doi：10. 12068/j. issn. 1005－3026. 2026. 20249053

考虑裂缝分布特性的堆石强度Log-Logistic分布模型

周新杰[1,2]，迟世春[1,2]，郭 宇[1,2]，闫世豪[1,2]
（1. 大连理工大学 海岸与近海工程国家重点实验室，辽宁 大连 116024；
2. 大连理工大学 建设工程学院，辽宁 大连 116024）

摘 要：天然裂缝在外力作用下扩展导致堆石颗粒破碎，而裂缝长度及其空间分布的随机性使颗粒强度表现出显著的尺寸效应和离散性．为定量评价颗粒强度分布特征，基于裂缝遵循修正幂律空间不均匀分布和最弱链理论，构建了一种Log-Logistic强度分布统计模型．通过不同粒组石灰岩单颗粒压缩试验验证表明，Log-Logistic分布模型在定量评价上优于Weibull分布模型，尤其在处理颗粒强度分布的极端值时，具有更好的拟合能力．研究进一步分析了外部环境因素对裂缝长度分布的影响，揭示了裂缝长度分布的差异是导致现场堆石颗粒强度离散性普遍大于室内试验条件的主要原因．研究成果为颗粒强度的细观建模提供了新的思路，并为工程设计中堆石材料强度的准确评估和风险控制提供了理论支持．

关 键 词：最弱链理论；Log-Logistic分布模型；堆石颗粒；强度离散性；裂缝分布
中图分类号：TV 411 **文献标志码**：A **文章编号**：1005-3026(2026)03-0103-08

Log-Logistic Distribution Model of Rockfill Strength Considering Crack Distribution Characteristics

ZHOU Xin-jie[1,2], *CHI Shi-chun*[1,2], *GUO Yu*[1,2], *YAN Shi-hao*[1,2]
(1. State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2. School of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China. Corresponding author: CHI Shi-chun, E-mail: schchi@dlut.edu.cn)

Abstract: Natural crack expansion under external forces leads to the crushing of rockfill particles, while the randomness of crack lengths and their spatial distribution results in significant size effect and dispersion of particle strength. To quantitatively evaluate the particle strength distribution characteristics, a Log-Logistic strength distribution statistical model was established based on the spatially inhomogeneous distribution of the modified power law and the weakest-link theory followed by the cracks. Validation through single-particle compression tests on limestone with different particle size fractions demonstrates that the Log-Logistic distribution model outperforms the Weibull distribution model in quantitative evaluation, particularly in handling extreme values within particle strength distribution where it has superior fitting capability. Additionally, the influence of external environmental factors on crack length distribution is further analyzed, revealing that the greater dispersion of rockfill particle strength in the field compared to that in laboratory tests is primarily attributed to the differences in crack length distribution. New insights into mesoscopic modeling of particle strength are offered, and theoretical support for the precise assessment and risk control of rockfill material strength in engineering design is provided.

Key words: weakest-link theory; Log-Logistic distribution model; rockfill particle; strength dispersion; crack distribution

收稿日期：2024-03-30
基金项目：国家重点研发计划项目(2016YFB0201001).
作者简介：周新杰(1994—)，男，四川成都人，大连理工大学博士研究生．
通信作者：迟世春，E-mail：schchi@dlut.edu.cn.

堆石颗粒广泛应用于路基、土石坝和高填方机场等土木水利工程中,其力学性能对堆石结构的安全性与稳定性至关重要[1-2].随着外荷载的增加,颗粒内部的裂缝逐渐扩展并积累,最终导致局部破坏,进而引发整体结构的失效.因此,堆石颗粒的破坏机理与其内部微观结构密切相关,裂缝的长度和空间分布等随机特征使颗粒强度的统计分布成为岩土工程领域研究的热点与难点[3-4].合理描述颗粒强度的统计分布对预测堆石材料的整体力学行为至关重要.

传统的颗粒强度研究主要依赖实验数据,并通过经典概率分布模型[5-6](如正态分布、Weibull分布和Gamma分布)描述颗粒强度的离散性.尽管这些分布模型在一定条件下能较好地反映颗粒强度特性,但在极值行为的描述上常存在局限性,可能引发偏差.最弱链理论[7]为颗粒强度的研究提供了新视角.该理论最初用于材料强度的极值分析,假设材料的破坏由最薄弱的部分决定,颗粒强度可视为由多条"强度链"组成,破坏发生在最早失效的链条处.通过此理论,可将颗粒强度分布转化为对其内部缺陷的概率分析.相比传统强度分布模型,最弱链理论更适合处理外荷载下的颗粒极值行为.Lei[8-9]的研究基于最弱链理论,提出了一种描述脆性断裂强度尺寸效应和离散性的统一公式,并通过假设裂缝遵循标准幂律空间分布,物理解释了Weibull分布.

近年来,Log-Logistic分布模型[10-11](见公式(1))凭借其灵活性和数学简洁性,逐渐应用于准脆性颗粒材料的强度研究.Log-Logistic分布能较好地描述颗粒强度的集中趋势与离散性,且其分布函数具有对称性和渐近性,适用于大样本数据的拟合.与Weibull分布相比,Log-Logistic分布在处理数据尾部特性时更具鲁棒性,能更准确地描述接近极限强度的颗粒[12-14].此外,Log-Logistic分布的数学形式简单,参数易于解释,适合工程实际应用.然而,目前的研究仅将Log-Logistic分布视为一种统计工具,缺乏对其在颗粒强度尺寸效应和离散性方面的物理解释.

$$P_{\mathrm{f}}=1-\frac{1}{1+\left(\sigma/\sigma_{50}\right)^{s}}, \tag{1}$$

$$\sigma_{50}=\lambda_1 d^{-n_{\mathrm{d}}/s}. \tag{2}$$

其中:P_{f}表示颗粒强度累积概率;σ表示颗粒强度;s表示强度分布离散性;σ_{50}为均值特征强度,表示堆石颗粒断裂概率为50%时对应的特征应力,与粒径有关,可根据式(2)求解;n_{d}为尺寸效应参数;λ_1为试验拟合参数;d表示颗粒直径,在单颗粒压缩试验中取加载板之间的距离.

本文基于最弱链理论,研究了颗粒强度符合Log-Logistic分布时裂缝空间分布的规律,旨在为颗粒强度Log-Logistic分布的统计预测提供坚实的理论基础.为了验证该模型的适用性,本文通过石灰岩单颗粒压缩试验进行了实验验证,并与Weibull分布模型进行了对比分析.通过裂缝分布特性和定量分析,进一步阐明了Log-Logistic分布在堆石颗粒强度统计中的优势.最后,本文探讨了外部环境因素对裂缝长度分布的影响,并从微观角度深入分析了裂缝长度分布特征,进一步解释了现场与室内堆石颗粒强度离散性差异的原因.研究成果不仅为颗粒强度的细观建模提供了新的理论支持,还为工程中堆石材料强度的准确评估和风险控制提供了重要的理论依据和实践指导.

1 颗粒强度分布统一公式

最弱链理论假定颗粒或材料由多个"强度链"组成,颗粒的破坏发生在最先失效的链处.这意味着整个链不破坏的概率分布函数是所有单元不破坏概率分布函数的联合分布.根据联合概率分布理论,对于一个具有N个体积为V_0的单元组成的链,若每个单元的应力状态一致且失效概率近似满足$\ln\left(1-p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)\right)\approx -p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)$,则颗粒破坏的概率可通过式(3)描述.

$$1-P(V)=\left(1-p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)\right)^{N}\xrightarrow{\ln\left(1-p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)\right)\approx -p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)}$$

$$P(V)=1-\exp\left(-\int_V p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)\frac{\partial N}{\partial V}\mathrm{d}V\right), \tag{3}$$

$$p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)=\int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} P(\sigma_{\mathrm{e}}\geqslant S)g(S)\mathrm{d}S. \tag{4}$$

其中:$P(V)$为体积为V的颗粒的破坏概率;$p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)$为体积为$V_0$的单元在应力状态$\sigma_{\mathrm{e}}$作用下的失效概率;$\sigma_{\max},\sigma_{\min}$为等效应力的上下限;$N$为单元个数;$S$为单元强度;$g(S)$表示单元在某一确定应力准则下的强度概率密度函数;$P(\sigma_{\mathrm{e}}\geqslant S)$表示在应力状态$\sigma_{\mathrm{e}}$下,单元等效应力超过其强度的概率.

Yu等[15]详细讨论了不同应力准则下$P(\sigma_{\mathrm{e}}\geqslant S)$的解析解.本文基于最大拉应力准则$\sigma_{\mathrm{e}}=\sigma_1\geqslant S$,忽略裂缝方向和其他两个主应力$\sigma_2,\sigma_3$的影响,在这种假设下,当最大拉应力$\sigma_1\geqslant\sigma_{\min}$时,恒有$F(\sigma_{\mathrm{e}}\geqslant$

$S)=1$.Lei等[8]的研究中也基于这一假设,扩展了Weibull分布的理论框架.在此假设的基础上,当满足3个条件时,能够得到经典的双参数Weibull分布模型:

1)裂缝空间位置服从均匀分布(见式(5));

2)裂缝长度服从幂律分布(见式(6));

3)裂缝长度 a 和强度 σ 的关系服从Griffith能量释放率准则(见式(7)).

$$N=V/V_0, \tag{5}$$

$$f(a)=k_{\mathrm{w}}a^{-\upsilon_{\mathrm{w}}}, \tag{6}$$

$$\sigma=\sqrt{\frac{2E\gamma}{\eta\left(1-\nu^2\right)a}}. \tag{7}$$

式中:E 为弹性模量;γ 为有效表面能;η 为裂缝的形状因数;ν 为泊松比;k_{w} 和 υ_{w} 为裂缝参数,$k_{\mathrm{w}}>0$,$\upsilon_{\mathrm{w}}>1$.

基于上述3个条件,可推导出双参数Weibull分布模型(见式(8)).当考虑到裂缝空间位置不再服从均匀分布,而是服从非均匀分布(见式(9))时,可以进一步推导出常用于堆石颗粒强度分布的修正三参数Weibull分布模型(见式(10)).以上具体推导过程详见文献[8].

$$P=1-\exp\left[-\frac{V}{V_0}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right], \tag{8}$$

$$N=\left(V/V_0\right)^{\beta}, \tag{9}$$

$$P=1-\exp\left[-\beta\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\beta}\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right]. \tag{10}$$

其中:P 为颗粒的累计破坏概率;σ_0 和 m 为Weibull分布模型的参数;$m=2\upsilon_{\mathrm{w}}-2$;$\sigma_0=\left[m/\left(2k_{\mathrm{w}}\right)\right]^{1/m}\sqrt{2E\gamma/\left[\eta\left(1-\nu^2\right)\right]}$;$\beta$ 为裂缝空间位置参数.

2　Log-Logistic分布模型的理论扩展

2.1　理论推导

本节将在颗粒强度分布统一公式的基础上,基于裂缝分布特性的不同假设,对Log-Logistic分布模型进行理论扩展.假设如下:

1)裂缝空间位置服从非均匀分布(见式(9));

2)裂缝长度服从修正幂律分布(见式(11));

3)裂缝长度 a 和强度 σ 之间的关系符合I型断裂准则(见式(12)).

$$f(a)=\frac{k\upsilon a^{-\upsilon-1}}{1+ka^{-\upsilon}}, \tag{11}$$

$$K_{\mathrm{IC}}=2\sigma Y\sqrt{\pi a}. \tag{12}$$

其中:k 和 υ 为裂缝参数,$k>0$,$\upsilon>1$;K_{IC} 为断裂韧度;Y 为形状因子.

根据式(3)及2.1节假设1),并结合积分中值定理,推导得到式(13),其中 ξ 表示介于0到 σ 的应力,$h(\sigma)$ 为颗粒强度的函数,表示复合参数 $1/\left(\beta V^{\beta}\right)\cdot\ln\left(1/(1-P)\right)$ 和强度 σ 的映射关系.通过室内试验,可得到颗粒体积 V、强度 σ 和破碎概率 P,进而得出复合参数 $1/\left(\beta V^{\beta}\right)\cdot\ln\left(1/(1-P)\right)$ 的取值.通过尝试不同的参数 β,可获得一条表征所有颗粒的复合参数 $1/\left(\beta V^{\beta}\right)\cdot\ln\left(1/(1-P)\right)$ 与强度 σ 的主曲线,并通过拟合主曲线可以得到具体的函数形式 $h(\sigma)$.由于 $p(\xi,V_0)$ 的数值较小,有 $\ln\left[1/\left(1-p(\xi,V_0)\right)\right]\approx p(\xi,V_0)$,可近似认为 $h(\sigma)$ 的函数形式接近 $p(\xi,V_0)$.基于式(4),结合2.1节中假设2)和假设3),进一步推导得到式(14),即可得到 $h(\sigma)$ 的理论函数形式.

$$P=1-\exp\left[-\int_V p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)\beta\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\beta-1}\frac{\delta V}{V_0}\right]\xrightarrow{\text{积分中值定理}}$$

$$\frac{1}{\beta V^{\beta}}\ln\frac{1}{1-P}=\frac{1}{V_0^{\beta}}\ln\left[\frac{1}{1-p(\xi,V_0)}\right]=\frac{h(\sigma)}{V_0^{\beta}}, \tag{13}$$

$$p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)=\int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}}F(\sigma_{\mathrm{e}}\geqslant S)g(S)\mathrm{d}S\xrightarrow[K_{\mathrm{IC}}=2\sigma Y\sqrt{\pi a}]{F(\sigma_{\mathrm{e}}\geqslant S)=1}$$

$$p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)=\int_{a(\sigma_{\max})}^{a(\sigma_{\min})}\frac{k\upsilon a^{-\upsilon-1}}{1+ka^{-\upsilon}}\mathrm{d}a\xrightarrow{a(\sigma_{\min})\to\infty}$$

$$p(\sigma_{\mathrm{e}},V_0)=\ln\left[1+\left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^s\right]. \tag{14}$$

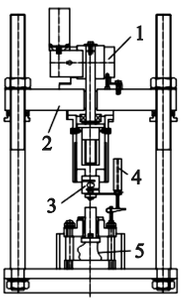
其中:$s=2\upsilon$;$\lambda=k^{-1/2\upsilon}\cdot K_{\mathrm{IC}}\sqrt{\pi}/(2Y)$.

2.2　试验验证

从上述理论推导中可得到 $h(\sigma)=\ln\left[1+(\sigma/\lambda)^s\right]$.接下来,通过不同粒组石灰岩的单粒压缩试验对这一推导进行验证.试验选取了10个不同粒径组,分别为16–18,18–20,20–22,22–24,24–26,26–28,28–30,30–60,60–120和120–240 mm.每个粒组包含100个颗粒.首先,通过排水法获取颗粒的体积,待颗粒完全晾干后,将其放置于单粒压缩试验仪的两个平行刚性加载板之间,见图1.

试验过程中,控制上部刚性板以0.5 mm/min的恒定速率对颗粒逐步施加压力.在加载过程中,实时监测颗粒的变形、位移以及受力情况.当颗粒的变形超过其承载能力时,会出现贯通性裂缝或破碎现象,并伴随外荷载突然降低.此时单次试验结束,测量并记录颗粒的破碎荷载,即加载过程中位移–力曲线的峰值加载力,如图2所示.根据式

(15)计算颗粒强度[16],并依次对所有颗粒进行室内试验并获得相应的体积与强度,图3展示了不同粒组颗粒在室内试验中获得的强度累积概率.



1—伺服电机; 2—横梁; 3—载荷传感器;
4—位移传感器; 5—试样.

图1 单粒强度试验仪器

Fig. 1 Single-particle strength test instrument

$$\sigma = F_{\max}/d^2. \tag{15}$$

其中:$F_{\max}$为颗粒瞬时破碎时所受的力.

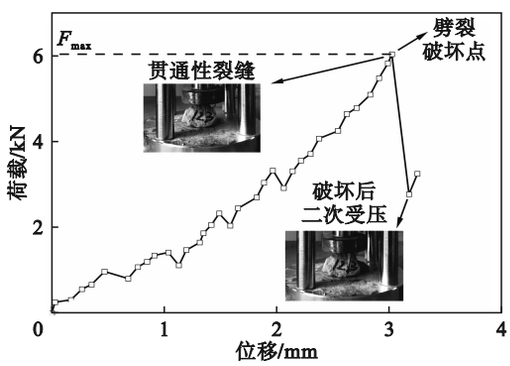


图2 石灰岩颗粒荷载-位移曲线

Fig. 2 Load-displacement curve of limestone particle

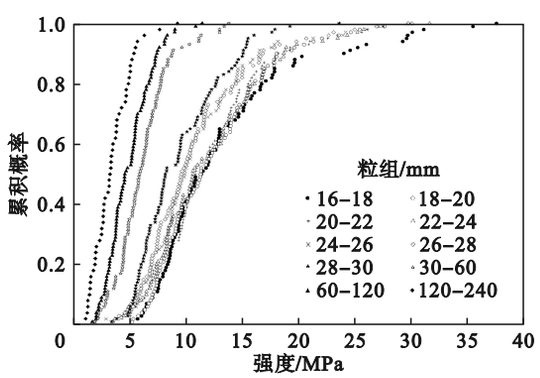


图3 单粒压缩试验结果

Fig. 3 Result of single-particle compression test

在试验中,某颗粒的破碎概率P_i通过3种常见的概率估算因子计算[17],具体为

1) $P_i = \dfrac{i-0.3}{n+0.4}$,

2) $P_i = \dfrac{i-0.5}{n}$,

3) $P_i = \dfrac{i}{n+1}$.

式中:i表示某颗粒强度在全部颗粒按强度升序排列中的序号,n为颗粒总数.

图4展示了通过室内试验得到的不同概率估算因子情况下,颗粒复合参数$1/\left\{\left(\beta V^{\beta}\right)\cdot\ln\left[1/(1-P)\right]\right\}$和强度$\sigma$的关系.从图中可以看出,当$\beta=0.44$时,不同粒组的$\sigma$与$1/\left\{\left(\beta V^{\beta}\right)\cdot\ln\left[1/(1-P)\right]\right\}$汇聚为一条主曲线.根据2.1节中的理论推导得到的函数形式$h(\sigma)=\ln\left[1+(\sigma/\lambda)^{s}\right]$对$1/\left\{\left(\beta V^{\beta}\right)\cdot\ln\left[1/(1-P)\right]\right\}$与$\sigma$的关系进行了拟合.采用推导得到的函数形式进行拟合后,在3种破碎概率下均得到了较高拟合优度的曲线,表明室内试验验证了上述理论推导的正确性.

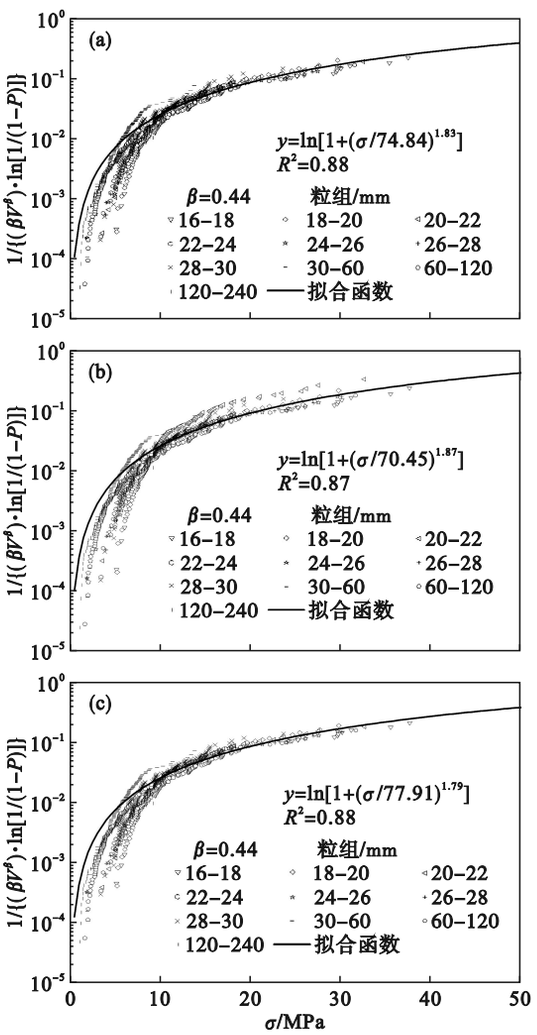


图4 不同概率估算因子情况下的颗粒复合参数和强度的关系

Fig. 4 Relationship between particle composite parameters and strength under different probability estimation factors

(a)—$P_i=\dfrac{i-0.3}{n+0.4}$; (b)—$P_i=\dfrac{i-0.5}{n}$; (c)—$P_i=\dfrac{i}{n+1}$.

2.3　Log-Logistic分布模型

将$h(\sigma)=\ln\left[1+(\sigma/\lambda)^s\right]$代入式(13),即可得到式(16)左项.由于堆石颗粒β通常较小,且图4中大部分数据均表明$(\sigma/\lambda)^s<0.1$,因此可以忽略泰勒展开式的高次项,从而得到近似关系式(16).此时,式(17)可以简化为式(18).式(18)为考虑裂缝分布特性的Log-Logistic分布模型的理论扩展,其形式与常用于描述颗粒强度尺寸效应和离散性的Log-Logistic分布模型(如式(1)和式(2))一致.这表明,通过理论推导和试验验证,Log-Logistic分布模型不仅能够合理解释颗粒强度的统计特性,还能在裂缝空间分布特性上提供更具物理意义的描述.

$$\frac{\beta V^{\beta}}{V_0^{\beta}}\cdot\ln\left[1+\left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^s\right]\approx\ln\left[1+\beta\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\beta}\cdot\left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^s\right],\tag{16}$$

$$\ln\frac{1}{1-P}=\frac{\beta V^{\beta}}{V_0^{\beta}}\cdot\ln\left[1+\left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^s\right],\tag{17}$$

$$P=1-\frac{1}{1+\beta\left(\frac{V}{V_0}\right)^{\beta}\cdot\left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^s}.\tag{18}$$

3　分布模型优劣对比与理论解释

3.1　两种分布模型优劣对比

为评估Weibull分布模型和Log-Logistic分布模型在描述不同粒组颗粒强度分布时的表现,本文分别对两种模型进行拟合,并采用拟合优度(R^2)、均方根误差(RMSE)和平均绝对百分比误差(MAPE)3个定量指标来进行对比分析,具体结果见表1.从表中可以看出,两种分布模型均能够有效描述不同粒组的颗粒强度分布,但Log-Logistic分布模型在各项指标上均表现更优.特别是对于平均绝对百分比误差这一指标,Log-Logistic分布模型的拟合效果明显优于Weibull分布模型.

表1　不同分布模型拟合效果对比

Table 1　Comparison of fitting effects of different distribution models

粒组/mm	R^2		RMSE		MAPE/%	
	Log-Logistic	Weibull	Log-Logistic	Weibull	Log-Logistic	Weibull
16-18	0.994 0	0.992 3	0.022 3	0.025 3	5.41	14.43
18-20	0.993 1	0.988 0	0.023 9	0.031 6	14.97	24.64
20-22	0.995 2	0.992 1	0.020 0	0.025 7	5.45	11.63
22-24	0.993 9	0.989 5	0.022 6	0.029 6	6.64	15.99
24-26	0.996 5	0.987 8	0.017 0	0.031 9	6.25	12.45
26-28	0.996 9	0.985 4	0.016 0	0.034 9	6.29	15.75
28-30	0.989 8	0.979 2	0.029 1	0.041 6	15.65	27.46
30-60	0.994 5	0.996 5	0.021 4	0.017 1	9.22	5.51
60-120	0.992 9	0.993 7	0.024 3	0.022 9	5.79	14.41
120-240	0.987 4	0.994 6	0.032 4	0.021 3	10.01	11.22

Kolmogorov-Smirnov(K-S)检验是一种常用于判断样本数据是否符合某一特定理论分布的方法,其基本思想是通过计算样本数据的经验分布与拟合的理论分布之间的偏差来判断两者是否存在显著差异.与K-S检验不同,Anderson-Darling(A-D)检验给予尾部的偏差更高的权重,能够更好地反映分布对极值数据的拟合效果,检验统计量A的表达式见式(19).A-D检验统计量越大,表明数据与理论分布的偏差越大,拟合效果越差;反之,A-D检验统计量越小,则数据与理论分布拟合得越好.

$$A^2=-n-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[(2i-1)\left(\ln\left(F\left(x_i\right)\right)+\ln\left(1-F\left(x_{n+1-i}\right)\right)\right)\right].\tag{19}$$

其中:$F\left(x_i\right)$为理论分布的累积分布函数值;x_i为样本数据的排序值.

表2列出了不同粒组下Weibull分布和Log-Logistic分布的A-D检验统计量结果.从表中可以看出,绝大多数粒组的Log-Logistic分布A-D检验统计量均小于Weibull分布,这表明Log-Logistic分布在堆石颗粒强度统计分析中,尤其是在处理颗粒极端强度值时具有明显优势.图5展示了26-28 mm粒组在Weibull分布和Log-Logistic分布模型下的拟合结果,特别是在极值区域,Log-Logistic分布能够更精确地捕捉强度分布的尾部特性.上述结果表明,修正幂律分布

在描述石灰岩颗粒裂缝长度分布方面相较于标准幂律分布具有更大优势,尤其是在解释石灰岩颗粒裂缝长度与强度分布特性方面更为适用.这一发现不仅为颗粒强度的细观建模提供了新的思路,也为堆石材料强度的准确评估与工程设计中更可靠的性能预测奠定了基础.

表2 不同粒组下的Weibull分布和Log-Logistic分布A-D检验统计量结果表

Table 2 Result table of A-D test statistics of Weibull and Log-Logistic distributions under different particle size fractions

粒组/mm	Log-Logistic	Weibull	粒组/mm	Log-Logistic	Weibull
16–18	0.793 8	1.485 7	26–28	0.810 8	2.846 0
18–20	0.943 2	0.741 4	28–30	0.370 3	0.322 7
20–22	0.438 9	0.480 0	30–60	1.323 4	2.323 0
22–24	0.533 9	0.832 0	60–120	0.996 1	1.406 1
24–26	0.320 1	1.852 3	120–240	0.516 9	0.437 6

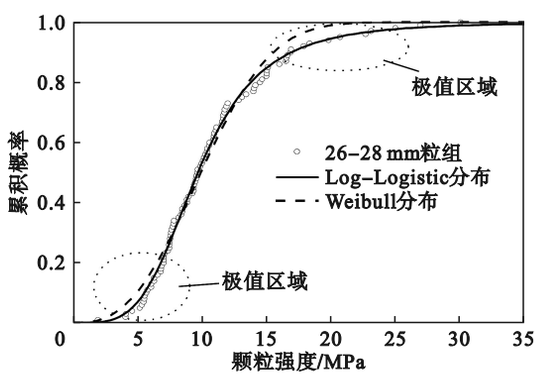


图5 26–28 mm粒组颗粒强度不同分布模型拟合对比

Fig. 5 Fitting comparison of different distribution models of particle strength fo 26–28 mm particle size fractions

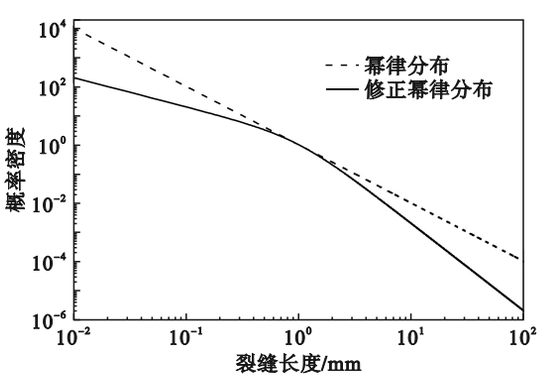


图6 裂缝长度分布对比

Fig. 6 Comparison of crack length distribution

3.2 分布模型优劣的理论解释

通过上述分析可以看出,基于最弱链理论的Weibull分布模型和Log-Logistic分布模型的主要理论差异在于裂缝长度分布的形式.Weibull分布模型假设裂缝长度服从幂律分布(见式(6)),而Log-Logistic分布模型则假设裂缝长度服从修正幂律分布(见式(11)).两种裂缝长度分布的差异见图6.

从图6可以看出,标准的幂律分布具有典型的"长尾"特征,即在裂缝长度较大时,分布的概率密度依然保持较高水平,导致出现更多的极大值事件.这种特性在描述颗粒强度的极值区域时可能会过度强调大裂缝的概率,导致拟合偏差.而修正幂律分布由于分母中的修正项,在裂缝长度较大的区域有效抑制了长尾效应,使得概率密度函数更为平滑,避免了极端事件的过度出现.此外,标准的幂律分布在裂缝长度较小时可能导致概率密度无限增大,而修正幂律分布通过引入修正项,限制了这种不合理的增大效应,使其能够更好地反映物理系统中的实际边界条件.石灰岩颗粒内部的裂缝长度分布受限于物理结构特性,因此修正幂律分布更符合这一实际情况.这也从理论上解释了Log-Logistic分布模型在极值区域对颗粒强度分布拟合更具优势的原因.

4 讨 论

通常,室内单颗粒强度试验选择的颗粒形状大致相似、粒状饱满且棱角分明,因此所得颗粒强度的离散性较小.不同颗粒组的Log-Logistic分布模型中表征离散性的参数s(Weibull分布模型中为参数m)波动较小,目前通常认为此参数与颗粒的粒径无关[18].与室内试验相比,现场条件下对堆石颗粒的控制难以达到同等的精度和一致性.例如,室内试验通过筛选和处理样本来减少颗粒大小和形状的差异,从而降低强度离散性.然而,现场工作环境更加复杂,不仅包括自然条件的多变性,还涉及堆石颗粒来源、质量和特性的多样性.此外,施工过程中的不均匀碾压、施工技术的差异以及材料供应的不稳定性等因素也可能增加强度的离散性.因此,通过室内试验外推往往会低估现场堆石颗粒的强度离散性.

基于以上分析,本文进一步从裂缝分布特性解释了室内和现场颗粒强度离散性的差异.根据自相似特性,假设当大尺寸颗粒在碾压爆破过程中破碎为小尺寸颗粒时,不同尺寸颗粒的裂缝长度和空间分布保持不变.在最弱链理论中,最先失效的单元往往是裂缝较长的单元,如图7所示.图8展示了不同参数v下修正幂律分布的差异.

可以看出,当颗粒内部长裂缝的概率密度较小时,参数v则较大,这意味着小尺寸颗粒的强度离散性较小(Log-Logistic分布模型中表征离散性的参数$s=2v$越大,Weibull分布模型也有同样规律$m=2v_w-2$).室内试验所需的小尺寸颗粒通常由现场大尺寸颗粒破碎形成,由于人工干预降低了大尺寸颗粒内部长裂缝的概率密度,导致室内小尺寸颗粒的强度离散性更小.

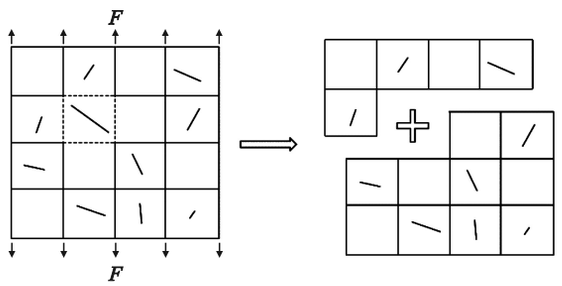


图7　颗粒破碎示意图

Fig. 7　Schematic diagram of particle crushing

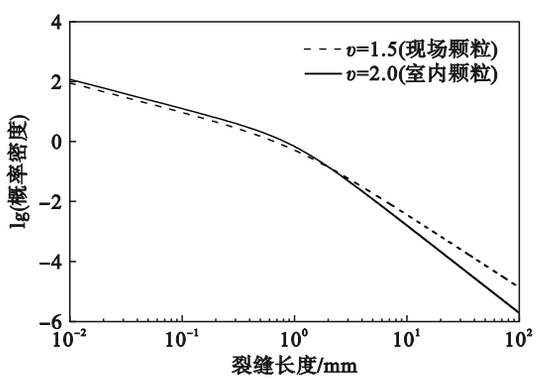


图8　室内和现场颗粒裂缝长度分布差异

Fig. 8　Difference in particle crack length distribution between laboratory and field

因此,在选材时应重点关注堆石材料的初始裂缝特性,尤其是在受力较大的区域,应优先选择初始裂缝较少的材料,以减少现场施工中可能引起的强度离散性.同时,施工过程中应采取有效的碾压和筛分工艺,确保颗粒形状和粒径分布的均匀性.这不仅可以增强室内堆石材料力学性能测试结果的可信度,还可以最大限度地降低现场堆石材料强度的不确定性,提升堆石材料的整体稳定性和抗压能力.这些措施对于提高堆石材料的长期耐久性和工程安全性具有重要意义.

5　结　　论

1)针对不同粒组石灰岩强度的统计分析,Log-Logistic分布模型在拟合优度、均方根误差和平均绝对百分比误差3个指标上均优于Weibull分布模型.

2)相较于Weibull分布模型假设裂缝长度服从幂律空间非均匀分布,Log-Logistic分布模型采用修正幂律空间非均匀分布,避免了标准幂律分布在裂缝长度较大时出现的“长尾”现象,并限制了小裂缝长度时概率密度的无限增大.这使得Log-Logistic分布模型在描述极值区域的颗粒强度时更为准确,更能反映颗粒的破碎机制.

3)较大的长裂缝概率密度是导致现场颗粒强度离散性高于室内颗粒强度离散性的主要原因.通过优化初始裂缝数量(选材)或采用有效的碾压与筛分工艺,可有效减少现场颗粒强度的离散性,从而提升堆石材料的整体稳定性和长期耐久性.

参考文献:

[1] Hong J T, Xu M. Numerical investigation of the time size effect of high rockfill geostructures [J]. *Transportation Geotechnics*, 2021, 30: 100613.

[2] Zheng T L, Song E X. A micro-macromechanical compression model of crushing in granular materials based on a probabilistic approach and energy aspects [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2021, 45(6): 753-775.

[3] Li Z C, Liu B W, Han D D, et al. Study on the influence of microcracks of coarse aggregate with specific particle size on crushing strength [J]. *Computational Particle Mechanics*, 2024, 11(2): 705-719.

[4] Yan S H, Chi S C, Guo Y, et al. Statistical evaluation of the effect of size and strain rate on particle strength of rockfill materials[J]. *Granular Matter*, 2024, 26(2): 51.

[5] Fang C F, Nie Z H, Gong J, et al. Discrete element simulation of effects of multicontact loading on single particle crushing[J]. *Particuology*, 2022, 69: 49-60.

[6] Xiao Y, Meng M Q, Daouadji A, et al. Effects of particle size on crushing and deformation behaviors of rockfill materials[J]. *Geoscience Frontiers*, 2020, 11(2): 375-388.

[7] Qian G A, Lei W S, Yu Z S, et al. Statistical size scaling of breakage strength of irregularly-shaped particles [J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, 102: 51-58.

[8] Lei W S. A framework for statistical modelling of plastic yielding initiated cleavage fracture of structural steels [J]. *Philosophical Magazine*, 2016, 96(35): 3586-3631.

[9] Lei W S. A generalized weakest-link model for size effect on strength of quasi-brittle materials [J]. *Journal of Materials Science*, 2018, 53(2): 1227-1245.

[10] Dong J, Cheng Y P, Hu B, et al. Experimental study of the mechanical properties of intact and tectonic coal *via* compression of a single particle [J]. *Powder Technology*, 2018, 325: 412-419.

[11] Yang Y M, Feng H N, Zhang Y, et al. Mechanical properties and brittleness characterization method of low-rank coal and its char particles under a uniaxial compression test[J]. *Energy & Fuels*, 2023, 37(11): 7696-7706.

(下转第 119 页)