文章编号:1673-0291(2026)03-0031-09 **DOI**:10.11860/j.issn.1673-0291.20250075

固定快车时刻表约束下的城轨快慢车协同调度

董秋含[1],唐金金[1],邵欣昀[1],杨兴威[1],任逸飞[1],潘永剑[2],王忠有[2]
(1.北京交通大学 交通运输学院,北京 100044;2.南宁轨道交通运营有限公司,南宁 530029)

摘 要:针对城市轨道交通快慢车协同调度中快车时刻表固定约束条件下运力优化困难的问题,提出一种快慢车运行图协同优化方法.基于实际运营中快车时刻表公开化与客流需求时空动态变化的特征,构建以满足乘客出行需求为约束、以列车运行里程最小化为目标的混合整数规划模型.首先,以区间客流需求刻画乘客出行特征,建立列车到发间隔约束、停站时间约束及折返作业约束等运营约束条件;其次,构建慢车时刻表与车底折返接续方案之间的关联关系,实现运行图与车底接续的一体化建模;再次,针对模型变量规模大、约束耦合性强的特点,设计固定快慢车时刻表的工程应用算法(Fast Solution Algorithm for Engineering-Stop Skip,FSAE-SS),基于模型结构特征对约束进行分解,并通过迭代过程实现运行图与车底接续方案的联合求解;最后,以西南地区某城市轨道交通10号线为案例开展实证分析,对模型与算法的应用效果进行验证.研究结果表明:相较于传统遗传算法,总运营里程降低5.6%,且在大规模约束条件下保持稳定求解性能;相较于实际应用运行图,总运营里程降低8.1%,实现运输供给与客流需求之间的匹配;所构建的协同优化模型能够在固定快车时刻表约束下协调慢车开行方案与车底接续关系,为保障时刻表稳定性条件下的运力优化提供实现路径,并为复杂线网条件下的跨线协同调度提供方法参考.

关键词:城市轨道交通;列车运行图;快慢车;接续计划
中图分类号:U292.4 **文献标志码**:A

Coordinated scheduling of express and local trains in urban rail transit under fixed express timetable constraints

DONG qiuhan[1], *TANG Jinjin*[1], *SHAO Xinyun*[1], *YANG Xingwei*[1], *REN Yifei*[1], *PAN Yongjian*[2], *WANG Zhongyou*[2]
(1.School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
2.Nanning Rail Transit Operation Co., Ltd., Nanning 530029, China)

Abstract: To address the difficulty of optimizing capacity in the collaborative scheduling of express and local trains for urban rail transit under the constraint of fixed express timetables, this paper proposes a coordinated optimization method for train timetabling. Based on the characteristics of publicly available express timetables and the spatiotemporal dynamics of passenger demand in actual operations, a mixed-integer programming model is developed. The model aims to minimize total train operating

收稿日期:2025-05-20;**修回日期**:2025-08-14
基金项目:国家自然科学基金(72371019);北京市科技计划项目(Z251100004525010)
Foundation items: National Natural Science Foundation of China(72371019); Beijing Science and Technology Program(Z251100004525010)
第一作者:董秋含(1998—),男,吉林白城人,博士生.研究方向为运输规划与管理.**email**:21114075@bjtu.edu.cn.
通信作者:唐金金(1982—),男,广西桂林人,教授,博士,博士生导师.研究方向为运输规划与管理.**email**:jjtang@bjtu.edu.cn.

引用格式:董秋含,唐金金,邵欣昀,等.固定快车时刻表约束下的城轨快慢车协同调度[J].北京交通大学学报,2026,50(3):31-39.
DONG qiuhan, TANG Jinjin, SHAO Xinyun, et al. Coordinated scheduling of express and local trains in urban rail transit under fixed express timetable constraints[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2026, 50(3): 31-39.(in Chinese)

mileage, subject to the constraints of satisfying passenger travel demand. First, passenger travel characteristics are portrayed using sectional passenger demand, and operational constraints, such as train arrival and departure headways, station dwell times, and turnaround operations, are es-tablished. Second, the correlation between local train timetables and rolling stock circulation plans is formulated to achieve the integrated modeling of the timetable and rolling stock circulation. Third, given the large number of variables and the strong coupling of constraints in the model, an engineering application algorithm named Fast Solution Algorithm for Engineering-Stop Skip (FSAE-SS) is designed. By leveraging the structural characteristics of the model, the constraints are decomposed, and an iterative process is employed to achieve a joint solution for both the timetable and the rolling stock circulation plan. Finally, an empirical analysis is conducted using Line 10 of an urban rail transit system in Southwest China to verify the practical effectiveness of the model and algorithm. The results demonstrate that, compared to a traditional genetic algorithm, the proposed method reduces total operating mileage by 5.6% and maintains stable solution performance under large-scale constraints. Furthermore, compared to the actual operational timetable, the total operating mileage is reduced by 8.1%, achieving a better match between transport supply and passenger demand. The constructed collaborative optimization model successfully coordinates the local train operation plan with rolling stock circulation under fixed express timetable constraints. This provides an implementation pathway for capacity optimization that ensures timetable stability, as well as methodological support for cross-line collaborative scheduling under complex rail net-work conditions.

Keywords: urban rail transit; train timetable; express and local trains; rolling stock circulation plan

城市轨道交通快慢车协同运营通过差异化停站策略显著缩短远距离乘客出行时间,已成为提升线路服务效能的重要技术手段.然而,实际运营中为保障出行公平性,运输企业需提前公布固定快车时刻表,并要求慢车调度方案严格遵循该时刻表约束,同时匹配时变区间客流需求.这一需求导致运行图优化面临双重挑战:一方面,固定快车时刻表极大压缩了慢车调度方案的可行域;另一方面,列车到发间隔的动态调整、停站时间的弹性约束与车底周转效率的协同优化等问题,进一步增加了模型构建与求解的复杂性[1].

在非跳停模式运行图优化领域,研究者已建立较为完整的理论体系.文献[2]基于客流分布特征将全天时域划分多个客流时域,文献[3]在各时域内优化时刻表与列车接续方案.优化的目标主要包含列车能耗[4]、总换乘时间[5]、人均旅行时间[6]、乘客等待时间[7]、滞留人数[8]、车底运用时间[9]与车底使用成本等[10].然而,当线路远距离客流占比较大时,非跳停模式难以实现运力精准投放,亟需引入快慢车协同调度机制[11-12].

快慢车协同调度优化研究近年来逐步兴起.文献[13]推导了乘客上车的有效时段,以最小化乘客等待时间为目标函数建立模型,并使用求解器求解模型.文献[14]采用二进制二次规划模型并线性化求解的方法,优化车站停靠安排,所得方案能达到全局最优行程时间节省的98.1%.文献[15]基于乘客刷卡数据采用两步滚动越站策略与泰勒近似将非线性模型转化为凸二次规划,并结合Cplex求解的方法,实现能耗降低15.39%.文献[16]构建跨线快车双目标混合整数非线性规划模型并设计遗传算法求解,同步优化列车发车间隔、停站方案与折返站,实现出行时间与运营成本的优化.文献[17]针对时变客流与过饱和场景构建列车停站方案与时刻表一体化混合整数非线性规划模型,并设计扩展自适应大规模邻域搜索算法求解,优化乘客候车时间、车内延误时间与列车总运行时间.文献[18]针对过饱和城轨线路构建兼顾乘客公平与车底均衡的模型,并提出迭代搜索算法求解,降低乘客最大等待时间、均衡车底运营时长,同时提升运输效率.文献[19]将既有地铁非站站停开行方案与越行站设置协同优化,构建以运营成本、乘客出行成本、越行改造成本最低为目标的多目标优化模型,采用遗传模拟退火算法求解,验证了协同优化比单独优化更具经济性与实用性.

尽管上述快慢车协同调度研究在停站方案、时刻表优化、车底运用及越行组织等方面取得了丰富成果,但现有模型普遍基于快车时刻表可自由调整的假设,通过同步优化快车与慢车的发车时刻、停站

方案与运行线实现系统最优[20].这与运营实践中快车时刻表固定性要求存在本质矛盾,导致面向固定快车时刻表的慢车调度与车底接续协同优化研究尚未形成系统性方法.这一理论缺失使得在采用固定快车与动态慢车协同运营模式的城市中,既有成果难以直接应用于实际客流适配场景.

为此,本文提出一种快慢车协同调度优化框架,聚焦于解决固定快车时刻表与动态客流适配的工程应用矛盾,提出慢车调度与车底接续的协同优化范式.面向模型的复杂约束特性,提出基于列车运行特性的固定快慢车时刻表的工程应用算法(Fast Solution Algorithm for Engineering-Stop Skip,FSAE-SS),并以西南地区某城市轨道交通10号线为案例进行实证分析,验证模型的可行性与有效性.本文核心贡献在于构建了贴合运输企业编图流程的运力适配机制,为同类城市的快慢车协同调度提供可迁移的解决方案.

1　问题描述

针对城市轨道交通中快车时刻表固定与客流需求动态变化之间的矛盾,提出了一种快慢车协同调度优化方法.由于快车时刻表需提前公布并保持稳定,而客流需求具有显著变化性,研究重点聚焦于在固定快车运行框架下,通过优化慢车发车时刻、停站方案和车底接续计划,实现运力供给与客流需求的精准匹配.

在运输企业实际优化计划运行图的过程中,运输企业需直接基于颗粒度的区间断面客流量,而非OD客流量或进站量匹配运力供给[21].通过统计时段内车站间客流峰值、列车定员载客能力及期望满载率动态确定行车间隔,并据此在固定快车时刻表的刚性框架下加入慢车.这一过程需同步疏解快慢车越行冲突、折返资源竞争与车底周转效率等多重现实约束.若运输企业采用传统OD客流分配模型计算乘客平均等待时间指标,则需额外叠加客流分配、路径选择概率估计等间接计算层,将显著增加数据处理复杂度与模型校验周期,难以满足企业编制周期的实际工程时效要求[22].这导致协同优化快慢车时刻表的工作难度极大.一方面,快车时刻表的刚性约束与客流时空分布的不确定性形成尖锐矛盾;另一方面,实际运营中还需协调列车越行与折返作业等多重复杂限制,进一步增加了优化模型的求解难度.

现有快慢车协同优化研究通常假设快车时刻表可动态调整,与实际运营中运输企业需提前公示固定快车时刻表的刚性需求存在本质矛盾.快车时刻表的固定性一方面极大压缩了慢车调度方案的可行域,导致传统以时刻表整体优化为目标的模型失效;另一方面,其与客流时变性、列车越行逻辑及车底周转效率等多维约束强耦合,加剧工程优化困难:既需在固定快车到发时刻的间隔中精准加开慢车,又要协调折返资源匹配车底接续计划,同时保障区间运力供给与客流需求的动态平衡.这一技术困境使得既有研究成果难以直接应用于采用快车时刻表公示模式的城市轨道交通系统,亟须建立面向工程实践的协同调度新范式.因此应通过建立混合整数规划模型,将快车时刻表作为刚性约束,同时考虑列车越行、折返作业等实际运营限制,确保优化后的慢车调度方案既满足客流需求,又与快车运行保持协调.

本文所研究的快慢车协同运行模式中,快车采用固定时刻表与差异化停站方案,承担长距离客流快速直达服务,慢车采用站站停模式,提供全站点基础覆盖与均匀发车间隔保障.线路拓扑结构如图1所示,共包含I个车站,沿上行方向依次编号为s_1至s_I.其中,端点车站s_1与s_I分别配置下行至上行、上行至下行折返线,支持列车运行方向的动态切换.下行列车抵达s_1后经折返作业转换为上行列次,上行列车在s_I完成折返后转为下行服务.位于线路中部的s_3站设置双站停线,为快慢车越行提供条件.慢车停靠时占用常规站台线执行乘降作业,快车则通过越行线实现超越,从而满足差异化停站需求.该线路结构为快慢车协同调度提供了典型应用场景.

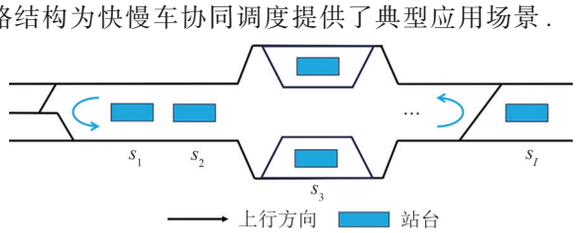


图1　城市轨道交通线路布置形式

Fig.1　Layout configurations of urban rail transit lines

2　数学模型

2.1　符号

为准确描述问题边界、构建数学关系并实现模型的标准化表达,首先对模型中涉及的集合、参数、决策变量等基础要素进行统一定义,覆盖车站、列车、客流、时间、安全间隔、停站规则、折返作业及车底运用要素,符号及说明如表1所示.

2.2　约束条件

列车运行过程需综合满足行车安全、作业标准、服务水平、资源配置与客流承载等多维度运营要求,

表 1 模型符号及说明

Tab.1 Model notations and descriptions

符号	说明	符号	说明
S	车站集合	$\phi_{\min}$	慢车在车站的最小停留时间
A_i	在经过车站s_i的全部上行列车集合	u_i	车站s_i的最小折返时间
A	上行列车集合	z^{up}	上行列车全周转运行里程
B_i	在车站s_i停留的全部下行列车集合	z^{down}	下行列车全周转运行里程
B	下行列车集合	b	线路储备的车底数量
Z	全部列车集合,$Z=A\cup B$	c	每列车可提供的运输能力
I	车站数量	η_λ	期望最大满载率
t_{span}	时间粒度	$t_{k,i}^{\mathrm{arr}}$	列车ζ_k在车站s_i的到达时刻
$G_i^{\mathrm{up}}(t)$	在t时刻所属的统计时段,车站s_i与车站s_{i+1}形成的上行区间的客流需求量	$t_{k,i}^{\mathrm{dep}}$	列车ζ_k在车站s_i的离开时刻
$G_i^{\mathrm{down}}(t)$	在t时刻所属的统计时段,车站s_i与车站s_{i-1}形成的下行区间客流需求量	t_k^{sta}	列车ζ_k在始发站的始发时刻
$h_{\max}$	为满足乘客服务的最大行车间隔	$\phi_{k,i}$	列车ζ_k在车站s_i的停站时间
τ_{p}	非越行时为满足行车安全下一列车到达时间与前一列车出发的最小间隔时间	B_x	列车接续关系集合
$\tau_{\mathrm{sp},1}$	越行时快车到站时刻与慢车到站时刻的最小间隔	ϑ_k	列车ζ_k的方向,当列车ζ_k向上行运行时$\vartheta_k=0$,列车ζ_k向下行运行时$\vartheta_k=1$
$\tau_{\mathrm{sp},2}$	越行时慢车离站时刻与快车离站时刻的最小间隔	$\theta_{k,i}$	列车ζ_k在车站s_i是否越行,当列车ζ_k在车站s_i不越行时$\theta_{k,i}=0$,反之$\theta_{k,i}=1$
ϕ_{skip}	慢车在车站被越行的最大停留时间	$\beta_x(\zeta_k,\zeta_{k'})$	列车ζ_k与列车$\zeta_{k'}$是否接续
$\phi_{\max}$	慢车在车站不被越行的最大停留时间	M	一个足够大的正整数

各类约束相互关联,需在统一框架下协同考虑:到发间隔约束保障列车在区间与车站的运行安全与秩序;停站时间约束兼顾乘客乘降作业效率与旅行时间控制;服务频率约束确保线路具备稳定可靠的客运服务能力;折返约束规范列车在端点站的作业衔接与方向转换;车底数量约束限定可用运力资源规模;满载率约束则保证列车运力供给与区间客流需求相匹配.这些约束共同构成快慢车协同调度的可行域边界与工程可行性前提.

2.2.1 到发间隔约束

到发间隔约束可分为非越行到发间隔约束与越行到发间隔约束,用于保证列车在区间和车站间的行车安全,模型中s_i的上行列车依据到站时刻从小到大排序.非越行到发间隔约束条件为

$$t_{k,i}^{\mathrm{arr}}-t_{k-1,i}^{\mathrm{dep}}\geqslant\tau_{\mathrm{p}}\qquad\forall s_i\in S,\theta_{k-1,i}=\theta_{k,i}=0,\ \vartheta_{k-1}=\vartheta_k \tag{1}$$

式中,τ_{p}表示在前一列车发车后,车站至少需在τ_{p}后办理下一列车的到达作业.

越行到发间隔约束为

$$t_{k,i}^{\mathrm{arr}}-t_{k-1,i}^{\mathrm{arr}}\geqslant\tau_{\mathrm{sp},1}\qquad\forall s_i\in S,\theta_{k-1,i}=0,\ \theta_{k,i}=1,\vartheta_{k-1}=\vartheta_k \tag{2}$$

$$t_{k-1,i-1}^{\mathrm{dep}}-t_{k,i}^{\mathrm{dep}}\geqslant\tau_{\mathrm{sp},2}\qquad\forall s_i\in S,\theta_{k-1,i}=0,\ \theta_{k,i}=1,\vartheta_{k-1}=\vartheta_k \tag{3}$$

式中:$\theta_{k,i}$定义了快车越行慢车的安全间隔规则,当列车ζ_k在车站s_i越行时,$\theta_{k,i}=1$,其前序同向列车ζ_{k-1}即为被越行的慢车;越行快车到站时刻至少早于被越行慢车到站时刻一个安全阈值$\tau_{\mathrm{sp},1}$,确保两车相继进站时不发生追尾;被越行慢车在快车驶离车站$\tau_{\mathrm{sp},2}$后才可发出,防止出站时发生侧向冲突.明确限定越行行为仅发生于快车对慢车的单向超越场景,即快车间互不越行,符合实际运营中固定的快车时刻表可行且仅快车越行慢车的工程应用场景.

2.2.2 停站时间约束

列车停站时间约束包括非越行列车停站时间约束与越行列车停站时间约束.列车在非越行车站停站办理乘降作业时存在最小停站时间$\phi_{\min}$与最大停站时间$\phi_{\max}$.最小停站时间用于保证列车运行安全与乘客乘车,最大停站时间用于节省乘客总出行时间.非越行车站停站时间约束为

$$\phi_{\min}\leqslant\phi_{k,i}\leqslant\phi_{\max}\qquad\forall s_i\in S,\theta_{k,i}=0,\ \nexists\theta_{k+1,i}=1,\vartheta_{k-1}=\vartheta_k \tag{4}$$

被越行的列车在越行车站停站时间应满足列车越行的最小停站时间与最大停站时间ϕ_{skip}.越行车站停站时间约束为

$$\phi_{\min}\leqslant\phi_{k,i}\leqslant\phi_{\mathrm{skip}}\qquad\forall s_i\in S,\theta_{k,i}=0,\ \theta_{k+1,i}=1,\vartheta_{k-1}=\vartheta_k \tag{5}$$

2.2.3　服务频率约束

为保证服务频率,列车的行车间隔应不大于运营允许的最大行车间隔$h_{\max}$,约束条件表示为

$$t_{k,i}^{\mathrm{dep}}-t_{k-1,i}^{\mathrm{dep}}\leqslant h_{\max}\qquad \forall s_i\in S,\theta_{k-1,i}=\theta_{k,i}=0,\ \vartheta_{k-1}=\vartheta_k \tag{6}$$

当快车在该车站不停站时乘客无法乘坐快车,需要等待下一列停站列车,因此快车若不停靠车站则不应用于计算行车间隔中.

2.2.4　折返时间约束

折返时间约束指当两列车通过折返连接时,折返时间需满足最小折返时间约束,约束条件表示为

$$t_{k',i}^{\mathrm{arr}}-t_{k,i}^{\mathrm{dep}}\geqslant u_i-M\left[1-\beta_x(\zeta_k,\zeta_{k'})\right]\quad \forall i=1\cup i=I;\ \zeta_k,\zeta_{k'}\in Z \tag{7}$$

式中:$t_{k',i}^{\mathrm{arr}}$表示列车$\zeta_{k'}$到达车站s_i时刻;$t_{k,i}^{\mathrm{dep}}$表示列车ζ_k离开车站s_i时刻;u_i表示在车站s_i完成折返作业的最小时间.当列车ζ_k与列车$\zeta_{k'}$不接续时,$\beta_x(\zeta_k,\zeta_{k'})=0$,约束转换为$t_{k',i}^{\mathrm{arr}}-t_{k,i}^{\mathrm{dep}}\geqslant u_i-M$,约束恒成立;当二者接续时,$\beta_x(\zeta_k,\zeta_{k'})=1$,约束转换为$t_{k',i}^{\mathrm{arr}}-t_{k,i}^{\mathrm{dep}}\geqslant u_i$,此时约束表示两列接续列车自前一列车进入折返过程至下一列车完成折返过程所持续的时间需要大于允许的最小折返时间.

2.2.5　车底数量约束

担当运输任务的车底可来自前一列车的折返作业,也可以来自线路储存的车底,因此所有不通过折返得到车底均来自线路的储备,而线路储备的车底数量是有限的,约束条件表示为

$$|A|+|B|-\sum_{a_k\in A,b_k\in B}\beta_x(b_k,a_{k'})-\sum_{a_k\in A,b_k\in B}\beta_x(a_{k'},b_k)\leqslant b \tag{8}$$

式中:$|A|$表示上行列车的总数量;$|B|$表示下行列车的总数量;$\sum_{a_{k'}\in A,b_k\in B}\beta_x(b_k,a_{k'})$表示上行列车通过折返接续获得车底的数量;$\sum_{a_{k'}\in A,b_k\in B}\beta_x(a_{k'},b_k)$表示下行列车通过折返接续获得车底的数量,$b$表示线路存储的车底数量.

2.2.6　满载率约束

由车站s_i与车站s_{i+1}形成上行区间的客流量为

$$G_i^{\mathrm{up}}(t)=g_{t,n}^{\mathrm{up}}\qquad \forall t\in\left[t_0+(n-1)t_{\mathrm{span}},t_0+nt_{\mathrm{span}}\right),\ s_i\in S,s_{i+1}\in S \tag{9}$$

式中:$G_i^{\mathrm{up}}(t)$表示在t时刻所属的统计时段,车站s_i与车站s_{i+1}形成的上行区间的客流需求量,由于所研究的内容为时变客流,因此$G_i^{\mathrm{up}}(t)$可表示为与t相关的离散函数;$g_{t,n}^{\mathrm{up}}$表示在$\left[t_0+(n-1)t_{\mathrm{span}}\right]$与$\left(t_0+nt_{\mathrm{span}}\right)$所形成时段内的客流量.

基于$G_i^{\mathrm{up}}(t)$可以计算研究时段内车站s_i与车站s_{i+1}累积区间的客流量G_i^{up}为

$$G_i^{\mathrm{up}}=\int_{t_0}^{t_1}G_i^{\mathrm{up}}(t)\mathrm{d}t\qquad \forall s_i\in S,s_{i+1}\in S \tag{10}$$

进一步,可计算上行累积的最大区间客流量G^{up}为

$$G^{\mathrm{up}}=\max_{s_i\in S,s_{i+1}\in S}\left\{G_i^{\mathrm{up}}\right\} \tag{11}$$

同理,对于下行区间累积客流量为

$$G_i^{\mathrm{down}}=\int_{t_0}^{t_1}G_i^{\mathrm{down}}(t)\mathrm{d}t\qquad \forall s_{i-1}\in S,s_i\in S \tag{12}$$

$$G^{\mathrm{down}}=\max_{s_{i-1}\in S,s_i\in S}\left\{G_i^{\mathrm{down}}\right\} \tag{13}$$

可得研究时段内最大累积区间客流量为

$$G=\max\left\{G^{\mathrm{up}},G^{\mathrm{down}}\right\} \tag{14}$$

列车的运力供给C的计算方法为

$$C=\max_{G_{i'}^{\mathrm{up}}=G^{\mathrm{up}},G_{i'}^{\mathrm{down}}=G^{\mathrm{down}}}\left\{|A_i|c,|B_{i'}|c\right\} \tag{15}$$

式中:C表示运输企业在研究时域内提供的总运力;$|A_i|$表示经过上行区间客流量最大区间的上行列车的总数量;$|B_{i'}|$表示经过下行区间客流量最大区间的下行列车总数量;c表示每列车可提供的运输能力.

列车不能以大于期望最大满载率的方式运行,约束条件表示为

$$G_{\max}/C\leqslant\eta_\lambda \tag{16}$$

实际城市轨道交通工程中,运输企业编制运行图时需在有限车底资源和固定快车时刻表约束下实现运力精准投放.满载率约束本质是保障乘客基本出行权益的工程化核心指标,通过限制车厢拥挤程度直接提升乘车舒适性,确保不发生乘客滞留.优化模型并非是对客流匹配需求的简化处理,而是面向工程可实施性设计的精准运力适配机制:在固定快车时刻表与有限车底资源约束下,通过满载率约束刚性保障乘客乘车舒适性与基础出行权益,同时基于断面客流量动态生成慢车开行方案,实现运力投放与区间客流峰值的直接匹配.这种以断面客流-运力平衡为核心的工程化框架,避免了传统OD客流分配模型需多层仿真推演的复杂性与滞后性,在满足乘客核心需求的前提下,通过最小化运营里程达成系统最优平衡.

2.3　优化目标

优化目标为最小化全部列车的运营里程,目标函数表达式为

$$\min f=|A|z^{\mathrm{up}}+|B|z^{\mathrm{down}} \tag{17}$$

本模型在固定快车时刻表刚性约束下构建了兼顾工程可解性与客流适配性的协同调度框架，其混合整数规划结构（Mixed Integer Linear Programming，MILP）通过断面客流驱动的运力配置机制（式（9）～式（16））直接对接运输企业编图数据源，规避了传统OD客流分配模型的间接计算负担.满载率约束以车厢舒适性和防滞留能力为乘客需求设立保障底线，而到发间隔（式（1）～式（3））、停站时间（式（4）～式（5））、折返耦合（式（7））、车底运用（式（8））等多维规则确保方案满足行车安全与时刻表稳定性等工程硬性要求.模型以最小化运营里程为目标驱动车底资源高效周转，为高约束场景下的工程级调度决策提供了理论完备的优化模型.

3 求解算法

构建的混合整数规划模型面临三重求解挑战：其一，可行域高度离散化，固定快车时刻表通过到发间隔约束与折返耦合切割解空间，形成非凸可行域；其二，约束具备强耦合性，车底接续计划（式（8））与慢车时刻表通过折返时间动态绑定，任一列车时刻调整需同步验证车底资源可行性；其三，决策变量具备混合性，停站时间为连续变量，而越行标志与车底接续为0-1整数变量，导致解空间维度爆炸.

此类特性使得商用求解器在大规模案例下难以在工程可接受时间内收敛，而传统启发式算法因随机搜索缺乏确定性迭代策略，在可行域高度离散化环境中易无法求得可行解或陷入局部最优.为保证模型可求解验证，提出FSAE-SS算法，其数理必要性体现为：其一，以区间客流需求计算初始慢车可行解压缩搜索范围；其二，添加固定快车时刻表，通过冲突集驱动的搜索机制将高维混合优化转化为可行解寻优.基于模型提出的越行规则和停站弹性构建邻域修正方向，实现可行域碎片环境下的定向收敛，为固定时刻表约束下的运力协同优化提供了计算可行的求解方法.

3.1 生成初始解

在生成初始解时需要以等间隔方式生成列车，列车的行车间隔计算为

$$h_\lambda = \max\left\{\mathrm{round}\left[c\eta_\lambda(t_1-t_0)/G,0\right]\right\} \tag{18}$$

式中：c表示每列车可以提供的动力；η_λ表示期望的最大满载率；t_0、t_1分别表示研究的开始、结束时刻；G表示最大区间客流；round[·]表示对于结果以四舍五入的方式保留整数，该计算方法可以保证使用h_λ开行的列车能得到理论最优值.但列车实际运行受到发间隔约束与服务频率约束，因此可以得到

$$h_x=\begin{cases}\phi_{\max}+\tau_{\mathrm{p}} & \phi_{\max}+\tau_{\mathrm{p}}<h_\lambda\\ h_\lambda & \phi_{\max}+\tau_{\mathrm{p}}\leqslant h_\lambda\leqslant h_{\max}\\ h_{\max} & h_{\max}<h_\lambda\end{cases} \tag{19}$$

式中，$(\phi_{\max}+\tau_{\mathrm{p}})$表示列车以最大停站时间在各车站停留时线路应当开行的行车间隔.

基于h_λ可以计算各列车的始发时刻t_k^{sta}为

$$t_k^{\mathrm{sta}}=t_0+(k-1)h_x \tag{20}$$

定义已知时域开始时刻t_0、时域结束时刻t_1、行车间隔h_x、停站时间Φ、区间运行时间P、上行与下行首车始发时刻差值σ，并使用式（1）～式（3）计算各列车时刻表的映射关系为

$$Z=\Theta(t_0,t_1,h_x,\Phi,P,\sigma) \tag{21}$$

对于任意服务交路列车以h_x的间隔周期运行时，列车ζ_k与列车$\zeta_{k'}$折返接续时，列车$\zeta_{k+\xi}$与列车$\zeta_{k'+\xi}$也可折返接续，因此可根据时刻表Z计算折返接续关系B_x，定义基于时刻表Z计算接续关系的映射为

$$B_x=\Gamma(Z) \tag{22}$$

综上，生成单初始解共包含4个步骤.

步骤1：根据式（18）～式（19）计算h_x.

步骤2：根据式（20）计算t_k^{sta}，初始化$\sigma=1$.

步骤3：对于任意$1\leqslant\sigma\leqslant\sigma_1$，根据式（21）计算偏差值为$\sigma$的列车时刻表$Z_\sigma$，根据式（22）计算偏差值为$\sigma$的列车接续关系$B_\sigma$，若$Z_\sigma$、$B_\sigma$满足列车运营约束，则进入步骤4，否则变更$\sigma$，重新进入步骤3，直至搜索全部可行的$\sigma$值.

步骤4：记录当前可行解k并添加至初始可行解集合K中，返回步骤3.

3.2 计算最优解

基于固定的快车时刻表初始慢车可行解K得到最优解，共包含5个步骤.

步骤1：搜索$\kappa\in K$，遍历未完成时进入步骤2.

步骤2：搜索ζ_k计算与列车ζ_k存在运行冲突的列车集合$Z_{k,\mathrm{conf}}=\{\zeta_{k,1},\zeta_{k,2},\cdots,\zeta_{k,M}\}$直至完成.

步骤3：搜索$\zeta_{k,m}\in Z_{k,\mathrm{conf}}$，在$[-\sigma_2,\sigma_2]$范围内变更始发时刻，若根据式（21）与式（22）得到可行解返回步骤2，否则进入步骤4.

步骤4：搜索$\zeta_{k,m}\in Z_{k,\mathrm{conf}}$，随机选择$\zeta_{k,m}$经过的车站$s_i$，随机更改停站时间$\phi'_{k,i}=\mathrm{random}\{\phi_{\min},\phi_{\max}\}$，当列车$\zeta_{k,m}$根据式（21）与式（22）得到可行解返回步骤2，否则进入步骤5.

步骤 5：搜索 $\zeta_{k,m}\in Z_{k,\mathrm{conf}}$，搜索 $\zeta_{k,m}$ 经过的可越行车站 s_i，若车站不可被越行，搜索停站时间 $\phi'_{k,i}=[\phi_{\min},\phi_{\max}]$；若车站可被越行，搜索停站时间 $\phi'_{k,i}=[\phi_{\min},\phi_{\mathrm{skip}}]$，根据式（21）与式（22）得到可行解返回步骤 2，否则返回无可行解.

FSAE-SS 算法的核心创新在于其冲突集引导下的定向修正机制，随机搜索仅在局部冲突消解中作为辅助工具，FSAE-SS 算法中的随机操作严格限定于冲突集 $Z_{k,\mathrm{conf}}$，且搜索范围受工程约束刚性压缩.相比于传统随机启发式算法，FSAE-SS 算法实现了以下提升：随机性非全域遍历，仅作用于冲突列车局部时空窗口；每次随机尝试均通过时空网络映射 $Z=\Theta(\cdot)$ 与接续验证 $B_x=\Gamma(Z)$ 实时反馈可行性，从而实现了冲突定位与确定性迭代方向与寻优策略的梯度搜索.

4　算例分析

以西南地区某城市的 10 号线运行图作为研究对象验证模型与算法的有效性和效率.该线路是一条重要的南北向骨干线路，经过 2 期工程延长至全长约 60 km，高效串联了该城市众多交通枢纽、核心商业区和城市地标，极大地方便了市民和游客在机场、火车站与城市中心区域及新兴发展区域之间的快速换乘与通勤往来.该线路截至 2024 年 12 月，共设车站 27 座，使用 6 节编组 As 型列车，线路图如图 2 所示，其中车站鹿山与三亚湾为可办理越行作业的车站.

案例研究时域为某工作日的 11:00 至 13:00，统计粒度为 5 min，即 $t_{\mathrm{span}}=300$ s，下行最大区间统计时段累计为 5 197 人，非越行车站的最小停站时间 $\phi_{\min}=30$ s，最大停站时间 $\phi_{\max}=60$ s，越行车站 $\phi_{\mathrm{skip}}=180$ s，列车运力供给能力 $c=1\,532$ 人，共存车 $b=27$ 列，时域期望满载率 $\eta_k=20\%$，最小到发间隔时间 $\tau_{\mathrm{p}}=90$ s，$\tau_{\mathrm{sp},1}=\tau_{\mathrm{sp},2}=60$ s，最大服务间隔 $h_{\max}=900$ s.车站最小折返时间均为 300 s，也即 $u_1=u_{27}=300$ s，最优行车间隔 $h_x=420$ s.

选取遗传算法作为基准对比算法，其核心优势在于：无需预置模型结构，仅依赖目标函数评估与约束条件验证即可完成优化过程，具有强模型泛化能力；采用概率化搜索机制，避免陷入局部最优解，保证解空间探索的完备性.遗传算法使用 C#语言编程执行，染色体由是否启动时域列车的 0-1 变量与各列车的停站时间两部分组成，停站时间部分表示列车在各车站的停站时间，当车站为非越行车站时 $\phi_{k,i}$ 变化范围为 $[\phi_{\min},\phi_{\max}]$，当车站为越行车站时 $\phi_{k,i}$ 变化范围为 $[\phi_{\min},\phi_{\max}]\cup[\tau_{\mathrm{sp},1}+\tau_{\mathrm{sp},2},\phi_{\mathrm{skip}}]$，算法使用 0.8 的交叉率和 0.08 的突变率.

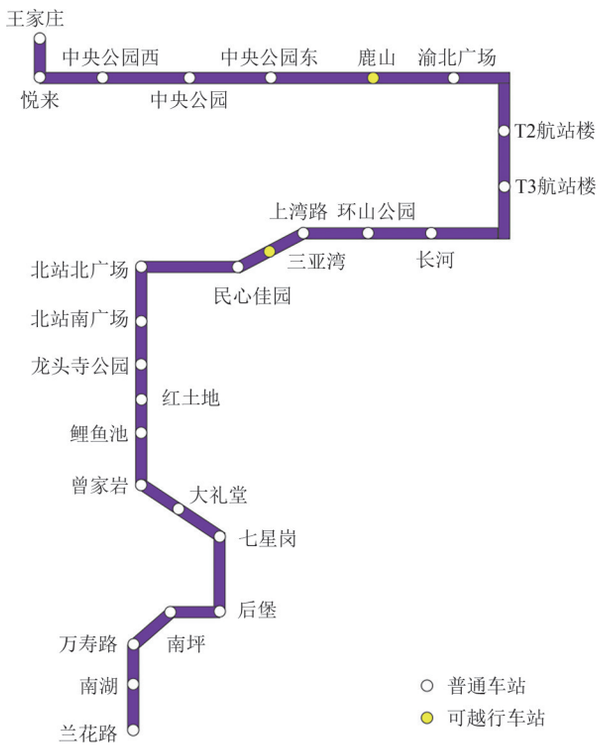


图 2　西南地区某城市 10 号线线路图

Fig.2　Route map of Line 10 in a city in Southwest China

FSAE-SS 算法采用 C#语言编写，图 3 为通过 FSAE-SS 算法求得的最优解.慢车区间运行时间的差异源于其主动适配固定快车时刻表的调度策略，在具备越行条件的车站，慢车通过延长停站时长满足快车越行间隔.为补偿越行耗时并保障非越行车站的到发间隔安全，慢车需在相邻车站压缩停站时间.这种弹性停站机制在确保快车时刻表刚性执行的前提下，通过动态平衡越行区段耗时增量与非越行区段耗时减量，实现快慢车的高效协同，体现了断

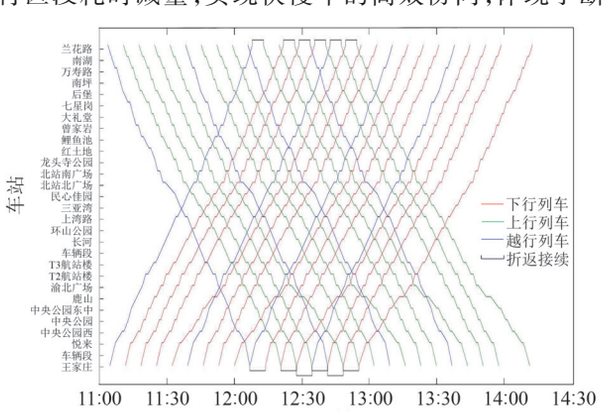


图 3　FSAE-SS 算法优化后的运行图

Fig.3　Timetable optimized by the FSAE-SS algorithm

面客流压力与快车时刻表约束下的工程化协同调度优势.

FSAE-SS优化结果与遗传算法优化结果、现场实际应用结果的对比如表2所示.

表2 优化结果对比

Tab.2 Comparison of optimization results

指标	求解时间/s	上行列次	下行列次	总列次	最大满载率/%	总运行里程/km
FSAE-SS算法优化结果	109	17	17	34	19.95	1 603.10
遗传算法优化结果	351	18	18	36	18.85	1 697.40
实际应用结果	—	18	19	37	17.85	1 744.55

由图3与表2的结果可知:相较于传统遗传算法,FSAE-SS优化了5.6%的总运营里程,并大幅降低了求解时间;相较于实际现场应用的运行图,FSAE-SS优化了8.1%的总运营里程;所有快车越行事件均集中发生于鹿山站,且单列快车仅对1列慢车实施越行操作.

FSAE-SS算法的优越性源于其确定性迭代机制.在将初始快慢车时刻表调整为可行解的过程中,针对存在时空冲突的快车ζ_k,算法通过冲突集$Z_{k,\mathrm{conf}}$的精准识别,建立结构化调整策略.对冲突慢车$\zeta_{k,m}\in Z_{k,\mathrm{conf}}$实施两种定向修正,其一是通过调节慢车发车时刻与停站时长规避越行需求,其二是主动生成满足越行站时空约束的停站方案以有序组织越行行为.该策略通过解空间拓扑结构的先验认知,将随机搜索转化为定向梯度优化,显著缩减可行解探索路径长度.相较之下,传统遗传算法采用无导向随机搜索策略,其交叉变异操作对决策变量的调整幅度与方向均服从概率分布,导致大量计算资源消耗于无效解空间的遍历.

5 结论

1)在固定快车时刻表约束下,通过快慢车协同调度可实现运输供给与时空异质性客流需求的有效匹配,在保障时刻表稳定性的同时提升运力配置效率.

2)以区间客流需求为驱动的快慢车运行图与车底折返接续协同优化机制,能够在复杂运营约束条件下实现列车运行里程的有效缩减.

3)FSAE-SS算法通过解空间压缩与冲突消解的迭代优化机制,可显著提升大规模复杂约束问题的求解效率,在保证解质量的同时实现快速收敛.

4)实证结果表明,相较于传统遗传算法,总运营里程降低5.6%,且求解效率显著提升.相较于实际应用运行图,总运营里程降低8.1%,体现出方法在工程场景中的应用潜力.

未来研究可面向多线网协同与动态客流场景,拓展固定快车时刻表约束向弹性时刻表与实时调度相结合的优化框架;可融合数据驱动方法与强化学习等智能优化技术,提升模型在不确定环境下的自适应能力,并推动快慢车协同调度方法在复杂网络与多制式系统中的工程应用.

参考文献(References):

[1] ZHOU H S, QI J G, YANG L X, et al. Joint optimization of train scheduling and rolling stock circulation planning with passenger flow control on tidal overcrowded metro lines[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2022, 140: 103708.

[2] TANG J J, LI C, LIU Y R, et al. Time domain optimize in an urban rail transit line based on passenger flow spatial and temporal distribution[J]. Journal of Circuits, Systems and Computers, 2022, 31(18): 2250308.

[3] LI C, TANG J J, ZHANG J, et al. Integrated optimization of urban rail transit line planning, timetabling and rolling stock scheduling[J]. PLoS One, 2023, 18(5): e0285932.

[4] WANG Y H, ZHU S W, D'ARIANO A, et al. Energy-efficient timetabling and rolling stock circulation planning based on automatic train operation levels for metro lines[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2021, 129: 103209.

[5] 王睿, 马驷.区域轨道交通网络运能匹配方法研究[J].交通运输工程与信息学报, 2020, 18(2): 103－110.
WANG Rui, MA Si. Regional rail transit network capacity matching method[J]. Journal of Transportation Engineering and Information, 2020, 18(2): 103－110. (in Chinese)

[6] 张海, 吕苗苗, 倪少权.基于非均匀发车间隔的大小交路时刻表优化模型[J].交通运输系统工程与信息, 2022, 22(6): 224－233.
ZHANG Hai, LV Miaomiao, NI Shaoquan. Train timetable optimization model for full-length and short-turn routings with irregular departure intervals[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2022, 22(6): 224－233. (in Chinese)

[7] 冉昕晨, 陈绍宽, 柏赟, 等.应对潮汐客流的城市轨道

交通列车节能和乘客节时运行图优化模型[J]. 中国铁道科学, 2022, 43(1): 171－181.
RAN Xinchen, CHEN Shaokuan, BAI Yun, et al. Train energy-efficient and passenger time-saving timetable optimization model for urban rail transit line with tidal passenger flow[J]. China Railway Science, 2022, 43(1): 171－181. (in Chinese)

[8] 贾斌, 朱凌, 李树凯, 等. 城市轨道交通小交路计划与客流控制协同优化策略[J]. 交通运输系统工程与信息, 2022, 22(1): 124－132.
JIA Bin, ZHU Ling, LI Shukai, et al. Collaborative optimization strategy of short-turning plan and passenger flow control in urban rail transit[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2022, 22(1): 124－132. (in Chinese)

[9] 周文梁, 黄裕, 邓连波. 考虑运行节能和车底运用的城轨时刻表优化[J]. 铁道科学与工程学报, 2023, 20(2): 473－482.
ZHOU Wenliang, HUANG Yu, DENG Lianbo. Optimization of train schedule for urban rail considering operation energy-saving and train circulation planning[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2023, 20(2): 473－482. (in Chinese)

[10] YIN J T, PU F, YANG L X, et al. Integrated optimization of rolling stock allocation and train timetables for urban rail transit networks: A benders decomposition approach[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2023, 176: 102815.

[11] 洪晨, 丁小兵, 史淦, 等. 考虑客流空间分配的城轨市郊线快慢车开行比例优化[J]. 铁道运输与经济, 2023, 45(8): 154－160.
HONG Chen, DING Xiaobing, SHI Gan, et al. Optimization of operation ratio of fast and slow trains on suburban lines considering the spatial distribution of passenger flow[J]. Railway Transport and Economy, 2023, 45(8): 154－160. (in Chinese)

[12] 刘意. 城市轨道交通快慢车模式下越行站分布及发车间隔研究[J]. 铁道运输与经济, 2021, 43(6): 119－124.
LIU Yi. Study on overtaking station distribution and departure interval in express and slow train mode of urban rail transit[J]. Railway Transport and Economy, 2021, 43(6): 119－124. (in Chinese)

[13] NIU H M, ZHOU X S, GAO R H. Train scheduling for minimizing passenger waiting time with time-dependent demand and skip-stop patterns: Nonlinear integer programming models with linear constraints[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2015, 76: 117－135.

[14] SALAMA M, ABDELHAFIEZ E, SHALABY M. Maximizing number of direct trips for a skip-stop policy in metro systems[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 137: 106091.

[15] YANG S P, WU J J, YANG X, et al. Analysis of energy consumption reduction in metro systems using rolling stop-skipping patterns[J]. Computers & Industrial Engineering, 2019, 127: 129－142.

[16] YANG A N, WANG B, HUANG J L, et al. Service replanning in urban rail transit networks: Cross-line express trains for reducing the number of passenger transfers and travel time[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 115: 102629.

[17] DONG X L, LI D W, YIN Y H, et al. Integrated optimization of train stop planning and timetabling for commuter railways with an extended adaptive large neighborhood search metaheuristic approach[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 117: 102681.

[18] ZHAO S, YANG H, WU Y H. An integrated approach of train scheduling and rolling stock circulation with skip-stopping pattern for urban rail transit lines[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2021, 128: 103170.

[19] 李团社, 李宇迪, 吕苗苗, 等. 既有地铁线非站站停列车开行方案与越行站设置协同优化研究[J]. 铁道运输与经济, 2024, 46(7): 179－189.
LI Tuanshe, LI Yudi, LYU Miaomiao, et al. Collaborative optimization of non-all station-stop train operation schemes and overtaking station settings of existing subway lines[J]. Railway Transport and Economy, 2024, 46(7): 179－189. (in Chinese)

[20] 董秋含, 唐金金, 刘晓宇, 等. 城市轨道交通列车运行计划编制与优化研究综述[J]. 铁道运输与经济, 2025, 47(4): 48－61.
DONG Qiuhan, TANG Jinjin, LIU Xiaoyu, et al. Review of research on train operation planning and optimization for urban rail transit[J]. Railway Transport and Economy, 2025, 47(4): 48－61. (in Chinese)

[21] DONG Q H, TANG J J, SHANG W L, et al. Intelligent scheduling of urban rail transit loop line trains: A study on coordinated optimization of timetables and rolling stock circulation plans based on DQN deep reinforcement learning[J]. Computers & Industrial Engineering, 2025, 207: 111297.

[22] ZHAO Q Q, TANG J J, LI C, et al. Optimization of passenger flow control and customized bus bridging in urban rail transit network[J]. Computers & Operations Research, 2025, 178: 106997.