文章编号：1003-1421(2026)06-0071-11
引用格式：曾昕涛，郭阳，何佳艺，等. 基于两阶段鲁棒优化的铁路隧道应急资源调度研究[J]. 铁道运输与经济，2026，48(6)：71-81.
ZENG Xintao，GUO Yang，HE Jiayi，et al. Research on Emergency Resource Scheduling of Railway Tunnels Based on Two-Stage Robust Optimization[J]. Railway Transport and Economy，2026，48(6)：71-81.

基于两阶段鲁棒优化的铁路隧道应急资源调度研究

曾昕涛，郭　阳，何佳艺，贾祖祥，李　力

(西南交通大学 交通运输与物流学院，四川 成都　611756)

摘　要：铁路隧道环境封闭且地质条件复杂，火灾、塌方等突发事件易引发连锁灾害，对应急资源调度的鲁棒性提出了严峻挑战。针对现有救援方案在应对需求波动及运输时间不确定性方面的不足，研究提出了一种基于两阶段鲁棒优化的应急资源调度模型。该模型将决策过程分为灾前预防性资源配置与灾后应急动态调度2个阶段，引入鲁棒性系数与不确定性集合，系统刻画了多重不确定参数的影响，并采用列与约束生成算法进行高效求解。通过结合典型铁路隧道应急场景进行仿真实验，鲁棒调度方案通过18.9%的平均成本溢价，将路径网络扩展至8~9条，显著提升了系统的抗风险能力，验证了所提方法在保障救援效率的同时，能够兼顾经济性与可靠性。本研究不仅为铁路隧道应急管理提供了科学的决策支持工具，其方法体系还可拓展至多部门协同救援等复杂应用场景，具有较高的理论价值与实践意义。

关键词：铁路隧道；应急资源调度；鲁棒优化；两阶段模型；列与约束生成算法
中图分类号：U298.3　　**文献标识码**：A　　**DOI**：10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20251030002

Research on Emergency Resource Scheduling of Railway Tunnels Based on Two-Stage Robust Optimization

ZENG Xintao，GUO Yang，HE Jiayi，JIA Zuxiang，LI Li

(School of Transportation and Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, Sichuan, China)

Abstract: Railway tunnels have a closed environment and complex geological conditions. Emergencies such as fires and collapses are prone to triggering cascading disasters, posing severe challenges to the robustness of emergency resource scheduling. To address the shortcomings of existing rescue plans in addressing demand fluctuation and transportation time uncertainty, this paper proposed an emergency resource scheduling model based on two-stage robust optimization. The model divided the decision-making process into two stages: pre-disaster preventive resource allocation and post-disaster emergency dynamic scheduling. By introducing robustness coefficients and uncertainty sets, it systematically characterized the impact of multiple uncertain parameters and used the column and constraint generation algorithm for efficient solution. Simulation experiments were conducted by combining typical railway tunnel emergency scenarios. The robust scheduling scheme expands the path network to 8~9 routes with an average cost premium of 18.9%, significantly improving the risk resistance of the system, which verifies that the proposed method can ensure rescue efficiency while balancing

收稿日期：2025-10-30　　**修订日期**：2026-03-04
通信作者：李力(1985—)，女，湖北恩施人，西南交通大学交通运输与物流学院副教授。
基金项目：西南交通大学重点实验室向本科生开放工程实践项目(ZD202505003)；国家重点研发计划项目(2022YFB4300502)

economy and reliability. This paper not only provides a scientific decision support tool for emergency management of railway tunnels but also its method system can be extended to complex application scenarios such as multi-department collaborative rescue, which has high theoretical value and practical significance.

Keywords: Railway Tunnel; Emergency Resource Scheduling; Robust Optimization; Two-Stage Model; Column and Constraint Generation Algorithm

0　引言

铁路隧道环境封闭、地质复杂，微小隐患易引发设备故障、火灾等事故，甚至引起伤亡及系统风险，高效的应急资源调度是遏制事故扩大、降低损失的核心手段。目前，铁路隧道应急资源调度受时空、供需等因素影响，构成了一个包含智能监测、精准通信和预案管理等方面的复杂的技术体系。其中资源调度模型是体系的基础，其对隧道场景的适配性与对不确定性的处理能力，直接决定了事故条件下应急资源能否快速、合理调配。

为应对应急调度中的动态性与复杂性，学术界已发展出较为丰富的模型与方法。应急资源调度由Kemball-Cook[1]首次提出，为应对救援过程中的动态变化，学者们对研究进行不断深化。已有学者构建了多阶段分配模型[2]、多式联运[3]与协同调度框架[4]；为优化救援效率，融合时间、成本等目标的协同运输整数规划[5]、多目标优化模型[6-8]等被广泛应用。在不确定性处理领域，现有研究形成了3类主流技术路径：随机规划[9-10]通过概率分布描述不确定参数，但依赖精确的历史数据支撑，难以适配隧道事故的突发性；模糊规划[11-12]擅长处理认知层面的模糊信息，但对运输时间、资源需求等物理层面参数波动刻画不足；鲁棒优化则因其不依赖概率分布、通过构建不确定集追求最坏情况下方案鲁棒性的特点，成为近年调度领域的研究热点，并已在新型灵活性资源[13]、无人机任务分配[14]、区域综合能源[15]及应急资源采购-分配[16]等领域成功构建鲁棒优化模型。

尽管现有研究已形成较为丰富的理论体系，但面向铁路隧道应急场景时，仍存在显著局限：一是多数模型聚焦通用应急场景，未充分考虑隧道封闭空间、地质风险叠加等场景特殊性，对事故连锁演化的动态适配能力薄弱；二是传统模型多基于确定性假设，难以应对隧道事故中需求、运输等参数的强不确定性，而现有不确定性优化方法中，鲁棒优化的应用尚未聚焦隧道场景，未能结合其事故特性构建针对性的不确定集与两阶段决策机制。这2个方面局限实质上均反映了现有模型与方法对铁路隧道应急这一特殊场景的适配性不足。因此，亟需融合鲁棒优化理论与隧道应急调度特性，构建适配性更强的决策模型，突破当前调度效能提升的关键瓶颈。

针对上述问题，本研究从实际工程需求出发，聚焦铁路隧道封闭环境、复杂地质及多维不确定性带来的应急资源调度效率难题，构建基于两阶段鲁棒优化的应急资源调度协同决策框架。研究将系统量化资源需求波动、运输时间延迟及环境恶化成本等不确定参数，通过引入鲁棒性参数平衡资源配置的经济性与可靠性，并结合典型隧道应急场景开展仿真分析，验证模型的可用性与优越性，为提升隧道应急救援的时效性与科学性提供模型基础与决策支持。

1　铁路隧道应急资源调度问题描述

铁路隧道突发事件的应急资源调度，旨在灾害发生后快速调配救援人力、物资与设备，以最小化人员伤亡和财产损失。然而与公路等开放场景相比，铁路隧道环境封闭、结构单一、通风受限、疏散与救援通道狭窄，其应急救援具有显著的特殊性与复杂性，使这一目标的实现面临显著挑战，具体问题可概括为以下3方面。

（1）在灾害场景下，应急资源调度需同时应对运输时间不确定性与资源需求不确定性的双重干扰。运输时间受隧道结构破坏程度、救援通道通行效率、多部门协同等因素影响；资源需求因灾情动态变化、人员滞留数量与伤情的模糊性，呈现出从严重短缺到过量冗余的大幅波动。二者相互作用，使得传统确定性调度方案在极端场景下难以保障救援的时效性与可靠性。

（2）应急资源调度存在灾前预防性配置与灾后动态调度2个阶段，由于隧道地理位置固定且内部环境复杂，灾前必须在有限站点进行预防性资源储备，灾后则需在严格时空约束下实施精准调度。铁路系统的封闭性与运营协调要求高，灾前资源布局必须与铁路运行图、应急救援站点、专业救援队伍相匹配；灾后调度还需兼顾隧道内轨道通行条件与救援窗口期。但目前缺乏对两阶段决策的协同优化机制，灾前资源储备未充分考虑灾后不确定性的影响，导致储备结构与实际需求不匹配；灾后调度也未有效利用灾前储备的资源潜力，两阶段决策脱节，造成资源浪费与救援延误。

（3）铁路隧道应急资源调度在模型与求解上面临更高复杂性。铁路应急救援涉及专业设备(如隧道救援列车、检测机器人)、受限人力资源(如专业抢险队)与多层次指挥体系，模型需同时考虑资源类型专用性、调度路径唯一性等多重约束。此外，铁路应急救援对决策实时性与可靠性要求极高，传统求解算法(如分支定界法)在面对大规模实例时计算效率极低，无法满足应急场景下快速生成调度方案的需求。

综上，针对铁路隧道应急资源调度中“多源不确定性干扰、两阶段决策脱节、算法求解低效”的核心问题，研究将构建基于两阶段鲁棒优化的应急资源调度模型，并设计高效求解算法，为隧道突发事件的资源精准调度提供支持。

2　基于两阶段鲁棒优化的应急资源调度模型构建

2.1　模型框架与假设

2.1.1　模型框架

针对铁路隧道应急资源调度中资源需求与运输时间的高度不确定性难题，构建基于两阶段鲁棒优化的应急资源调度决策模型。模型以“应对最坏情景、保障调度可靠性”为目标，核心框架设计如下。

（1）两阶段决策划分：将决策过程划分为灾前预防性资源配置与灾后应急动态调度2个时序阶段。灾前阶段，完成资源的宏观布局与储备；灾后阶段，根据实际灾害情景，动态调整资源运输与分配方案，实现“预防–响应”的协同。

（2）不确定性处理：采用不确定性集合描述关键参数的波动范围，避免对参数概率分布的依赖，确保模型适配铁路隧道灾害的突发性特征。

（3）鲁棒求解目标：基于上述设计，模型旨在求取一个具有强适应性的鲁棒调度方案。该方案不仅能在一般不确定性条件下维持救援效率与经济性的平衡，更重要的是，即使在模型从不确定性集合中主动识别出的最坏情景下，即能够对系统造成最大压力的极端条件组合，仍能保障系统基本性能不失效，从而显著增强调度决策在真实复杂隧道环境中的抗干扰能力与执行可靠性。

2.1.2　模型假设

为简化模型构建并明确研究边界，结合铁路隧道应急资源调度的实际场景，提出以下假设。

（1）不确定性参数假设：铁路隧道应急资源需求、运输时间等关键不确定参数的精确概率分布难以获取，但其波动范围可根据历史灾情数据、工程实践经验与领域专家研判进行预估。

（2）目标函数形式假设：假设目标函数中的各项成本(资源储备成本、运输成本、应急响应成本等)与相应的决策变量(如灾前资源储备量、灾后资源运输量等)呈线性关系，且总成本为各项成本的可加和。

（3）应急资源特性假设：假设不同种类的应急资源(如医疗物资、救援设备、消防器材等)在调度过程中不存在耦合或替代关系，可单独进行配置与调度。

（4）调度指挥机制假设：假设存在统一的应急指挥中心，能够实时获取铁路隧道灾害现场及资源储备点的全局信息并协调所有救援资源。

2.2　参数设定

两阶段鲁棒优化模型符号定义如表1所示。

2.3　两阶段鲁棒优化整体模型

2.3.1　鲁棒优化模型第1阶段

鲁棒优化模型的第1阶段是建立预先资源配置，通过既有数据，配置隧道附近的应急资源，如救援站、消防水池等，并考虑最小化成本。

（1）目标。在突发事件发生前，基于历史数据和风险评估，确定应急资源的预置位置、储备量及

表 1　两阶段鲁棒优化模型符号定义

Tab.1　Symbol definition of two-stage robust optimization model

类别	变量名	含义
集合	I	储备点集合，$i \in I$
	J	事件点集合，$j \in J$
	R	物资集合，$r \in R$
决策变量	x_{ir}	储备点i物资r预置量
	y_{ij}	是否启用从预置点i到事件点j的路径(0–1变量)
	z_{ijr}	预置点i到事件点j的灾后实际调度r资源的数量
参数	c_{ir}	单位资源r在预置点i的灾前储备成本
	f_{ij}	启用路径i至j的固定成本
	$\hat{d}_{jr}$	事件点j的资源r基准需求
	$\tilde{d}_{jr}$	事件点j的资源r需求波动区间
	B_{ij}	路径i至j的最大运输能力
	$\tilde{t}_{ij}$	路径i至j的运输时间波动区间
	τ_d，τ_t	控制模型对不确定性保守程度的参数
	s_{jr}	事件点j的资源r短缺量
	p_{jr}	事件点j资源r短缺的惩罚系数
	$K_r(\tilde{t}_{ij})$	物资r单位调度量的成本，是关于运输时间的分段线性函数

基础运输路径，具备最大化应对潜在灾害的能力。

（2）决策变量与目标函数。设x_{ir}为储备点i物资r预置量(灭火器/生命探测仪等)；y_{ij}为是否启用从预置点i到事件点j的路径(0–1变量)。最小化预配置成本目标函数。

$$\min\left(\sum_{i\in I}\sum_{r\in R}c_{ir}x_{ir}+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}f_{ij}y_{ij}\right) \tag{1}$$

式中：$c_{ir}x_{ir}$为资源储备的固定成本；$f_{ij}y_{ij}$为路径启用的沉没成本。

（3）约束条件。第1阶段的约束条件设计需要兼顾系统资源限制和路径可行性，考虑资源部署的约束条件，如资源总数和路径容量约束。

① 资源总量约束：确保预置资源满足基准需求$\hat{d}_{jr}$(根据历史数据估算)。

$$\sum_{i\in I}x_{ir}\geqslant\sum_{j\in J}\hat{d}_{jr}\qquad\forall r\in R \tag{2}$$

② 路径数量约束：路径启用数量不能超过实际路径数量C。

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}y_{ij}\leqslant C \tag{3}$$

③ 非负性与整数约束。

$$x_{ir}\geqslant 0\qquad\forall i\in I,\ r\in R$$
$$y_{ij}\in\{0,\ 1\}\qquad\forall i\in I,\ j\in J \tag{4}$$

式中：y_{ij}属于0–1约束。

④ 存储容量约束：每个应急资源储备点有其物理或管理上的最大存储能力，应引入存储容量约束，防止资源过量配置导致无法实际存储。

$$\sum_{r\in R}g_r x_{ir}\leqslant G^i_{\max}\qquad\forall i\in I \tag{5}$$

式中：g_r为r资源的空间系数；$G^i_{\max}$为储存点i的最大空间容量。

⑤ 灾前预算约束：实际应急管理中，资源预配置受预算限制。

$$\sum_{i\in I}\sum_{r\in R}c_{ir}x_{ir}\leqslant P \tag{6}$$

式中：P为总预算上限。

2.3.2　鲁棒优化模型第2阶段

鲁棒优化模型的第2阶段是事故发生后，在不确定环境下实现最优的应急响应，即动态实时调整。

（1）目标。在突发事件发生后，根据实时信息动态调整调度方案。

（2）不确定性参数及建模。定义参数不确定性集合U，描述资源需求和运输时间的波动范围。

$$U=\left\{(\tilde{d}_{jr},\ \tilde{t}_{ij})\ \middle|\ \begin{array}{c}\tilde{d}_{jr}\in[\hat{d}_{jr},\ \hat{d}_{jr}+\vartheta_{jr}\bar{d}_{jr}]\\ \tilde{t}_{ij}\in[\hat{t}_{ij},\ \hat{t}_{ij}+\theta_{ij}\bar{t}_{ij}]\\ \sum_{j\in J}\sum_{r\in R}\vartheta_{jr}\leqslant\tau_d,\ \ \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\theta_{ij}\leqslant\tau_t\end{array}\right\} \tag{7}$$

式中：$\bar{d}_{jr}$，$\bar{t}_{ij}$为最大不确定性偏差；ϑ_{jr}与θ_{ij}为0–1变量，判断不确定性参数$\tilde{d}_{jr}$与$\tilde{t}_{ij}$是否发生波动；τ_d，τ_t为控制模型对不确定性的保守程度。

（3）假设物资r单位调度量的成本为运输时间分段线性函数$K_r(\tilde{t}_{ij})$。随运输时间波动，其中包含运输时间增加时，相应随之上升的燃料消耗，人工成本等。运输时间不发生波动时为$k^1_r(\tilde{t}_{ij})$，当其发生波动时为$k^2_r(\tilde{t}_{ij})$。

$$K_r(\tilde{t}_{ij})=\begin{cases}k^1_r(\tilde{t}_{ij}) & \tilde{t}_{ij}=\hat{t}_{ij}\\ k^2_r(\tilde{t}_{ij}) & \tilde{t}_{ij}\in(\hat{t}_{ij},\ \hat{t}_{ij}+\bar{t}_{ij}]\end{cases} \tag{8}$$

目标函数表征该阶段在最坏情况下最小化动态调整成本。

$$\max_{(\tilde{d}_{jr},\ \tilde{t}_{ij})\in U}\min_{z_{ijr}}\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{r\in R}K_r(\tilde{t}_{ij})z_{ijr}+\sum_{j\in J}\sum_{r\in R}p_{jr}\left(\tilde{d}_{jr}-\sum_{i\in I}z_{ijr}\right)\right) \tag{9}$$

式中：$K_r(\tilde{t}_{ij})z_{ijr}$为时变运输成本，为$r$资源随运输时间的成本，当运输时间增加时，相应的燃料消耗

与人工成本也随之上升，进而推高了总成本；$\left(\tilde{d}_{jr}-\sum_{i\in I}z_{ijr}\right)$为事件点$j$的资源$r$短缺量$s_{jr}$；$p_{jr}\left(\tilde{d}_{jr}-\sum_{i\in I}z_{ijr}\right)$为资源短缺惩罚。

(4) 约束条件。第2阶段的约束条件设计旨在应对不确定性环境下的动态调整需求，需要考虑需求覆盖、资源可用性和满足非负性约束，包括以下几点。

① 需求覆盖约束：需要确保资源分配满足实际需求，即实际调度量加短缺量需满足实时需求$\tilde{d}_{jr}$。

$$\sum_{i\in I}z_{ijr}+s_{jr}\geqslant\tilde{d}_{jr}\qquad\forall j\in J,\ r\in R \tag{10}$$

② 资源可用性约束：调度量不超过预置资源量且路径已启用。

$$\sum_{j\in J}z_{ijr}y_{ij}\leqslant x_{ir}\qquad\forall i\in I,\ r\in R \tag{11}$$

③ 非负性约束。

$$z_{ijr}\geqslant 0\qquad\forall i\in I,\ j\in J,\ r\in R$$

$$s_{jr}\geqslant 0\qquad\forall j\in J,\ r\in R \tag{12}$$

④ 路径容量限制：资源的部署必须满足路网的结构性约束，即每条路径可通过的车辆数是有限的。

$$\sum_{r\in R}z_{ijr}\leqslant B_{ij}y_{ij}\qquad\forall i\in I,\ j\in J \tag{13}$$

⑤ 鲁棒约束：控制模型对不确定性的保守程度。

$$\sum_{j\in J}\sum_{r\in R}\vartheta_{jr}\leqslant\tau_d,\quad\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\theta_{ij}\leqslant\tau_t \tag{14}$$

2.3.3 模型整体架构

两阶段鲁棒优化通过分离决策时序来系统处理不确定性。

第1阶段(预防决策)：在灾害发生前进行资源预配置。

第2阶段(应急响应)：灾害发生后根据实际场景动态调整。

鲁棒性保障：优化最坏情况下的系统性能。

该数学模型旨在满足需求、变量取值范围等一系列约束条件下，最小化由运输成本、存储成本等构成的目标函数，以实现资源分配等相关决策的优化。

$$\min\left(\sum_{i\in I}\sum_{r\in R}c_{ir}x_{ir}+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}f_{ij}y_{ij}+\max_{(\tilde{d}_{jr},\ \tilde{t}_{ij})\in U}\min_{z_{ijr}}\left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{r\in R}K_r(\tilde{t}_{ij})z_{ijr}+\sum_{j\in J}\sum_{r\in R}p_{jr}\left(\tilde{d}_{jr}-\sum_{i\in I}z_{ijr}\right)\right)\right)$$

$$\sum_{i\in I}x_{ir}\geqslant\sum_{j\in J}\hat{d}_{jr}\qquad\forall r\in R$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}y_{ij}\leqslant C$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{r\in R}c_{ir}x_{ir}\leqslant P$$

$$\sum_{r\in R}g_r x_{ir}\leqslant G^i_{\max}\qquad\forall i\in I$$

$$\sum_{i\in I}z_{ijr}+s_{jr}\geqslant\tilde{d}_{jr}\qquad\forall j\in J,\ r\in R$$

$$\sum_{j\in J}z_{ijr}y_{ij}\leqslant x_{ir}\qquad\forall i\in I,\ r\in R$$

$$\sum_{r\in R}z_{ijr}\leqslant B_{ij}y_{ij}\qquad\forall i\in I,\ j\in J$$

$$\sum_{j\in J}\sum_{r\in R}\vartheta_{jr}\leqslant\tau_d,\quad\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\theta_{ij}\leqslant\tau_t$$

$$x_{ir},\ z_{ijr},\ s_{jr}\geqslant 0$$

$$y_{ij},\ \vartheta_{jr},\ \theta_{ij}\in\{0,\ 1\} \tag{15}$$

3 基于C&CG算法的两阶段鲁棒优化模型求解

3.1 C&CG算法基本原理

列与约束生成(Column-and-Constraint Generation，C&CG)算法[17]是求解两阶段鲁棒优化问题的高效方法，其核心思想是将决策时序与不确定性分离，将复杂的鲁棒优化问题分解为主问题与子问题，通过迭代逼近最优解。算法框架包含2个核心部分。

主问题：决定第1阶段预配置方案，并基于当前已知的有限个“最坏情景”来评估第2阶段成本。

子问题：在给定第1阶段决策方案下，从不确定集合U中寻找一个使总成本最大的“最坏情景”。

算法通过主问题与子问题之间的迭代，不断将子问题发现的新“最坏情景”以约束形式添加到主问题中，从而丰富主问题的信息，使求得的解对所有可能的不确定性都具有鲁棒性。

3.2 主问题构建

主问题在第m次迭代时，包含了前$m-1$次迭代中由子问题发现的$m-1$个最坏不确定性场景。对于每一个场景$l(l=1,\ 2,\ \cdots,\ m-1)$，主问题(MP)都会生成对应的第2阶段决策变量$z^l_{ijr}$，即从预置点$i$到事件点$j$的实际调度量，及事件点$j$的资源$r$短缺量$s^l_{jr}$。

$$\min_{x_{ir},\ y_{ij},\ \eta}\left(\sum_{i\in I}\sum_{r\in R}c_{ir}x_{ir}+\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}f_{ij}y_{ij}+\eta\right)$$

$$\sum_{i\in I}x_{ir}\geqslant\sum_{j\in J}\hat{d}_{jr}\qquad\forall r\in R$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} y_{ij} \leqslant C$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{r\in R} c_{ir}\, x_{ir} \leqslant P$$

$$\sum_{r\in R} g_r\, x_{ir} \leqslant G^i_{\max} \qquad \forall i \in I$$

$$\sum_{j\in J} z^l_{ijr}\, y_{ij} \leqslant x_{ir} \qquad \forall i \in I,\ r \in R$$

$$\sum_{r\in R} z^l_{ijr} \leqslant B_{ij} y_{ij} \qquad \forall i \in I,\ j \in J$$

$$\sum_{i\in I} z^l_{ijr} + s^l_{jr} \geqslant \tilde{d}^l_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\eta \geqslant \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{r\in R} K_r(\tilde{t}^l_{ij})\, z^l_{ijr} + \sum_{j\in J}\sum_{r\in R} p_{jr}\, s^l_{jr}$$

$$l \leqslant m-1$$

$$x_{ir},\ z^l_{ijr},\ s^l_{jr} \geqslant 0$$

$$y_{ij} \in \{0,\ 1\} \tag{16}$$

式中：η为第2阶段成本的上界变量。

主问题的目标是最小化第1阶段成本(资源预置成本)与第2阶段成本上界η之和。求解主问题后，得到当前最优的第1阶段决策和目标函数值LB^m，LB^m是全局成本的一个下界。

3.3　子问题构建

子问题是整个算法的关键。对于主问题给定的第1阶段解，子问题需要在不确定性集合U内找到一个最坏场景，使得在该场景下的第2阶段应对成本最大化。

子问题SP是一个max-min问题。

$$\max_{(\tilde{d}_{jr},\ \tilde{t}_{ij})\in U} \min_{z_{ijr},\ s_{jr}} \left(\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\sum_{r\in R} K_r(\tilde{t}_{ij})\, z_{ijr} + \sum_{j\in J}\sum_{r\in R} p_{jr}\, s_{jr} \right)$$

$$\sum_{i\in I} z_{ijr} + s_{jr} \geqslant \tilde{d}_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\sum_{r\in R} z_{ijr} \leqslant B_{ij} y^m_{ij} \qquad \forall i \in I,\ j \in J$$

$$\sum_{j\in J} z_{ijr}\, y^m_{ij} \leqslant x^m_{ir} \qquad \forall i \in I,\ r \in R$$

$$z_{ijr},\ s_{jr} \geqslant 0 \tag{17}$$

通过线性规划的对偶理论来求解子问题。首先，固定不确定性参数$(\tilde{d}_{jr},\ \tilde{t}_{ij})$，内层的最小化问题是一个线性规划。引入其对偶变量：令α_{jr}对应需求覆盖约束$\sum_{i\in I} z_{ijr} + s_{jr} \geqslant \tilde{d}_{jr}$，$\beta_{ir}$对应资源可用性约束$\sum_{j\in J} z_{ijr}\, y^m_{ij} \leqslant x^m_{ir}$，$\gamma_{ij}$对应路径容量约束$\sum_{r\in R} z_{ijr} \leqslant B_{ij} y^m_{ij}$。根据强对偶定理，内层最小化问题可以等价地转化为其对偶问题：一个最大化问题。同时对其进行线性化。

$$\mathrm{Q}\left(x^m_{ir},\ y^m_{ij}\right) = \max_{\alpha_{jr},\ \beta_{ir},\ \gamma_{ij}} \left(\sum_{j\in J}\sum_{r\in R} \tilde{d}_{jr}\alpha_{jr} - \sum_{i\in I}\sum_{r\in R} x^m_{ir}\beta_{ir} - \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} B_{ij}\, y^m_{ij}\gamma_{ij} \right)$$

$$\alpha_{jr} - \beta_{ir} y^m_{ij} - \gamma_{ij} \leqslant k^1_r(\tilde{t}_{ij}) + M\theta_{ij} \qquad \forall i \in I,\ j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr} - \beta_{ir} y^m_{ij} - \gamma_{ij} \leqslant k^2_r(\tilde{t}_{ij}) + M(1-\theta_{ij}) \qquad \forall i \in I,\ j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr} \leqslant p_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr},\ \beta_{ir},\ \gamma_{ij} \geqslant 0$$

$$\theta_{ij} \in \{0,\ 1\}$$

$$\left(\tilde{d}_{jr},\ \tilde{t}_{ij}\right) \in U \tag{18}$$

式中：M为足够大的常数。

此问题是一个双线性规划问题，目标函数中包含了不确定性参数$\tilde{d}_{jr}$与对偶变量α_{jr}的乘积项，需要对其进行线性化处理。采用基于不确定性集合U特性的线性化方法。

将不确定性参数表示为

$$\tilde{d}_{jr} = \hat{d}_{jr} + \vartheta_{jr}\bar{d}_{jr} \qquad \vartheta_{jr} \in \{0,\ 1\}$$

$$\tilde{t}_{ij} = \hat{t}_{ij} + \theta_{ij}\bar{t}_{ij} \qquad \theta_{ij} \in \{0,\ 1\} \tag{19}$$

令

$$\omega_{jr} = \tilde{d}_{jr}\alpha_{jr} = (\hat{d}_{jr} + \vartheta_{jr}\bar{d}_{jr})\alpha_{jr} \tag{20}$$

同时引入辅助变量$\lambda_{jr} = \vartheta_{jr}\alpha_{jr}$，为了保证其成立，现引入如下约束。

$$\lambda_{jr} \geqslant 0 \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\lambda_{jr} \leqslant M\vartheta_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\lambda_{jr} \leqslant \alpha_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr} - \lambda_{jr} \leqslant M\left(1-\vartheta_{jr}\right) \qquad \forall j \in J,\ r \in R \tag{21}$$

综上，子问题最终转换为线性问题。

$$\mathrm{Q}\left(x^m_{ir},\ y^m_{ij}\right) = \max \left(\sum_{j\in J}\sum_{r\in R} \omega_{jr} - \sum_{i\in I}\sum_{r\in R} x^m_{ir}\beta_{ir} - \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} B_{ij}\, y^m_{ij}\gamma_{ij} \right)$$

$$\lambda_{jr} \geqslant 0 \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\lambda_{jr} \leqslant M\vartheta_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\lambda_{jr} \leqslant \alpha_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr} - \lambda_{jr} \leqslant M\left(1-\vartheta_{jr}\right) \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\omega_{jr} = \hat{d}_{jr}\alpha_{jr} + \bar{d}_{jr}\lambda_{jr} \qquad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr} - \beta_{ir} y^m_{ij} - \gamma_{ij} \leqslant k^1_r(\tilde{t}_{ij}) + M\theta_{ij} \qquad \forall i \in I,\ j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr} - \beta_{ir} y^m_{ij} - \gamma_{ij} \leqslant k^2_r(\tilde{t}_{ij}) + M(1-\theta_{ij}) \qquad \forall i \in I,\ j \in J,\ r \in R$$

$$\alpha_{jr} \leqslant p_{jr} \quad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\sum_{j \in J}\sum_{r \in R} \vartheta_{jr} \leqslant \tau_d,\ \sum_{i \in I}\sum_{j \in J} \theta_{ij} \leqslant \tau_t$$

$$\alpha_{jr},\ \beta_{ir},\ \gamma_{ij} \geqslant 0$$

$$\vartheta_{jr},\ \theta_{ij} \in \{0,\ 1\} \tag{22}$$

求解子问题后，得到当前迭代的最坏场景$(\tilde{d}_{jr}^{m},\ \tilde{t}_{ij}^{m})$和对应的第2阶段最大成本$Q(x_{ir}^{m},\ y_{ij}^{m})$。由此可计算全局成本的上界。

$$UB^{m} = \sum_{i \in I}\sum_{r \in R} c_{ir}x_{ir}^{m} + \sum_{i \in I}\sum_{j \in J} f_{ij}y_{ij}^{m} + Q\left(x_{ir}^{m},\ y_{ij}^{m}\right) \tag{23}$$

3.4　算法迭代求解步骤

步骤1：初始化。设定收敛阈值$\varepsilon = 10^{-4}$，上界$UB = +\infty$，下界$LB = -\infty$，迭代次数m=1。主问题初始不包含任何场景，即不包含任何来自子问题的场景约束。

步骤2：求解主问题MP(m)，得到当前解$(x_{ir}^{m},\ y_{ij}^{m})$及其目标函数值$LB^{m}$并且更新下界。

$$LB = \max\left(LB,\ LB^{m}\right) \tag{24}$$

步骤3：求解子问题。将$(x_{ir}^{m},\ y_{ij}^{m})$代入并求解子问题SP($m$)，得到最坏场景$(\tilde{d}_{jr}^{m},\ \tilde{t}_{ij}^{m})$和第2阶段成本$Q(x_{ir}^{m},\ y_{ij}^{m})$。计算当前上界$UB^{m}$，并更新全局上界。

$$UB = \min\left(UB,\ UB^{m}\right) \tag{25}$$

步骤4：收敛判断。如果有

$$\frac{UB - LB}{LB} < \varepsilon \tag{26}$$

则算法收敛，输出最优解$(x_{ir}^{m},\ y_{ij}^{m},\ z_{ijr}^{m})$，停止迭代。否则，进行下一步。

步骤5：添加约束和变量。根据子问题求解得到的最坏场景$(\tilde{d}_{jr}^{m},\ \tilde{t}_{ij}^{m})$，向主问题中添加一组新的变量$s_{jr}^{m}$，$z_{ijr}^{m}$以及与之关联的约束条件。

$$\sum_{j \in J} z_{ijr}^{m} y_{ij} \leqslant x_{ir} \quad \forall i \in I,\ r \in R$$

$$\sum_{r \in R} z_{ijr}^{m} \leqslant B_{ij} y_{ij} \quad \forall i \in I,\ j \in J$$

$$\sum_{i \in I} z_{ijr}^{m} + s_{jr}^{m} \geqslant \tilde{d}_{jr}^{m} \quad \forall j \in J,\ r \in R$$

$$\eta \geqslant \sum_{i \in I}\sum_{j \in J}\sum_{r \in R} K_r(\tilde{t}_{ij}^{m}) z_{ijr}^{m} + \sum_{j \in J}\sum_{r \in R} p_{jr} s_{jr}^{m}$$

$$l \leqslant m - 1 \tag{27}$$

令m=m+1，返回步骤2。

该算法在有限次迭代内收敛，因为不确定性集合U的极值点数量是有限的。每次迭代都会产生一个新的极值点场景，并最终穷尽所有关键场景。

4　铁路隧道应急资源调度仿真分析与模型验证

4.1　仿真场景与参数设定

构建某铁路典型隧道群应急资源调度仿真场景，选取榴桐寨隧道、平安隧道、云屯堡隧道、黄胜关隧道作为事故点，设置成都应急物资储备中心以及松潘、茂县区域救援站三大供应点，涵盖灭火器、生命探测仪、呼吸器、医疗包和救援工具5类核心应急资源，综合考虑了各隧道差异化风险等级、真实地理距离导致的运输时间成本以及高原复杂环境下需求和运输时间的不确定性，将不确定性上限设定为：$\tau_d^{\max} = 4$，$\tau_t^{\max} = 3$。隧道应急网络布局图如图1所示。

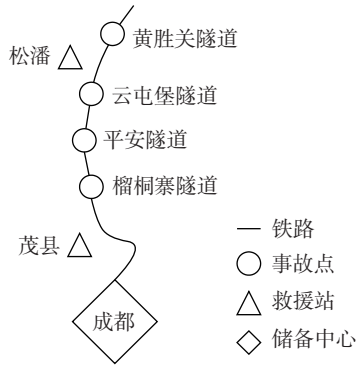


图1　隧道应急网络布局图

Fig.1　Layout diagram of tunnel emergency network

在构建铁路隧道应急资源调度模型的过程中，隧道风险系数、算法控制参数与地理位置成本系数共同构成了系统优化的重要调节维度。隧道风险系数基于地质条件、历史事故频率及运营环境复杂度进行量化赋值，如平安隧道因其特殊的地理位置(西秦岭地震带与龙门山地震带交汇区)与结构特征被赋予1.8的高风险系数，从而在模型中触发更高的资源保障优先级与短缺惩罚权重；算法控制参数设定直接影响C&CG算法的求解效率与稳定性，本仿真将收敛阈值设定为10^{-4}可在计算精度与求解耗时之间取得有效平衡。

仿真资源参数设定如表2所示。灭火器、生命探测仪等关键应急物资的设定逻辑根植于铁路隧道典型灾害场景的实际救援需求，其选择标准严格遵循针对性原则，旨在覆盖从火灾扑救到生命搜救的

表2　仿真资源参数设定

Tab.2　Parameter setting of simulation resources

资源类型	符号	预置成本/万元	惩罚成本/万元	需求波动/%	体积系数
灭火器	x_{i1}	0.05	0.8	35	1
生命探测仪	x_{i2}	1.5	2.5	45	2
呼吸器	x_{i3}	0.4	1.5	40	1.5
医疗包	x_{i4}	0.03	0.5	30	0.3
救援工具	x_{i5}	0.8	1.2	35	2.5

核心环节。每种资源的配置均与功能关键度紧密挂钩，例如生命支持类资源如呼吸器被赋予极高的短缺惩罚成本，以此在数学模型中强制保障其供给优先权。同时资源预置量会动态关联各隧道的差异化风险系数，确保高风险隧道获得更充分的资源保障。这种设定逻辑使得鲁棒优化模型能够在资源受限条件下精准支撑保重点、保关键的应急决策目标。

隧道应急救援资源配置参数如表3所示，需求、成本与时间3个维度共同构成调度决策矩阵：基准需求矩阵反映各隧道差异化资源需求，高风险隧道如平安隧道需求更高；路径启用成本矩阵体现应急网络的空间经济特征；基准运输时间矩阵评估响应效率。通过引入需求波动范围(30%~45%)与时间不确定性区间(40%)，模型能够系统处理灾害链中的多重不确定性，在鲁棒优化机制下平衡方案的经济性与可靠性。

4.2　模型与算法有效性分析

鲁棒优化迭代收敛图如图2所示，蓝色实线代表下界，红色虚线代表上界。其中，在$\tau_d = 3$，$\tau_t = 2$的参数组合下，随着迭代次数的增加，上下界逐渐靠近，最终在第8代时上下界间隙小于收敛阈值，算法得到收敛。同时，不同参数组合的收敛路径呈现出相似的模式，但收敛速度和最终成本存在差异。这种收敛行为验证了算法的有效性和稳定性，表明无论不确定性参数如何变化，算法均能通过有限次迭代找到鲁棒优化问题的可行解。

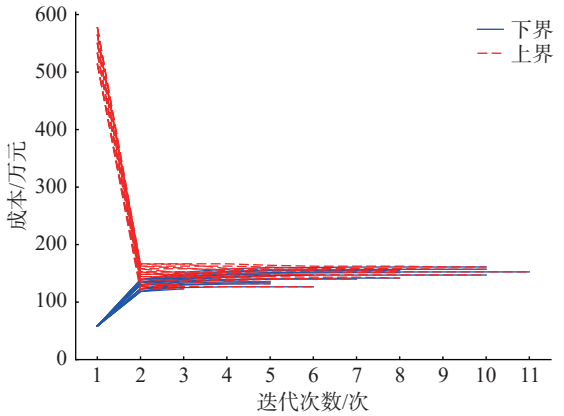


图2　鲁棒优化迭代收敛图

Fig.2　Iteration convergence diagram of robust optimization

对比确定性调度，$\tau_d = 3$，$\tau_t = 2$参数组合下的鲁棒方案展现出更好的抗风险能力。首先，在路径网络韧性方面，鲁棒方案将启用路径数量从8条增加到9条，新增了成都中心至平安隧道这条关键备用路径。平安隧道原先依赖松潘与茂县路径，增加了成都后形成了三源供应网络。其次，在资源预置策略上，鲁棒方案进行了资源重新分配。总预置资源的等效体积从306增加到358.4，增加约17.1%，但分布更为均衡：茂县站预置资源的等效体积增加0.5；松潘站预置资源的等效体积增加23.4；成都中心预置资源的等效体积增加28.5。第三，在调度模式优化方面，鲁棒方案重新平衡了各路径的运输负荷。例如，松潘至云屯堡隧道运输资源的等效体积从55.2增加到61，而茂县至云屯堡隧道运输资源的等效体积从25.4减少到23.6。这种由近及远的调度策略变化，正是应对时间不确定性的关键措施，尽可能缩短运输距离以减少延误风险。

从工程实践角度看，鲁棒方案通过3条核心策

表3　隧道应急救援资源配置参数

Tab.3　Parameters of tunnel emergency rescue resource allocation

参数类别	对象	榴桐寨隧道	平安隧道	云屯堡隧道	黄胜关隧道
基准需求	灭火器/个	28	35	30	24
	生命探测仪/台	4	6	5	3
	呼吸器/个	14	18	16	12
	医疗包/套	20	25	22	18
	救援工具/套	3	5	4	3
路径启用成本/万元	成都中心	0.65	0.9	1.1	1.25
	松潘站	0.4	0.6	0.3	0.25
	茂县站	0.15	0.3	0.7	0.9
基准运输时间/h	成都中心	3.5	5	5.5	6
	松潘站	2	3	1.5	1
	茂县站	0.8	2	3.5	4.5

略提升了抗风险能力。第一，路径冗余化，为高风险隧道建立多源供应；第二，资源前移，在近端供应点增加关键设备储备；第三，调度优化，优先使用响应时间更短的路径。这些措施共同构建了一个弹性更强的应急网络，能够在地质灾害频发的复杂环境下，确保在极端不确定条件下的基本救援能力。

4.3　关键参数分析

鲁棒性权衡与参数影响分析图如图3所示，其中敏感性分析热力图如图3a所示，该热力图直观展示了不同不确定性参数组合对应的最优鲁棒成本。图3中颜色深浅和标注数值表明，随着需求与时间不确定性参数增大，系统成本呈单调递增趋势，这与理论预期一致：不确定性越高，保障系统鲁棒性所需成本也越高。热力图的梯度变化揭示了参数对成本的敏感程度，为决策提供了关键参考。

由于不确定性参数组合方案数量较多，为综合评价各方案的优劣，引入综合鲁棒评价指标H。

$$H = w_d\tilde{\tau}_d + w_t\tilde{\tau}_t \tag{28}$$

式中：w_d，w_t分别为需求和时间不确定性的权重系数；$\tilde{\tau}_d$，$\tilde{\tau}_t$为经过归一化处理的不确定性参数值。

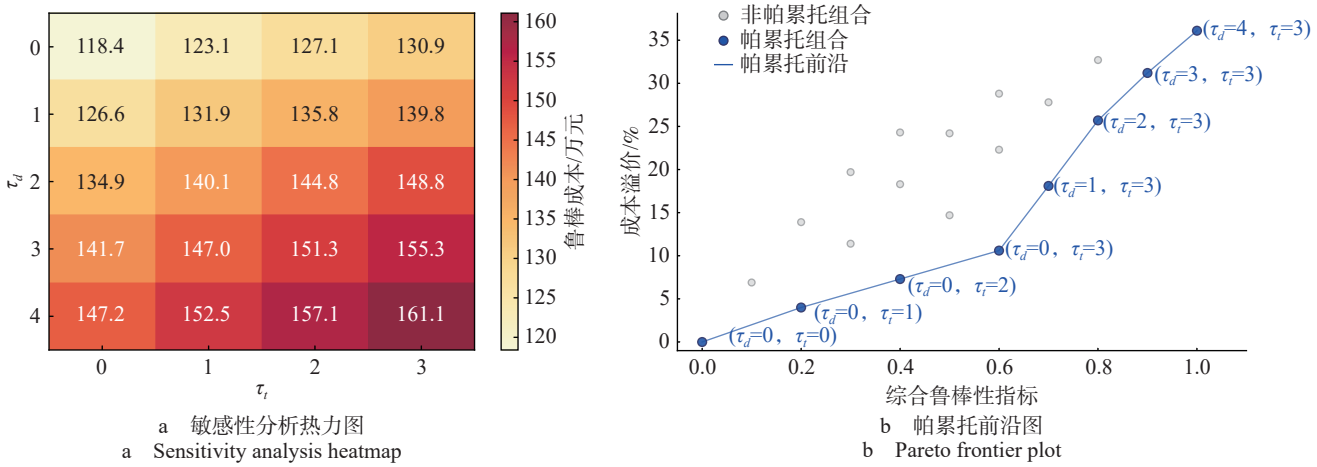
权重系数可通过层次分析法确定其具体数值。通过邀请铁路安全与应急管理领域的多位专家，依据Saaty1—9标度法，对2类不确定性在铁路隧道封闭、高风险场景下的相对重要性进行独立评判，并综合专家意见构建判断矩阵。经一致性检验后，最终确定权重取值。

该问题可转化为一个双目标优化问题：在最小化成本溢价的同时，最大化归一化鲁棒性。由于2个目标通常无法同时最优，采用帕累托优化方法求解，为决策提供系统化的权衡依据。具体采用双重循环比较法识别帕累托前沿：对于每一个候选解，如果不存在其他候选解在成本不高于它、鲁棒性不低于它的同时，至少在一个目标上严格优于它，则该解为帕累托最优解。所有帕累托最优解共同形成前沿。

由于篇幅有限，仅展示当$w_d = 0.4$，$w_t = 0.6$时所构建的综合鲁棒评价指标H，求解出的帕累托前沿如图3b所示。基于该前沿，决策者可根据铁路隧道事故的实际不确定性水平与应急响应等级，选择相应的参数组合方案。例如在铁路隧道Ⅰ级应急响应情境下，针对隧道内可能造成30人以上死亡、隧道结构严重损毁或行车中断48 h以上的特别重大事故，如大规模火灾、塌方，可以采用在帕累托前沿上的$\tau_d = 4$，$\tau_t = 3$综合鲁棒性最高的配置，通过约36.1%的成本溢价构建适应隧道封闭环境的全域资源动员体系，确保在隧道能见度低、通风受限等极端条件下维持生命探测、通风排水等关键资源的可靠供给与救援通道畅通。

5　结论

本研究针对铁路隧道应急资源调度的多维不确定性难题，创新构建两阶段鲁棒优化模型，通过灾



a　敏感性分析热力图
a　Sensitivity analysis heatmap

b　帕累托前沿图
b　Pareto frontier plot

图3　鲁棒性权衡与参数影响分析图

Fig.3　Analysis diagram of robustness trade-off and parameter impact

前预防性配置和灾后动态响应的决策划分，以及列与约束生成算法求解，提供了科学决策范式。仿真显示，所提出的鲁棒调度方案通过约18.9%的平均成本溢价，构建了有效的安全缓冲，在路径网络扩展至8~9条的情况下，显著提升了系统的抗风险能力，有效规避了因不确定性导致的重大运营中断风险。具体而言，鲁棒方案$\tau_d = 3$，$\tau_t = 2$将总预置资源的等效体积从306提升至358.4，其中茂县站预置资源的等效体积增加0.5；松潘站预置资源的等效体积增加23.4；成都中心预置资源的等效体积增加28.5，并通过新增成都至平安隧道这条关键备用路径，形成三源供应网络，增强了系统韧性。鲁棒调度方案不仅为铁路隧道应急救援提供了实用的决策支持工具，其两阶段鲁棒优化框架还具有较强的可迁移性，可为城市轨道交通、公路隧道等其他封闭空间基础设施的多场景协同救援提供理论借鉴，从而推动关键基础设施应急管理向更科学的方向发展。

研究在3个方面还有待深化：一是缺少动态信息反馈与资源实时补充机制；二是多部门完全协同假设与实际存在的资源竞争和指挥分散不符；三是对隧道连锁灾害的动态演化过程考虑不足。针对上述局限，未来研究将重点引入动态信息更新机制、探索多部门资源竞争与协同规则，并融合AI与大数据技术实现参数动态预测及模型自适应优化，为关键基础设施应急管理提供更具适应性和实用性的决策支持。

参考文献：

[1] KEMBALL-COOK D，STEPHENSON R. Lessons in Logistics from Somalia[J]. Disasters，1984，8(1)：57-66.

[2] 王妍妍，孙佰清. 多受灾点应急物资动态多阶段分配模型研究[J]. 中国管理科学，2019，27(10)：138-147.
WANG Yanyan，SUN Baiqing. Dynamic Multi-Stage Allocation Model of Emergency Materials for Multiple Disaster Sites[J]. Chinese Journal of Management Science，2019，27(10)：138-147.

[3] 袁瑞萍，王　伟，李俊韬，等. 不确定性条件下多阶段应急物资多式联运调度研究[J]. 运筹与管理，2023，32(6)：33-39.
YUAN Ruiping，WANG Wei，LI Juntao，et al. Multi-Stage Emergency Materials Scheduling Based on Multimodal Transportation under Uncertainty[J]. Operations Research and Management Science，2023，32(6)：33-39.

[4] 孔庆玮，鲍　榴，洪　鑫，等. 铁路工程物资应急协同调度方案研究与应用[J]. 铁路物流，2026，44(1)：17-24.
KONG Qingwei，BAO Liu，HONG Xin，et al. Research and Application of Emergency Collaborative Dispatch Plan for Railway Engineering Materials[J]. Railway Logistics，2026，44(1)：17-24.

[5] 钟导峰，尹传忠，梁亚莉，等. 应急物资“火车-卡车-无人机”协同运输优化[J]. 铁道运输与经济，2025(8)：40-50，58.
ZHONG Daofeng，YIN Chuanzhong，LIANG Yali，et al. Optimization of Train-Truck-Drone Cooperative Transportation for Emergency Supplies[J]. Railway Transport and Economy，2025(8)：40-50，58.

[6] NAJAFI M，ESHGHI K，DULLAERT W. A Multi-Objective Robust Optimization Model for Logistics Planning in the Earthquake Response Phase[J]. Transportation Research Part E：Logistics and Transportation Review，2013，49(1)：217-249.

[7] 张国富，王永奇，苏兆品，等. 应急救援物资多目标分配与调度问题建模与求解[J]. 控制与决策，2017，32(1)：86-92.
ZHANG Guofu，WANG Yongqi，SU Zhaopin，et al. Modeling and Solving Multi-Objective Allocation-Scheduling of Emergency Relief Supplies[J]. Control and Decision，2017，32(1)：86-92.

[8] 段在鹏，俞思雅，王照阳. 考虑救援公平性及出救点自身特性的多种类应急物资调度模型[J]. 安全与环境学报，2023，23(5)：1556-1567.
DUAN Zaipeng，YU Siya，WANG Zhaoyang. A Multi-Type Emergency Material Dispatch Model Considering Rescue Fairness and the Characteristics of Rescue Points[J]. Journal of Safety and Environment，2023，23(5)：1556-1567.

[9] BARBAROSOĞLU G，ARDA Y. A Two-Stage Stochastic Programming Framework for Transportation Planning in Disaster Response[J]. Journal of the Operational Research Society，2004，55(1)：43-53.

[10] 靳国伟，任维权，王文杰，等. 车辆运输能力随机的应急

物流选址-分配-路径优化[J]. 铁路物流，2025，43(1)：25-33.
JIN Guowei，REN Weiquan，WANG Wenjie，et al. Emergency Logistics Location-Allocation-Routing Optimization with Stochastic Vehicle Transport Capacity[J]. Railway Logistics，2025，43(1)：25-33.

[11] 魏国强，罗晓棠. 应急资源布局与调度的模糊决策模型[J]. 计算机工程，2011，37(22)：284-286，289.
WEI Guoqiang，LUO Xiaotang. Fuzzy Decision Model for Emergency Resource Allocation and Dispatch[J]. Computer Engineering，2011，37(22)：284-286，289.

[12] 郭子雪，郭　亮，张　培，等. 应急物资调度时间最小化模糊优化模型[J]. 中国安全科学学报，2015，25(10)：172-176.
GUO Zixue，GUO Liang，ZHANG Pei，et al. Time Minimization Model for Emergency Material Dispatching Based on Triangle Fuzzy Information[J]. China Safety Science Journal，2015，25(10)：172-176.

[13] 朱海军，鞠立伟，杨　慧，等. 计及不确定性的新型灵活性资源两阶段鲁棒配置优化模型[J]. 电力建设，2024，45(7)：1-11.
ZHU Haijun，JU Liwei，YANG Hui，et al. Optimal Two-Stage Robust Configuration Model and Algorithm of New Flexibility Resources Considering Uncertainty[J]. Electric Power Construction，2024，45(7)：1-11.

[14] 王　巍，解　慧，魏忠诚，等. 不确定需求下无人机任务分配的两阶段鲁棒优化方法[J]. 电子学报，2024，52(10)：3552-3561.
WANG Wei，XIE Hui，WEI Zhongcheng，et al. Two-Stage Robust Optimization Method for UAV Task Assignment under Uncertain Demand[J]. Acta Electronica Sinica，2024，52(10)：3552-3561.

[15] 邵振国，林勇棋，陈煜超，等. 区域综合能源系统两阶段鲁棒优化实验案例教学[J]. 实验技术与管理，2024，41(8)：175-181.
SHAO Zhenguo，LIN Yongqi，CHEN Yuchao，et al. Two-Stage Robust Optimization Experimental Case Teaching of Regional Integrated Energy Systems[J]. Experimental Technology and Management，2024，41(8)：175-181.

[16] 项　寅. 数据驱动的疫情应急资源采购-分配鲁棒优化模型[J]. 管理学报，2023，20(7)：1084-1093.
XIANG Yin. A Data Driven Robust Optimization Model for Procurement and Allocation of Epidemic Emergency Resource[J]. Chinese Journal of Management，2023，20(7)：1084-1093.

[17] 钟　磊，高红均，杨艳红，等. 基于两阶段鲁棒博弈的交直流混合配电网调峰运行管控[J]. 中国电机工程学报，2022，42(15)：5550-5564.
ZHONG Lei，GAO Hongjun，YANG Yanhong，et al. Load Peak Shaving Operation Management and Control Strategy of AC/DC Hybrid Distribution Network Based on Two-Stage Robust Game Model[J]. Proceedings of the CSEE，2022，42(15)：5550-5564.

(责任编辑　魏　然)