

doi:10.3963/j.issn.1001-487X.2022.02.006

同时起爆单排炮孔等效均布荷载的计算方法^{*}

孙金山^{1a,1b}, 张鸿昱^{1a,1b}, 闫国华^{1a,1b}, 贾永胜^{1a,1b}, 赵国堂², 姚颖康^{1a,1b}, 谢全民^{1a,1b}

(1. 江汉大学 a. 精细爆破国家重点实验室; b. 爆破工程湖北省重点实验室, 武汉 430023;

2. 中国国家铁路集团有限公司, 北京 100844)

摘要: 针对钻孔爆破数值模拟过程中爆破荷载的计算与施加问题, 对单排同时起爆炮孔的等效均布荷载计算方法进行了研究。通过理论分析和文献对比, 发现许红涛提出的等效均布荷载计算方法存在理论错误。为此, 通过对圆孔壁上的径向均布压力的分解与合成, 推导了2个相邻炮孔远区介质中垂直于炮孔连线方向的均布应力的计算公式。通过建立脉冲荷载分别作用于含炮孔和无炮孔的长柱有限元模型, 对计算模型与许红涛计算模型进行了对比。对比结果表明: 当在含炮孔模型的每个炮孔壁上施加峰值为4280 MPa的均布脉冲荷载时, 模拟得到炮孔远区指定单元中径向荷载峰值约为120 MPa; 当在无炮孔模型平整端面上施加等效均布荷载时, 采用计算方法施加的等效均布荷载峰值为111 MPa, 模拟得到指定单元中径向荷载峰值约为110 MPa; 采用许洪涛计算方法施加的均布荷载峰值为729 MPa, 指定单元中径向荷载峰值约为725 MPa。用许红涛模型模拟得到的测点应力峰值是正确解的6倍左右, 而用本文模型得到值略低于正确解10%左右。因此, 本文提出的炮孔等效均布荷载模型具有更高的计算精度, 可用于炮孔远区复杂爆破荷载的近似计算。

关键词: 爆破; 数值模拟; 炮孔荷载; 等效荷载; 数学模型

中图分类号: TD235

文献标识码: A

文章编号: 1001-487X(2022)02-0036-06

Calculation of Equivalent Uniform Load from Simultaneous Initiated Single-row Blast Holes

SUN Jin-shan^{1a,1b}, ZHANG Hong-yu^{1a,1b}, YAN Guo-hua^{1a,1b}, JIA Yong-sheng^{1a,1b},
ZHAO Guo-tang², YAO Ying-kang^{1a,1b}, XIE quan-min^{1a,1b}

(1. a. State Key Laboratory of Fine Blasting; b. Hubei Key Laboratory of Blasting Engineering, Jiangnan University, Wuhan 430023, China; 2. China State Railway Group Co., Ltd., Beijing 100844, China)

Abstract: Aiming at the problem of calculation and application of blasting load in numerical simulation of blasting, the calculation method of equivalent uniform load from simultaneously initiated single-row holes is studied. Through theoretical analysis and literature comparison, it is found that the calculation method of equivalent uniform load proposed by Xu Hongtao has theoretical errors. Therefore, the formula for calculating the far-field uniform stress perpendicular to the connection direction of two adjacent holes is derived by decomposing and synthesizing the radial uniform pressure on the round hole wall. Then finite element models of long columns with and without blast holes are established to compare with Xu's calculation model. When a uniform pulse load of 4280 MPa is applied to each hole wall of the model with blast holes, the peak radial load in the designated far-field element from the blast hole is about 120 MPa by using the numerical simulation model in this paper. While the equivalent uniform load is applied on the flat end of the model without blast holes, the peak value of the equivalent uniform load applied by using the proposed calculation method in this paper is 111 MPa, and the peak value of the radial load in the specified element is about 110 MPa. However, the peak value of uniform load applied by using Xu's calculation method is 729 MPa, and the peak value of radial load in the specified element is about 725 MPa. The stress peak value of the measured point sim-

ulated by Xu's model is about 6 times that of the correct solution, while the value obtained by the proposed model is about 10% lower than that of the correct solution. Therefore, the equivalent uniform load model proposed in this paper has higher calculation accuracy and can be used for approximate calculation of complex blasting load in far field of blast holes.

Key words: blasting; numerical simulation; blast hole load; equivalent load; mathematical model

数值模拟是开展工程爆破理论与技术研究的重要手段,当对大规模炮孔产生的荷载或爆破振动进行数值模拟时,爆炸荷载的施加是其重点和难点。目前,爆破荷载的模拟和施加主要有三种技术途径:一是建立炮孔及炸药单元,利用炸药材料的爆轰产物状态方程来模拟爆炸荷载,并直接施加在炮孔壁上;二是直接在孔壁上施加一个随时间变化的均布压力;三是不考虑炮孔的形状,仅在炮孔中心连线(面)上施加等效均布荷载。

第一种技术途径中的爆轰产物状态方程是计算爆轰产物压力、体积、温度等物理量之间的数学方程,国内外学者曾提出了 BKW^[1]、JCZ^[2]、VLW^[3]、Davis^[4]、JWL 等多种模型^[5]。其中,JWL 状态方程在爆炸数值模拟中应用广泛^[6-8],然而,该方程中大量的未知参数需要通过圆筒试验及流体动力学计算来确定,且其忽略了岩石破碎及气体逸出过程的影响。因此,在实际计算过程中,人们多采用互相参考的方式来近似确定其计算参数,其输出结果的可靠性与实际荷载间的差异性往往难以考证。同时,采用该数值模拟方案时需要建立非常精细的炮孔及炸药单元,需要花费大量的建模及计算时间。

第二种技术途径直接在孔壁上施加均布压力,不需要设置复杂的炸药材料参数,且可适用于更多的具有动力计算模块的数值模拟软件。目前,常用的孔壁爆炸压力计算模型是双折线模型和双指数模型。其中,双折线三角形分段函数荷载模型简单实用^[9],其仅有升压时间、卸压时间和峰值压力三个参数,而峰值压力可通过 C-J 爆轰模型计算,时间参数则可通过经验公式估算得到。该荷载模型未考虑炸药爆炸特征,也未考虑炮孔的孔深、孔径和堵塞等对爆炸荷载的影响,因此,其峰后荷载的时间历程计算误差较大。双指数函数由 Starfield 提出^[10],该模型为连续光滑函数,更便于理论分析和数值模拟。

Jong 对该模型进行了改进^[11],提出了其关键参数的计算公式,并使荷载时程曲线更接近实验结果。但该模型中关键参数 M 和 N 的取值同样未考虑爆破破岩过程的特征,因此其适用范围受到限制。另外,第二种技术途径也需要建立精细的炮孔网格,建模和计算过程也较复杂和耗时^[12-14]。

鉴于数值模拟中炮孔几何离散(网格划分)和计算过于复杂的问题,少量学者对如何将炮孔载荷等效成为均布载荷进行了研究。如许红涛提出了一种在炮孔中心连线上施加等效均布荷载的方法^[15]。张玉成提出了将炮孔壁上荷载等效成为面荷载的方法^[16]。李启月提出了微差爆破荷载的等效施加方法^[17]。杨建华根据炮孔周围岩石破坏情况的空间分布特征等^[18],提出可在炮孔等效弹性界面上施加爆破荷载。赵婉婷对比计算后认为^[19],在数值模拟中分析炮孔远区岩石的动态响应时,将荷载直接等效施加在开挖轮廓面上代替施加在炮孔周边弹性边界上的处理方式是可行的。罗笙提出将爆破载荷等效为法向冲击载荷可以有效模拟爆破开挖下对岩体的损伤效应^[20]。因此,采用等效均布爆破荷载虽不能模拟炮孔周围介质的力学响应,但在模拟炮孔远区的振动和结构响应等问题时,其误差是可以接受的。然而,上述研究多是对许红涛提出方法的改进和数值模拟验证,在实际工程应用时这些研究中的峰值爆炸荷载及均布荷载等效方式等仍需进一步研究。

因此,鉴于工程爆破理论与技术研究中经常涉及的爆破荷载施加问题,本文针对将炮孔载荷等效为均布载荷的方式方法进行了理论探讨,对既有的等效方法进行了讨论并提出了新的等效方法。

1 许红涛提出的等效均布荷载计算方法及其讨论

为避免进行炮孔的细节建模和几何离散,许红涛提出将同排起爆的炮孔圆心连成一条线(二维空间),或将其轴线连成一个平面(三维空间),再在该线或面上施加均匀的动荷载。如图 1 所示,假定单个炮孔壁上作用有压力 $P(t)$,炮孔直径为 d_b ,孔间距为 a_b ,根据文献[9]可以将如图 1(a)所示作用在炮孔壁上的压力等效为如图 1(b)所示的等效均布

收稿日期:2022-01-15

作者简介:孙金山(1980-),男,教授、博士,主要从事工程爆破方面的教学与研究,(E-mail)sun99001@126.com。

通讯作者:张鸿昱(1996-),女,硕士研究生,主要从事工程爆破方面的研究,(E-mail)406047327@qq.com。

基金项目:国铁集团科技研究开发计划课题(k2019G056);湖北省重点研发计划项目(2020BCA084、2021BAD004);湖北省自然科学基金重点项目(2020CFA043)

压力,其等效公式为

$$P_e = \frac{d_b}{a_b} P(t) \quad (1)$$

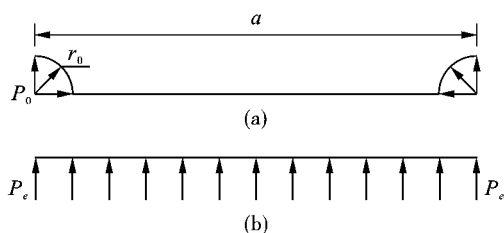


图1 爆破荷载等效施加示意图^[15]

Fig. 1 Diagram of equivalent application of blasting load

许红涛在文献[15]采用三角形荷载时程曲线构建均布荷载函数,并建议炮孔孔壁爆炸荷载峰值计算方法分为耦合装药和不耦合装药两种情况。耦合装药条件下,炮孔壁上的压力可以视作炸药的轰爆压力,由下式进行计算^[9]

$$P_D = \frac{\rho_e D^2}{2(\gamma + 1)} \quad (2)$$

式中: ρ_e 为炸药密度; D 为炸药爆炸速度; γ 为炸药爆轰的等熵指数取值一般为3.0。

装药不耦合系数较小时,炮孔峰值压力为^[9]

$$P_D = \frac{\rho_e D^2}{2(\gamma + 1)} \left(\frac{d_c}{d_b} \right)^{2\gamma} \quad (3)$$

式中, d_c 为装药直径。

装药不耦合系数较大时,炮孔峰值压力为^[9]

$$P_0 = \left[\frac{\rho_e P^2}{2(\gamma + 1)} \right]^{\frac{\nu}{\gamma}} p_k^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \left(\frac{d_c}{d_b} \right)^{2\nu} \quad (4)$$

式中: ν 为爆生气体的等熵指数,一般取值1.4; p_k 为炸药的临界压力。

文献[15]给出的爆破荷载等效方法,简便易行,适用于炮孔远区的一些问题的分析,但其存在两个问题:

(1) 文献[15]中虽然简要说明了式(1)~(4)是根据圣维南原理推测而来的,但未给出严格的理论推导,也未阐述将炮孔径向压力转化为炮孔连线的法向荷载的过程。

(2) 不耦合装药条件下,炮孔孔壁峰值压力的计算方法忽视了压力增大系数的影响,这导致其孔壁压力计算值偏小。

因此,上述等效均布爆破荷载计算方法的可靠性是值得商榷的。

2 同时起爆单排炮孔均布荷载等效计算的新方法

为对许红涛提出的单排炮孔均布荷载等效计算

问题进行理论推导,对两个相邻炮孔的荷载叠加问题进行了平面应变条件下的分析。如图2所示,单排炮孔同时起爆时,在距离炮孔中心连线的 $y = 0.5a_b$ 处,相邻炮孔的叠加作用十分显著,此时界面上的应力主要为压应力作用。炸药爆炸产生的应力波在岩体中传播时,其峰值与距离的增加成反比^[21],设炮孔内孔壁上的径向压力为 $P(t)$,则在 $x = a_x, y = 0.5a_b$ 的界面上,炮孔径向压力传播至指定距离并进行平面分解后,在 y 方向产生的应力为

$$P(t) = \frac{\left(\frac{d_b}{2} \right)^2}{\left(\frac{a_b}{2} \right)^2 + a_x^2} \sqrt{\frac{\left(\frac{a_b}{2} \right)^2}{\left(\frac{a_b}{2} \right)^2 + a_x^2}} \quad (5)$$

将 O_1 孔在 $x = 0 \sim 0.5a_b, y = 0.5a_b$ 区域的上应力式(5)进行积分得到该区域上的合力,并在 $x = 0 \sim 0.5a_b$ 上对该合力进行平均,即将合力平均分配在 $0.5a_b$ 长度上,得 O_1 孔在该区域产生的等效均布荷载为

$$\bar{P}_1(t) = \frac{P(t) \int_0^{\frac{a_b}{2}} \frac{d_b^2 a_b}{(4a_x^2 + a_b^2)^{3/2}} da_x}{\frac{a_b}{2}} = \frac{d_b^2}{\sqrt{2}a_b^2} P(t) \quad (6)$$

根据上述荷载等效方法,将 O_2 孔在 $x = 0 \sim 0.5a_b, y = 0.5a_b$ 区域的应力根据式(5)进行积分计算合力,并对该合力平均,得等效均布荷载为

$$\bar{P}_2(t) = \frac{P(t) \int_{\frac{a_b}{2}}^{a_b} \frac{d_b^2 a_b}{(4a_x^2 + a_b^2)^{3/2}} da_x}{\frac{a_b}{2}} = \frac{(4\sqrt{5} - 5\sqrt{2})d_b^2}{10a_b^2} P(t) \quad (7)$$

在 $x = 0.5a_b \sim a_b, y = 0.5a_b$ 区域,由于两炮孔的对称性等效荷载计算式(6)、(7)同样适用,因此, O_1 和 O_2 两炮孔在 $x = 0 \sim a_b, y = 0.5a_b$ 边界上,产生的 y 方向的叠加荷载等效平均值为

$$\bar{P}(t) = \bar{P}_1(t) + \bar{P}_2(t) = \frac{d_b^2}{\sqrt{5}a_b^2} P(t) \quad (8)$$

忽略其他更远炮孔的孔壁压力在 $x = 0 \sim a_b, y = 0.5a_b$ 区域的叠加,可近似认为式(8)即为单排炮孔产生的垂直于其炮孔连线方向的等效均布荷载。显然,式(8)与许红涛提出的式(1)明显不同。

如文献[18]和[19]所述,考虑炮孔壁周围岩石的破坏将导致应力波的非线性衰减,还可考虑将荷载施加在炮孔外的临界弹性边界上,此时,爆炸荷载

变为弹塑性交界面上的应力 $P_e(t)$,而荷载施加在弹塑性界面 $r=d_e$ 处,则均布荷载为

$$\bar{P}(t) = \frac{d_e^2}{\sqrt{5}a_b^2}P_e(t)$$

(9)

式中, $P_e(t)$ 和 d_e 则需根据岩石强度进行计算,因此(9)式的应用不如(8)式方便,但更适用于距离炮孔更近处的工况的分析。

其次,由于许红涛计算炮孔压力峰值时忽略了孔壁处压力增大倍数 n (因动压作用产生),因此实际应采用更可靠的炮孔壁峰值压力计算公式。

目前,计算任意不耦合系数下炮孔壁压力峰值的方法主要有等熵膨胀法和爆轰产物最大扩散速度法。其中,等熵膨胀法应用较为广泛。小不耦合系数装药爆破过程中,爆生气体的膨胀只经历等熵膨胀过程,炮孔孔壁压力峰值计算公式为^[22,23]

$$P_p = \frac{n\rho_e D^2}{2(\gamma + 1)}\left(\frac{d_e}{d_b}\right)^{2\gamma}$$

(10)

式中, n 为爆轰产物碰撞炮孔壁时的压力增大系数,耦合装药时可取 $n=1$,根据参考文献[21]不耦合装药时一般取 $n=10$,其它符号同上。

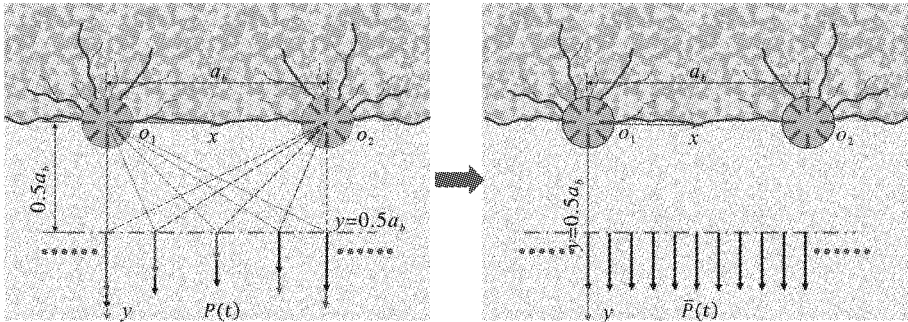


图 2 均布荷载等效图
Fig. 2 Diagram of equivalent uniform load

3 数值模拟验证

为验证本文推导的荷载等效方法的可靠性,采用动力有限元软件建立三个长方体数值模型。各模型的横截面尺寸均为 900 mm×900 mm,高 4000 mm,如图 3 所示。

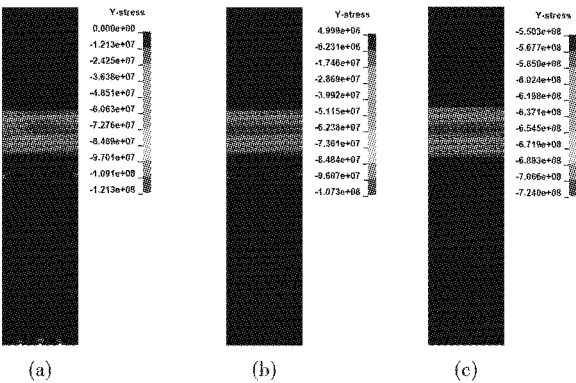


图 3 数值模型 Y 方向应力云图(单位:Pa)
Fig. 3 Stress cloud in Y direction of numerical models(unit:Pa)

模型(a)下部均匀布置 3 个半炮孔,直径 0.04 m,炮孔中心间距 0.235 m,在孔壁上施加均布法向荷载。模型 b、c 底部为平面,分别施加许红涛和本文计算得到的法向等效均布荷载,模型顶部均

施加固定约束。
模型采用线弹性材料,密度为 2500 kg/m³,弹性模量 $E=30$ GPa,泊松比 $\mu=0.2$,不考虑其阻尼系数。炮孔内炸药直径 $d_e=0.032$ m,密度 $\rho_e=1200$ kg/m³,爆轰速度 $D=3300$ m/s,爆轰产物碰撞炮孔壁时的压力增大系数 $n=10$ 。孔壁以及均布荷载均采用三角形荷载时程曲线,升压作用时间 0.1 ms,卸压作用时间 0.7 ms。

根据许红涛和本文的方法,分别计算孔壁径向荷载和等效加载面上的均布荷载峰值,如表 1 所示。分别在数值模型(a)上施加孔壁均布荷载,在模型(b)上峰值为 0.729 GPa 和 0.111 GPa 的等效均布荷载。

表 1 炮孔壁荷载峰值和等效均布荷载峰值
Table 1 Peak value of blast hole wall load and equivalent uniformly distributed load

等效荷载 计算方法	炮孔壁荷载 峰值/MPa	等效均布爆破 荷载峰值/MPa
许红涛法: 公式(10)+公式(1)	4280	729
本文方法: 公式(10)+公式(8)	4280	111

计算结果显示,模型(a)中随着监测点与炮孔距离的增大,模型竖直方向(y 方向)的峰值应力逐

渐减小至约 120 MPa,而模型(b)和模型(c)则分别为 108 MPa 和 725 MPa。因此,计算结果表明,孔壁压力一致的情况下,距离炮孔中心连线约 1.5 m 处,公式(9)计算得到的等效均布荷载与炮孔数值模型

计算结果基本一致,且低 10% 左右,其原因可能是忽略了其它炮孔在该处的叠加效应;而许红涛提出的模型约为炮孔数值模型计算结果的 6 倍,显然误差是不可接受的。

表 2 模型各单元应力峰值(单位:MPa)
Table 2 Peak stress of each element in 3 models(unit:MPa)

观测点距离炮孔中心连线/ 荷载施加等效面的距离/m	0.232	0.464	0.812	1.044	1.276	1.508	1.74	1.856
孔壁加载法测点应力/MPa	149.9	136.9	127.6	124.5	122.6	120.4	117.7	116.3
本文等效加载法测点应力/MPa	110.9	110.8	110.7	110.6	110.5	110.5	110.4	110.4
许红涛等效加载法测点应力/MPa	728.1	727.1	726.6	726.1	725.7	725.4	725.1	724.9

4 结论

鉴于钻孔爆破数值模拟过程中经常遇到的爆破荷载施加问题,对 3 种常用的方法进行了讨论,并对许红涛提出的实用性较好的等效均布荷载计算方法进行了讨论,并提出了新的等效计算模型,得到的主要结论如下。

(1)许红涛提出的等效均布荷载计算方法中,等效计算公式以及炮孔壁峰值压力均存在明显的错误,而两个误差相叠加后,导致其最终计算结果与精确值接近。

(2)在笛卡尔坐标系下,通过对炮孔壁径向荷载进行分解与合成,得到了在炮孔远区的炮孔连线法向均布应力的计算公式,以及作用在炮孔外弹塑性界面荷载的等效均布荷载计算公式。

(3)因为工程爆破中往往采用径向不耦合装药,因此炮孔壁峰值压力应考虑爆轰产物碰撞炮孔壁时的压力增大系数。

(4)通过动力学数值模拟,对比了本文提出模型与许红涛计算模型的准确性。结果显示:根据许红涛模型得到的均布应力是数值模型准确解的 6 倍左右,而根据本文计算模型得到的均布应力与准确解基本吻合,且比准确解低 10% 左右。

(5)本文模型计算结果比准确值偏小的原因是,仅考虑了两个相邻炮孔在中间区域处应力的叠加,忽略了两炮孔以外的其它炮孔的应力贡献。

参考文献(References)

[1] HENRYCH J. The dynamics of explosion and its use [M]. Amsterdam;Elsevier,1979.
[2] MADER C L. Numerical modeling of explosives and propellants[M]. New York;CRC Press,1998.
[3] L E Fried,HOWARD W M,SOUERS P C. A new equa-

tion of state library for high pressure thermochemistry[C] //Proceedings of 12th International Symposium on Detonation. San Diego, California, USA,2002.
[4] WU Xiong. Detonation performance of condensed explosives computed with the VLW EOS[C] // Proceedings of the 8th Symposium on Detonation. Albuquerque Office of Naval Research. 1986:796-804.
[5] W C Davis. Equation of state for detonation products[C] //Proceedings of 10th International Detonation Symposium. Boston, MA,1993:369-376.
[6] 王 鑫,张昌锁. 基于 ANSYS/LS-DYNA 的工业炸药材料参数标定方法[J]. 爆破,2022,39(1):36-42,50.
[6] WANG Xing,ZHANG Chang-suo. Industrial explosive material calibration method based on ANSYS/LS-DYNA [J]. Blasting,2022,39(1):36-42,50. (in Chinese)
[7] 姚成宝,付梅艳,闫 凯,等. 基于 Riemann 问题的可压缩多介质流体数值模拟及在二维爆炸冲击波传播问题中的应用[J]. 火炸药学报,2020,43(3):254-261.
[7] YAO Cheng-bao,FU Mei-yan,YAN Kai,et al. Numerical simulation of multi-material compressible flows based on riemann problem and it appliaction in tow-dimensional blast wave propagation[J]. Chinese Journal of Explosives & Propellants,2020,43(3):254-261. (in Chinese)
[8] 徐维铮,吴卫国. JWL 状态方程及其等效多方状态方程在内爆炸计算中的应用分析[J]. 中国舰船研究,2019,14(3):83-91.
[8] XU Zheng-wei,WU Wei-guo. Application analysis of JWL EOS and the equivalent polytropic EOS in internal explosion calculation[J]. Chinese Journal of Ship Research,2019,14(3):83-91. (in Chinese)
[9] MILLER P J,ALEXANDER K E. Determining JWL equation of state parameters using the gurney equation approximation[C] // Proceedings of 9th Symposium on Detonation. Portland, USA,1989:489-505.
[10] STARFIELD A M,PUGLIESE J M. Compression waves generated in rock by cylindrical explosive charges; a

- comparison between a computer model and field measurements[J]. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech*, 1968, 5(1):65-77.
- [11] JONG Y, LEE C, JEON S, et al. Numerical modeling of the circular-cut using particle flow code[C] // 31st Annual Conference of Explosives and Blasting Technique, Orlando, CO, USA, CD-ROM, 2005.
- [12] 张 馨, 孙金山, 张湘平, 等. 钻孔爆破炮孔孔壁压力计算模型[J]. *爆破*, 2021, 38(3):1-5.
- [12] ZHANG Xing, SUN Jing-shan, ZHANG Xiang-ping, et al. Calculation model of blasthole pressure[J]. *Blasting*, 2021, 38(3):1-5. (in Chinese)
- [13] YANG Li-yun, WANG Qing-cheng, XU Long-ning, et al. Fracture path of cracks emigrating from two circular holes under blasting load[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2020, 108(38):102559.
- [14] 单仁亮, 赵 岩, 王海龙, 等. 下穿铁路隧道爆破振动衰减规律研究[J/OL]. *爆炸与冲击*, 2021:1-20. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1148.03.20211130.1735.018.html>.
- [14] DAN Ren-liang, ZHAO Yan, WANG Hai-long, et al. Research on attenuation law of blasting vibration in underpass tunnel[J/OL]. *Explosion and Shock Waves*, 2021:1-20. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/51.1148.03.20211130.1735.018.html>. (in Chinese)
- [15] 许红涛, 卢文波, 周小恒. 爆破震动场动力有限元模拟中爆破荷载的等效施加方法[J]. *武汉大学学报(工学版)*, 2008, 41(1):67-71, 103.
- [15] XU Hong-tao, LU Wen-bo, ZHOU Xiao-heng. An equivalent approach for acting blasting load in dynamic finite element simulation of blasting vibration[J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2008, 41(1):67-71, 103. (in Chinese)
- [16] 张玉成, 杨光华, 刘 鹏, 等. 爆破荷载在数值计算中的等效施加方法研究[J]. *地下空间与工程学报*, 2012, 8(1):56-64.
- [16] ZHANG Yu-cheng, YANG Guang-hua, LIU Peng, et al. An equivalent approach for acting blasting load in dynamic numerical simulation of blasting vibration[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2012, 8(1):56-64. (in Chinese)
- [17] 李启月, 李 易, 韦佳瑞, 等. 中远场振动有限元分析中微差爆破荷载的等效施加方法研究[J]. *矿冶工程*, 2016, 36(2):1-5.
- [17] LI Qi-yue, LI Yi, WEI Jia-rui, WU Zheng-yu. Equivalent load of millisecond blasting assumed in the finite element analysis for blasting vibration in middle and far field[J]. *Mining and Metallurgical Engineering*, 2016, 36(2):1-5. (in Chinese)
- [18] 杨建华, 卢文波, 陈 明, 等. 岩石爆破开挖诱发振动的等效模拟方法[J]. *爆炸与冲击*, 2012, 32(2):157-163.
- [18] YANG Jian-hua, LU Wen-bo, CHEN Ming, et al. An equivalent simulation method for blasting vibration of surrounding rock[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2012, 32(2):157-163. (in Chinese)
- [19] 赵婉婷, 卢文波, 杨建华, 等. 深孔台阶爆破振动模拟中的等效荷载施加边界比较[J]. *爆破*, 2012, 29(2):10-14, 122.
- [19] ZHAO Wan-ting, LU Wen-bo, YANG Jian-hua, et al. Comparison of equivalent load in boundaries in deep-hole bench blasting vibration simulation[J]. *Blasting*, 2012, 29(2):10-14, 122. (in Chinese)
- [20] 罗 笙, 严 鹏, 卢文波, 等. 深埋隧道开挖爆破损伤数值模拟及损伤机制研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2021, 40(S1):2760-2772.
- [20] LUO Sheng, YAN Peng, LU Wen-bo, et al. Research on the simulation of blasting damage and its mechanism of deep tunnel excavation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2021, 40(S1):2760-2772. (in Chinese)
- [21] 王先前, 黄亚兵, 彭立敏, 等. 隧道爆破全时程荷载研究及其应用[J]. *铁道科学与工程学报*, 2019, 16(1):144-151.
- [21] WANG Xian-qian, HUANG Ya-bing, PENG Li-Ming, et al. Study on full-time load function of tunnel blasting and its application[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2019, 16(1):144-151. (in Chinese)
- [22] 戴 俊. 柱状装药爆破的岩石压碎圈与裂隙圈计算[J]. *辽宁工程技术大学学报(自然科学版)*, 2001(2):144-147.
- [22] DAI Jun. Calculation of radii of the broken and cracked areas in rock by a long charge explosion[J]. *Journal of Liaoning Technical University Natural Science Edition*, 2001(2):144-147. (in Chinese)
- [23] 凌伟明. 岩石爆破炮孔孔壁压力的试验研究[J]. *矿冶*, 2004(4):13-16.
- [23] LING Wei-ming. Experimental research on explosion pressure on the wall of a borehole in rock[J]. *Mining And Metallurgy*, 2004(4):13-16. (in Chinese)