•机械工程•

**DOI:**10.12454/j.jsuese.202300801

本刊网刊

# 3–PTT 并联机器人的误差分析与补偿

陈明方[1],梁鸿键[1*],魏松坡[2],何朝银[1]

(1.昆明理工大学 机电工程学院,云南 昆明 650500;2.河南平原光电有限公司 工程信息部,河南 焦作 454150)

**摘　要:**对并联机器人进行标定是提高位姿精度的有效措施。但传统标定方法存在误差参数多、误差累积及超静定方程组不易获得最优解等问题。为此,本文以3–PTT并联机器人为研究对象,首先,通过正运动学方程建立包含21个误差项的误差模型,细分18种情况并向其中添加误差值,系统地分析铰链点安装坐标误差及连杆长度误差对动平台位置精度的影响关系。误差分析结果表明,连杆长度和静平台铰链点$z$坐标误差对末端精度影响显著,3个自由度方向上的误差均已超过1 mm。同时,为克服传统方法中的不足,本文提出一种逆运动学误差补偿算法。该算法利用机器人的逆运动学模型将机构误差转化为关节输入误差,减少了传统算法中的误差参数,大幅降低了优化方程的求解难度,提高了补偿效率。随后,采用改进粒子群算法对误差修正目标函数寻优,以此获得滑块补偿量,将其与理想滑块输入量叠加作为滑块修正量驱动机器人完成误差补偿。仿真结果表明,补偿后动平台位置误差均无限趋于0;实验结果显示:动平台在$x$、$y$、$z$轴自由度方向的误差最大值分别由10.89、12.42、2.12 mm降至0.97、1.14、0.72 mm,距离误差最大值由15.35 mm降至1.36 mm,补偿效果明显;误差均值分别由5.86、8.02、1.12 mm降至0.45、0.46、0.33 mm,距离误差均值降至0.82 mm,运行精度提高92.1%。

**关键词:**并联机器人;误差分析;误差补偿;改进粒子群算法;位姿精度

**中图分类号:**TP242　　**文献标志码:**A　　**文章编号:**2096-3246(2025)04-0290-13

并联机器人具有刚度高、速度快、负载能力强等优点[1],近年来被广泛应用于智能制造生产线中。为提高机器人运动精度,通常采用误差控制和误差补偿两种方法来实现[2–4]。误差控制在设计、加工和装配阶段进行,通过提高零部件的加工和装配精度来实现,成本较高且缺乏可操作性[5–6]。误差补偿是在机器人装配完成后,通过建立误差模型来分析影响精度的关键因素,再通过算法进行误差补偿,该方法效果明显、可操作性强[7–8]。

国内外学者针对误差补偿方法开展了大量研究。夏纯等[9]提出一种基于等效运动链的标定方法,并以2–UPR–RPU机器人为对象进行实验,标定后位姿误差明显改善。彭金柱等[10]提出一种基于竞争的多变异策略差分进化算法;曹学鹏等[11]利用传感器位姿标定使焊接机器人自动跟踪误差减小到0.5 mm以下。李政清等[12]以四索并联机器人为研究对象,提出视觉定位的自标定方法,标定简单、快捷。赵磊等[13]针对3–RRRU机器人用偏微分理论建立误差模型,利用等步距搜索策略对遗传算法进行优化。李国江等[14]针对影响绳索并联机器人误差的几何和非几何参数间非线性、耦合等问题,提出神经网络补偿方法。Zhang等[15]提出一种误差测量子集的标定方法,提高了标定效率。Yu等[16]通过优化驱动杆的关节角位移参数来补偿运动副间隙误差。Chen等[17]对3–RRR机器人不同控制参数的速度环进行误差补偿。Li等[18]通过全矩阵完全微分法建立CDPR误差映射模型。Mei等[19]针对五轴并联机器人提出一种弹性几何误差建模方法,建立结构参数误差和柔度参数误差的辨识方程。Wang等[8]提出深度信念网络和误差相似度的补偿方法。Ye等[20]基于粒子群算法提出搬运机器人稳定抓取控制方法。Chen等[21]提出一种轨迹跟踪的补偿迭代学习控制算法。这些方法对机器人的精度控制很有参考价值,但

**收稿日期:**2023 – 10 – 11　　**修回日期:**2024 – 02 – 17　　**网络出版日期:**2024 – 05 – 14

**基金项目:**云南省重大科技专项计划项目(202502AC080006);国家自然科学基金项目(52465063)

**作者简介:**陈明方(1975—),男,教授,博士. 研究方向:机器人控制理论;机器人运动感知技术. E-mail: mfchen_robot@126.com

* **通信作者:**梁鸿键,E-mail:lianghongjian@stu.kust.edu.cn

所建立的误差标定模型中误差参数较多，易造成误差积聚，且部分超静定方程组难获得最优解。

本文针对传统标定方法的不足，提出一种逆运动学的误差补偿算法，将机构误差转化为关节输入误差，减少了算法中的误差参数，使算法更具可行性。同时，利用改进粒子群算法对目标函数的最小值寻优，克服了标准粒子群算法易早熟收敛至局部最优以及迭代后期收敛速度慢等问题。以 3–PTT 并联机器人为研究对象，首先，建立正运动学误差模型分析影响动平台位置精度的因素；进一步构造补偿算法模型进行仿真，结果显示该算法能快速、准确地得到最优解；最后，进行补偿实验，证明算法补偿效果。

## 1　运动学坐标系建立

图 1 为本文的研究对象 3–PTT 并联机器人实体，由 3 条完全相同的 PTT 支链、静平台、动平台及 3 根稳定杆组成。PTT 支链包括 1 个移动副（由滚珠丝杠和滑块组成）、2 个虎克铰（由两个相互垂直的转动副组成），3 条支链 120°均布。

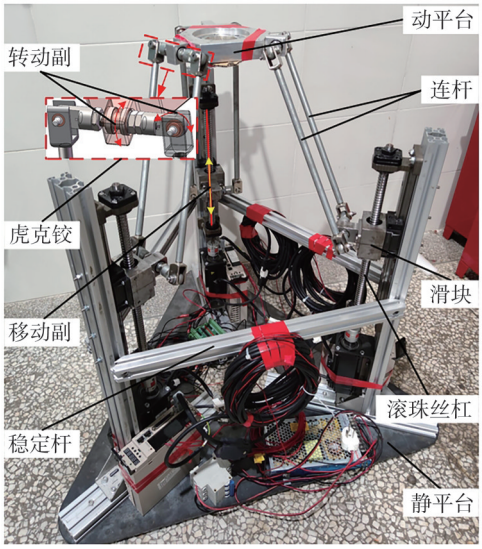


**图 1　3–PTT 并联机器人实体**
**Fig. 1　3–PTT parallel robot entity**

图 2 为机器人的简化模型，在模型中建立运动学坐标系，为简化运动学方程表达式，将坐标系的 $x$ 轴指向第 1 条支链。图 2 中，$o_p$–$x_1y_1z_1$ 为动坐标系，动坐标系原点 $o_p$ 在固定坐标系中的表示为 $\boldsymbol{p}_o$，$\boldsymbol{p}_o=(X,Y,Z)$，在本文中定义为动平台的位置；$o$–$xyz$ 为固定坐标系；连接滑块的虎克铰中心点依次为 $A_{o1}$、$A_{o2}$ 和 $A_{o3}$，投影到 $x$–$o$–$y$ 平面上依次为 $C_1$、$C_2$ 和 $C_3$，连接这 3 点的假想圆定义为静平台外接圆，半径为 $R$；连接动平台的虎克铰中心点分别为 $B_{p1}$、$B_{p2}$ 和 $B_{p3}$，连接这 3 点的假想圆定义为动平台外接圆，半径为 $r$；$\triangle A_{o1}A_{o2}A_{o3}$ 和 $\triangle B_{o1}B_{o2}B_{o3}$ 均为等边三角形，机器人的第 $i$ 条支链与 $x$ 轴的夹角为 $\varphi_i=2(i-1)\pi/3$，$i$=1,2,3；滑块在固定坐标系中的高度 $h_1$、$h_2$ 和 $h_3$ 等同 $A_{o1}$、$A_{o2}$ 和 $A_{o3}$ 的 $z$ 坐标；定义滑块在导轨下极限位置时为初始位置，此时 $h_1=h_2=h_3$=380 mm；连接滑块和动平台的 3 根连杆长度均为 $L$。3–PTT 机器人的结构参数如表 1 所示。

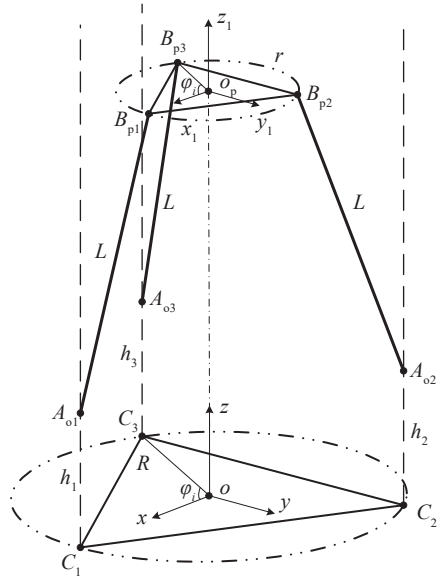


**图 2　简化模型**
**Fig. 2　Simplified model**

**表 1　结构参数**
**Tab. 1　Structural parameter**

mm

| 参数 | 数值 | 参数 | 数值 |
|---|---|---|---|
| $R$ | 200 | $L$ | 350 |
| $r$ | 100 | $h_1$、$h_2$、$h_3$ | 380～835 |

## 2　自由度与运动学分析

### 2.1　拓扑结构分析

为研究 3–PTT 并联机器人的运动学，本文采用拓扑结构分析法对自由度进行分析。对具有 $n$ 条支链的并联机构，定义第 $i$ 条支链的运动输出螺旋系为 $\boldsymbol{S}_i(i=1,2,\cdots,n)$，动平台相对于静平台的运动螺旋系为 $\boldsymbol{S}_{Pa}$，则根据螺旋定理有：

$$\boldsymbol{S}_{Pa}=\bigcap_{i=1}^{n}\boldsymbol{S}_i \tag{1}$$

相应的运动输出特征 $\boldsymbol{M}_{Pa}$ 和速度输出矩阵 $\dot{\boldsymbol{M}}_{Pa}$ 分别为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}_{pa}=\bigcap\limits_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}x_i & y_i & z_i\\ \alpha_i & \beta_i & \gamma_i\end{bmatrix},\\ \dot{\boldsymbol{M}}_{pa}=\bigcap\limits_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}\dot{x}_i & \dot{y}_i & \dot{z}_i\\ \dot{\alpha}_i & \dot{\beta}_i & \dot{\gamma}_i\end{bmatrix}\end{cases} \tag{2}$$

式中：$x_i$、$y_i$、$z_i$为固连在末端构件的动坐标系在静坐标系中的坐标；$\alpha_i$、$\beta_i$、$\gamma_i$为末端动坐标系在静坐标系中的姿态；$\dot{x}_i$、$\dot{y}_i$、$\dot{z}_i$、$\dot{\alpha}_i$、$\dot{\beta}_i$、$\dot{\gamma}_i$分别为动平台位置和姿态对时间的导数，表示沿$x$、$y$、$z$轴方向旋转速度和角速度。

把$\boldsymbol{M}_{\mathrm{Pa}}$表示成矢量形式为[22]：

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{Pa}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{t}^{\xi_{\mathrm{PaP}}}\\ \boldsymbol{r}^{\xi_{\mathrm{PaR}}}\end{bmatrix}=\bigcap_{i=1}^{n}\begin{bmatrix}\boldsymbol{t}^{\xi_{\mathrm{PiP}}}\\ \boldsymbol{r}^{\xi_{\mathrm{PiR}}}\end{bmatrix} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{t}^{\xi_{\mathrm{PaP}}}$为末端构件的独立平移输出，$\boldsymbol{r}^{\xi_{\mathrm{PaR}}}$为末端构件的独立转动输出，$\xi_{\mathrm{PaP}}$、$\xi_{\mathrm{PaR}}$均为0～3的常数；$\begin{bmatrix}\boldsymbol{t}^{\xi_{\mathrm{PiP}}} & \boldsymbol{r}^{\xi_{\mathrm{PiR}}}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$为第$i$条支链的输出特征矩阵，$\xi_{\mathrm{PiP}}$为独立移动输出数，$\xi_{\mathrm{PiR}}$为独立转动输出数。

图3为本机构的单开链结构简图，R表示虎克铰的转动副，P表示移动副。

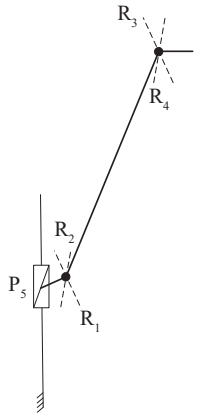


**图3 3–PTT机构支链简图**

**Fig. 3 3–PTT mechanism subchain diagram**

对支链运动的任意位置有$\mathrm{R}_1 \nparallel \mathrm{R}_3$（$\nparallel$表示同一构件上两运动副轴线不平行），但一定存在某一瞬时位置使得$\mathrm{R}_1 \parallel \mathrm{R}_3$（$\parallel$表示同一构件上两运动副轴线平行），此时该支链的速度输出特征矩阵$\dot{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{s}}$为：

$$\dot{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{s}}=\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{t}}^{3}\\ \dot{\boldsymbol{r}}^{2}\parallel \diamond\left(\mathrm{R}_3,\mathrm{R}_4\right)\end{bmatrix} \tag{4}$$

式中：$\dot{\boldsymbol{t}}^{3}$为单条支链的3个瞬时独立平移输出；$\dot{\boldsymbol{r}}^{2}\parallel \diamond\left(\mathrm{R}_3,\mathrm{R}_4\right)$为单条支链的2个转动输出$\dot{\boldsymbol{r}}^{2}$绕$\mathrm{R}_3$、$\mathrm{R}_4$公垂线方向的瞬时转动速度（速度为0），$\dot{\boldsymbol{r}}^{2}$转动方向平行于平面$\diamond\left(\mathrm{R}_3,\mathrm{R}_4\right)$。本机构在动平台和静平台间放置3条该单开链，由式(3)可得速度特征矩阵为：

$$\dot{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{s}}=\bigcap_{i=1}^{3}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{t}}^{3}\\ \dot{\boldsymbol{r}}_i^{\,2}\parallel \diamond\left(\mathrm{R}_{3i},\mathrm{R}_{4i}\right)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{t}}^{3}\\ 0\end{bmatrix} \tag{5}$$

通过速度特征多项式$\dot{\boldsymbol{M}}_{\mathrm{s}}$，知该机器人有且仅有沿$x$、$y$、$z$坐标轴的平动自由度。

## 2.2 逆运动学分析

根据图2的运动学坐标系，结合表1的结构参数，将铰链点$A_{\mathrm{o}1}$、$A_{\mathrm{o}2}$、$A_{\mathrm{o}3}$、$B_{\mathrm{p}1}$、$B_{\mathrm{p}2}$和$B_{\mathrm{p}3}$分别表示在固定坐标系和动坐标系中，则有：

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}x_{\mathrm{A}i}\\ y_{\mathrm{A}i}\\ z_{\mathrm{A}i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R\cos\varphi_i\\ R\sin\varphi_i\\ h_i\end{bmatrix},\\ \begin{bmatrix}x_{\mathrm{B}i}\\ y_{\mathrm{B}i}\\ z_{\mathrm{B}i}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}r\cos\varphi_i\\ r\sin\varphi_i\\ 0\end{bmatrix}\end{cases} \tag{6}$$

式中，$x_{\mathrm{A}i}$、$y_{\mathrm{A}i}$、$z_{\mathrm{A}i}$表示与滑块相连的虎克铰铰链点在固定坐标系下的空间坐标，$x_{\mathrm{B}i}$、$y_{\mathrm{B}i}$、$z_{\mathrm{B}i}$表示与动平台相连的虎克铰铰链点在动坐标系下的空间坐标。将动坐标系下的点$B_{\mathrm{p}i}$（坐标为$\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}i}$）变换到固定坐标系中：

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{o}i}=\boldsymbol{T}\times\boldsymbol{B}_{\mathrm{p}i}+\boldsymbol{p}_{\mathrm{o}} \tag{7}$$

式中，$\boldsymbol{B}_{\mathrm{o}i}$为固定坐标系下铰链点$B_{\mathrm{p}i}$的坐标表示，$\boldsymbol{T}$为旋转矩阵。通过上文对机构的拓扑结构分析，可知只存在沿固定坐标系$x$、$y$、$z$轴3个方向的移动自由度，故式(7)中的旋转矩阵$\boldsymbol{T}$为单位矩阵。

由于同一条支链上的铰链点$A_{\mathrm{o}i}$和$B_{\mathrm{o}i}$（坐标轴为$\boldsymbol{A}_{\mathrm{o}i}$、$\boldsymbol{B}_{\mathrm{o}i}$）之间的距离被连杆限制为固定值$L$，由此可以建立关系式：$L=\|\overrightarrow{\boldsymbol{A}_{\mathrm{o}i}\boldsymbol{B}_{\mathrm{o}i}}\|$，$\|\cdot\|$为求向量的长度，$\overrightarrow{\boldsymbol{A}_{\mathrm{o}i}\boldsymbol{B}_{\mathrm{o}i}}$为$A_{\mathrm{o}i}$和$B_{\mathrm{o}i}$两点间的向量。代入铰链点坐标整理后得该机器人的逆运动学解析式如下：

$$\begin{cases}h_1=Z-\sqrt{L^2-(X+r-R)^2-Y^2},\\ h_2=Z-\sqrt{L^2-\left(X+\dfrac{1}{2}(R-r)\right)^2-\left(Y+\dfrac{\sqrt{3}}{2}(r-R)\right)^2},\\ h_3=Z-\sqrt{L^2-\left(X+\dfrac{1}{2}(R-r)\right)^2-\left(Y+\dfrac{\sqrt{3}}{2}(R-r)\right)^2}\end{cases} \tag{8}$$

## 2.3 正运动学分析

本机构的正运动学分析是建立各滑块高度与动平台位置间的关系式，即由已知的各滑块位置$h_i$，求解机器人动平台位置信息$p_{\mathrm{o}}=(X,Y,Z)$。在逆运动学解析式(8)中，将$X$、$Y$和$Z$视为变量，$h_i$视为已知量，结合机器人的装配方式（向上安装）可得正向运动学解析式，结果如式(9)所示：

$$\begin{cases}X=\dfrac{(2h_1^2-h_2^2-h_3^2)-2Z(h_1-h_2-h_3)}{6(R-r)},\\ Y=\dfrac{(h_2^2-h_3^2)-2Z(h_2-h_3)}{2\sqrt{3}\,(R-r)},\\ Z=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\end{cases} \tag{9}$$

式中，$a$、$b$、$c$分别为机器人动平台位置$Z$坐标的系数，

其表达式如下：

$$\begin{cases} a=\dfrac{(2h_1-h_2-h_3)^2+3(h_2-h_3)^2+9(R-r)^2}{9(R-r)^2}, \\ b=\dfrac{-2\left[h_1^2-\dfrac{(h_2^2+h_3^2)}{2}-6(R-r)^2\right](2h_1-h_2-h_3)}{9(R-r)^2}- \\ \qquad \dfrac{18h_1(R-r)^2+3(h_2-h_3)(h_2^2-h_3^2)}{9(R-r)^2}, \\ c=\dfrac{\left[h_1^2-\dfrac{(h_2^2+h_3^2)}{2}\right]^2}{9(R-r)^2}+\dfrac{(h_2^2-h_3^2)^2}{12(R-r)^2}+(R-r)^2- \\ \qquad L^2-\dfrac{2\left[h_1^2-\dfrac{(h_2^2+h_3^2)}{2}\right]}{3}+h_1^2 \end{cases} \tag{10}$$

## 3　位置误差建模与误差分析

### 3.1　误差来源与定义

由于机械加工、装配定位过程中的误差不可避免，因此，需要将误差添加到 3–PTT 并联机器人的运动学模型中，建立运动学误差模型，分析各误差项对动平台位置的影响，以提高动平台的运行精度。

本机构的机械加工与装配定位误差包括：1）与滑块相连的 3 个铰链点空间误差，定义为 $\Delta x_{Ai}$、$\Delta y_{Ai}$ 和 $\Delta z_{Ai}$，分别表示第 $i$ 条支链中，与滑块相连的铰链点空间坐标在 $x$、$y$ 和 $z$ 轴方向的误差；2）与动平台相连的 3 个铰链点空间误差，定义为 $\Delta x_{Bi}$、$\Delta y_{Bi}$ 和 $\Delta z_{Bi}$，分别表示第 $i$ 条支链中，与动平台相连的铰链点空间坐标在 $x$、$y$ 和 $z$ 轴方向的误差；3）连接动平台与滑块间的连杆长度误差，记为 $\Delta L_i$。理想情况下，铰链点的空间坐标及连杆长度如表 2 所示。

**表 2　铰链点坐标及连杆长度**

**Tab. 2　Hinge point coordinates and link length**

mm

| 支链 $i$ | $x_{Ai}$ | $y_{Ai}$ | $z_{Ai}$ | $x_{Bi}$ | $y_{Bi}$ | $z_{Bi}$ | $L_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 0 | $h_1$ | 200 | 0 | 0 | 350 |
| 2 | −50 | $50\sqrt{3}$ | $h_2$ | −100 | $100\sqrt{3}$ | 0 | 350 |
| 3 | −50 | $-50\sqrt{3}$ | $h_3$ | −100 | $-100\sqrt{3}$ | 0 | 350 |

### 3.2　基于正运动学的误差建模

误差建模是将影响末端执行器精度的因素包含在运动学模型中，并将机器人末端执行器的实际位姿与名义位姿作比较，得到末端执行器位姿误差，为误差补偿提供理论依据。建立误差模型的方法有微分法和矢量法，这些方法推导计算复杂且模型的物理意义不明显。为此，本文建立基于正运动学的误差模型，利用正运动学解析式直接向模型中添加误差因素，简单明了地分析各误差因素对动平台位姿的影响。由于本机构不存在绕 $x$、$y$、$z$ 轴的转动自由度，故只分析动平台的位置误差。

在理想情况下，该机构装配后的结构参数为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_{oi}=(x_{Ai},y_{Ai},z_{Ai}), \\ \boldsymbol{B}_{oi}=(x_{Bi},y_{Bi},z_{Bi}), \\ L_i \end{cases} \tag{11}$$

式（11）中，参数定义为 $\boldsymbol{U}=\left(\boldsymbol{A}_{oi},\boldsymbol{B}_{oi},L_i\right)$。

通过正运动学模型求解后，得到机器人动平台的名义位置 $\boldsymbol{P}=\left(P_x,P_y,P_z\right)$。实际情况下含误差的结构参数为：

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}'_{oi}=(x_{Ai}+\Delta x_{Ai},y_{Ai}+\Delta y_{Ai},z_{Ai}+\Delta z_{Ai}), \\ \boldsymbol{B}'_{oi}=(x_{Bi}+\Delta x_{Bi},y_{Bi}+\Delta y_{Bi},z_{Bi}+\Delta z_{Bi}), \\ L'_i=L_i+\Delta L_i \end{cases} \tag{12}$$

式（12）中，参数定义为 $\boldsymbol{U}'=\left(\boldsymbol{A}'_{oi},\boldsymbol{B}'_{oi},L'_i\right)$。

通过正运动学求解，可得动平台的实际位置 $\boldsymbol{P}'=\left(P'_x,P'_y,P'_z\right)$。则位置误差模型为：

$$\Delta\boldsymbol{P}=\boldsymbol{P}'-\boldsymbol{P}=(\Delta X,\Delta Y,\Delta Z) \tag{13}$$

式中，$\Delta\boldsymbol{P}$ 为动平台位置误差，$\Delta X$、$\Delta Y$、$\Delta Z$ 分别为动平台在 $x$、$y$、$z$ 方向上的误差值。

### 3.3　误差分析

基于 3–PTT 并联机器人的结构参数，在滑块导轨的行程内取 40 组滑块位置数据，对应均匀布于机器人工作空间的 40 个位置点，作为误差分析的采样点。在 MATLAB 仿真环境中，建立正运动学误差分析模型，分情况向误差模型添加误差项，将滑块位置信息导入误差模型，便可得出 6 个铰链点坐标误差、连杆长度误差与动平台位置误差间的定量关系。

#### 3.3.1　单条支链存在误差

由于机构的 3 条支链对称，故先分析其中 1 条支链存在误差，另两条不存在误差的情况。当第 1 条支链存在误差时，可分为 7 种情况：$\Delta x_{A1}\neq 0$，$\Delta y_{A1}\neq 0$，$\Delta z_{A1}\neq 0$，$\Delta x_{B1}\neq 0$，$\Delta y_{B1}\neq 0$，$\Delta z_{B1}\neq 0$ 和 $\Delta L_1\neq 0$。结合机器人的实际装配情况，在误差数学模型中将每个误差项的数值设置为 1 个单位，将 40 组滑块位置数据导入误差模型，得出 7 种情况下 40 个位置点对应的动平台位置误差，如图 4 所示，误差平均值如图 5 所示。

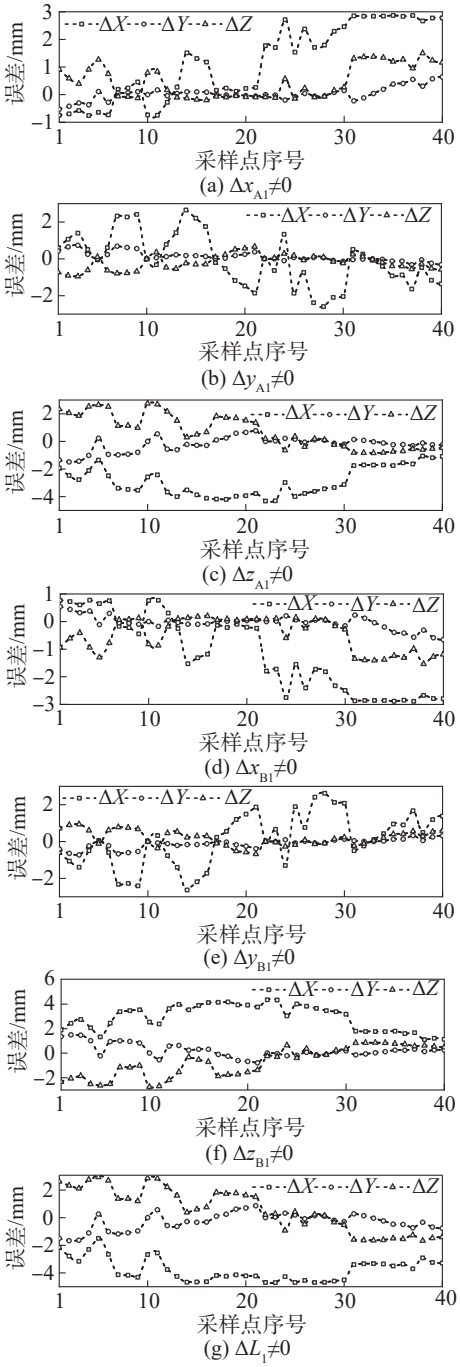


**图4 单条支链存在误差时对动平台位置误差的影响**

**Fig. 4 Influence of single subchain error on the position error of mobile platform**

总的来说，单条支链存在误差时，各误差项对动平台位置的影响在$x$轴自由度方向最大，$z$轴次之，$y$轴最小，其中$y$轴方向平均误差均≤0.5 mm。当$\Delta L_1\neq0$时，对动平台位置的影响集中在$x$、$z$轴自由度方向，平均误差分别达到3.8 mm和1.5 mm。其次，当$\Delta z_{A1}\neq0$、$\Delta z_{B1}\neq0$时，$x$、$z$轴方向的平均误差分别达到2.9和1.2 mm。当$\Delta x_{A1}\neq0$、$\Delta y_{A1}\neq0$、$\Delta x_{B1}\neq0$、$\Delta y_{B1}\neq0$时，$x$轴平均误差依次为1.5、1.2、1.5和1.2 mm，$z$轴平均误差均≤0.5 mm。

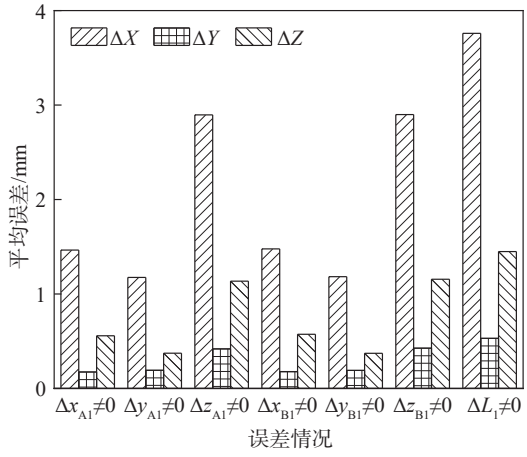


**图5 单条支链存在误差时的平均位置误差**

**Fig. 5 Average error when single subchain has error**

### 3.3.2 连杆长度误差

连杆长度误差又可分为4种情况：$\Delta L_1\neq0$，$\Delta L_2\neq0$，$\Delta L_3\neq0$和$\Delta L_1$、$\Delta L_2$、$\Delta L_3\neq0$。在MATLAB仿真环境中，将每个误差项的数值均设置为1个单位，导入40组随机滑块位置数据后，可得到在这4种情况下40个位置点对应的动平台位置误差，如图6所示，平均位置误差如图7所示。

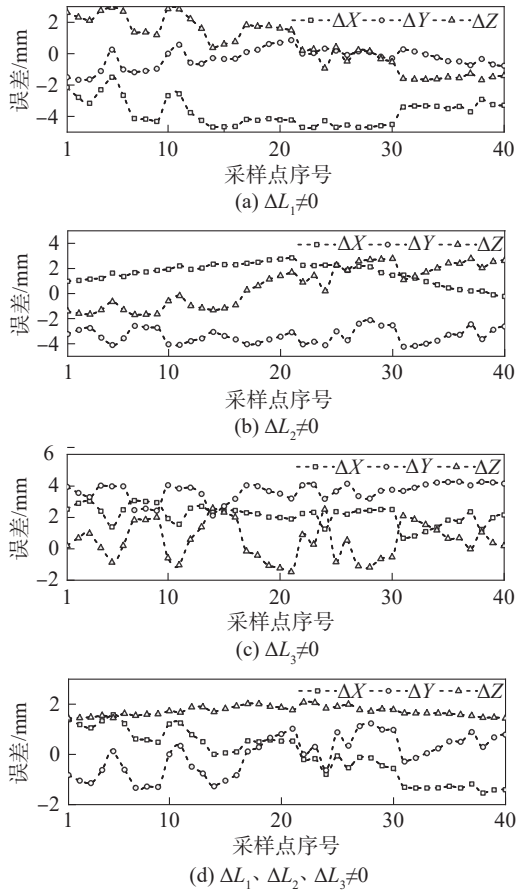


**图6 连杆长度存在误差时对动平台位置误差的影响**

**Fig. 6 Effect of link length error on position error of mobile platform**

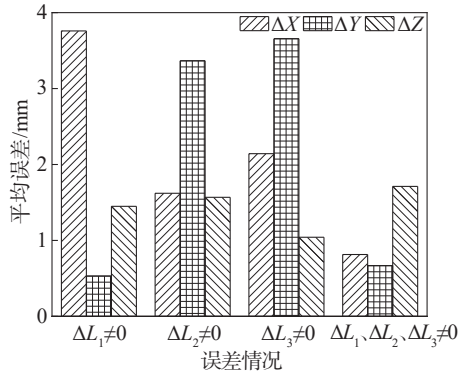


**图7　连杆长度存在误差时的平均位置误差**

**Fig. 7　Average position error of link length with error**

由图7可知：当$\Delta L_1 \neq 0$时，其对动平台在$x$轴自由度方向的影响远大于其余两个方向。当$\Delta L_2 \neq 0$时，$x$、$z$轴自由度方向误差均值为1.5 mm左右，$y$轴误差均值为3.4 mm。当$\Delta L_3 \neq 0$时，$x$、$y$、$z$轴误差均值依次为2.2、3.7和1.0 mm。

实际使用中，会出现3条支链的连杆长度同时存在误差（$\Delta L_1$、$\Delta L_2$、$\Delta L_3$均不为0）的情况。动平台的位置误差在$x$、$y$轴方向可能会抵消，但在$z$轴方向会叠加。误差模型的计算结果也证实动平台在$z$轴方向误差最大，表明建立的误差模型合理。

3.3.3　3条支链均存在误差

3条支链都存在误差时可分为8种情况：$\Delta x_{Ai} \neq 0$，$\Delta y_{Ai} \neq 0$，$\Delta z_{Ai} \neq 0$，$\Delta x_{Bi} \neq 0$，$\Delta y_{Bi} \neq 0$，$\Delta z_{Bi} \neq 0$，$\Delta L_i \neq 0$和$\Delta x_{Ai}$、$\Delta y_{Ai}$、$\Delta z_{Ai}$、$\Delta x_{Bi}$、$\Delta y_{Bi}$、$\Delta z_{Bi}$、$\Delta L_i \neq 0$(all$\neq 0$)。结合机器人实际的装配情况，在MATLAB仿真环境中，设置每种情况下各误差项的数值后，得出动平台在运动空间范围内40个位置点运动时的位置误差结果，图8为8种情况下各误差项对动平台位置误差的影响，平均误差如图9所示。

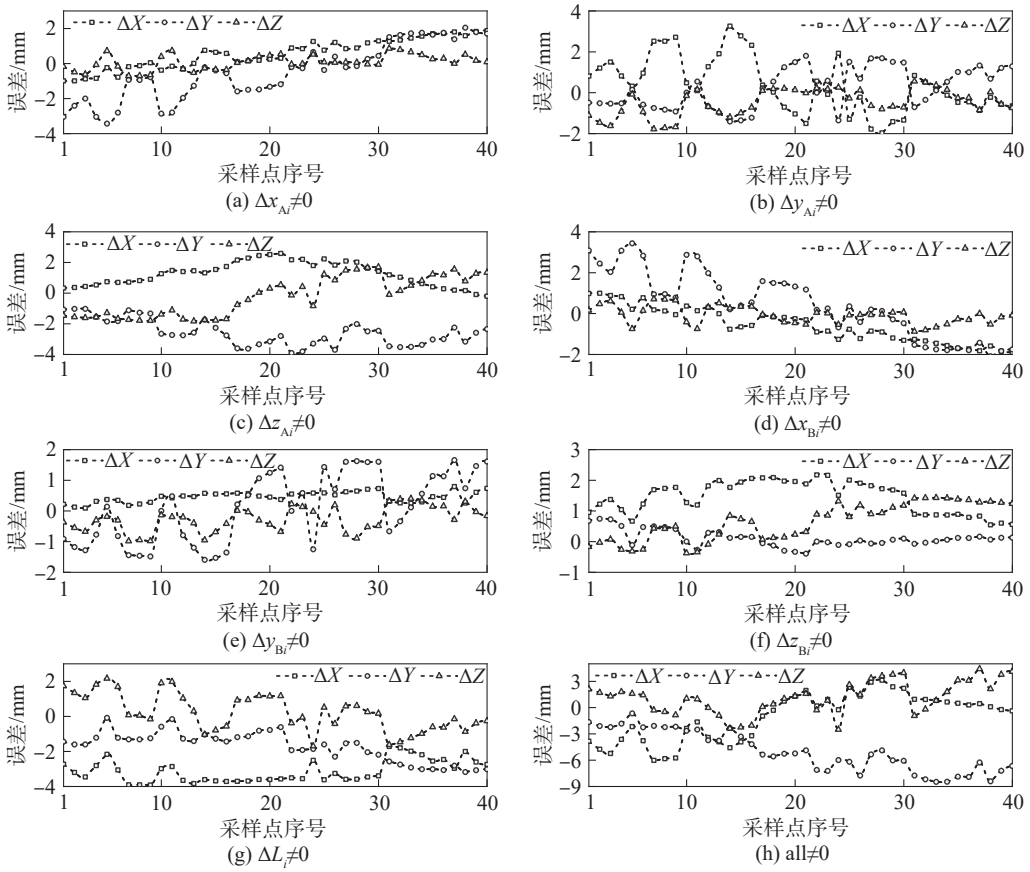


**图8　3条支链都存在误差时对动平台位置误差的影响**

**Fig. 8　Influence on the position error of mobile platform when there are errors in three subchains**

图9表明：当$\Delta x_{Ai} \neq 0$、$\Delta y_{Ai} \neq 0$、$\Delta x_{Bi} \neq 0$、$\Delta y_{Bi} \neq 0$、$\Delta z_{Bi} \neq 0$时，误差均值均≤1.5 mm；当$\Delta z_{Ai} \neq 0$时，在$x$、$z$轴自由度方向的误差均值约为1.2 mm，$y$轴方向达到2.7 mm。综合动平台3个自由度方向来看，当3条支链的静平台铰链点坐标$z$方向存在误差（$\Delta z_{Ai} \neq 0$）或连杆长度存在误差（$\Delta L_i \neq 0$）时，这两个误差项对动平台位置的影响较为显著，在机器人零件加工装配过程中应该着重考虑。连杆长度均存在误差的情况已在第3.3.2节中讨论过，不再赘述。当全部误差项均存在时，结果如图9中最后1组柱状图所示。结果表明，动平台在$y$轴自由度方向的误差最大、$x$轴次之、$z$轴最小。这与后续实验验证结果相符，进一步表明该误差模型的合理性。

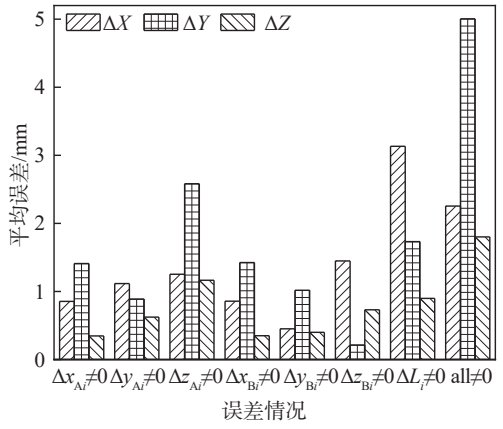


**图9 3条支链存在误差时的平均位置误差**

**Fig. 9 Average error of three subchains with errors**

## 4 误差补偿算法与验证

对末端执行器位置进行补偿，首先要通过逆运动学模型将结构误差转化为滑块输入误差，以减少算法中的误差参数，并导出误差修正目标函数，由此建立补偿算法。再利用改进粒子群优化算法对目标函数最小值寻优，获得滑块补偿量来修正末端执行器的位置，使其接近名义位置。随后在机器人运动空间中取一定数目的运动点进行补偿算法仿真，最后用实验验证补偿算法的效果。

### 4.1 误差修正目标函数

3–PTT并联机器人理想情况下装配后的结构参数为 $\boldsymbol{U}=\left(\boldsymbol{A}_{oi},\boldsymbol{B}_{oi},L_i\right)$，此时运动空间内的动平台位置为名义位置 $\boldsymbol{P}=\left(P_x,P_y,P_z\right)$。名义位置逆解可得滑块位置 $h_i$，利用滑块位置参数控制机器人运动，测量出机器人的实际位置 $\boldsymbol{P}'=\left(P_x',P_y',P_z'\right)$，$\boldsymbol{P}'$逆解可得对应的实际滑块位置 $h_i'$，由此建立式(14)的误差修正目标函数 $f(\Delta h_i)_{\min}$ 如下：

$$f(\Delta h_i)=\sum_{i=1}^{3}\sqrt{\left(h_i-h_i'-\Delta h_i\right)^2} \tag{14}$$

式中，$\Delta h_i$ 为各滑块的补偿量，对式(13)求最小值可得。

补偿后的滑块位置 $\Delta h_i''=h_i'+\Delta h_i$，补偿流程如图10所示。

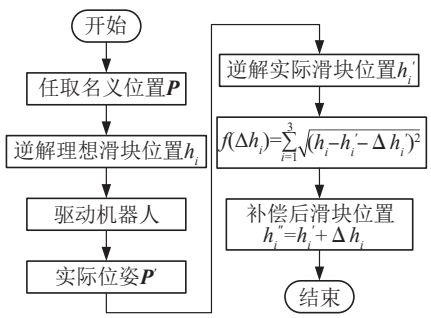


**图10 补偿流程**

**Fig. 10 Compensation process**

### 4.2 误差补偿算法

粒子群优化算法由于算法简单、无需梯度信息、参数少等特点，在连续优化问题和离散优化问题中都表现出良好的效果[23–25]。标准的粒子群算法是在一个 $D$ 维搜索空间内，由 $N$ 个粒子组成一个群落，其中，第 $j$ 个粒子的位置 $\boldsymbol{X}_j$、“飞行”速度 $\boldsymbol{V}_j$($j$=1,2,…,$N$)可分别表示如下：

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}_j=(x_{j1},x_{j2},\cdots,x_{jD}),\\ \boldsymbol{V}_j=(v_{j1},v_{j2},\cdots,v_{jD})\end{cases} \tag{15}$$

式中，$x_{jD}$ 为第 $j$ 个粒子在第 $D$ 维空间中的位置，$v_{jD}$ 为第 $j$ 个粒子在第 $D$ 维空间中的速度。

在第 $t$ 代的第 $j$ 个粒子向第 $t$+1 代进化时，根据式(16)更新：

$$\begin{cases}v_{jm}(t+1)=\omega v_{jm}(t)+c_1r_1(t)\left(p_{jm}(t)-\right.\\ \qquad\left.x_{jm}(t)\right)+c_2r_2(t)\left(p_{gm}(t)-x_{jm}(t)\right),\\ x_{jm}(t+1)=x_{jm}(t)+v_{jm}(t+1)\end{cases} \tag{16}$$

式中：$m$ 为搜索空间维度的索引，$m$=1,2,…,$D$；$c_1$ 为个体学习因子，$c_2$ 为群体学习因子；$r_1$ 和 $r_2$ 为[0,1]之间的随机数；$t$ 为当前迭代次数；$\omega$ 为惯性权重；$v_{jm}(t+1)$ 为 $t$+1 轮迭代的速度；$x_{jm}(t+1)$ 为 $t$+1 轮迭代的位置；$p_{jm}(t)$ 为当前个体最优值；$p_{\mathrm{gm}}(t)$ 为当前全局最优值。

标准粒子群算法参数固定，在迭代寻优的过程中易出现早熟而收敛至局部极值点、迭代后期收敛速度慢等问题。为使迭代不陷入局部最优，加快迭代后期的收敛速度，本文引入动态惯性权重值[26–27]及动态学习因子[28–30]。在进化前期，加大惯性权重值 $\omega$，以保证各粒子独立飞行，充分搜索空间；后期减小 $\omega$，多向其他粒子学习。$c_1$ 和 $c_2$ 为分别向个体极值和全局极值最大飞行步长，前期 $c_1$ 大、后期 $c_2$ 大，这样就能平衡粒子的全局搜索能力和局部搜索能力。基于改进粒子群优化算法的动平台位置误差补偿算法流程如图11所示。

设定改进粒子群算法初始参数：$c_{1\max}=1.5$，$c_{1\min}=0.3$，$c_{2\max}=1.5$，$c_{2\min}=0.3$，$\omega_{\max}=0.9$，$\omega_{\min}=0.2$；$c_{1\max}$ 为个体学习因子最大值，$c_{2\min}$ 为群体学习因子最小值，其余4个参数定义类似。种群数量 $N$=310；可行解维数 $D$=3；终止迭代次数 $T_{\mathrm{ger}}$=100。动态惯性权重($\omega(t)$)、动态学习因子($c_1(t)$、$c_2(t)$)由式(17)计算得出。

$$\begin{cases}c_1(t)=c_{1\max}-\dfrac{(c_{1\max}-c_{1\min})t}{T_{\mathrm{ger}}},\\ c_2(t)=c_{2\min}+\dfrac{(c_{2\max}-c_{2\min})t}{T_{\mathrm{ger}}},\\ \omega(t)=\omega_{\max}-\dfrac{(\omega_{\max}-\omega_{\min})t}{T_{\mathrm{ger}}}\end{cases} \tag{17}$$

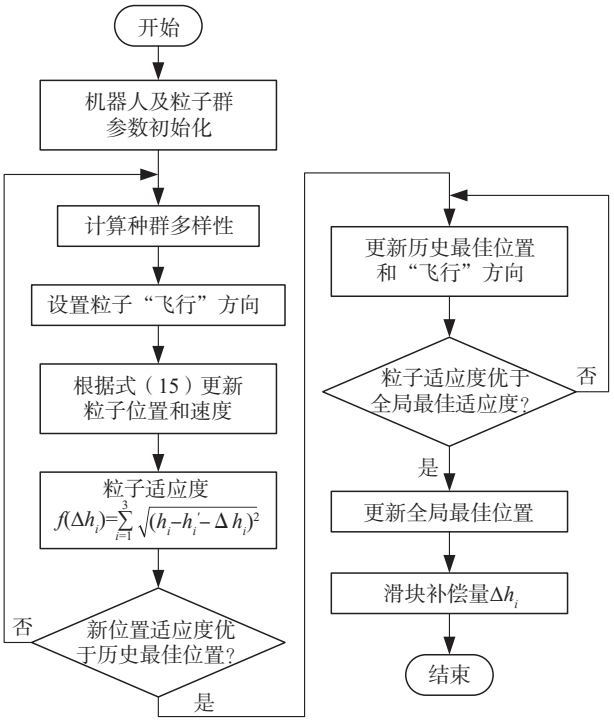


**图 11　误差补偿算法原理**

**Fig. 11　Principle of error compensation algorithm**

### 4.3　补偿算法验证

#### 4.3.1　仿真验证

在 MATLAB 环境中搭建误差补偿算法模型，并在机器人工作空间内取 31 个运动点进行仿真验证，图 12 为补偿前后动平台位置。采样点的选取分为两条空间轨迹：第 1～20 个点为半径是 80 mm 的圆轨迹，高度是 780 mm；第 21～31 个点为 $Y$=0 的直线轨迹，长度为 200 mm，高度为 800 mm（采样点分布如图 12 所示）。

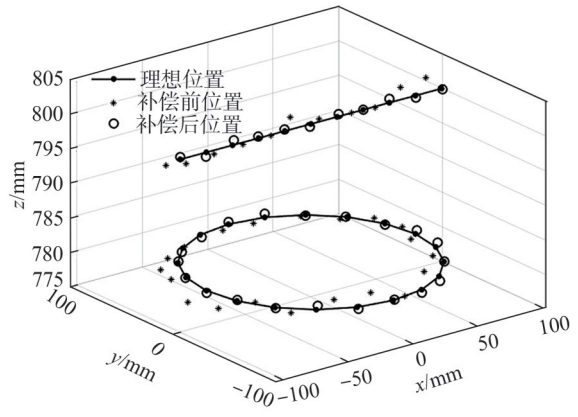


**图 12　补偿前后动平台位置**

**Fig. 12　Position of the mobile platform before and after compensation**

为方便观测改进粒子群算法的优越性，同时在仿真环境中建立利用标准粒子群算法对目标函数求解的模型，并设置初始参数：个体学习因子 $c_1=0.5$；群体学习因子 $c_2=0.5$；惯性权重 $\omega=0.8$；种群数量 $N$=310；可行解维数 $D$=3；$T_{ger}$=100。同时，为显示所改进粒子群寻优补偿算法的稳定性，增设对照组并进行两次实验，组别 1 为对上述空间直线和圆轨迹上的 31 个采样点寻优实验，组别 2 和组别 3 为对工作空间中随机 31 个采样点寻优实验，除采样点坐标不同外其余参数设置无差别。

标准粒子群算法修正的动平台位置误差适应度曲线如图 13 实线所示。

由图 13 可知：不论是组别 1、2 还是组别 3，标准粒子群算法的适应度值都随迭代次数的增加而减小，迭代前 30 次适应度曲线快速下降，随后下降速度放缓；迭代到 85 次时适应度曲线趋于稳定，但适应度值不为 0，说明粒子陷入局部最优。对粒子群算法进行改进后，适应度变化曲线在迭代后期的下降速度明显加快，并且适应度值收敛于全局最优。

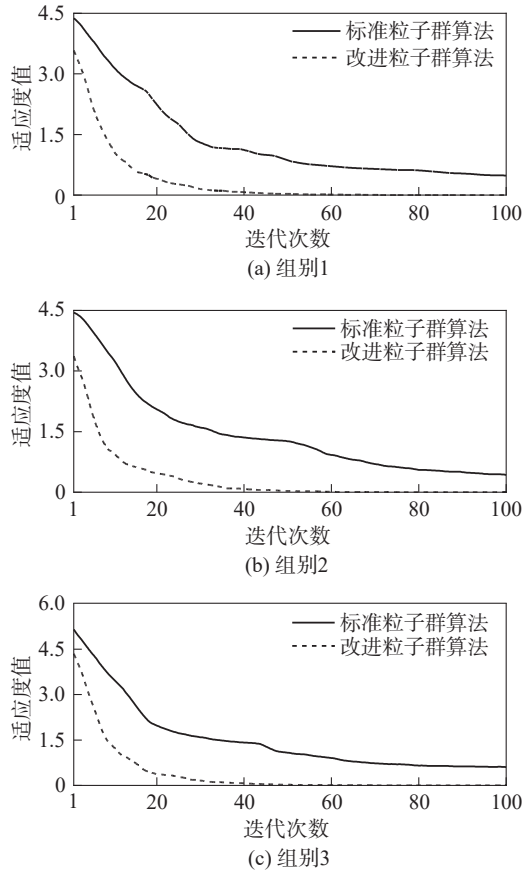


**图 13　适应度曲线对比**

**Fig. 13　Fitness curves comparison diagram**

图 14 为算法补偿前、后动平台在 $x$、$y$、$z$ 轴方向的位置误差值及动平台的距离误差值。由图 14 可知，补偿后动平台的各项误差均无限趋近于 0，说明误差补偿算法正确。

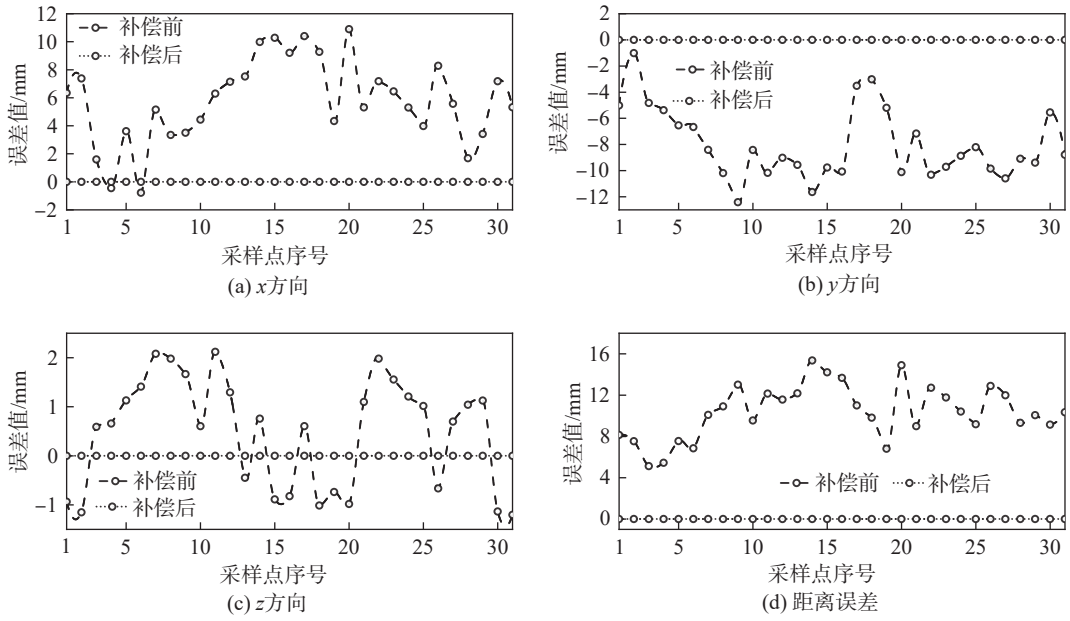


**图14 算法补偿前后误差对比**

**Fig. 14 Error comparison before and after algorithm compensation**

为定量评价动平台位置误差的补偿效果，取$x$、$y$、$z$轴方向误差均值和距离误差均值作为评价标准，其计算公式为：

$$\begin{cases} \bar{X}=\dfrac{1}{l}\sum\limits_{k=1}^{l}|\Delta X_k|\ ,\ \bar{Y}=\dfrac{1}{l}\sum\limits_{k=1}^{l}|\Delta Y_k|\ , \\ \bar{Z}=\dfrac{1}{l}\sum\limits_{k=1}^{l}|\Delta Z_k|\ , \\ \bar{E}=\dfrac{1}{l}\sum\limits_{k=1}^{l}\left|\sqrt{(\Delta X_k)^2+(\Delta Y_k)^2+(\Delta Z_k)^2}\right| \end{cases} \tag{18}$$

式中：$k$为采样点索引，$k$=1,2,…,$l$，$l$为采样点数目；$\Delta X_k$、$\Delta Y_k$、$\Delta Z_k$为动平台沿$x$、$y$、$z$轴方向的位置误差；$\bar{X}$、$\bar{Y}$、$\bar{Z}$为误差均值；$\bar{E}$为距离误差均值。

用式(17)对仿真数据处理，得补偿前动平台在$x$、$y$、$z$方向上的误差均值及距离误差均值分别为5.86、8.02、1.12和10.41 mm，补偿后分别为$1.72\times10^{-6}$、$5.33\times10^{-6}$、$4.42\times10^{-6}$和$8.15\times10^{-6}$ mm。补偿后机器人运行精度提高99.9%，补偿效果显著，证明补偿算法正确。

4.3.2 实验验证

搭建实验平台如图15所示，按照图10的补偿流程，对3–PTT机器人进行误差补偿实验。利用本文的补偿算法对实测位姿寻优计算，得出滑块补偿量，修正后的滑块1～3的位置曲线如图16所示。

利用STM32单片机发送相应数量的脉冲给伺服驱动器，以驱动机器人各滑块到达修正位置，用激光跟踪仪采集动平台位置信息，采集到的补偿前后动平台位置如图12所示。补偿前后部分采样点误差对比见表3，补偿后的动平台位置更接近名义位置，表明补偿算法有效。补偿前后动平台的位置和距离误差如图17所示，其中，max表示误差最大值；图17(a)～(d)依次为动平台在$x$、$y$、$z$方向位置误差以及距离误差。

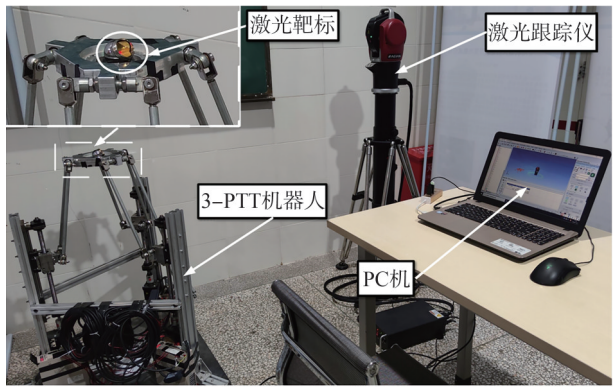


**图15 实验平台**

**Fig. 15 Experimental platform**

图17表明，机构存在零件加工、装配误差，导致运动过程中动平台位置大幅偏离名义位置。其中：$x$轴方向最大误差为10.89 mm；$y$轴方向高达12.42 mm；$z$轴方向较$x$、$y$轴略小，最大误差为2.12 mm，距离误差最大值为15.35 mm。这表明机器人远不满足工作精度要求，此外补偿前位置误差曲线有明显尖峰，说明机器人轨迹跟踪不平稳。经补偿实验后，$x$轴方向最大误差为0.97 mm，$y$轴方向为1.14 mm，$z$轴方向为0.72 mm，距离误差最大值为1.36 mm，相比补偿前误差降低了1个数量级。且实验补偿后的位置误差曲线不存在明显的尖峰，这表明3–PTT机器人的运动平稳性和精度得到了大幅改善。

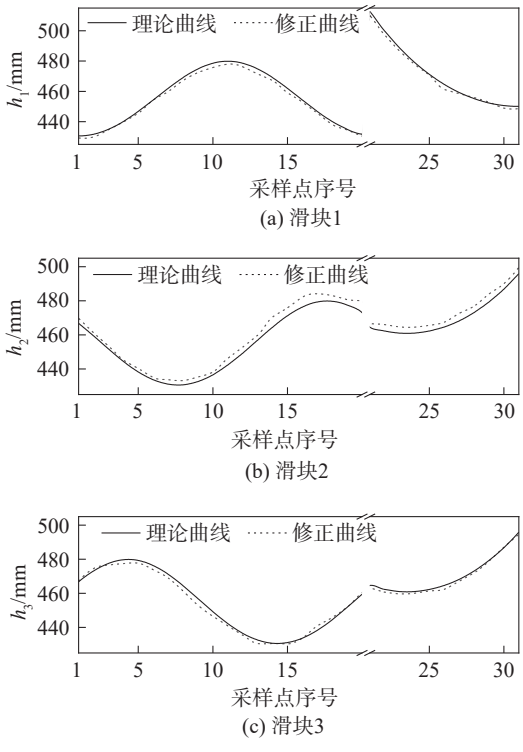


**图16　滑块位置曲线**

**Fig. 16　Sliders position curves**

**表3　补偿前后部分采样点误差对比**

**Tab. 3　Error comparison of partial sampling points before and after compensation**

| 序号 | $x$方向误差/mm | | $y$方向误差/mm | | $z$方向误差/mm | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 补偿前 | 补偿后 | 补偿前 | 补偿后 | 补偿前 | 补偿后 |
| 1 | 6.35 | −0.24 | −5.02 | 1.03 | −0.94 | −0.59 |
| 6 | −0.78 | 0.55 | −6.66 | 0.80 | −1.41 | −0.42 |
| 11 | 6.30 | 0.28 | −10.17 | 0.60 | −.12 | 0.28 |
| 16 | 9.21 | −0.28 | −10.07 | 0.62 | 0.82 | −0.12 |
| 21 | 5.31 | −0.47 | −7.17 | −0.59 | −1.10 | −0.28 |
| 26 | 8.29 | 0.62 | −9.85 | −0.18 | 0.67 | 0.38 |
| 31 | 5.33 | −0.45 | −8.79 | 0.39 | 1.21 | 0.11 |

激光跟踪仪采集补偿前后的位置数据，通过式(17)处理得位置误差均值。$x$轴误差均值从5.86 mm降低至0.45 mm，$y$轴从8.02 mm下降至0.46 mm，$z$轴从1.12 mm降低至0.33 mm，精度分别提升了92.3%、94.3%、70.5%。距离误差均值由10.41 mm下降至0.82 mm，机器人运行精度提高了92.1%。补偿后的各项误差评价参数均在1.40 mm以内，由于实验过程中控制滑块移动存在一定偏差，且没考虑运动副间隙和晃动等因素，因此，实验补偿效果可接受。

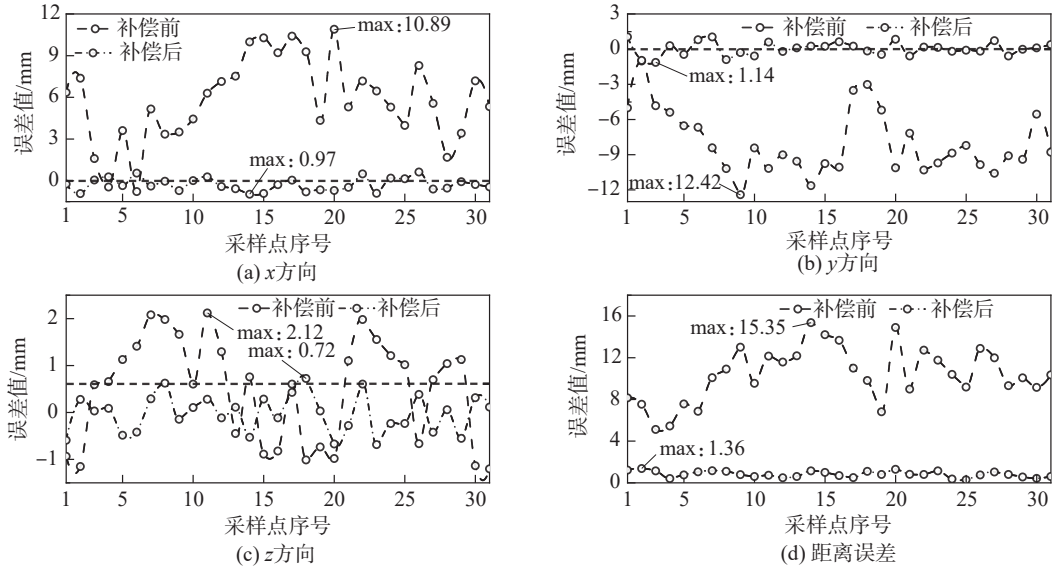


**图17　实验补偿前后位置误差对比**

**Fig. 17　Comparison of position error before and after experimental compensation**

## 5　结　论

1）利用正运动学方程建立误差模型，避免微分法建模的计算推导难度大、物理意义不清晰等问题。以3–PTT机器人为对象，定义21个对动平台位置产生影响的误差项。通过误差模型分析，发现连杆长度及静平台铰链点$z$坐标对运行精度的影响最大，以此指导加工和装配作业过程。

2）通过逆运动学模型将机构误差转化为滑块输入误差，建立误差补偿算法，大幅减少传统算法中的误差参数数量，求解难度明显降低，可行性更好。改进粒子群算法有效避免了粒子过早收敛于局部最优、迭代后期收敛速度慢等问题。

3）针对3–PTT机器人误差补偿问题，通过MATLAB仿真和实验两种方式进行验证，结果表明本文的误差补偿算法有效、可行。仿真结果显示，补偿后

的位置误差均无限趋向于零。实验结果显示，补偿后动平台在$x$、$y$、$z$轴方向的误差以及距离误差最大值分别由10.89、12.42、2.12、15.35 mm降至0.97、1.14、0.72、1.36 mm，均降低1个数量级；误差均值分别降低92.3%、94.3%、70.5%，位置精度提高了92.1%，补偿效果显著。

**参考文献：**


[1] Aquino G,De Jesús Rubio J,Pacheco J,et al.Novel nonlinear hypothesis for the delta parallel robot modeling[J]. IEEE Access,2020,8:46324–46334.

[2] Zhu Liangliang,Gavriushin S S,Zheng Jingzhong.Review on the positioning error causes analysis and methods to improve positioning accuracy of parallel robot[M]//Advances in Intelligent Systems,Computer Science and Digital Economics IV.Cham:Springer Nature Switzerland,2023:712–721.

[3] Yun Yuan,Li Yangmin.Design and analysis of a novel 6-DOF redundant actuated parallel robot with compliant hinges for high precision positioning[J].Nonlinear Dynamics,2010,61(4):829–845.

[4] Liu Yi,Jin Huili,Feng Zongqiang,et al.Error modeling and parameter identification of robot based on penalty constraint[J]. Engineering Science and Technology, 2023, 55(6):222–235.[刘毅,金晖力,丰宗强,等.基于点球约束的机器人误差建模与参数辨识[J].工程科学与技术,2023,55(6):222–235.]

[5] Zhao Xingwei,Tao Bo,Han Shibo,et al.Accuracy analysis in mobile robot machining of large-scale workpiece[J].Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2021, 71:102153.

[6] Li Bo,Tian Wei,Zhang Chufan,et al.Positioning error compensation of an industrial robot using neural networks and experimental study[J].Chinese Journal of Aeronautics,2022,35(2):346–360.

[7] Tian Wenjie, Huo Mingshuai, Zhang Xiangpeng, et al. A general approach for robot pose error compensation based on an equivalent joint motion error model[J]. Measurement,2022,203:111952.

[8] Wang Wei,Tian Wei,Liao Wenhe,et al.Error compensation of industrial robot based on deep belief network and error similarity[J].Robotics and Computer-Integrated Manufacturing,2022,73:102220.

[9] Xia Chun, Zhang Haifeng, Li Qinchuan, et al. Kinematics calibration method of parallel robot based on equivalent kinematic chain[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2022,58(14):71–84.[夏纯,张海峰,李秦川,等.基于等效运动链的并联机器人运动学标定方法[J].机械工程学报,2022,58(14):71–84.]

[10] Peng Jinzhu,Zhang Jianxin,Zeng Qingshan.Calibration of inverse kinematic parameters of 3-RPS robot based on improved differential evolution[J]. Journal of Zhengzhou University(Engineering Science),2022,43(5):1–7.[彭金柱,张建新,曾庆山.基于改进差分进化的3-RPS机器人逆运动学参数标定[J].郑州大学学报(工学版),2022,43(5):1–7.]

[11] Cao Xuepeng, Tuo Shuaihua, Zhang Gong, et al. Research on seam tracking method and path planning of welding robot[J]. Engineering Science and Technology, 2022, 54(2):196–204.[曹学鹏,脱帅华,张弓等.焊接机器人焊缝跟踪方法及路径规划研究[J].工程科学与技术,2022,54(2):196–204.]

[12] Li Zhengqing, Hou Senhao, Wei Jinhao, et al. Vision-based auto-calibration method for planar cable-driven parallel robot for warehouse and logistics tasks[J].Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2022, 62(9):1508–1515.[李政清,侯森浩,韦金昊,等.面向仓储物流的平面索并联机器人视觉自标定方法[J].清华大学学报(自然科学版),2022,62(9):1508–1515.]

[13] Zhao Lei, Yan Zhaofang, Luan Qianqian, et al. Kinematic calibration and error analysis of 3-RRRU parallel robot in large overall motion[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery,2021,52(11):411–420.[赵磊,闫照方,栾倩倩,等.大空间运动3-RRRU并联机器人运动学标定与误差分析[J].农业机械学报,2021,52(11):411–420.]

[14] Li Guojiang,Zhang Fei,Li Lu,et al.Error compensation of end-effector position for the cable-driven parallel robot based on multi-group co-evolutionary algorithm[J].Robot,2021,43(1):81–89.[李国江,张飞,李露,等.基于多种群协同进化算法的绳索牵引并联机器人末端位置误差补偿[J].机器人,2021,43(1):81–89.]

[15] Zhang Tie,Ma Guangcai,Cao Yachao,et al.Accuracy calibration of a 3-CRU translational parallel robot based on the subset of error measurements[J].Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science,2021,235(18):3737–3748.

[16] Yu Yueqing, Tian Hao. Error and compensation of parallel robot with joint clearances[J]. Optics and Precision Engineering,2015,23(5):1331–1339.

[17] Chen Xinyu,Wang Leilei,Chen Yayu,et al.Dynamics modeling and vibration analysis of planar 3-RRR flexible parallel robot[J].Journal of Physics:Conference Series,2022,2203(1):012021.

[18] Li Jiaxuan,Zhao Yongjie,Tang Qingqiong,et al.Conceptual design and error analysis of a cable-driven parallel robot [J].Robotica,2022,40(7):2152–2167.

[19] Mei Bin,Xie Fugui,Liu Xinjun,et al.Elasto-geometrical error modeling and compensation of a five-axis parallel machining robot[J].Precision Engineering,2021,69:48–61.

[20] Ye Lizhu,Zheng Donghua.Stable grasping control of robot based on particle swarm optimization[C]//Proceedings of the 2021 IEEE 2nd International Conference on Big Data, Artificial Intelligence and Internet of Things Engineering (ICBAIE).Nanchang:IEEE,2021:1020–1024.

[21] Chen Qianyun,Lou Yunjiang.Compensated iterative learning control of industrial robots[C]//Proceedings of the 2018 IEEE International Conference on Real-time Computing and Robotics.Kandima:IEEE,2018:52–57.

[22] Wang Manxin, Li Lanbin, Li Zhengliang, et al. Topological structure synthesis and optimization of 1T2R parallel mechanisms[J]. China Mechanical Engineering, 2022, 33(20):2395–2402.[汪满新,李兰彬,李正亮,等.一类1T2R并联机构拓扑结构综合及优选[J].中国机械工程,2022,33(20):2395–2402.]

[23] Li Bingbing.Research on modeling and compensation method of pose error of parallel robot based on particle swarm optimization[D]. Shenyang: Northeastern University,2014.[李冰冰.基于粒子群算法的并联机器人位姿误差建模与补偿方法研究[D].沈阳:东北大学,2014.]

[24] Gad A G.Particle swarm optimization algorithm and its applications: A systematic review[J]. Archives of Computational Methods in Engineering,2022,29(5):2531–2561.

[25] Shami T M,El–Saleh A A,Alswaitti M,et al.Particle swarm optimization: A comprehensive survey[J].IEEE Access,2022,10:10031–10061.

[26] Xu Lin, Song Baoye, Cao Maoyong. An improved particle swarm optimization algorithm with adaptive weighted delay velocity[J]. Systems Science & Control Engineering, 2021,9(1):188–197.

[27] Sheng Mengmeng, Wang Zidong, Liu Weibo, et al. A particle swarm optimizer with multi-level population sampling and dynamic *p*-learning mechanisms for large-scale optimization[J].Knowledge-Based Systems,2022,242:108–382.

[28] Shao Shikai, Peng Yu, He Chenglong, et al. Efficient path planning for UAV formation via comprehensively improved particle swarm optimization[J]. ISA Transactions, 2020,97:415–430.

[29] Bi Ya, Lam A, Quan Huiqun, et al. A comprehensively improved particle swarm optimization algorithm to guarantee particle activity[J].Russian Physics Journal,2021,64(5):866–875.

[30] Zhao Guojun, Jiang Du, Liu Xin, et al. A tandem robotic arm inverse kinematic solution based on an improved particle swarm algorithm[J]. Frontiers in Bioengineering and Biotechnology,2022,10:832829.

## Error Analysis and Compensation of 3–PTT Parallel Robot

*CHEN Mingfang*[1], *LIANG Hongjian*[1*], *WEI Songpo*[2], *HE Chaoyin*[1]

(1.Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, China;
2.Engineering Information Department, Henan Plains Optoelectronics Company Limited, Jiaozuo 454150, China.)

**Abstract**:

**Objective** Precision design and kinematic calibration are two commonly utilized approaches to further improve the pose accuracy of parallel robots. Specifically, the cost of precision design is relatively high, and it is not suitable for some circumstances in which high precision is required. The most effective method with the lowest cost is to calibrate the robot's kinematics. However, problems exist in traditional calibration methods, such as excessive error parameters, error accumulation, and difficulty in obtaining the optimal solution of statically indeterminate equations. Considering the above problems, this study considers the benchmark 3–PTT parallel robot as the research object, whose error analysis and error compensation are studied to avoid the shortcomings of traditional methods and improve the robot's motion accuracy.

**Methods** Initially, a simplified mathematical model of the 3–PTT parallel robot is built, and its kinematic coordinate system is established. Then, topological structure analysis combined with the principle of spiral theory is carried forward to analyze the degree of freedom of the robot. The 3–PTT parallel robot only has translational degrees of freedom along the three coordinate axes by referring to the velocity characteristic polynomial. Secondly, based on the structural characteristics of the 3–PTT parallel robot, i.e., the distance between the hinge point of the static platform and the hinge point of the mobile platform being fixed to a constant value $L$ by the rigid connecting rod, the inverse kinematics model of the robot is established. Then, based on the inverse kinematics analytic formula of the 3–PTT parallel robot, the joint input is regarded as a known quantity, the position of the mobile platform is regarded as an unknown quantity, and the forward kinematics interpretation of the robot is solved through the inverse solution. In addition, the error source of the robot mainly consists of parts machining, assembly positioning, and others, and it is proposed in this study that the 3–PTT parallel robot contains a total of 21 error terms, hinge point installation coordination error, and link length error. Based on the aforementioned kinematics equation, the error model is established and divided into three categories: the error of a single branch chain, the error of link length, and the error of three branch chains. Thus, the influence of the coordinate error and the link length error on the pose accuracy of the mobile platform is analyzed.

**Results and Discussions** The results of error analysis show that the length error of the link and the *z*−coordinate error of the hinge point of the static platform have significant effects on the pose accuracy of the mobile platform (the average position error of the mobile platform in the three degrees of freedom directions is more than 1 mm), and appropriate attention is paid to the machining and assembly of robot parts. In addition, in order to overcome the shortcomings of traditional methods mentioned above, i.e., excessive error parameters, error accumulation, and difficulty in obtaining the optimal solution of statically indeterminate equations, an inverse kinematics error compensation algorithm is proposed in this study. The algorithm uses the inverse kinematics model of the robot to convert the mechanism error that causes the low operation accuracy of the end-effector into the joint input error of the robot. It focuses on compensating the joint input error after transformation, reducing the parameters in the error compensation algorithm, greatly reducing the difficulty of solving the error correction objective function, and effectively avoiding the problem of error accumulation. Thus, the algorithm is more feasible. In addition, to improve the efficiency of the aforementioned error compensation algorithm, the standard particle swarm optimization algorithm is further enhanced by integrating the dynamic inertia weight value and dynamic learning factor, thus overcoming the problems of precocious convergence to a local optimum and slow convergence in the later iteration of the standard particle swarm optimization algorithm. Then, the improved particle swarm optimization algorithm is utilized to optimize the error correction objective function, where the slider compensation is obtained, and the servo driver is utilized to complete the error compensation. Finally, 31 mobile platform position sampling points on both linear and circular trajectories in the workspace of the 3−PTT parallel robot are selected for simulation and experimental verification. The simulation results show that the pose errors of the compensated mobile platform converge to zero asymptotically. Experimental results show that the maximum error of the mobile platform in the *x*, *y*, and *z*−axis directions decreases from 10.89, 12.42, and 2.12 mm to 0.97, 1.14, and 0.72 mm, respectively. In addition, the maximum distance error decreases from 15.35 mm to 1.36 mm after compensation, and the effect is obvious. The mean error decreases from 5.86, 8.02, and 1.12 mm to 0.45, 0.46, and 0.33 mm, respectively, and the mean distance error decreases to 0.82 mm, increasing the operating accuracy of the robot by 92.1%.

**Conclusions** Therefore, through simulation and experimental results, the maximum and average position errors of the mobile platform after compensation are significantly reduced by more than one order of magnitude, indicating the effectiveness of the proposed compensation method. The salient feature of this study is the improved pose accuracy and operational efficiency in robotic systems through error analysis and compensation.

**Key words**: parallel robot; error analysis; error compensation; improved particle swarm algorithm; pose accuracy

（编辑　吴芝明）

引用格式: Chen Mingfang,Liang Hongjian,Wei Songpo,et al.Error analysis and compensation of 3−PTT parallel robot[J]. Advanced Engineering Sciences,2025,57(4):290–302.[陈明方,梁鸿键,魏松坡,等.3−PTT并联机器人的误差分析与补偿[J].工程科学与技术,2025,57(4):290–302.]