



基于两种基函数表征的外弹道数据融合方法比较分析

宫志华, 刘 洋, 段鹏伟*, 陈春江
(中国人民解放军 63861 部队, 吉林 白城 137001)

摘要: 基于基函数约束的最佳误差模型弹道估计(EMBT)是外弹道事后高精度数据融合处理的重要方法, 选择合适的基函数, 对有效、准确地获取弹道参数和分析弹道特征意义重大。为直观研究不同基函数对外弹道数据融合处理准确性及处理效能的影响, 对三次 B-Spline 基函数和两点三次 Hermite 基函数表征弹道参数的 EMBT 数据融合方法进行了比较分析。首先, 应用两种基函数对弹道轨迹进行表征, 将弹道测量数据的融合处理问题转化为基函数系数的估计问题, 从而实现外弹道融合模型的解算。然后, 结合武器系统理论弹道特征, 通过融合解算实例, 对基于两种基函数的数据融合方法进行了对比仿真, 分别从弹道坐标、弹道速度和测量元素误差三个方面, 对两种数据融合方法的准确度进行了比较分析。仿真结果表明, 在相同条件下, 基于两种基函数的数据融合方法均可以实现弹道坐标及速度参数的高精度求解, 但基于 B-Spline 基函数的外弹道数据融合方法不仅在待估参数压缩和计算效能方面更具优势, 而且弹道速度参数求解精度更高。

关键词: 外弹道; 误差模型最佳弹道估计; 基函数; 误差模型; 数据融合; 待估参数

中图分类号: TP274.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-499X(2024)04-0097-07

Comparison and Analysis of External Ballistics Data Fusion Methods Characterized by Two Basis Functions

GONG Zhihua, LIU Yang, DUAN Pengwei*, CHEN Chunjiang
(Unit 63861 of PLA, Baicheng 137001, China)

Abstract: The error model best estimation of trajectory(EMBT)based on the constraint of basis function is an important method for post-mission high-precision data processing of external ballistics. It is significant to choose an appropriate basis function for obtaining ballistic parameters and analyzing ballistic characteristics effectively and accurately. To explore the effect of basis function on the accuracy and efficiency of data fusion for external trajectory data, the EMBT data fusion methods characterized by cubic B-Spline basis function and two-point cubic Hermite basis function were compared and analyzed. Firstly, the trajectory was characterized by two basis functions. Therefore, the data fusion for trajectory measurement data was transformed into the estimation of basis function coefficients. Thus, the fusion model of external trajectory was solved. Combining the theoretical ballistic characteristics of weapon systems, the data fusion methods based on the two basis-functions were simulated and compared through fusion instance. The accuracy was also compared and analyzed according to the ballistic coordinate, ballistic velocity and error detection of measurement elements. The simulation results show that, under the same conditions, both of the data fusion methods based on the two basis functions can achieve high-precision external ballistics coordinate parameters. But the data fusion method based on the basis function of B-Spline is more advantageous in compression of estimated parameters and calculation efficiency. Furthermore, the calculation accuracy of its ballistics velocity parameters is higher than that of the other method.

Key words: external ballistics; EMBET; basis function; error model; data fusion; estimated parameter

为满足靶场武器试验跟踪测量及精度分析的需求,外弹道测量数据处理方法从最初的最小二乘法、固定增益滤波发展到误差模型最佳弹道估计(error model best estimation of trajectory, EMBET)方法、卡尔曼滤波,再到如今的数据融合方法^[1-5]。在外弹道数据融合处理领域,EMBT 仍然是总体思想和基本方法。传统的逐点 EMBET 方法认为弹道在时序上不具有任何关联性,即在每一个采样时刻进行融合参数解算,这种方法没有充分利用测量数据之间的时序关联性,将所有采样时刻的弹道参数作为独立待估参数,导致误差模型出现病态或奇异^[6-7],而且对测控设备原始数据源质量要求较高。

鉴于此方法弊端,为压缩待估参数数量,对弹道参数进行建模和有效表征,形成了基函数约束 EMBET 方法^[8]。该方法认为弹道作为有规律、时序上相关的真实信号,可以用时间函数对弹道轨迹进行描述和表征,进而将测控设备的多源原始测量数据和长时间采样时刻的观测方程联合,建立关于基函数系数和系统误差模型系数为待估参数的误差联合方程,以残差平方和最小为约束条件来求解弹道参数,从而大量压缩待估参数数量,降低矩阵奇异概率,提高弹道参数评估的鲁棒性和精度。同时,该方法还能对各测元潜在的系统误差进行探查和估计,实现系统误差自校准的目的^[9-10]。

基函数约束 EMBET 方法的核心是选择基函数^[11]。武器系统外弹道数据是随时间变化的信号,表征弹道的基函数有多项式函数、样条(Spline)函数和艾尔米特(Hermite)函数等^[12-14]。从数学观点来看,选择不同的基函数均可以实现信号的不同表征,选择合适的基函数可以更好地理解和分析信号的特征^[15]。

本文对 B-Spline 基函数和 Hermite 基函数表征弹道的两种数据融合方法进行比较分析,进而直观探查不同基函数对数据融合处理的效能以及处理结果的准确性,分析结果可为相关领域的研究人员提供参考。

1 弹道基函数表征

从数学观点来看,选择不同的基函数均可以实现对任意弹道时域序列 $(x(t_i), y(t_i), z(t_i))$ 的表征。考虑武器系统外弹道信号的主趋势项一般可以由三

阶多项式表征^[16],分别选用三次 B-Spline 基函数和两点三次 Hermite 基函数对弹道轨迹进行表征。

1.1 三次 B-Spline 基函数表征

三次 B-Spline 基函数表征弹道坐标描述如下,对于弹道轨迹 $(x(t_i), y(t_i), z(t_i))$ 时间数据序列,其在时域 $[a, b]$ 上的时间序列分划为 π : $a = t_1 < t_2 < \dots < t_N = b$,则在 π 的扩张划分时间节点 $\mathbf{T}^m = (T_{-3} \ T_{-2} \ T_{-1} \ T_0 \ \dots \ T_m \ T_{m+1} \ T_{m+2} \ T_{m+3} \ T_{m+4})$: $T_{-3} < T_{-2} < T_{-1} < T_0 = a < T_1 < \dots < T_m < b = T_{m+1} < T_{m+2} < T_{m+3} < T_{m+4}$, m 为 B-spline 拟合内节点数量,则弹道坐标可以表征为

$$\begin{cases} x(t_i) = \mathbb{F}_x(t_i, \boldsymbol{\beta}_x, \mathbf{T}^{m_x}) = \sum_{j=-3}^{m_x} \beta_{x_j} B_{j,3+1}(t_i, T_j^x) \\ y(t_i) = \mathbb{F}_y(t_i, \boldsymbol{\beta}_y, \mathbf{T}^{m_y}) = \sum_{j=-3}^{m_y} \beta_{y_j} B_{j,3+1}(t_i, T_j^y) \\ z(t_i) = \mathbb{F}_z(t_i, \boldsymbol{\beta}_z, \mathbf{T}^{m_z}) = \sum_{j=-3}^{m_z} \beta_{z_j} B_{j,3+1}(t_i, T_j^z) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbb{F}(\cdot)$ 表示具有映射关系; $\boldsymbol{\beta}_x, \boldsymbol{\beta}_y, \boldsymbol{\beta}_z$ 分别为三维弹道轨迹坐标 $(x(t_i), y(t_i), z(t_i))$ 样条拟合函数系数 $\beta_{x_j}, \beta_{y_j}, \beta_{z_j}$ 的集合向量; m_x, m_y, m_z 为内节点数量; $\mathbf{T}^{m_x}, \mathbf{T}^{m_y}, \mathbf{T}^{m_z}$ 分别为样条拟合节点分布 T_j^x, T_j^y, T_j^z 的集合向量;系数数量共有 $4+m_x+4+m_y+4+m_z$ 个; $B(\cdot)$ 为三次 B-Spline 基函数。

$$B_{j,3+1}(t_i, T_j) = (T_{j+3+1} - T_j) \sum_{k=j}^{j+3+1} \frac{(T_k - t_i)_+^3}{\omega_j(T_k)} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{B}_{j,3+1}(t_i, T_j) &= \frac{3}{t_{i+3+1} - t_i} B_{j,3}(t_i, T_j) - \\ &\quad \frac{3}{t_{i+3+1} - t_{i+1}} B_{j+1,3}(t_i, T_j) \\ \omega_j(t) &= \prod_{k=j}^{j+3+1} (t - T_k) \end{aligned} \quad (3)$$

$$(T_k - t_i)_+^3 = \begin{cases} (T_k - t_i)^3 & T_k \geq t_i \\ 0 & T_k < t_i \end{cases}$$

对式(1)进行一阶微分,可得到:

$$\begin{cases} \dot{x}(t_i) = \dot{\mathbb{F}}_x(t_i, \boldsymbol{\beta}_x, \mathbf{T}^{m_x}) = \sum_{j=-3}^{m_x} \beta_{x_j} \dot{B}_{j,3+1}(t_i, T_j^x) \\ \dot{y}(t_i) = \dot{\mathbb{F}}_y(t_i, \boldsymbol{\beta}_y, \mathbf{T}^{m_y}) = \sum_{j=-3}^{m_y} \beta_{y_j} \dot{B}_{j,3+1}(t_i, T_j^y) \\ \dot{z}(t_i) = \dot{\mathbb{F}}_z(t_i, \boldsymbol{\beta}_z, \mathbf{T}^{m_z}) = \sum_{j=-3}^{m_z} \beta_{z_j} \dot{B}_{j,3+1}(t_i, T_j^z) \end{cases} \quad (4)$$

1.2 两点三次 Hermite 基函数表征

两点三次 Hermite 基函数表征弹道坐标描述如下^[17]:对于弹道轨迹 $(x(t_i), y(t_i), z(t_i))$ 时间数据序列,其在时域 $[a, b]$ 上的时间序列分划为 $\pi: a = t_1 < t_2 < \dots < t_N = b$,则在 π 的分划时间节点 $\mathbf{T}^n = (T_0 \ T_1 \ \dots \ T_n): T_0 = a < T_1 < \dots < T_n = b = T_n$, n 为 Hermite 拟合内节点数量,弹道坐标可以表征为

$$\begin{cases} x(t_i) = \mathbb{F}_x(t_i, \boldsymbol{\beta}_{x,j}, \mathbf{T}^{n_x}) = \sum_{k=0}^{n_x+1} (\beta_{x_k,1} f_1(t_i) + \beta_{x_k,2} f_2(t_i) + \beta_{x_{k+1},1} f_3(t_i) + \beta_{x_{k+1},2} f_4(t_i)) \\ y(t_i) = \mathbb{F}_y(t_i, \boldsymbol{\beta}_{y,j}, \mathbf{T}^{n_y}) = \sum_{k=0}^{n_y+1} (\beta_{y_k,1} f_1(t_i) + \beta_{y_k,2} f_2(t_i) + \beta_{y_{k+1},1} f_3(t_i) + \beta_{y_{k+1},2} f_4(t_i)) \\ z(t_i) = \mathbb{F}_z(t_i, \boldsymbol{\beta}_{z,j}, \mathbf{T}^{n_z}) = \sum_{k=0}^{n_z+1} (\beta_{z_k,1} f_1(t_i) + \beta_{z_k,2} f_2(t_i) + \beta_{z_{k+1},1} f_3(t_i) + \beta_{z_{k+1},2} f_4(t_i)) \end{cases} \quad (5)$$

对式(5)进行一阶微分,得到式(6):

$$\begin{cases} \dot{x}(t_i) = \dot{\mathbb{F}}_x(t_i, \boldsymbol{\beta}_{x,j}, \mathbf{T}^{n_x}) = \sum_{k=0}^{n_x+1} (\beta_{x_k,1} \dot{f}_1(t_i) + \beta_{x_k,2} \dot{f}_2(t_i) + \beta_{x_{k+1},1} \dot{f}_3(t_i) + \beta_{x_{k+1},2} \dot{f}_4(t_i)) \\ \dot{y}(t_i) = \dot{\mathbb{F}}_y(t_i, \boldsymbol{\beta}_{y,j}, \mathbf{T}^{n_y}) = \sum_{k=0}^{n_y+1} (\beta_{y_k,1} \dot{f}_1(t_i) + \beta_{y_k,2} \dot{f}_2(t_i) + \beta_{y_{k+1},1} \dot{f}_3(t_i) + \beta_{y_{k+1},2} \dot{f}_4(t_i)) \\ \dot{z}(t_i) = \dot{\mathbb{F}}_z(t_i, \boldsymbol{\beta}_{z,j}, \mathbf{T}^{n_z}) = \sum_{k=0}^{n_z+1} (\beta_{z_k,1} \dot{f}_1(t_i) + \beta_{z_k,2} \dot{f}_2(t_i) + \beta_{z_{k+1},1} \dot{f}_3(t_i) + \beta_{z_{k+1},2} \dot{f}_4(t_i)) \end{cases} \quad (6)$$

式中 $\boldsymbol{\beta}_{x,j}, \boldsymbol{\beta}_{y,j}, \boldsymbol{\beta}_{z,j}$ 分别为三维弹道轨迹坐标 $(x(t_i), y(t_i), z(t_i))$ Hermite 拟合函数系数 $\beta_{x_{k,j}}, \beta_{y_{k,j}}, \beta_{z_{k,j}}$ 的集合向量; n_x, n_y, n_z 为内节点数量; $\mathbf{T}^{n_x}, \mathbf{T}^{n_y}, \mathbf{T}^{n_z}$ 分别为 Hermite 拟合节点分布的集合向量;系数数量共有 $2 \times (n_x + n_y + n_z)$ 个,即每个节点需要确定2个待估系数,分别表示该节点的坐标与速度参数; $f(\cdot)$ 为两点三次 Hermite 基函数。

$$\begin{cases} f_1(t_i) = 1 - 3L_i^2 + 2L_i^3 \\ f_2(t_i) = (t_i - T_k)(1 - L_i)^2 \\ f_3(t_i) = 3L_i^2 - 2L_i^3 \\ f_4(t_i) = (t_i - T_{k+1})L_i^2 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{f}_1(t_i) = \frac{-6}{T_{k+1} - T_k}(L_i - L_i^2) \\ \dot{f}_2(t_i) = 1 - 4L_i + 3L_i^2 \\ \dot{f}_3(t_i) = \frac{6}{T_{k+1} - T_k}(L_i - L_i^2) \\ \dot{f}_4(t_i) = -2L_i + 3L_i^2 \end{cases} \quad (8)$$

式中 $L_i = \frac{t_i - T_k}{T_{k+1} - T_k}, T_k \leq t_i \leq T_{k+1}$ 。

从本质上说,采用 B-Spline 函数对时间数据序列(信号)的拟合,就是在对信号中的低频部分全拟合的基础上,通过增加时间内节点来逼近信号中的次低频部分;采用 Hermite 函数对时间数据序列(信号)进行拟合,同样也是增加时间节点数量对信号低频和次低频信号进行逼近。

2 弹道融合建模解算

将测量数据融合处理问题转化为参数的融合估计问题是数据融合处理的核心^[18-19],尤其对于弹道跟踪数据的事后高精度处理尤为重要。

在武器系统试验鉴定评估期间,对武器发射目标进行跟踪测量极其关键。为保证被测目标的可靠跟踪,通常应用光学、雷达、遥测等不同类型的测控设备对外弹道距离 R 、方位角 A 、俯仰角 E 、距离和 S 、径向速度 v 、径向速度和 $\dot{S}$ 等独立元素进行测量^[20]。这些测量元素均是弹道轨迹坐标 $(x(t_i), y(t_i), z(t_i))$ 的非线性函数^[21]。通过上述分析,弹道坐标又是基函数表征的函数,则测量元素也是基函数的函数,如距离 R 、方位角 A 、俯仰角 E 等测量元素可表示为

$$\begin{cases} R(t_i) = [(x(t_i) - x_0)^2 + (y(t_i) - y_0)^2 + (z(t_i) - z_0)^2]^{1/2} = f_R(\mathbb{F}(t_i, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{T})) \\ A(t_i) = \arctan\left(\frac{z(t_i) - z_0}{x(t_i) - x_0}\right) \pm \pi = f_A(\mathbb{F}(t_i, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{T})) \\ E(t_i) = \arcsin\left(\frac{y(t_i) - y_0}{R(t_i)}\right) = f_E(\mathbb{F}(t_i, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{T})) \\ \vdots \\ S(t_i) = [(x(t_i) - x_0)^2 + (y(t_i) - y_0)^2 + (y(t_i) - z_0)^2]^{1/2} + [(x(t_i) - x'_0)^2 + (y(t_i) - y'_0)^2 + (y(t_i) - z'_0)^2]^{1/2} = f_S(\mathbb{F}(t_i, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{T})) \end{cases} \quad (9)$$

式中: (x_0, y_0, z_0) 为设备主站址坐标; (x'_0, y'_0, z'_0) 为副站设备站址坐标; f_R, f_A, f_E, f_S 分别为测量元素与三维弹道轨迹坐标的映射函数; β 为拟合函数系数向量; T 为节点分布向量。

在实际测量过程中,测控设备由于受到各种因素的影响,实际测量元素被噪声污染而存在随机误差和系统误差。因此,多个测量元素可以建立如下的误差联合方程^[9]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{R_1} = R_1(t_i) - \tilde{R}_1(t_i) - \tilde{U}_{R_1}(t_i) \\ \varepsilon_{A_2} = A_2(t_i) - \tilde{A}_2(t_i) - \tilde{U}_{A_2}(t_i) \\ \vdots \\ \varepsilon_{v_m} = v_m(t_i) - \tilde{v}_m(t_i) - \tilde{U}_{v_m}(t_i) \\ \vdots \\ \varepsilon_{S_n} = S_n(t_i) - \tilde{S}_n(t_i) - \tilde{U}_{S_n}(t_i) \end{cases} \quad (10)$$

其矩阵形式为

$$\varepsilon = Y - \tilde{Y} - \tilde{U} \quad (11)$$

式中: $\varepsilon = (\varepsilon_{R_1} \ \varepsilon_{A_2} \ \cdots \ \varepsilon_{v_m} \ \cdots \ \varepsilon_{S_n})^T$ 为各测量元素误差值向量, $Y = (R_1(t_i) \ A_2(t_i) \ \cdots \ v_m(t_i) \ \cdots \ S_n(t_i))^T$ 为各测量元素实际值向量, $\tilde{Y} = (\tilde{R}_1(t_i) \ \tilde{A}_2(t_i) \ \cdots \ \tilde{v}_m(t_i) \ \cdots \ \tilde{S}_n(t_i))^T$ 为由初值反算得到的各测量元素向量,各测量元素系统误差值向量 $\tilde{U} = (\tilde{U}_{R_1}(t_i) \ \tilde{U}_{A_2}(t_i) \ \cdots \ \tilde{U}_{v_m}(t_i) \ \cdots \ \tilde{U}_{S_n}(t_i))^T$, $\tilde{U}$ 为系统误差模型系数 $\tilde{\alpha}$ 和时间 t_i 的函数。

把表征近似弹道轨迹的基函数系数 $\tilde{\beta}_{x,y,z}$ 、各测量元素系统误差模型系数 $\tilde{\alpha}$ 和各测量元素反算值 $\tilde{Y}$ 之间的关系记为映射 $G(\tilde{\beta}_{x,y,z}, \tilde{\alpha}, t_i)$, 并记 $C = (\tilde{\beta}_{x,y,z}, \tilde{\alpha})^T$ 为待估参数向量, 即 $G(C, t_i) = \tilde{Y} + \tilde{U}$, 则有:

$$\varepsilon = Y - G(C, t) \quad (12)$$

在外弹道测试事后数据处理中,从待估参数统计评估的思想,基于某种估计准则的约束下,误差联合方程式(12)总有最或然待估参数 $\hat{C} = (\hat{\beta}_{x,y,z} \ \hat{\alpha})^T$ 存在,进而可获得弹道轨迹最或然值 $(\hat{x}(t_i), \hat{y}(t_i), \hat{z}(t_i))$ 。

目前,通常采用基于最小二乘估计准则求取最或然待估参数 $\hat{C} = (\hat{\beta}_{x,y,z} \ \hat{\alpha})^T$, 即:

$$\hat{C} \in \min_C \| \varepsilon \|_2^2 = \| Y - G(C, t) \|_2^2 \quad (13)$$

式(13)是一个非线性最小二乘优化问题,可以采用高斯-牛顿法、Levenberg-Marquadt 等多种迭代算法求解待估参数 $\hat{C}$ 。

3 对比仿真

设计应用 1 套多基点高精度脉冲雷达测量系统(1 台主站和 3 台副站)对弹道进行组网跟踪测量,主站雷达可以发射和接收电磁波,副站雷达仅接收电磁波。以某武器系统试验主动段理论弹道为基准,发射点位于 $(0, 150, 0)$, 将雷达进行合理布站,雷达主站位于 $(32\ 200, 200, -1\ 200)$, 雷达副站 1 位于 $(72\ 500, 20, -11\ 600)$, 雷达副站 2 位于 $(10\ 600, 80, -22\ 200)$, 雷达副站 3 位于 $(-20\ 600, 60, 26\ 400)$, 弹道轨迹与设备布站示意图如图 1 所示。反推计算 4 台雷达的独立测量元素,并叠加上相应的随机误差和系统误差值,数据率为 10 Hz。

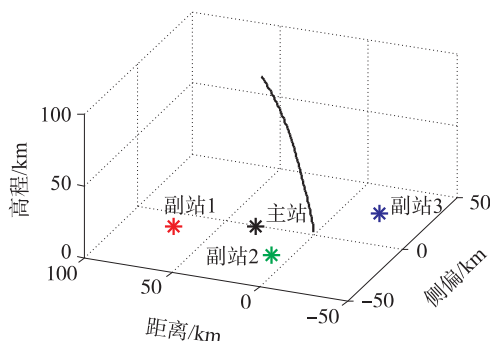


图 1 弹道轨迹与设备布站示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ballistics and the radar deployment

采用基于 B-Spline 基函数表征弹道的数据融合方法(以下简称“B-Spline 基函数融合方法”)和 Hermite 基函数表征弹道的数据融合方法(以下简称“Hermite 基函数融合方法”),分别求解弹道参数。设定融合解算弹道的时段为 10~60 s,采用 10 个独立测量元素进行求解,其中,各测元随机误差和系统误差值的设定如表 1 所示。

表 1 测量元素误差分配表

Table 1 Measurement elements error allocation table

设备名称	测量元素	随机误差	系统误差
主站雷达	距离/m	5	-
	方位角/(°)	30	-
	俯仰角/(°)	30	-
	径向速度/(m·s ⁻¹)	0.1	-
副站雷达 1	距离和/m	6	7
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.1	-
副站雷达 2	距离和/m	6	-
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.1	-
副站雷达 3	距离和/m	6	-
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.1	-

对此段弹道进行融合解算时,内节点设计为在12个等距节点的基础上再插入4个不等距节点,并考虑副站雷达1的距离和测量元素存在常值系统误差,设定为一个待估参数,则B-Spline基融合方法需要求解的弹道待估参数共有61个,Hermite基融合方法需要求解的待估参数共有109个。

3.1 弹道坐标融合结果比对

应用B-Spline基函数融合方法和Hermite基函数融合方法分别求解弹道,弹道坐标融合解算结果与真值的比较误差曲线如图2和图3所示,弹道坐标误差统计结果如表2所示。

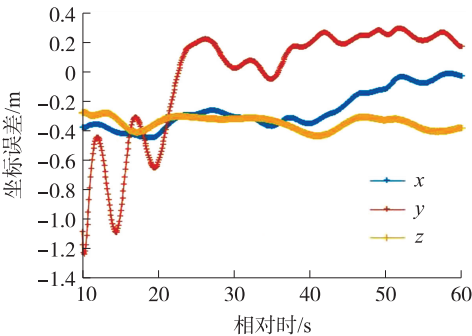


图2 B-Spline基函数融合解算弹道坐标误差曲线
Fig. 2 Ballistic coordinate fusion error curve of B-Spline function method

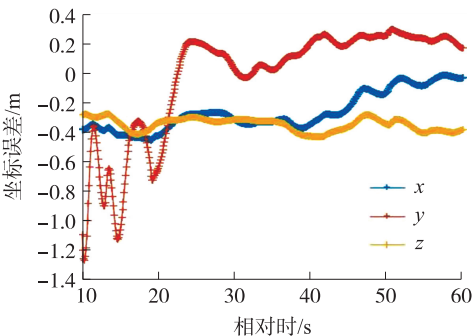


图3 Hermite基函数融合解算弹道坐标误差曲线
Fig. 3 Ballistic coordinate fusion error curve of Hermite function method

表2 数据融合解算弹道坐标参数误差统计结果

Table 2 Fusion error statistics of ballistic coordinate					
融合方法	弹道参数	平均值 /m	均方根值 /m	误差值 /m	总误差 /m
B-Spline基函数融合	x	-0.265	0.130	0.295	0.594
	y	-0.026	0.375	0.376	
	z	-0.350	0.043	0.353	
Hermite基函数融合	x	-0.266	0.130	0.296	0.595
	y	-0.028	0.376	0.377	
	z	-0.350	0.043	0.353	

从图2、图3和表2可以看到,总体来说,在相同条件下,B-Spline基函数融合方法和Hermite基函

数融合方法在10~20s的弹道坐标误差较大,这是由于弹道相对于测量雷达的仰角较低且几何关系较差造成的;在20s以后,目标与雷达几何关系逐渐改善,弹道坐标的解算误差趋于平稳,且解算精度更高。对比两种融合方法解算结果可知,两种方法求解的弹道坐标参数误差基本一致,而且解算精度都很高,解算总误差都小于0.6m。

3.2 弹道速度融合结果比对

弹道速度融合结果与真值弹道速度的比较误差曲线如图4和图5所示,弹道速度误差统计结果如表3所示。

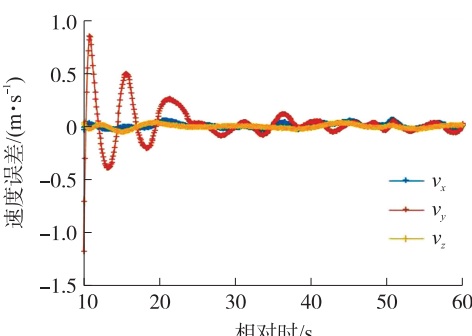


图4 B-Spline基函数融合解算弹道速度误差曲线
Fig. 4 Ballistic velocity fusion error curve of B-Spline function method

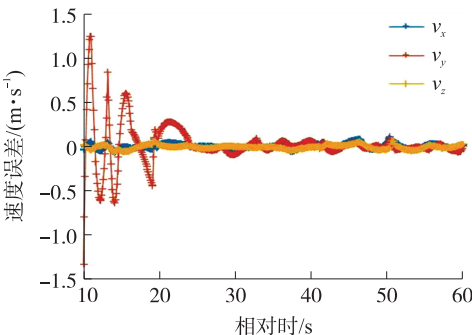


图5 Hermite基函数融合解算弹道速度误差曲线
Fig. 5 Ballistic velocity fusion error curve of Hermite function method

表3 数据融合解算弹道速度参数误差统计结果

Table 3 Fusion error statistics of ballistic velocity					
融合方法	弹道参数	平均值 /m	均方根值 /m	误差值 /m	总误差 /m
B-Spline基函数融合	v_x	0.007	0.023	0.024	0.175
	v_y	0.024	0.170	0.172	
	v_z	-0.002	0.018	0.018	
Hermite基函数融合	v_x	0.007	0.029	0.030	0.227
	v_y	0.024	0.223	0.224	
	v_z	-0.002	0.023	0.023	

从图 4、图 5 和表 3 可以看到:在相同条件下, B-Spline 基函数融合方法和 Hermite 基函数融合方法在 10~20 s 的速度误差较大,这是由几何关系较差造成的;对比两种融合方法的速度解算结果,可以看到,速度参数解算误差出现了明显差别,虽然两种算法解算结果的误差均值是一致的,但是 Hermite 基函数融合方法解算结果的均方根值都要大于 B-Spline 基函数融合方法;从总误差上看, Hermite 基函数融合方法解算得到的速度参数总误差为 0.227 m/s,而 B-Spline 基函数融合方法解算得到的速度参数总误差为 0.175 m/s,提升近 25%,提升效果比较明显。另一方面,从两种算法解算得到的误差曲线的平滑度上看, Hermite 基函数融合方法的弹道参数误差曲线有明显的截断痕迹,特别是速度参数误差曲线表现得尤其明显。

3.3 测量元素误差探查比对

应用 B-Spline 基函数融合方法和 Hermite 基函数融合方法分别对设备的各个测元进行误差探查,求解出各独立测元的随机误差和系统误差,如表 4 和表 5 所示。

表 4 测量元素误差解算统计表 (B-Spline 基函数)
Table 4 Measurement elements error statistical table (B-Spline function)

设备名称	测量元素	随机误差	系统误差
主站雷达	距离/m	5.346	-
	方位角/(°)	31.56	-
	俯仰角/(°)	31.35	-
	径向速度/(m·s ⁻¹)	0.097	-
副站雷达 1	距离和/m	6.215	6.914
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.100	-
副站雷达 2	距离和/m	5.946	-
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.094	-
副站雷达 3	距离和/m	6.175	-
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.096	-

表 5 测量元素误差解算统计表 (Hermite 基函数)
Table 5 Measurement elements error statistical table (Hermite function)

设备名称	测量元素	随机误差	系统误差
主站雷达	距离/m	5.346	-
	方位角/(°)	31.56	-
	俯仰角/(°)	31.35	-
	径向速度/(m·s ⁻¹)	0.097	-
副站雷达 1	距离和/m	6.214	6.914
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.098	-
副站雷达 2	距离和/m	5.947	-
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.093	-
副站雷达 3	距离和/m	6.176	-
	径向速度和/(m·s ⁻¹)	0.094	-

从表 4 和表 5 可以看到, B-Spline 基函数融合方法和 Hermite 基函数融合方法探查出的各测控设备独立测元误差基本相同,而且与预设值相差不大,这说明两种方法都能够较好地探查出各测控设备独立测元中叠加的随机误差和系统误差值。

通过对比分析 B-Spline 基函数融合方法和 Hermite 基函数融合方法解算的弹道坐标、弹道速度以及测元误差,可以得出,对于弹道坐标融合解算以及测元误差探查,两种方法解算结果没有明显区别,但是在求解效率上,由于 Hermite 基函数融合方法待估系数约为 B-Spline 基函数融合方法的 2 倍,导致 Hermite 基函数融合方法求解效率相对较低;但是对于弹道速度的融合解算, B-Spline 基函数融合方法不仅计算效率高,解算精准度也高于 Hermite 基函数融合方法。

4 结束语

本文重点对 B-Spline 基函数和 Hermite 基函数表征弹道参数的 EMBET 数据融合方法进行了比较分析,得到如下结论:

①通过仿真实例验证,两种基函数表征外弹道参数的融合方法均具有较高的弹道参数解算精度和较强的误差探查能力。

②相较于 B-Spline 基函数融合方法, Hermite 基函数融合方法需要求解的待估参数较多,随着解算弹道时长的增加,内节点的数量必然增加,则待估参数的数量成倍增加,这对于弹道模型的解算将带来计算资源上的负担。

③Hermite 基函数融合方法比 B-Spline 基函数融合方法求解的速度精度低,这也是 Hermite 基函数表征弹道参数的不足之处。

④从外弹道数据融合领域来看,基于 B-Spline 基函数约束的 EMBET 数据融合方法仍然是目前的主流方法。但基于 Hermite 基函数的融合方法亦不失为是一种可用、可信的数据融合方法,丰富了弹道数据处理领域的内容。

参考文献

[1] QIAN Kechang, WAN Ying, FAN Youchen, et al. A method of measuring data fusion based on EMBET [C]//The 6th International Conference on Computer and Communication Systems. Chengdu: IEEE, 2021: 33-37.

[2] 黄姣茹,李灵芝,高嵩,等. 基于多传感器抗差融合的 UKF 弹

- 道跟踪算法[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2021, 22(2): 77-82.
- HUANG Jiaoru, LI Lingzhi, GAO Song, et al. A UKF trajectory tracking algorithm based on multi-sensor robust fusion[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2021, 22(2): 77-82. (in Chinese)
- [3] 李霖, 李桂芝. 多源光测信息融合跟踪方法及应用[J]. 电光与控制, 2023, 30(1): 82-86.
- LI Ji, LI Guizhi. Application and measurement of multi-source optical information fusion tracking[J]. Electronics Optics and Control, 2023, 30(1): 82-86. (in Chinese)
- [4] 罗成强, 胡秋平, 张华, 等. 光雷多站测元数据极大似然实时交会算法[J]. 弹箭与制导学报, 2019, 39(5): 27-30.
- LUO Chengqiang, HU Qiuping, ZHANG Hua, et al. Maximum likelihood estimation intersection method for multi-station optical and radar external ballistic test data[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2019, 39(5): 27-30. (in Chinese)
- [5] 张良成, 王运锋. 动态自适应的多雷达信息加权融合方法[J]. 计算机科学, 2020, 47(S2): 321-326.
- ZHANG Liangcheng, WANG Yunfeng. Dynamic adaptive multi-radar tracks weighted fusion method[J]. Computer Science, 2020, 47(S2): 321-326. (in Chinese)
- [6] 周海银, 王炯琦, 孟庆海, 等. 靶场测量数据融合处理理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2019.
- ZHOU Haiyin, WANG Jiongqi, MENG Qinghai, et al. Theory and method of data fusion processing for range measurement[M]. Beijing: Science Press, 2019. (in Chinese)
- [7] 葛铁志. 针对靶场任务评估的 EMBET 方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017.
- GE Tiezhi. Research on EMBET method for range task evaluation[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017. (in Chinese)
- [8] 宫志华, 刘洋, 陈春江. 分布式雷达对非合作目标弹道测量精度分析[J]. 弹道学报, 2017, 33(2): 43-48.
- GONG Zhihua, LIU Yang, CHEN Chunjiang. Analysis on precision of distributed radar measuring non-cooperative target trajectory[J]. Journal of Ballistics, 2017, 33(2): 43-48. (in Chinese)
- [9] 崔凯. 基于轨道动力学约束和 EMBET 算法的雷达标效仿真技术研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2018.
- CUI Kai. Research on radar calibration simulation technology based on orbit dynamics constraint and EMBET algorithm[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2018. (in Chinese)
- [10] 傅惠民, 崔轶. 非线性量测数据融合与自校准方法[J]. 智能计算机与应用, 2020, 10(7): 5-10.
- FU Huimin, CUI Yi. Nonlinear measurement data fusion and self-calibration methods[J]. Intelligent Computer and Applications, 2020, 10(7): 5-10. (in Chinese)
- [11] 刘沛然. 外弹道试验多源数据融合与动态标校技术研究[D]. 西安: 西安工业大学, 2023.
- LIU Peiran. Research on multi-source data fusion and dynamic calibration technology for exterior ballistic test[D]. Xi'an: Xi'an Technological University, 2023. (in Chinese)
- [12] YANG Dingxin, DU Peng, ZHONG Mingfei, et al. A real-time fusion method of external trajectory measurement data based on variable difference method[C]//2020 IEEE 9th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC). Chongqing: IEEE, 2020: 574-577.
- [13] XU Houfeng, WANG Zhenguo, MA Xuegang, et al. Application of EMBET method with spline constraint in systematic error self-calibration of pulse radar[C]//2016 First IEEE International Conference on Computer Communication and the Internet (ICCCI). Wuhan: IEEE, 2016: 177-180.
- [14] 宫志华, 段鹏伟, 岳锐, 等. 外弹道多源异类测元数据融合仿真分析[J]. 弹道学报, 2014, 26(4): 19-23.
- GONG Zhihua, DUAN Pengwei, YUE Rui, et al. Simulation of data fusion with multi-source heterogeneous measurement elements[J]. Journal of Ballistics, 2014, 26(4): 19-23. (in Chinese)
- [15] RABBATH C A, CORRIVEAU D. A comparison of piecewise cubic Hermite interpolating polynomials, cubic splines and piecewise linear functions for the approximation of projectile aerodynamics[J]. Defence Technology, 2019, 15(5): 741-757.
- [16] 张荣升, 陈万春. THAAD 增程型拦截弹预测制导方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(4): 863-874.
- ZHANG Rongsheng, CHEN Wanchun. Predictive guidance method of THAAD-ER interceptor[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(4): 863-874. (in Chinese).
- [17] 宫志华, 徐旭, 段鹏伟, 等. 一种基于 Hermite 函数约束的光学经纬仪多站定位方法研究[J]. 兵工学报, 2014, 35(12): 2092-2097.
- GONG Zhihua, XU Xu, DUAN Pengwei, et al. Research on the positioning method of multi-optical theodolites based on Hermite function restriction[J]. Acta Armamentarii, 2014, 35(12): 2092-2097. (in Chinese)
- [18] 高春艳, 卢建, 张明路, 等. 基于多传感器数据融合的多目标跟踪算法研究[J]. 制造业自动化, 2022, 44(7): 95-97.
- GAO Chunyan, LU Jian, ZHANG Minglu, et al. Research on multi-target tracking algorithm based on multi-sensor data fusion[J]. Manufacturing Automation, 2022, 44(7): 95-97. (in Chinese)
- [19] 赵永峰. 航天测控实时跟踪数据处理方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2023.
- ZHAO Yongfeng. Research on real-time tracking data processing method for aerospace measurement and control[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2023. (in Chinese)
- [20] 常显奇, 程永生. 常规武器装备试验学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.
- CHANG Xianqi, CHENG Yongsheng. Conventional weapon equipment testing[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007.
- [21] 沈鹏飞, 崔乐园. 一种非线性系统差的样条约束 EMBET 方法[J]. 现代信息科技, 2020, 4(8): 29-31.
- SHEN Pengfei, CUI Leyuan. A nonlinear system error method based on EMBET with spline constraint[J]. Modern Information Technology, 2020, 4(8): 29-31. (in Chinese)