doi: 10.3969/j.issn.1005-7854.2026.02.001
引用格式：李航空，郭鑫，蔡小迪，郭利杰，李忠，刘立顺，史采星，侯国权. 大规模开采下采空区与水平矿柱稳定性分析[J]. 矿冶，2026，35(2)：169-178.
LI Hangkong, GUO Xin, CAI Xiaodi, GUO Lijie, LI Zhong, LIU Lishun, SHI Caixing, HOU Guoquan. Stability analysis of goaf and horizontal pillars under large-scale mining conditions[J]. Mining and Metallurgy, 2026, 35(2): 169-178.

大规模开采下采空区与水平矿柱稳定性分析

李航空[1] 郭 鑫[1] 蔡小迪[2,3] 郭利杰[2,3] 李 忠[1]
刘立顺[2,3] 史采星[2,3] 侯国权[2,3]
（1. 中铁资源集团有限公司，北京 100039；
2. 矿冶科技集团有限公司，北京 100160；
3. 国家金属矿绿色开采国际联合研究中心，北京 102628）

摘 要：采空区与水平矿柱稳定性是影响地下矿山安全生产的关键问题。为评估某矿山在规模化开采条件下，其上部露天采空区高端壁及大面积水平矿柱的稳定性，本研究以该矿山实际工程条件为基础，采用3DMine-Rhino-FLAC3D耦合建模技术构建三维数值模型，系统模拟了各中段采场回采与充填全过程，并基于位移场与应力场分布特征进行稳定性分析。结果表明：1号与9号矿体上部采空区高端壁最大位移分别为23.130 mm和30.193 mm（均小于50 mm），最大主应力分别为6.603 MPa和10.378 MPa（均低于岩体极限抗压强度）；水平矿柱最大位移分别为38.312 mm和49.961 mm（均小于50 mm），最大主应力分别为10.547 MPa和9.513 MPa（均未超过岩体强度极限）。上述结果说明，在矿山开采过程中，上部采空区高端壁及水平矿柱整体处于稳定状态。然而，9号矿体水平矿柱位移值接近稳定性阈值，建议在生产中实施实时监测并视情况开展支护加固。为验证数值模拟结果的可靠性，在9号矿体930~885 m中段的3903P采场开展了现场工业试验。回采后监测显示，采场及上部采空区高端壁均保持稳定，未出现垮落、片帮等破坏现象；通过多点位移计测得水平矿柱沉降位移为9.26 mm，与数值模拟结果吻合良好，从而验证了所建模型的准确性。本研究为该矿山安全生产提供了理论依据与实践参考。

关键词：采空区；水平矿柱；高端壁；数值模拟；稳定性分析
中图分类号：TD853 **文献标志码：**A **文章编号：**1005-7854(2026)02-0169-10

Stability analysis of goaf and horizontal pillars under large-scale mining conditions

LI Hangkong[1] GUO Xin[1] CAI Xiaodi[2,3] GUO Lijie[2,3] LI Zhong[1]
LIU Lishun[2,3] SHI Caixing[2,3] HOU Guoquan[2,3]
(1. China Railway Resources Group Co. Ltd., Beijing 100039, China;
2. BGRIMM Technology Group, Beijing 100160, China;
3. National Centre for International Research on Green Metal Mining, Beijing 102628, China)

Abstract: The stability of goafs and horizontal pillars is a critical issue affecting the safety of underground mine production. To evaluate the stability of the high end walls of the upper open-pit goafs and the large-area horizontal pillars under large-scale mining conditions in a specific mine, this study established a three-dimensional numerical model based on the actual engineering conditions of the mine using the 3DMine-Rhino-FLAC3D coupled modeling technique. The model systematically simulated the entire process of stoping and backfilling at various levels, and

收稿日期：2025-09-11 **修回日期：**2025-11-30 **录用日期：**2025-12-16
基金项目：国家科技重大专项(2024ZD1003705)；矿冶科技集团有限公司青年创新基金资助项目(04-2408)
第一作者：李航空，硕士，采矿工程专业，主要从事矿山采矿工程应用研究与管理工作。E-mail：282024369@qq.com
通信作者：郭利杰，博士，正高级工程师；E-mail：guolijie@bgrimm.com
©Mining and Metallurgy Editorial Department 2026. This is an open access article under the CC-BY-NC-ND 4.0 License.

stability analysis was conducted based on the distribution characteristics of the displacement and stress fields.The results indicate that the maximum displacements of the high end walls of the goafs in Orebody No. 1 and No. 9 are 23.130 mm and 30.193 mm, respectively (both less than 50 mm), with maximum principal stresses of 6.603 MPa and 10.378 MPa, respectively (both below the ultimate compressive strength of the rock mass). The maximum displacements of the horizontal pillars are 38.312 mm and 49.961 mm, respectively (both less than 50 mm), with maximum principal stresses of 10.547 MPa and 9.513 MPa, respectively (both below the ultimate strength limit of the rock mass). These findings demonstrate that, during the mining process, the high end walls of the upper goafs and the horizontal pillars remain in an overall stable state. However, the displacement of the horizontal pillar in Orebody No. 9 approaches the stability threshold, suggesting that real-time monitoring should be implemented during production, and support reinforcement should be carried out as necessary based on field conditions. To validate the reliability of the numerical simulation results, an on-site industrial test was conducted at the 3903P slope in the 930–885 m level of Orebody No. 9. Monitoring after the stoping process showed that the slope and the high end walls of the upper goafs remained stable, with no observed failures such as collapse or spalling. The settlement displacement of the horizontal pillar measured by multi-point displacement meters was 9.26 mm, which aligns well with the numerical simulation results, thereby verifying the accuracy of the established model. This study provides both theoretical and practical references for the safe production of the mine.

Key words: mined-out area; horizontal pillar; upper stope wall; numerical simulation; stability analysis

采空区与水平矿柱的稳定性能直接影响到生产过程的安全性[1]，是矿山日常生产过程中重点关注对象[2]，特别是当采空区空间较大或水平矿柱面积较大时，发生冒落、垮塌等风险可能性更高，直接危及现场施工人员的安全，不利于矿山的安全可持续发展[3]。因此，对矿山采空区及水平矿柱稳定性进行研究分析并做出准确评估，对于保障矿山安全生产具有重要意义[4,5]。

近年来，国内外众多学者采用理论分析法、预测模型评价法、物理模型实验法或数值模拟法针对采空区[6]和水平矿柱[7]的安全性进行了诸多研究，并取得了丰硕的成果。例如，阚明宝等[8]采用地表变形监测与数值模拟计算相结合的方法对采空区进行了安全稳定性分析。卢禹然等[9]采用Mathews图解法与数值模拟法相结合，得到不同的采场结构参数，并分别对其开采后的采空区稳定性进行研究验证，最终得到最佳结构参数。宫凤强等[10]基于未确知测度理论，建立矿山采空区的危险性等级评价和排序模型，并对15个采空区的危险性评价。吴爱祥等[11]基于尖点突变理论对水平矿柱稳定性进行了分析，并利用SURPAC、ANSYS以及FLAC3D等三维数值模拟软件对矿柱稳定性进行了研究，通过GPS地表监测，验证了理论计算与数值模拟结果的可靠度。雷春辉[12]借助弹性地基理论和突变理论对水平矿柱进行简化，然后利用尖点突变理论建立力学模型，进行研究分析，得到水平矿柱失稳概率较小的结论。

虽然上述针对采空区或水平矿柱的稳定性研究取得了显著成果，但多数研究未针对采空区和大面积水平矿柱同时存在的情况进行稳定性分析验证，同时仅针对某个采场或部分区域进行研究，并未考虑整个矿山的实际生产。针对上述问题，本研究以某矿山现场实际情况为研究背景，针对其上部已形成的暴露采空区和下部采场开采后所形成的大面积水平矿柱的稳定性，采用3DMine-Rhino-FLAC3D耦合建模方法建立数值模型，对采场回采和充填全过程模拟研究，最终通过现场试验验证模拟研究结果，为矿山安全生产提供依据。

1 工程背景

某金属矿矿床规模较大，矿体赋存形态简单，矿区范围内共划分出9个矿体，矿体与围岩的界线明显，分别编号为1、2、5、5a、6、9、9a、10、12号，1号矿体呈柱状产出，余者皆呈脉状产出，其中1号和9号矿体，属急倾斜厚大矿体，矿岩总体稳固性好。目前，1号、9号矿体945 m水平以上形成直通地表的高端壁采空区，采空区高度近100 m，且765~945 m中段正在采用大直径深孔阶段空场嗣后充填采矿法进行组合式地下充填开采，中段高度为60 m，分别在945~930 m和885~870 m预留水平隔离矿柱，随着生产的持续进行水平矿柱的面积会不断增大。1号和9号矿体885 m中段矿房采场现已回采完毕、正在充填，825 m中段矿房采场正在回采，开采现状如图1、图2所示。

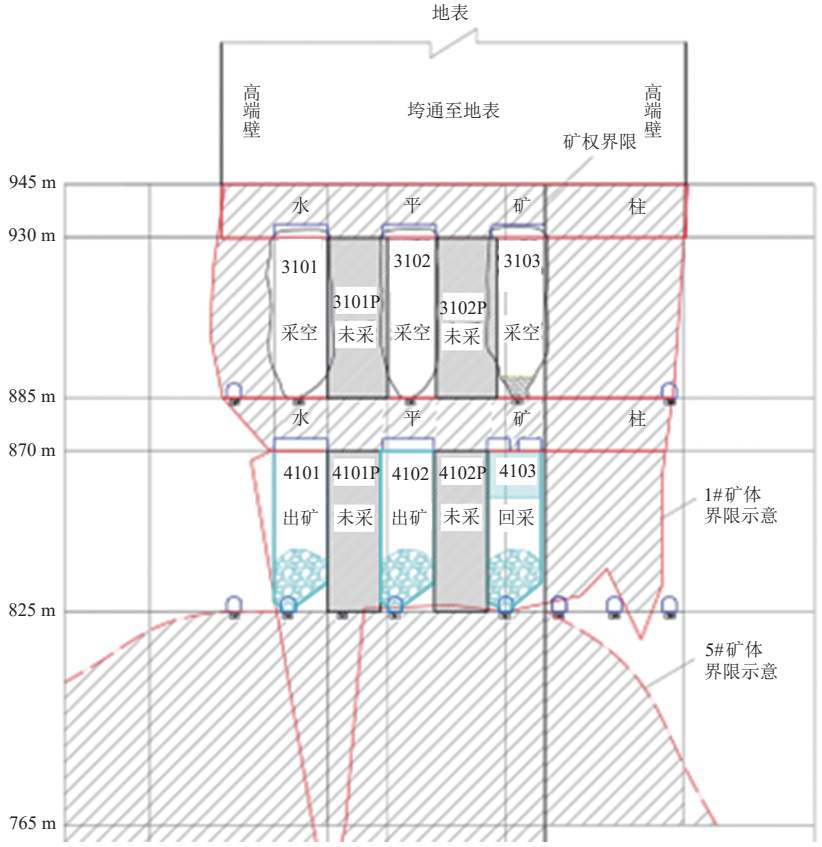


图1　1号矿体开采现状纵投影图

Fig. 1　Longitudinal projection diagram of mining status for orebody No. 1

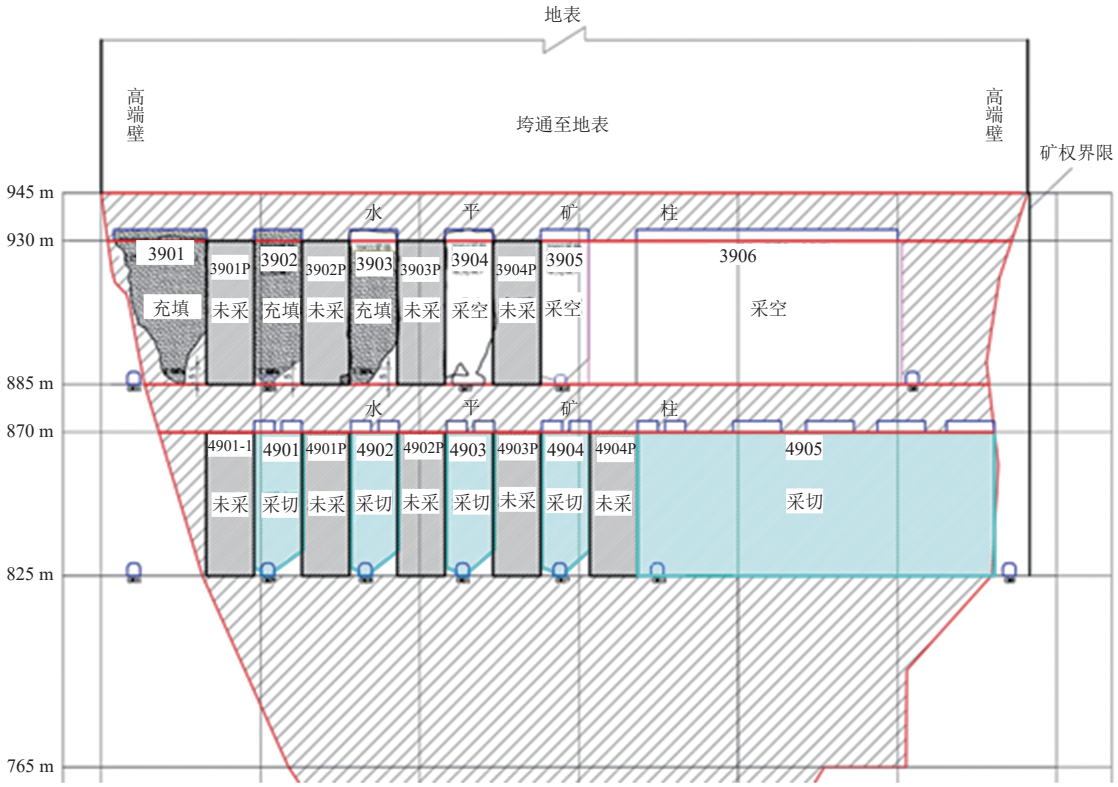


图2　9号矿体开采现状纵投影图

Fig. 2　Longitudinal projection diagram of mining status for orebody No. 9

由图1~2可以看出，上部采空区高端壁和930~945 m的水平矿柱均是生产过程中存在高风险的安全隐患，两者的稳定与否将会直接影响到矿山的生产与运营，为此亟需开展在组合式充填开采方案下高端壁采空区和大面积水平矿柱的稳定性研究，为矿山安全生产提供理论依据。

2 数值模型构建

2.1 模型构建

为贴合现场实际情况，采用3DMine-Rhino-FLAC3D耦合建模方法，构建该矿实际三维模型，根据圣维南原理，为消除局部效应的影响[13]，将该模型设计尺寸长800 m、宽500 m、高700 m，模型共包含465 580个节点与2 752 573个单元，模型底部边界采用*XYZ*全方向固定，模型四周边界约束垂直于自身方向的水平位移，模型顶部则采用自由边界，如图3所示。本次模拟的矿岩及充填体均采用摩尔-库仑本构模型。

由于FLAC3D是有限差分软件，无法建立复杂结构面或节理裂隙的数值模型[14]，因此为使模拟更贴近工程实际情况，在进行建模时通过Hook-Brown准则，通过引入相关折减系数[15]，对乌兰矿1号矿体、9号矿体及围岩中各岩组完整岩石试块的强度参数进行折减，将折减后的参数用于数值模拟计算更贴合实际，如表1所示。

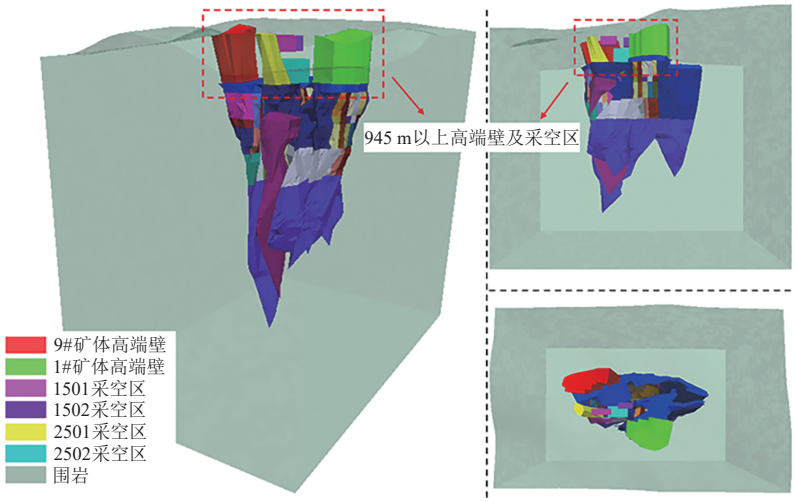


图3 三维数值模型图

Fig. 3 3D Numerical model diagram

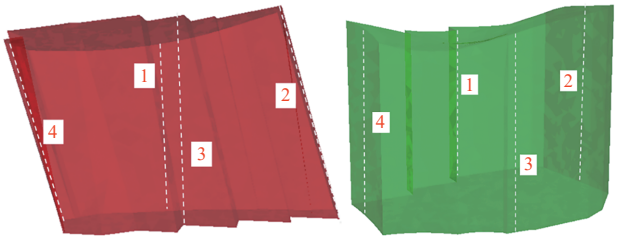
表1 主要岩体摩尔-库伦参数表

Table 1 Moore-coulomb parameters of major rock masses

岩组	岩体密度/(g·cm^{-3})	杨氏模量/GPa	泊松比μ	内摩擦角φ/(°)	内聚力c/MPa	抗压强度/MPa	抗拉强度/MPa
1号矿体	2.87	14.97	0.25	52.00	1.60	75.26	0.29
9号矿体	2.80	14.97	0.3	45.00	1.20	54.64	0.29
流纹岩	2.98	16.97	0.25	55.00	1.80	117.65	0.28
充填体	1.88	0.15	0.25	29.9	0.647	4.00	0.22

2.2 监测点布置

为更直观地显示模拟结果，在945 m以上采空区四周的高端壁壁面设置四条垂直数值监测线，每条数值监测线布置8个监测点，监测点根据位置由下至上逐个编号1~8，监测线布置示意图如图4所示。在930~945 m水平矿柱的底板上沿最大跨度方向布置监测点，1号矿体测线布置11个监测点，9号矿体测线布置21个监测点，监测点根据位置由左至右分别逐个进行编号，如图5所示。



(a)9号矿体空区高端壁　(b)1号矿体空区高端壁

图4 采空区高端壁数值监测点布置图

Fig. 4 Layout diagram of instrumented monitoring points on the upper goaf wall

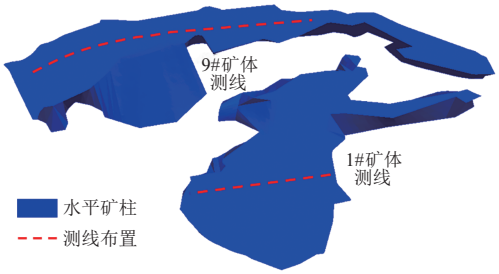


图5　930 m~945 m水平矿柱数值监测点布置图

Fig. 5　Layout diagram of instrumented monitoring points in the 930 m–945 m horizontal pillar

2.3　回采方案设计

根据该矿山实际开采规划，主要开采区域为1号、5号与9号矿体的765~945 m中段，将模拟按照765~945 m水平采充结束的时间节点简化为4个步骤，分别为870 m中段采充结束、825 m中段采充结束、765 m中段采充结束与870~885 m水平矿柱采充结束，如表2所示。

2.4　初始地应力平衡状态

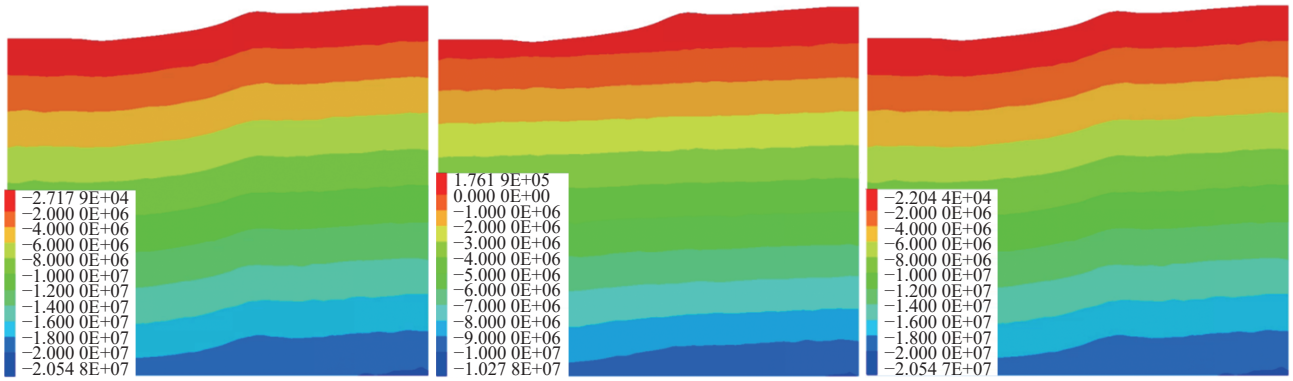
根据矿山生产现状，对模型进行高端壁、采空区开采及矿体的采充作业，待模计算至平衡后，并将此时的模型状态设置为初始状态（模型节点的速度与位移清零），后续模拟均在该基础上进行，开采现状形成后模型的地应力状态如图6所示。

表2　采场采充顺序

Table 2　Stope extraction and backfilling sequence

模拟步骤	开挖及充填采场编号
初始状态	1501；1502；2501；2502；3901；3902；3903；3904；3905；3906；3101；3102；3103；高端壁
870 m中段	4904、4902、4901、4903、4102、4905、4103、4101、4901P、4903P、4901-1、4902P、4102P、4101P、4904P
825 m中段	5901P、5905、5903P、5502P、5902P、5501、5904P、5901、5903、5902、5503
765 m中段	6901、6502、6905、6503、6501、6902、6502P
870~885 m水平矿柱	3901KZ、3903KZ、3905KZ、3101KZ、3103KZ、3902KZ、3904KZ、3906KZ、3102KZ

由图6可以看出，此时模型地应力场呈层状均匀分布，最大主应力为20.548 MPa，最小主应力为10.278 MPa，最大竖直应力为20.547 MPa，符合初始边界条件设定，表示应力条件加载正确。



(a)最大主应力　(b)最小主应力　(c)垂直应力

图6　开采现状形成后模型地应力状态（单位：MPa）

Fig. 6　Model's in-situ stress state after mining (unit: MPa)

3　采空区高端壁力学稳定性分析

根据摩尔-库伦理论，岩体的破坏情况可以通过应力与位移等进行分析判断。若岩体所受应力大于其屈服极限，或位移距离超过一定判据值，则可认为岩体会破坏[16]，具体位移判据如表3所示。根据现场实际情况，当开采区域完成以后该区域无其他采矿生产活动，对此水平矿柱及采空区高端壁在开采完成后能够基本保持稳定即可，因此本次研究以50 mm的位移量为判断依据，即当模拟结束后位移小于50 mm则可以认为暴露面保持基本稳定。

表3　位移稳定性判据

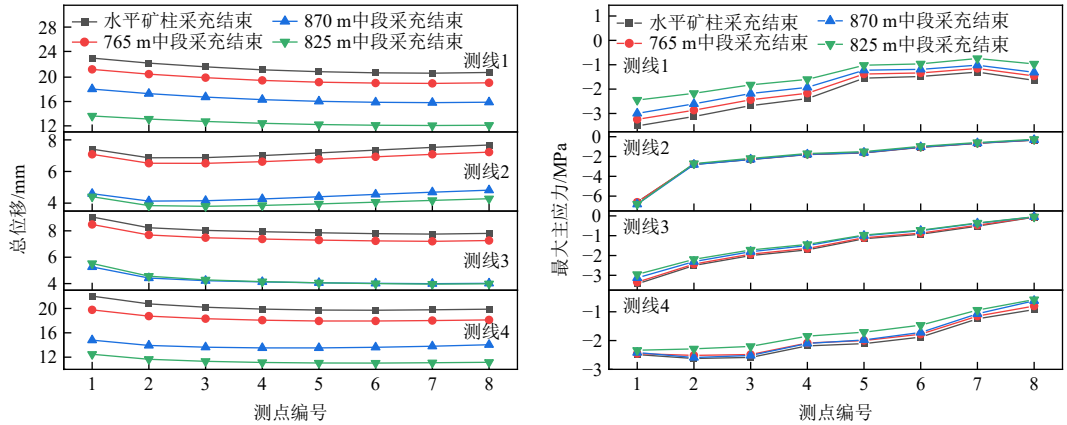
Table 3　Displacement stability criterion

位移量/mm	岩体状态
<20	位移对稳定性无影响
20~50	基本保持稳定
50~100	可能产生破坏
>100	出现破坏或垮落

3.1　1 号矿体采空区高端壁力学稳定性分析

1 号矿体采空区高端壁位移监测曲线和最大主应力监测曲线如图 7 所示。

从图 7(a) 可以看出，随着采充步骤的进行，高端壁受到扰动发生变形，各监测点位移均逐渐增大，增幅有所不同。由同一条测线不同监测点的位移变化可以看出，随着监测点距离下部采场越远（监测点编号由 1 至 8），其位移值逐渐减小。当所有采充步骤完成时，最大位移监测点分别是位于采空区高端壁与 930~945 m 水平矿柱交界处的测线 1 的 1 号监测点和测线 4 的 1 号监测点，最大位移分别为 23.130 mm 与 21.273 mm，均小于 50 mm，说明 1 号矿体采空区高端壁在全开采过程中基本保持稳定。由图 7(b) 可以看出，随着采充步骤的进行，采空区高端壁受后续采充作用的扰动影响较为轻微，高端壁周围岩体所受最大主应力仅有较小幅度减小。由同一条测线上的各个监测点的最大主应力变化可以看出，随着监测点距离下部采场越远（监测点编号由 1 至 8），其应力值逐渐减小。当所有采充步骤完成时，最大主应力值监测点位于高端壁与 930~945 m 水平矿柱交界处，其值为 6.603 MPa，远小于其岩体抗压强度，说明岩体并未发生破坏，该结果与位移分析结果一致。



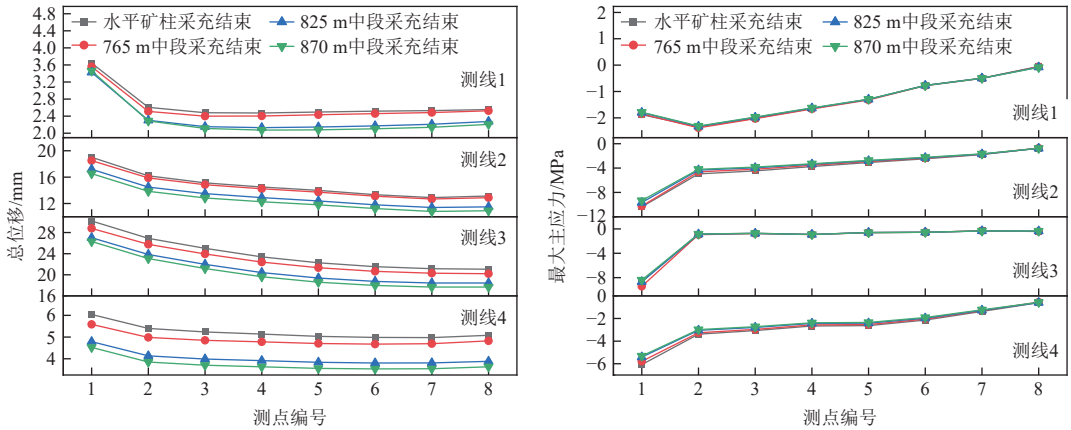
(a)各监测点位移监测曲线　(b)各监测点最大主应力监测曲线

图 7　1 号矿体采空区的高端壁上各监测点位移和最大主应力监测曲线

Fig. 7　Monitoring curves of displacement and major principal stress at selected points on the upper stope wall in goaf area, orebody No. 1

3.2　9 号矿体采空区高端壁力学稳定性分析

9 号矿体采空区高端壁位移监测曲线和最大主应力监测曲线见图 8 所示。从图 8(a) 中可以看出，随着采充步骤的进行，高端壁受到扰动发生变形，各监测点位移均逐渐增大，但增幅较小。由同一条测线不同监测点的位移变化可以看出，随着监测点距离下部采场越远（监测点编号由 1 至 8），其位移值逐渐减小。当所有采充步骤完成时，最大位移监测点位



(a)各监测点位移监测曲线　(b)各监测点最大主应力监测曲线

图 8　9 号矿体采空区的高端壁上各监测点位移和最大主应力监测曲线

Fig. 8　Monitoring curves of displacement and major principal stress at selected points on the upper stope wall in goaf area, orebody No. 9

于高端壁底部近2501采空区处测线3的1号监测点，最大位移值为30.193 mm(<50 mm)，说明9号矿体采空区高端壁在全开采过程中基本保持稳定。9号矿体采空区高端壁如图8(b)所示。由图可以看出，随着采充步骤的进行，高端壁受后续采充作用的扰动影响较为轻小，其周围岩体中的最大主应力变化很小。由同一条测线不同监测点的最大主应力变化可以看出，随着监测点距离下部采场越远(监测点编号由1至8)，其应力值呈逐渐减小的趋势。当所有采充步骤完成时，最大主应力值监测点位于高端壁与930~945 m水平矿柱交界处，其值为10.378 MPa，远小于其岩体抗压强度，说明岩体并未发生破坏，此结果与位移分析结果一致。

4 930 m~945 m中段水平矿柱力学稳定性分析

4.1 1号矿体水平矿柱稳定性分析

图9为1号矿体水平矿柱各监测点位移与最大主应力变化曲线。在模拟过程中，5501与5502P、4101P、4102P、3101P以及3102P开采时引起曲线的突变，说明下部中段矿柱采场与较大规模矿房采场的开采对水平矿柱扰动影响较大，且距离越小扰动程度越强，因此在生产过程中，当开采上述采场时应对水平矿柱位移和应力变化进行即时监测。

观察图9(a)可知，1号矿体930~945 m水平矿柱各监测点位移随开采步骤的进行逐渐增大，最大位移监测点为监测点5，说明水平矿柱呈拱形，当模拟结束后其最大位移量为38.312 mm(<50 mm)，说明1号矿体水平矿柱在全开采过程中基本保持稳定。由图9(b)可以看出，在模拟过程中，930~945 m中段1号矿体水平矿柱与下部中段岩体的交界处产生应力集中现象，其附近的监测点1、监测点2、监测点10与监测点11应力值随着开挖的进行而不断增大，最大应力值为10.547 MPa，远小于其岩体抗压强度，说明岩体并未发生破坏；其余监测点位于水平矿柱中部区域，其应力值随采场开挖顺序整体逐渐递减。

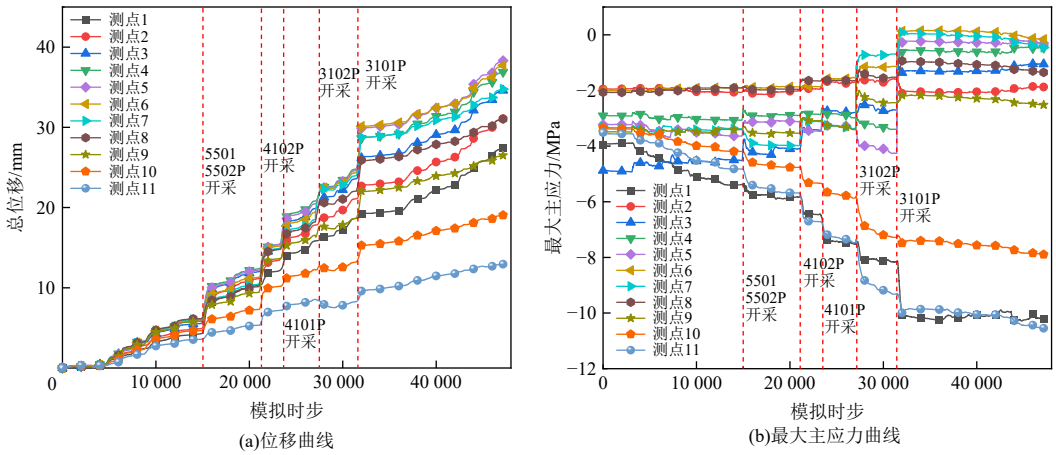


图9 1号矿体水平矿柱各监测点位移和最大主应力监测曲线

Fig. 9 Monitoring curves of displacement and major principal stress at various points in the horizontal pillar of orebody No. 1

4.2 9号矿体水平矿柱稳定性分析

图10为9号矿体水平矿柱各监测点位移曲线与最大主应力曲线。在模拟过程中，3902P、3901P、3903P以及3904P/4904P开采时引起曲线的突变，说明下部中段矿柱采场的开采对该水平矿柱的扰动影响较大，且开采水平矿柱中部的采场产生的应力释放现象更为明显，因此在生产过程中，当开采上述采场时应对水平矿柱位移和应力变化进行即时监测。

观察位移曲线可以看出，9号矿体水平矿柱各监测点位移随开采步骤的进行逐渐增大，但增长幅度各有不同，水平矿柱中部位置位移最大，形成中间低两边高的向下位移拱，开采结束后其位移最大值为49.961 mm(<50 mm)，说明9号矿体水平矿柱在全开采过程中基本保持稳定。但由于位移最大值较为接近稳定判据极限，若实际生产过程中位移值大于50 mm则现场则存在严重的安全隐患，水平矿柱可能会发生破坏，因此在实际生产过程中应该对该矿柱进行实时监测，并根据现场情况布置相应的支护工程，确保其稳定性。

由最大主应力曲线可以看出，在模拟过程中，9号矿体水平矿柱各监测点状态呈应力集中-释放交替变化现象。最大主应力变化趋势与监测点位置相关，在初始状态中已充填采场处的监测点应力值均偏低，而位于矿柱采场附近的监测点应力值及其变化均较

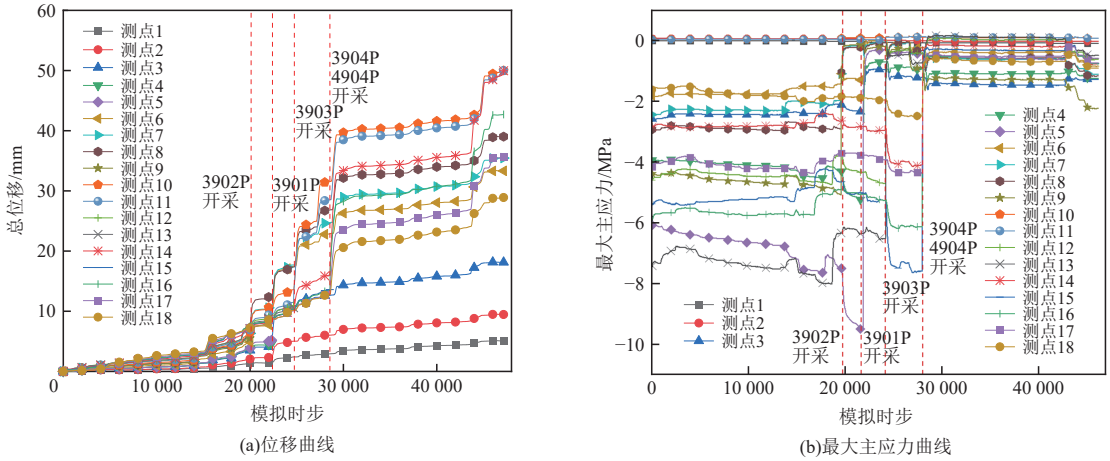


图10　9号矿体水平矿柱各监测点位移和最大主应力监测曲线

Fig. 10　Monitoring curves of displacement and major principal stress at various points in the horizontal pillar of orebody No. 9

大，其中监测点5由应力集中转化为应力释放的变化最为显著，此监测点最大主应力达9.513 MPa，远小于其岩体抗压强度，说明岩体并未发生破坏。

5　现场工业试验

为了对上述研究成果进行验证，根据矿山实际生产计划，选取具有代表性的9号矿体930~885 m中段的3903P采场进行现场工业试验，采场垂直矿体走向布置，其结构参数为60 m × 15 m × 45 m（长×宽×高），其开采经济技术指标如表4所示，采场平面炮孔布置图如图11所示。

在采场开采完成以后，观察现场，9号矿体上部采空区高端壁与3903P采场采空区均整体保持稳定，并未发生冒顶片帮等破坏情况，采用多点位移计对9号矿体930~945 m水平矿柱进行位移监测，结果显示，水平矿柱沉降为9.26 mm，与数值模拟结果相符合，此试验结果有效验证了模拟分析结果的正确性。

表4　3903P采场经济技术指标

Table 4　Economic and technical indicators for stope 3903P

采场长度/m	采场宽度/m	回采高度/m	矿量/t	损失率/%	贫化率/%	出矿品位			回收金属量/t		
						Pb/%	Zn/%	Ag/(g·t^{-1})	Pb	Zn	Ag
60	15	45	110 869.36	3	6	0.66	1.93	36.61	734.73	2 138.70	4.06

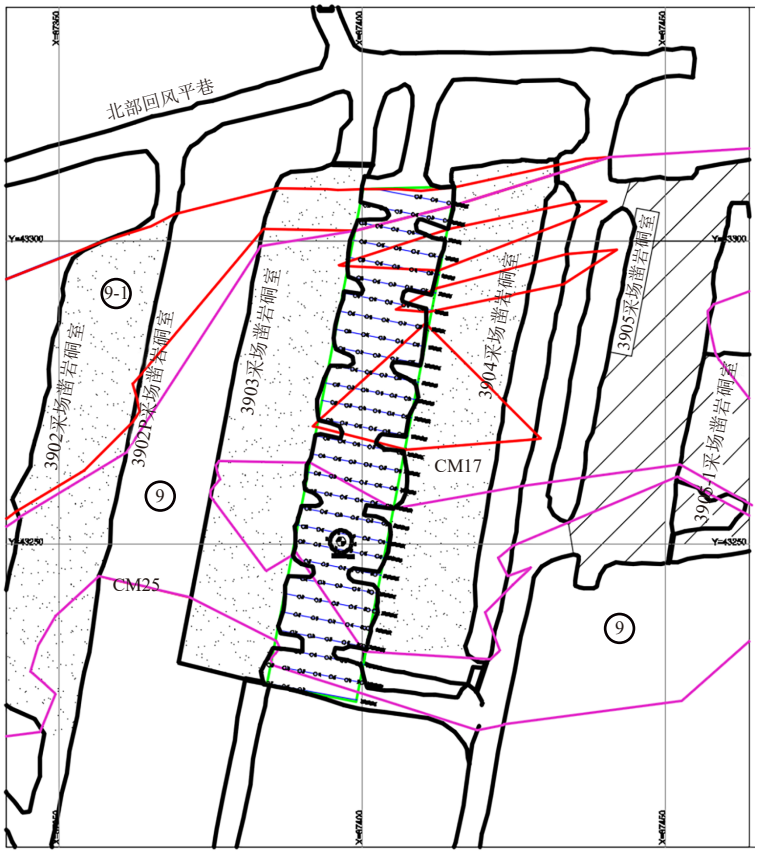


图 11　3903P 采场炮孔布置图

Fig. 11　Blast hole layout diagram for stope 3903P

6　结论

1）使用 FLAC3D 软件按照回采步骤进行了模拟分析，结果显示，1 号矿体和 9 号矿体上部采空区高端壁最大位移分别为 23.130、30.193 mm，均小于 50 mm；最大主应力分别为 6.603、10.378 MPa，均小于极限抗压强度；1 号矿体和 9 号矿体水平矿柱最大位移分别为 38.312、49.961 mm，均小于 50 mm；最大主应力分别为 10.547、9.513 MPa，均小于极限抗压强度，说明该矿山上部采空区高端壁和 930~945 m 水平矿柱在矿山生产过程中均能保持稳定状态。但 9 号矿体水平矿柱位移值较为接近稳定判据极限，因此在实际生产过程中应该对该矿柱进行实时监测，并根据现场情况布置相应的支护工程。

2）在模拟过程中，930~945 m 水平矿柱的位移与最大主应力曲线均存在突变节点，说明下部中段矿柱采场以及大尺寸矿房采场的开采对水平矿柱的扰动影响较大，在实际生产中应及时进行位移及应力监测。

3）该矿山 9 号矿体 930~885 m 中段的 3903P 采场（其结构参数为 60 m × 15 m × 45 m（长 × 宽 × 高））开展了现场工业试验结果证明，回采完成后采场及 9 号矿体上部采空区高端壁均保持稳定，未发生垮落片帮等破坏情况，9 号矿体 930~945 m 水平矿柱沉降为 9.26 mm，与数值模拟结果相符合，有效验证了数值模拟结果的可靠性。

参考文献

[1] 杨立新，陈俊智，任春芳，等. 基于拓展的 Mathews 稳定图法和数值模拟的采空区稳定性分析 [J]. 有色金属（矿山部分），2024, 76(1): 40-46.
YANG L X, CHEN J Z, REN C F, et al. Stability analysis of goaf based on extended Mathews stability map method and numerical simulation[J]. Nonferrous Metals (Mining Section), 2024, 76(1): 40-46.

[2] 董凯程，于世波，崔松. 开采扰动下水平矿柱稳定性数值分析研究 [J]. 矿冶，2015, 24(4): 1-4.
DONG K C, YU S B, CUI S. Numerical analysis research on horizontal pillar stability under mining disturbance[J]. Mining and Metallurgy, 2015, 24(4): 1-4.

[3] 甄智鑫，孟磊磊，葛万波，等. 多手段的空场法采空区隐蔽致灾因素普查技术与应用 [J]. 有色金属（矿山部分），2025, 77(2): 138-147, 154.

ZHEN Z X, MENG L L, GE W B, et al. Survey technology and application of hidden disaster factors in goaf by multi-means open-stope method[J]. Nonferrous Metals (Mining Section), 2025, 77(2): 138-147, 154.

[4] 谢火林，钟海，肖峰，等. 某钨矿山采空区群稳定性评价及其治理措施[J/OL]. 中国钨业，1-13[2025-08-29]. https://link.cnki.net/urlid/11.3236.TF.20250808.1440.002.
XIE H L, ZHONG H, XIAO F, et al. Stability evaluation of goaf group and treatment measures in a tungsten mine[J/OL]. China Tungsten Industry, 1-13[2025-08-29]. https://link.cnki.net/urlid/11.3236.TF.20250808.1440.002.

[5] 王登华，彭府华，张智博，等. 基于微震监测多方法的采空区群稳定性分析[J]. 有色金属(矿山部分), 2023, 75(6): 37-45.
WANG D H, PENG F H, ZHANG Z B, et al. Multi-method stability analysis on large-area goaf group based on micro-seismic monitoring[J]. Nonferrous Metals (Mining Section), 2023, 75(6): 37-45.

[6] 孙进辉，虞云林，唐飞，等. 基于Mathews图解法与数值模拟法的采空区稳定性分析[J]. 矿冶，2025, 34(3): 371-380.
SUN J H, YU Y L, TANG F, et al. Stability analysis of goaf based on Mathews graphical method and numerical simulation[J]. Mining and Metallurgy, 2025, 34(3): 371-380.

[7] 李聪. 多中段联合开采水平矿柱临界厚度研究[D]. 昆明：昆明理工大学，2023.
LI C. Study on critical thickness of horizontal pillars under multi-level combined mining[D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2023.

[8] 阚明宝，吴永刚，王艳超. 某铁矿阶段空场嗣后充填采空区的安全稳定性分析[J]. 有色金属(矿山部分), 2022, 74(5): 61-67.
KAN M B, WU Y G, WANG Y C. Analysis of safety and stability of goaf with stage open stoping method with subsequent filling in an iron mine[J]. Nonferrous Metals (Mining Section), 2022, 74(5): 61-67.

[9] 卢禹然，史秀志，徐泽峰. 基于Mathews合成图与数值模拟的尾砂处置采场结构参数研究[J]. 黄金科学技术，2025, 33(3): 626-637.
LU Y R, SHI X Z, XU Z F. Research on structural parameters of tailings disposal stope based on Mathews synthetic graph and numerical simulation[J]. Gold Science and Technology, 2025, 33(3): 626-637.

[10] 宫凤强，李夕兵，董陇军，等. 基于未确知测度理论的采空区危险性评价研究[J]. 岩石力学与工程学报，2008, 27(2): 323-330.
GONG F Q, LI X B, DONG L J, et al. Underground goaf risk evaluation based on uncertainty measurement theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 323-330.

[11] 吴爱祥，于少峰，韩斌. 基于尖点突变理论的水平矿柱稳定性研究[J]. 矿业研究与开发，2016, 36(12): 40-46.
WU A X, YU S F, HAN B. Stability analysis of horizontal pillar based on cusp catastrophe theory[J]. Mining Research and Development, 2016, 36(12): 40-46.

[12] 雷春辉. 构造应力下水平矿柱稳定性分析与回采顺序优化研究[D]. 赣州：江西理工大学，2016.
LEI C H. Stability analysis of horizontal pillars under tectonic stress and optimization of extraction sequence[D]. Ganzhou: Jiangxi University of Science and Technology, 2016.

[13] 杜坤，李夕兵，刘科伟，等. 采空区危险性评价的综合方法及工程应用[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2011, 42(9): 2802-2811.
DU K, LI X B, LIU K W, et al. Comprehensive evaluation of underground goaf risk and engineering application[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2011, 42(9): 2802-2811.

[14] HUANG J, MENG F, WANG G, et al. Simulation research for the influence of mining sequence on coal pillar stability under highwall mining method[J]. Geofluids, 2021(1): 8864339.

[15] SHNORHOKIAN S, MITRI H S, MOREAU V L. Stability assessment of stope sequence scenarios in a diminishing ore pillar[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2015, 74: 103-118.

[16] 欧阳剑. 基于预应力树脂锚索支护的凡口矿采场跨度优化研究[D]. 长沙：中南大学，2023.
OUYANG J. Research on stope span optimization of Fankou mine based on prestressed resin anchor cable support[D]. Changsha: Central South University, 2023.