网络进行集计化处理.对于公交线路$l\in L$,其随机网络的集计网络由有向图$\bar{G}_l(S,\bar{E}_l)$表示,其中网络的边集包含邻接关系和距离成本两种属性,分别由平均邻接矩阵和平均成本矩阵表示:平均邻接矩阵$\bar{\boldsymbol{A}}_l$,对于站点对$i,j\in S_l$有$\bar{\boldsymbol{A}}_l(i,j)=\bar{a}_l^{i,j}$,是在考虑线路$l\in L$服务该区间概率的基础上定义的邻接关系;平均成本矩阵$\bar{\boldsymbol{D}}_l$,对于站点对$i,j\in S_l$有$\bar{\boldsymbol{D}}_l(i,j)=\bar{d}_l^{i,j}$.其中,$\bar{d}_l^{i,j}$为公交线路$l\in L$上站点$i,j\in S_l$之间的广义距离成本,是在考虑区间服务概率及线路服务频率基础上对站间运行长度的定义,即

$$\bar{d}_l^{i,j}=\begin{cases}\dfrac{d_{i,j}}{f_l\bar{a}_l^{i,j}} & \bar{a}_l^{i,j}>0\\ \infty & \text{否则}\end{cases}\tag{9}$$

式中:$d_{i,j}$为站点$i,j\in S$之间的距离成本;f_l为公交线路$l\in L$的服务频率.

1.2　“物理-服务-需求”多层网络

在完成对单条具有拓扑不确定性的灵活线路建模后,需要把所有线路的集计网络整合为服务层,并将其与物理层的道路网络与需求层的出行分布关联,以形成能反映服务供给、基础设施与出行需求3者相互映射的完整网络框架.其中:物理层表征道路网络,即由道路交叉口和路段构成的拓扑结构;服务层表征公交线路服务,包括线路拓扑、停靠关系及

服务频率等;需求层表征基于交通小区的出行需求分布.3层虽属性不同,但逻辑相关:服务层依赖物理层的基础设施,需求层决定了服务层不同部分的重要性与优先级.

1.2.1 灵活型公交多层网络建模

在服务层,将研究区域内的所有线路构建为一个多层公交网络,记为 $\boldsymbol{\mathcal{M}}=(L,\boldsymbol{\mathcal{G}},\boldsymbol{\mathcal{C}})$. 其中,$\boldsymbol{\mathcal{G}}=(\bar{G}_1,\bar{G}_2,\cdots,\bar{G}_{\|L\|})$为各线路的层内集计网络集合.在线路 $l\in L$ 的层内网络 $\bar{G}_l\left(S,\bar{E}_l\right)$中,$\bar{E}_l$表示区间集合,其平均邻接与成本矩阵分别为 $\bar{A}_l$ 和 $\bar{D}_l$. 层间集合 $\boldsymbol{\mathcal{C}}$ 描述线路间的换乘关系:对任意 $\alpha,\beta\in L$ 且 $\alpha\neq\beta$,令 $\mathcal{C}_{\alpha,\beta}=(S,S,E_{\alpha,\beta})$,其中 $E_{\alpha,\beta}\subseteq S\times S$ 表示可能的换乘站点对.定义线路 α 和线路 β 之间的换乘成本矩阵 $\boldsymbol{C}_{\alpha,\beta}$,对于 $i,j\in S$ 有 $\boldsymbol{C}_{\alpha,\beta}(i,j)=c_{\alpha,\beta}^{i,j}$. 其中,乘客从线路 $\alpha\in L$ 上的 $i\in S$ 站点换乘至线路 $\beta\in L$ 上的 $j\in S$ 站点的成本 $c_{\alpha,\beta}^{i,j}$ 为

$$c_{\alpha,\beta}^{i,j}=\begin{cases}\eta d'_{i,j} & d'_{i,j}\leqslant\gamma\\ \infty & \text{否则}\end{cases}\tag{10}$$

式中:$d'_{i,j}$表示从站点 $i\in S$ 步行到站点 $j\in S$ 的成本;η 和 γ 分别为换乘成本惩罚值和换乘成本阈值,根据已有研究分别设置为 $\eta=15$[34]和 $\gamma=600$ m[35].

在物理层,灵活型公交的物理基础由道路网络表示为连通无向图 $\hat{G}(\hat{S},\hat{E})$,其中 $\hat{S}$ 是由道路网络中交叉口构成的节点集,$\hat{E}$ 是由道路网络中交叉口之间的路段所构成的边集.定义道路网络 $\hat{G}$ 的距离矩阵 $\hat{\boldsymbol{D}}$,对于节点对 $u,v\in\hat{S}$ 有 $\hat{\boldsymbol{D}}(u,v)=\hat{d}_{u,v}$,若 $(u,v)\in\hat{E}$,则 $\hat{d}_{u,v}$ 为连接两点间道路路段的实际长度,否则 $\hat{d}_{u,v}$ 设置为一个充分大的值.

在需求层,使用完全有向图 $\tilde{G}(\tilde{S},\tilde{E})$ 表示交通小区间的出行分布,其中 $\tilde{S}$ 是由交通小区定义的点集,$\tilde{E}$ 是由交通小区间的出行定义的边集.定义需求分布网络的 OD 矩阵 $\tilde{\boldsymbol{D}}$,对于节点对 $p,q\in\tilde{S}$ 有 $\tilde{\boldsymbol{D}}(p,q)=\tilde{d}_{p,q}$,其中 $\tilde{d}_{p,q}$ 表示从起始于交通小区 p 终到于交通小区 q 的需求.

1.2.2 “物理-服务-需求”层间映射构建

服务层与物理层间的映射包含边映射和点映射两方面.其中边映射表现为一条线路上某一个区间会经过至少一个道路路段,而某一个道路路段也可能有多个区间经过,因此是多对多的映射:记 $\zeta(\cdot)$ 为灵活型公交网络服务层到物理层的边映射.此外,服务层和物理层之间的点映射体现在服务层中的某一个站点可以对应于唯一一个距离最近的物理层中的道路交叉口节点,而一个道路交叉口节点可能同时可以关联多个邻近的站点,因此是一对多的映射:记 $\tau(\cdot)$ 为灵活型公交网络服务层到物理层的点映射.

需求层与服务层间的映射表现为从某一交通小区出发,基于一定的步行成本阈值所能到达的公交站点,而某一个公交站点也可以服务多个交通小区,因此是多对多的映射.不失一般性,将步行成本阈值设置为乘客的换乘成本阈值 γ,并记灵活型公交网络需求层到服务层的映射为 $\xi(\cdot)$.

需求层与物理层间的映射表现为需求层中的某一交通小区可以对应于唯一一个距离最近的物理层中的道路交叉口节点,而一个道路交叉口节点可能同时可以关联多个邻近的交通小区,因此也是多对多的映射.记灵活型公交网络需求层到物理层的映射为 $\nu(\cdot)$.

基于上述对层间映射的定义,可将服务层、物理层与需求层进行整合,构建灵活型公交“物理-服务-需求”多层网络,如图 1 所示.



图 1 灵活型公交“物理-服务-需求”多层网络

Fig.1 Multilayer “physical-service-demand” network of flexible bus

进一步对多层网络的服务层和需求层进行整合表述.定义增广服务网络 $\boldsymbol{\mathcal{M}}'=(L',\boldsymbol{\mathcal{G}}',\boldsymbol{\mathcal{C}}')$,其中 $\|L'\|=\|L\|+1$,第 $\|L'\|$ 层即为需求层;$\boldsymbol{\mathcal{G}}'=(\bar{G}_1,\bar{G}_2,\cdots,\bar{G}_{\|L\|},\tilde{G})$是灵活型公交多层服务网络和需求网络的层内网络的集合;$\boldsymbol{\mathcal{C}}'$是层间网络的集合,对于任意 $\alpha\in L$ 有 $\mathcal{C}_{\alpha,\|L'\|}=(S,\tilde{S},E_{\alpha,\|L'\|})$,其中 $E_{\alpha,\|L'\|}\subseteq S\times\tilde{S}$,代表由 $\xi(\cdot)$ 定义的由需求层的交通小区到服务层的公交站点的映射.定义线路 $\alpha\in L$ 和交通小区之间的可达成本矩阵 $\boldsymbol{C}_{\alpha,\|L'\|}$,对于 $i\in S$ 且 $p\in\tilde{S}$ 有 $\boldsymbol{C}_{\alpha,\|L'\|}(i,p)=c_{\alpha,\|L'\|}^{i,p}$. 其中,乘客从线路 $\alpha\in L$ 上的 $i\in S$ 站点到达需求层中交通小区 $p\in\tilde{S}$ 的成本 $c_{\alpha,\|L'\|}^{i,p}$ 为

$$c_{\alpha,\|L'\|}^{i,p}=\begin{cases}\iota_{i,p} & \alpha\in L, i\in\xi(p), p\in\tilde{S}\\ \infty & \text{否则}\end{cases}\tag{11}$$

式中:$\iota_{i,p}$为公交站点$i\in S$与交通小区$p\in\tilde{S}$之间的距离成本.

基于对层内网络和层间映射的定义,灵活型公交多层服务网络的增广超成本矩阵$\boldsymbol{\mathcal{D}}'$为

$$\boldsymbol{\mathcal{D}}'=\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{D}}_1 & \boldsymbol{C}_{1,2} & \cdots & \boldsymbol{C}_{1,\|L\|} & \boldsymbol{C}_{1,\|L'\|}\\ 0 & \bar{\boldsymbol{D}}_2 & \cdots & \boldsymbol{C}_{2,\|L\|} & \boldsymbol{C}_{2,\|L'\|}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \bar{\boldsymbol{D}}_{\|L\|} & \boldsymbol{C}_{\|L\|,\|L'\|}\\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \bar{\boldsymbol{D}}_{\|L'\|}\end{bmatrix}\tag{12}$$

式中:$\bar{\boldsymbol{D}}_{\|L'\|}$可以理解为需求层内的广义距离成本矩阵,由于交通小区之间无法在需求层内直接可达,对于任意$p,q\in\tilde{S}$都有$\bar{D}_{\|L'\|}(p,q)=\infty$.

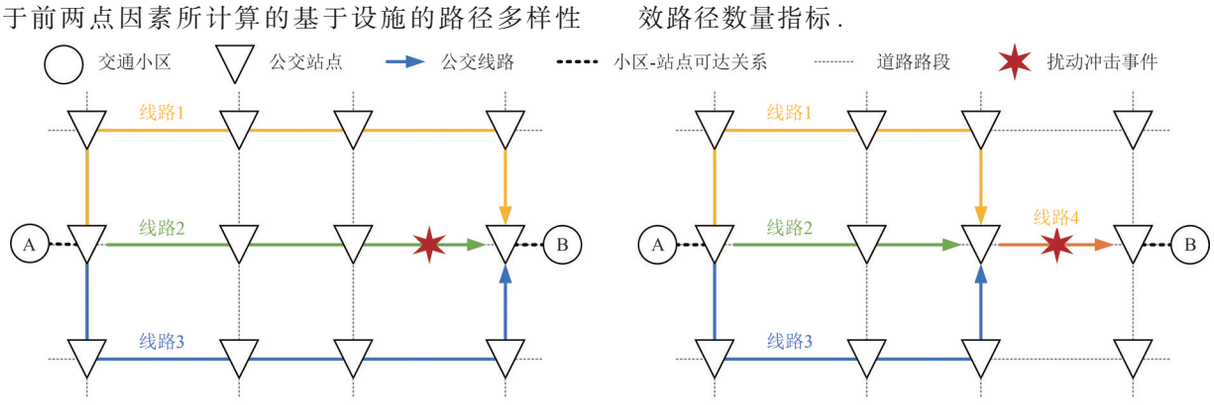
2　灵活型公交网络冗余性分析

路径多样性是衡量公交网络冗余性的核心指标,反映了网络在扰动冲击下为出行者提供替代路径的能力.路径多样性越高,当网络中的某些节点或边因扰动事件失效时,出行者越有可能通过其他可行路径完成出行,从而维持网络的服务水平.基于一个OD对之间的所有有效路径,还需要考虑3点因素以更加精确地计算其路径多样性:一是需要针对有效路径之间道路网络上的重叠区段对路径多样性指标进行折减;二是需要考虑公交车辆在服务层区间基于道路网络的迂回绕行所贡献的冗余性;三是需要同时考虑公交线路服务频率的供给和乘客出行分布的需求的权重.基于前两点因素所计算的基于设施的路径多样性考虑了服务层公交线网对物理层道路网络的依赖,第三点因素则进一步考虑了供需两方面的加权,为OD对的冗余性分析提供了更为综合的相对指标.

冗余性分析基于图1所描述的灵活型公交网络模型展开.灵活型公交的引入通过以下机制作用于路径多样性计算:其一,灵活线路的随机网络拓扑拓展了节点间的连接范围,增加了OD对间可行路径的潜在数量;其二,引入区间服务概率后的区间广义距离成本在客观上超出了区间原本的距离成本,这使得部分原固定线路的可行路径可能因灵活线路服务概率的波动而超出成本阈值.因此,路径多样性分析并非孤立评估灵活型公交的增益效应,而是通过模型内生的拓扑结构与边权参数,自然涵盖灵活线路对网络冗余性的双重影响.

2.1　有效路径在物理层的重叠区段折减

路径多样性旨在衡量起点和终点之间有效路径的规模.由于两条路径之间只要有至少一个节点或边不同即可视为两条不同的路径,因此一个OD对之间的有效路径之间往往会具有重复的区段,而这将会影响对于路径多样性的计算,如图2所示.图2中,在场景1和场景2中从起点交通小区到终点交通小区的有效路径数量都为3,但是当扰动冲击发生在图示区间时,出行者在场景1中依然有另外两条可行路径可以替代出行,而在场景2中的可行路径就变为0.因此,路径多样性的取值并不一定等于有效路径的数量,需要考虑有效路径之间的重叠部分进行折减,并且最终的路径多样性与有效路径之间重叠部分的规模呈负相关关系.基于此,考虑有效路径之间重叠部分的成本和次数,构建改进的有效路径数量指标.



（a）场景1　　（b）场景2

图 2　有效路径重叠区段对的路径多样性的影响

Fig.2　Impact of overlapping segments in efficient routes on route diversity

首先基于广度或深度优先算法搜索OD对之间基于服务层的有效路径集合.对于任意交通小区对$p,q\in\tilde{S}$且$p\neq q$,记从p到q的基于服务的有效路径集合记为$K_{p,q}$,对应的有效路径索引集合记为$I_{p,q}$,并

记$K_{p,q}$中第$h\in I_{p,q}$条路径为$k_{p,q}^{h}$.任意一条基于服务的有效路径$k_{p,q}^{h}\in K_{p,q}$都是由增广服务网络$\boldsymbol{\mathcal{M}}'$中的一系列前后相连的边所构成,可表示为有序边集$k_{p,q}^{h}=\{e_{p,q}^{h,1},e_{p,q}^{h,2},\cdots,e_{p,q}^{h,n}\}$.其中,首条边$e_{p,q}^{h,1}$与末条边$e_{p,q}^{h,n}$属于需求层与服务层的层间映射,即满足$e_{p,q}^{h,1},e_{p,q}^{h,n}\in\bigcup_{a\in L}E_{a,\|L'\|}$;对于任意中间边$e_{p,q}^{h,s}$($s\in\{2,3,\cdots,n-1\}$),均属于服务层内部边集,涵盖公交线路运行区间及线路间换乘边,即满足$e_{p,q}^{h,s}\in(\bigcup_{l\in L}\bar{E}_{l})\cup\left(\bigcup_{a,\beta\in L}E_{a,\beta}\right)$.此外,记路径$k_{p,q}^{h}$的广义距离成本为$l_{p,q}^{h}$,路径$k_{p,q}^{h}$中区段$e_{p,q}^{h,s}$($s\in\{1,2,\cdots,n\}$)的广义距离成本为$l_{p,q}^{h,s}$,由灵活型公交网络增广服务网络$\boldsymbol{\mathcal{M}}'$的超成本矩阵$\boldsymbol{\mathcal{D}}'$所确定.

在获取基于服务的有效路径集合后,进一步通过服务层至物理层的映射定义基于设施的有效路径.对于任意交通小区对$p,q\in\tilde{S}$且$p\neq q$,将从p到q的基于服务的有效路径集合记为$\hat{K}_{p,q}$,对应的有效路径索引集合记为$\hat{I}_{p,q}$,并记$\hat{K}_{p,q}$中第$h\in\hat{I}_{p,q}$条路径为$\hat{k}_{p,q}^{h}$.对于同一对交通小区$p,q\in\tilde{S}$,其基于服务的有效路径集合$K_{p,q}$与基于设施的有效路径集合$\hat{K}_{p,q}$之间存在严格的一一映射关系,即$I_{p,q}=\hat{I}_{p,q}$且对于$\forall k_{p,q}^{h}\in K_{p,q}$,存在唯一的映射函数$\chi(\cdot)$使得$\hat{k}_{p,q}^{h}=\chi\left(k_{p,q}^{h}\right)\in\hat{K}_{p,q}$.任意一条基于设施的有效路径$\hat{k}_{p,q}^{h}\in\hat{K}_{p,q}$由首末端的层间连接边与中间的物理路段序列共同构成,可表示为有序边集$\hat{k}_{p,q}^{h}=\{\hat{e}_{p,q}^{h,1},\hat{e}_{p,q}^{h,2},\cdots,\hat{e}_{p,q}^{h,m}\}$.其中,首条边$\hat{e}_{p,q}^{h,1}$和末条边$\hat{e}_{p,q}^{h,m}$直接继承自对应的基于服务的路径,即$\hat{e}_{p,q}^{h,1}=e_{p,q}^{h,1}$及$\hat{e}_{p,q}^{h,m}=e_{p,q}^{h,n}$;中间边是对原服务路径$k_{p,q}^{h}$中所有中间边基于层间映射$\zeta(\cdot)$进行物理层投影后所得的道路路段集合,即对于任意$t\in\{2,3,\cdots,m-1\}$都有$\hat{e}_{p,q}^{h,t}\in\hat{E}$.记路径$\hat{k}_{p,q}^{h}$的广义距离成本为$\hat{l}_{p,q}^{h}$,路径$\hat{k}_{p,q}^{h}$中区段$\hat{e}_{p,q}^{h,t}$的广义距离成本为$\hat{l}_{p,q}^{h,t}$.对于任意中间边$\hat{e}_{p,q}^{h,t}$($t\in\{2,3,\cdots,m-1\}$),其广义距离成本$\hat{l}_{p,q}^{h,t}$由灵活型公交网络物理层$\hat{G}$的距离矩阵$\hat{D}$确定.

基于此,对于交通小区$p,q\in\tilde{S}$之间的某一条基于设施的有效路径$\hat{k}_{p,q}^{h}\in\hat{K}_{p,q}$,其考虑重叠区段折减后的路径规模$\hat{s}_{p,q}^{h}$为

$$\hat{s}_{p,q}^{h}=\frac{\hat{l}_{p,q}^{h}}{\hat{l}_{p,q}^{h}+\sum\limits_{r\in\hat{k}_{p,q}^{h}}\sum\limits_{h'\in\hat{I}_{p,q}\setminus h}\delta_{r,\hat{k}_{p,q}^{h'}}\hat{l}_{p,q}^{h,r}}\tag{13}$$

式中:$\hat{l}_{p,q}^{h}$为路径$\hat{k}_{p,q}^{h}$的广义距离成本;$\hat{l}_{p,q}^{h,r}$为路径$\hat{k}_{p,q}^{h}$中区段r的广义距离成本;$\delta_{r,\hat{k}_{p,q}^{h'}}$为表示区段和路径之间从属关系的0-1变量,若区段$r$属于路径$\hat{k}_{p,q}^{h'}$则$\delta_{r,\hat{k}_{p,q}^{h'}}=1$,否则$\delta_{r,\hat{k}_{p,q}^{h'}}=0$.式(13)是在分母中经过两层遍历实现对$\hat{k}_{p,q}^{h}$中所有区段成本和重叠次数乘积进行求和,从而实现对基于设施的路径间重叠区段的折减.因此,若有效路径$\hat{k}_{p,q}^{h}$中所有区段都不存在与其他任意有效路径之间的重叠,那么可得$\hat{s}_{p,q}^{h}=1$;反之,若有效路径$\hat{k}_{p,q}^{h}$中的区段与有效路径集$\hat{K}_{p,q}$中其他路径的重叠部分之和越大,那么有效路径$\hat{k}_{p,q}^{h}$的路径规模$\hat{s}_{p,q}^{h}$就越小,即有$\hat{s}_{p,q}^{h}\in(0,1]$.

2.2 基于电阻距离的设施冗余性指数

在路径多样性的分析框架下,应当区分服务层(由公交线路构成的非实体网络)与物理层(道路构成的实体基础设施)所各自对冗余性的贡献.设施冗余性指数专注于物理层(道路网络)层面的冗余能力,即衡量当服务层的公交线路因物理层中经过的路段失效而受影响时,道路网络本身能否通过替代道路路径来维持站点间连通与可达性的能力.该指标反映的是基础设施提供的替代通道数量与质量,与式(13)所定义的基于公交线网的有效路径规模共同决定了出行者在扰动下的实际冗余性.研究目标是量化灵活型服务与道路网络在静态意义下对路径冗余性的贡献,即度量“网络本身能提供多少、什么质量的替代通路”,而非直接求解扰动发生后的实时线路重排或在线路径规划问题.这些度量可作为后续进行路径重规划与车辆实时调度效果的初步估计,但并不实现或求解具体的动态路径优化算法.

采用电阻距离度量物理层的冗余性贡献.电阻距离兼具对并联路径数量与路径质量(如长度、阻抗)的综合敏感性:当两点之间存在多条不相关的替代路径时,电阻距离会显著减小;在仅有单一路径的情形下,电阻距离将等于对应的路径代价.因此,电阻距离能自然反映道路网并联冗余对连通性的增强效果[31].

首先定义道路网络$\hat{G}$中点$u\in\hat{S}$到$v\in\hat{S}$的设施冗余性指数$\varphi(u,v)$为

$$\varphi(u,v)=\frac{\check{c}(u,v)}{\hat{c}(u,v)}\tag{14}$$

式中:$\check{c}(u,v)$表示在道路网络$\hat{G}$中u到v的最短路径成本;$\hat{c}(u,v)$表示道路网络$\hat{G}$中u到v的电阻距离,具体计算方法可参考文献[36].由于两点间的电阻距离一定不大于两点间的最短距离,因此对于任意$u,v\in\hat{S}$,两点间的设施冗余性指数$\varphi(u,v)$的取值范围为$[1,+\infty)$,两点间的设施冗余性与指数$\varphi(u,v)$

的取值正相关,而且当且仅当两点间在道路网络 $\hat{G}$ 上只有一条可行路径时,有 $\psi(u,v)=1$.

进一步定义交通小区 $p,q\in\tilde{S}$ 之间第 $h\in I_{p,q}$ 条有效路径的设施冗余性指数 $w_{p,q}^{h}$,为该有效路径中以公交线路进行划分的各个环节的设施冗余性指数,根据路径成本的加权平均值,即

$$w_{p,q}^{h}=\frac{\sum_{(\mu,\omega)\in O_{p,q}^{h}}\check{c}(\tau(\mu),\tau(\omega))\times\psi(\tau(\mu),\tau(\omega))}{\sum_{(\mu,\omega)\in O_{p,q}^{h}}\check{c}(\tau(\mu),\tau(\omega))}\tag{15}$$

式中:$\tau(\cdot)$为灵活型公交网络服务层到物理层的点映射,即将服务层中的公交站点映射至物理层中的道路交叉口;$O_{p,q}^{h}$ 为交通小区 $p,q\in\tilde{S}$ 之间第 $h\in I_{p,q}$ 条有效路径中由公交线路所划分的各个环节的集合,每个环节由起始站点和终到站点所构成的站点对表示,且每个环节的站点对都是该条有效路径中搭乘同一条公交线路所经过的第一个和最后一个站点.

基于式(13)所定义的基于设施的有效路径的路径规模计算方法及式(15)所定义的有效路径设施冗余性指数,考虑设施冗余性的交通小区 $p,q\in\tilde{S}$ 之间第 $h\in\hat{I}_{p,q}$ 条有效路径的路径规模 $z_{p,q}^{h}$ 为

$$z_{p,q}^{h}=w_{p,q}^{h}\hat{s}_{p,q}^{h}=\frac{w_{p,q}^{h}\hat{l}_{p,q}^{h}}{\hat{l}_{p,q}^{h}+\sum_{r\in\hat{k}_{p,q}^{h}}\sum_{h'\in\hat{I}_{p,q}\setminus h}\delta_{r,\hat{k}_{p,q}^{h'}}\hat{l}_{p,q}^{h,r}}\tag{16}$$

2.3　考虑供需加权的基于设施的路径多样性

路径多样性是衡量公交网络冗余性的重要指标,体现了从出行者角度对可选线路数量的评价,也反映了线网规划层面的服务水平.对于某一出行OD对,若其可选路径较少,则在轻微扰动发生时,出行者可能难以在可接受的成本范围内顺利到达目的地,从而削弱公交系统的吸引力.尽管出行者与交通规划者普遍期望公交网络具备较高的路径多样性,但从运营方的角度考虑,路径多样性的提升往往意味着运营成本的增加.因此,为在供需两端之间实现平衡,有必要将出行需求与服务供给因素纳入考量,构建一种基于供需加权的路径多样性指标,以更合理地评估公交网络冗余性的实际效能.

基于此,进一步把以公交线路服务频率所代表的供给与以出行分布所代表的需求纳入进来,构建交通小区 $p,q\in\tilde{S}$ 之间考虑供需加权的基于设施的路径多样性指标 $\bar{z}_{p,q}$,从而更好地捕捉供需不匹配的OD对,即

$$\bar{z}_{p,q}=\frac{\sum_{h\in\hat{I}_{p,q}}\hat{f}_{p,q}^{h}z_{p,q}^{h}}{\tilde{d}_{p,q}}\tag{17}$$

式中:$\hat{I}_{p,q}$ 为基于设施的有效路径标签集合;$\hat{f}_{p,q}^{h}$ 为交通小区 $p,q\in\tilde{S}$ 之间第 $h\in\hat{I}_{p,q}$ 条有效路径的最低线路服务频率;$\tilde{d}_{p,q}$ 为由需求分布网络的OD矩阵 $\tilde{\boldsymbol{D}}$ 所定义的从起始于交通小区 p 终到于交通小区 q 的出行需求.

在OD维度的路径多样性指标构建基础上,可以对网络中所有OD对的基于设施的路径多样性指标根据OD需求取加权平均,定义网络维度的基于设施的相对路径多样性指标 $\bar{z}$,即

$$\bar{z}=\frac{\sum_{p,q\in\tilde{S},p\neq q}\tilde{d}_{p,q}\bar{z}_{p,q}}{\sum_{p,q\in\tilde{S},p\neq q}\tilde{d}_{p,q}}\tag{18}$$

由于路径多样性是反映系统冗余性的正向指标,因此基于设施的路径多样性指标 $\bar{z}$ 与网络整体的冗余性正相关,即 $\bar{z}$ 越大,则灵活型公交网络在当前的线路服务频率和需求分布条件下,在面对发生在物理层道路网络上的扰动冲击时,能向出行者提供替代性选项的能力越大,公交系统整体的冗余性和韧性也越高.

3　案例分析

基于上海市嘉定区的公交网络展开冗余性评估.嘉定区具有相对独立的公交网络规划和运营主体,并且域内以地面公交为主,是研究中小规模灵活型公交网络的理想案例.构建嘉定区灵活型公交“物理-服务-需求”多层网络所需的数据包括物理层的道路网络数据、服务层的公交线网数据和需求层的出行需求分布数据,这些数据分别通过OpenStreetMap、高德地图API及中国联通DaaS平台获取,如图3所示.图3中:嘉定区道路网络数据为道路形状数据,包含18 988个道路路段和6 459个道路节点;嘉定区公交线网数据为公交线路及站点的静态数据,包含192条公交线路(区分上下行)和3 462个公交站点(区分线路);嘉定区出行需求的原始数据为2023年9月11日至2023年9月15日每日05:00至24:00的手机信令数据,经预处理得到979个交通小区和294 744对OD对.

在嘉定区既有固定型公交网络基础上随机生成若干具有不同灵活度的公交网络.由于研究目标是验证灵活型公交网络冗余性评估方法的有效性,而非以冗余性为目标开展优化设计,因此采用了随机情景生成的方法构造若干灵活化方案,以检验所提冗余性评估方法的可行性,而不过分强调案例的代表性和普适性.尽管这种做法可能导致分析结果无



（a）道路网络数据 （b）公交线网数据 （c）出行需求数据

图 3 嘉定区公交网络数据描述

Fig.3 Data description of the Jiading District's bus network

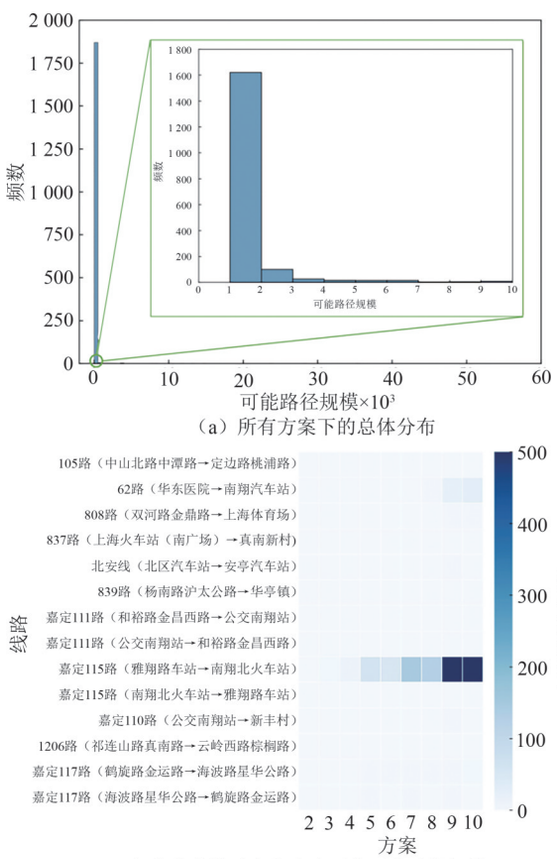
法完整呈现灵活型服务融入公交系统对整体冗余性的影响，但仍能揭示部分真实的作用效果，并为灵活型公交网络的规划设计和运营管理提供一定参考. 未来研究可进一步针对不同类型城市和多样化的公交网络布局，生成更大规模、具备更强代表性的灵活型公交网络案例，以更全面地分析灵活型公交服务对冗余性的影响机理.

在既有嘉定区固定公交网络作为基准方案（方案 1）的前提下，随机生成 9 个灵活型公交网络方案（方案 2～方案 10）. 基于对灵活型公交线路的定义，随机生成灵活型方案的核心为固定线路分配灵活站点. 每条线路的候选灵活站点限定为与该线路任一固定站点地理距离不超过 2.5 km 的其他线路的固定站点，由此构建出若干“公交线路-灵活站点”候选组合. 对于方案 2～方案 10，第 n 个方案通过随机抽取 $25\times(n-1)$ 个不重复的“公交线路-灵活站点”组合来生成对应的灵活型网络. 因此，方案 2 在基线网络上额外引入 25 个此类组合，而方案 10 则引入 225 个组合，从而形成由弱到强的灵活化强度梯度，以便分析灵活型服务的引入对于公交网络冗余性的影响.

在每个灵活型公交网络方案中，为每条线路建立约束规划模型，并采用谷歌开源求解器 OR-Tools 枚举该线路的所有可能路径. 对枚举得到的路径集合实施集计化处理后，构建出不同方案下的“物理-服务-需求”多层灵活型公交网络. 各灵活型方案下公交线路可能路径规模的分布情况如图 4 所示. 由图 4 可知：多数公交线路在所有灵活化方案下的总体路径规模为 1，只有少数线路呈现出更多的可能路径.

3.1 冗余性指标计算结果

面向 10 个嘉定区公交网络方案计算各 OD 对的路径多样性指标. 其中，部分灵活型公交网络方案中基于设施的相对路径多样性指标 $\bar{z}_{p,q}$ 相比原固定公交网络（即方案 1）提升前 20 和降低前 20 的 OD 对的分布情况如图 5 所示. 图 5 中：高亮的公交线路为该方案



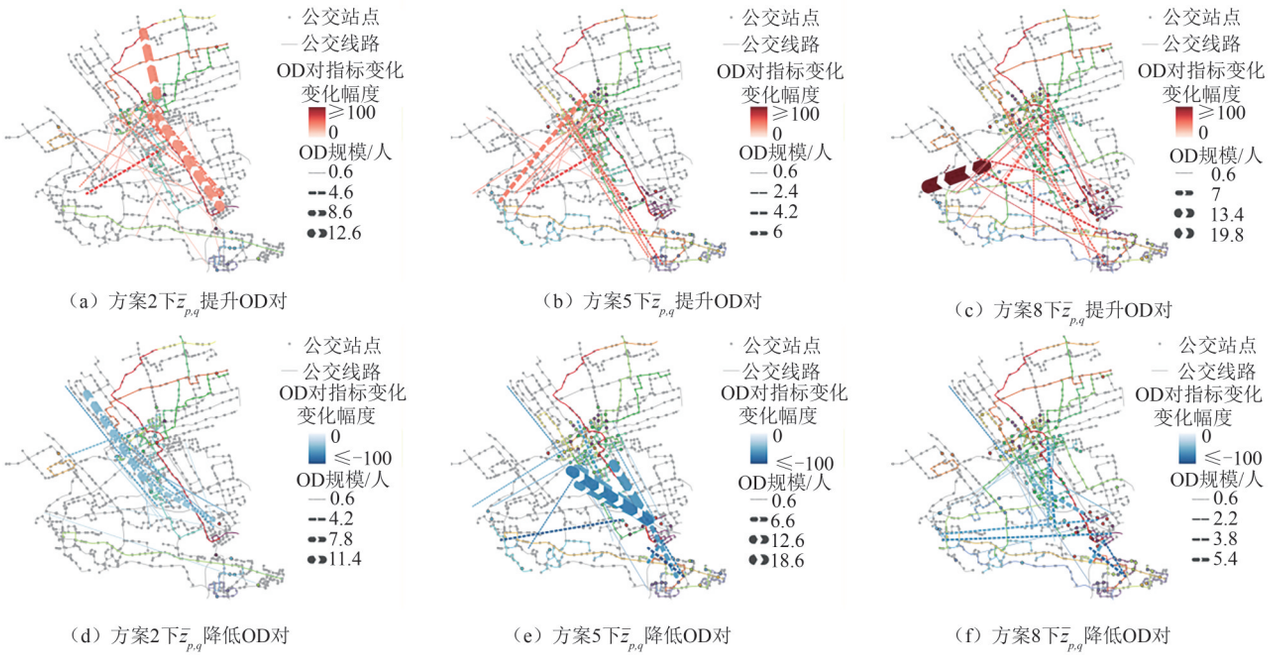
（a）所有方案下的总体分布

（b）部分公交线路在各方案下的可能路径规模

图 4 公交线路在灵活型公交网络方案下的可能路径规模

Fig.4 Scale of possible paths for bus lines in flexible bus network schemes

下融入了灵活型服务的线路，高亮的公交站点为相应颜色公交线路所分配到的灵活站点；虚线线条的颜色代表 OD 对路径多样性指标 $\bar{z}_{p,q}$ 指标的变化幅度，线条的宽度代表 OD 对的规模. 因此，OD 维度的冗余性指标计算结果可以帮助直观分析在不同的灵活型公交网络方案下，各 OD 对的冗余性提升或下降情况，进一步可以基于此定位在当前方案下较为不利的 OD 对. 若某一 OD 对的规模较大，但是却有较大幅度的冗余性下降，那么就说明当前的灵活型站点布设方案会给较多的出行者带来负面影响，也意味着当前的灵活型公交方案可能需要进一步调整.



（a）方案2下$\bar{z}_{p,q}$提升OD对　（b）方案5下$\bar{z}_{p,q}$提升OD对　（c）方案8下$\bar{z}_{p,q}$提升OD对

（d）方案2下$\bar{z}_{p,q}$降低OD对　（e）方案5下$\bar{z}_{p,q}$降低OD对　（f）方案8下$\bar{z}_{p,q}$降低OD对

图 5　部分灵活型公交网络方案中$\bar{z}_{p,q}$变化突出的OD对的分布情况

Fig.5　Distribution of OD pairs with significant changes in $\bar{z}_{p,q}$ under selected flexible bus network schemes

基于此,进一步计算10个公交网络方案下的如式(18)所定义的网络维度的冗余性指标,如表2所示.由表2可知:网络整体的路径多样性指标$\bar{z}$从方案1的3.823下降至方案10的3.702,降幅为3.17%;方案9的灵活型公交网络路径多样性指标下降至最低的3.666,相比方案1降低了4.11%;方案6和方案10的灵活型公交网络的冗余性相比前一个方案有所提升,路径多样性指标$\bar{z}$分别上升了0.19%和0.98%.在增加公交网络中灵活站点的过程中,网络整体的冗余性并不会随之而不断提升,相反呈现出波动甚至是下降的趋势.增加灵活型站点对网络冗余性的正面作用显而易见,因为部分OD对的出行者将得益于站点之间连通性的增加而具有更多的出行选项和可行路径.但是,增加灵活型站点也会从两方面负面影响网络整体的冗余性:一方面,当公交线路需要绕行更多的灵活站点时,原先可基于该公交线路出行的OD对的路径长度会随之增加,而这可能导致原本可行的路径因为路径长度超过阈值而变得不可行,从而使得受影响的OD对的有效路径数量和路径多样性降低,进而影响网络整体的冗余性;另一方面,当公交线路因绕行灵活站点而导致线路总长度延长后,当线路的配车数不变的前提下,线路的服务频率也必然随之下降,从而导致网络整体的冗余性降低.

3.2　冗余性指标变化情况分析

为了更好地分析因增设灵活型站点而在出行冗余性上受益和受损的OD对,进一步展示OD对的冗余性指标在各灵活型公交网络方案下相比原固定公交网络方案(方案1)的统计变化情况,如图6所示.由图6可知:因增设灵活站点而导致路径多样性降低的OD对数量要显著高于路径多样性增长的OD对数量,如方案3中路径多样性指标下降的OD对的数量为指标上升的OD对的数量的5.40倍;因增设灵活型站点而导致指标提升的OD对的平均增长幅度却要显著高于指标下降的OD对的平均降低幅度,如方案3中路径多样性指标增长OD对的平均增长幅度是指标下降OD对的平均下降幅度的3.46倍,且在所有灵活型公交网络方案中因引入灵活型站点而导致路径多样性指标上升的OD对平均增长幅度是指标下降OD对的平均降低幅度的2.36倍.这说明增设灵活型站点虽然可能容易导致其他更多OD对的考虑供需加权的冗余性受到负面影响,但是因此而受益的OD对所受到的平均正面效用却要显著高于平均负面效用.

表 2　嘉定区灵活型公交网络冗余性指标计算结果

Tab.2　Calculation results of redundancy indices for flexible bus networks in Jiading District

方案	$\bar{z}$	方案	$\bar{z}$
1	3.823	6	3.707
2	3.777	7	3.671
3	3.766	8	3.671
4	3.742	9	3.666
5	3.700	10	3.702

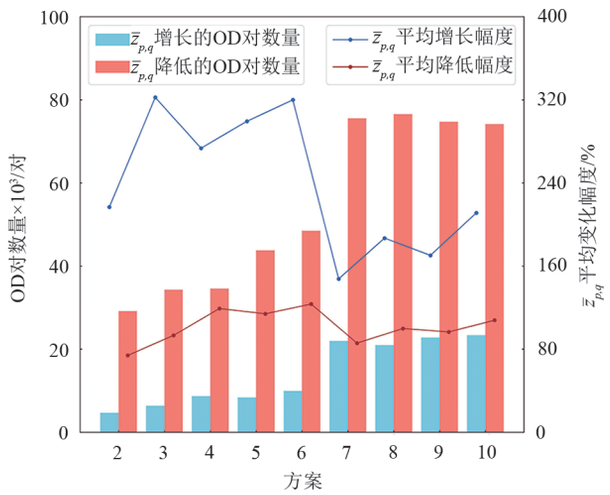


图 6 各灵活型公交网络方案相比方案 1 的路径多样性指标变化情况

Fig.6 Changes in route diversity indices of flexible bus network schemes relative to Scheme 1

在进一步考虑到出行需求和服务供给两方面因素后，通过设置灵活化站点以提升网络整体冗余性时需要慎重考虑增设某一灵活站点后因此而受益或受损的 OD 对的出行需求．如果增设该灵活站点可以使得出行需求较大的 OD 对的路径多样性提升，而同时路径多样性下降的 OD 对的出行需求较低，那么该站点的灵活化就是一个更为可行的选项．因此，在规划设计灵活型公交线网时，可以基于所有 OD 对路径多样性的变化，通过仿真与优化确定灵活站点配置，优先改善高需求 OD 对的冗余性并合理确定灵活站点规模，从而为以冗余性为导向的灵活型公交网络规划设计提供参考与指导．

4 结论

1）灵活站点的引入对于公交网络的整体冗余性具有潜在的负效用．其一，当公交线路需要绕行以服务更多的灵活站点时，原先可基于该公交线路出行的 OD 对的路径长度会随之增加，而这可能导致原本可行的路径因为路径长度超过阈值而变得不可行，从而使得受影响的 OD 对的有效路径数量和路径多样性的降低，从而影响网络整体的冗余性；其二，公交线路绕行灵活站点也会因线路长度延长而导致线路服务频率的下降，从而导致网络整体的冗余性降低．这一现象表明，灵活站点的配置不能仅仅依赖于数量的增加，更需要考虑其合理性与精确布局，通过仿真、优化模型等手段进行预测与测试，以确定最优的站点数量和位置．

2）增设灵活型站点对公交网络中具体出行 OD 的冗余性具有双重效应．尽管因线路绕行延长导致服务频率下降，使得冗余性降低的 OD 对数量显著多于冗余性提升的 OD 对数量，但冗余性提升的 OD 对在路径多样性上的平均增益幅度明显高于冗余性下降的 OD 对的平均损失幅度，即增设灵活型站点所带来的正向效益在程度上更为明显．这一结果表明，灵活型站点的引入尽管会在有限的程度上影响较多 OD 对的冗余性，但却能为另外一些 OD 对带来更显著的冗余性改善．因此，在综合考虑出行需求和服务供给的前提下，灵活化站点的设置应优先选择能显著改善高需求 OD 对冗余性的方案．

未来研究可在冗余性评估参数敏感性分析与结论验证推广两个方面进一步深化．一方面，关键参数（如线路长度阈值）主要依赖经验设定，尚缺乏系统的敏感性评估，后续可通过大规模仿真试验，量化不同参数设置对韧性结果的波动影响，从而评估分析框架的稳健性与适用边界．另一方面，以基于上海市嘉定区既有公交网络所随机生成的 9 个灵活型公交网络为研究对象，尽管在局部尺度上验证了模型的可行性，但区域结构的单一性和案例规模的有限性限制了研究结论的普适性．后续可选取具备不同城市空间结构、交通组织模式及运行机制的典型区域开展多维度、大规模对比分析，以增强方法的普适性与结论的可推广性．

参考文献（References）：

[1] WAN C P, YANG Z L, ZHANG D, et al. Resilience in transportation systems: a systematic review and future directions[J]. Transport Reviews, 2018, 38(4): 479－498.

[2] 杨琦，张雅妮，周雨晴，等．复杂网络理论及其在公共交通韧性领域的应用综述[J]．中国公路学报，2022，35(4)：215－229.
YANG Qi, ZHANG Yani, ZHOU Yuqing, et al. A review of complex network theory and its application in the resilience of public transportation systems[J]. China Journal of Highway and Transport, 2022, 35(4): 215－229. (in Chinese)

[3] 李金洋，滕靖，周勇．弹性交通信息物理系统架构设计[J]．综合运输，2024，46(3)：186－192.
LI Jinyang, TENG Jing, ZHOU Yong. Architecture design of resilient transportation cyber-physical system[J]. China Transportation Review, 2024, 46(3): 186－192. (in Chinese)

[4] JANSUWAN S, CHEN A, XU X D. Analysis of freight transportation network redundancy: An application to Utah's bi-modal network for transporting coal[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2021, 151: 154－171.

[5] ORTIGOSA J, GAYAH V V, MENENDEZ M. Analysis of one-way and two-way street configurations on urban grid networks[J]. Transportmetrica B: Transport Dynamics, 2019, 7(1): 61－81.

[6] WANG H, LI J Y, WANG P L, et al. Adaptability analysis methods of demand responsive transit: A review and future directions[J]. Transport Reviews, 2023, 43(4): 676－697.

[7] 宋翠颖, 王鹤玲, 田泽尚, 等. 需求响应式公交车辆调度模型和算法研究综述[J]. 北京交通大学学报, 2023, 47(4): 31－44.
SONG Cuiying, WANG Heling, TIAN Zeshang, et al. Review of demand-responsive transit vehicle scheduling models and algorithms[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2023, 47(4): 31－44. (in Chinese)

[8] 郑乐, 高良鹏, 陈学武, 等. 地铁-公交加权复合网络关键站点识别及鲁棒性研究[J]. 交通运输系统工程与信息, 2023, 23(5): 120－129.
ZHENG Yue, GAO Liangpeng, CHEN Xuewu, et al. Critical stations identification and robustness analysis of weighted metro-bus composite network[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23(5): 120－129. (in Chinese)

[9] HONG L, YE B W, YAN H, et al. Spatiotemporal vulnerability analysis of railway systems with heterogeneous train flows[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2019, 130: 725－744.

[10] REN T, WANG Y F, LIU M M, et al. Analysis of robustness of urban bus network[J]. Chinese Physics B, 2016, 25(2): 020101.

[11] SUI Y, SHAO F J, YU X, et al. Public transport network model based on layer operations[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2019, 523: 984－995.

[12] BASSOLAS A, GALLOTTI R, LAMANNA F, et al. Scaling in the recovery of urban transportation systems from massive events[J]. Scientific Reports, 2020, 10: 2746.

[13] YANG X H, CHENG Z, CHEN G, et al. The impact of a public bicycle-sharing system on urban public transport networks[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2018, 107: 246－256.

[14] TSIOTAS D, POLYZOS S. Decomposing multilayer transportation networks using complex network analysis: A case study for the Greek aviation networkAvailable for Purchase[J]. Journal of Complex Networks, 2015, 3(4): 642－670.

[15] FENG J, LI X M, MAO B H, et al. Weighted complex network analysis of the Beijing subway system: Train and passenger flows[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2017, 474: 213－223.

[16] ZHAO F, CAO H M, LU T W. What impact will the new-built metro bring to the transportation of second-tier cities? from the perspective of a multilayer complex network[J]. Urban Rail Transit, 2021, 7(2): 117－127.

[17] MA F, SHI W J, YUEN K F, et al. Exploring the robustness of public transportation for sustainable cities: A double-layered network perspective[J]. Journal of Cleaner Production, 2020, 265: 121747.

[18] XU X D, CHEN A, JANSUWAN S, et al. Transportation network redundancy: Complementary measures and computational methods[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 114: 68－85.

[19] HAWAS Y E, HASSAN M N, ABULIBDEH A. A multi-criteria approach of assessing public transport accessibility at a strategic level[J]. Journal of Transport Geography, 2016, 57: 19－34.

[20] MENG Q, LEE D H, CHEU R L. Counting the different efficient paths for transportation networks and its applications[J]. Journal of Advanced Transportation, 2005, 39(2): 193－220.

[21] LAM W H K, WONG S C, LO H K. Transportation and traffic theory 2009: Golden Jubilee[M]. New York: Springer, 2009.

[22] DIAL R B. A probabilistic multipath traffic assignment model which obviates path enumeration[J]. Transportation Research, 1971, 5(2): 83－111.

[23] SI B F, ZHONG M, ZHANG H Z, et al. An improved Dial's algorithm for logit-based traffic assignment within a directed acyclic network[J]. Transportation Planning and Technology, 2010, 33(2): 123－137.

[24] RUSSO F, VITETTA A. An assignment model with modified Logit, which obviates enumeration and overlapping problems[J]. Transportation, 2003, 30(2): 177－201.

[25] WANG Z J, XU X D. Assessing route redundancy of freeway networks in Mega-city regions[J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2022, 106: 103275.

[26] LUONG T D, TAHLYAN D, PINJARI A R. Comprehensive exploratory analysis of truck route choice diversity in Florida[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2018, 2672(9): 152－163.

[27] BOVY P H L. On modelling route choice sets in transportation networks: A synthesis[J]. Transport Reviews, 2009, 29(1): 43－68.

[28] FRAPPIER A, MORENCY C, TRÉPANIER M. Measuring the quality and diversity of transit alternatives

[J]. Transport Policy, 2018, 61: 51－59.

[29] LI J Y, TENG J, WANG H. Measuring route diversity in spatial and spatial-temporal public transport networks [J]. Transport Policy, 2024, 146: 42－58.

[30] CEDER A. Public Transit planning and operation: Modeling, practice and behavior[M]. 2nd Ed. Boca Raton: CRC Press, 2016.

[31] LI J Y, TENG J, WANG H. Measuring robustness in uncertain topologies: A study of on-demand bus networks [J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2025, 21(3): 2317783.

[32] NEWMAN M. Networks[M]. Cambridge: Oxford University Press, 2018.

[33] JOHN F P, MAXINE A M, EMMETT C C, et al. A guide for planning and operating flexible public transportation services[R]. Washington, D.C.: National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine, 2010.

[34] GARCIA-MARTINEZ A, CASCAJO R, JARA-DIAZ S R, et al. Transfer penalties in multimodal public transport networks[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2018, 114: 52－66.

[35] NABORS D, SCHNEIDER R, LEVEN D, et al. Pedestrian safety guide for transit agencies[R]. Washington, D.C.: Federal Highway Administration, U.S. Department of Transportation, 2008.

[36] LI J Y, WANG H, TENG J. Revisit bus network robustness from the perspective of service-physical dependency [J]. Transportation Letters, 2025, 17(8): 1535－1548.