北京林业大学学报
JOURNAL OF BEIJING FORESTRY UNIVERSITY

基于广义加性模型的红松树干纵向木材密度模型研建

马永 何培 张兹鹏 姜立春

Developing a longitudinal wood density model for *Pinus koraiensis* stems based on generalized additive models

Ma Yong, He Pei, Zhang Zipeng, Jiang Lichun

引用本文:
马永, 何培, 张兹鹏, 姜立春. 基于广义加性模型的红松树干纵向木材密度模型研建[J]. 北京林业大学学报, 2026, 48(7):48–57. doi: 10.12171/j.1000–1522.20250465
Ma Yong, He Pei, Zhang Zipeng, Jiang Lichun. Developing a longitudinal wood density model for *Pinus koraiensis* stems based on generalized additive models[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2026, 48(7):48–57. doi: 10.12171/j.1000–1522.20250465

在线阅读 View online: https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20250465

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

基于beta回归的迎春5号杨树树干密度混合效应模型
Mixed effect model of stem density of *Populus nigra* × *P. simonii* based on beta regression
北京林业大学学报, 2023, 45(5): 67–78. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20220450

基于广义加性模型的落叶松树冠半径模型研建
Construction of crown radius models for *Larix gmelinii* based on generalized additive model
北京林业大学学报, 2025, 47(3): 73–82. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20240272

基于非线性混合效应模型的东北红松树高胸径关系
Relationship between tree height and DBH of *Pinus koraiensis* in northeastern China based on nonlinear mixed effects model
北京林业大学学报, 2025, 47(3): 38–48. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20240321

无损检测指标与木材横纹局部抗压强度和密度的相关性
Correlations between nondestructive testing indicators and local transverse compressive strength as well as wood density
北京林业大学学报, 2024, 46(5): 136–142. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20230367

基于抚育间伐效应的红松人工林枝条密度模型
Branch density model for *Pinus koraiensis* plantation based on thinning effects
北京林业大学学报, 2021, 43(2): 10–21. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20200057

基于生长与木材性状的红松优良种源评价选择
Evaluation and selection of excellent provenances of *Pinus koraiensis* based on growth and wood properties
北京林业大学学报, 2022, 44(3): 12–23. https://doi.org/10.12171/j.1000–1522.20210247

DOI:10.12171/j.1000−1522.20250465

基于广义加性模型的红松树干纵向木材密度模型研建

马　永　何　培　张兹鹏　姜立春
（东北林业大学林学院，森林生态系统可持续经营教育部重点实验室，黑龙江 哈尔滨 150040）

摘要:【目的】人工红松是东北地区重要的用材与生态树种，其树干木材密度纵向变异对木材品质筛选、生物量和碳储量估算至关重要，传统模型难以精准捕捉其纵向变化特征。本研究旨在分析红松木材密度的纵向变化规律，构建高精度预测模型，为红松材性和生物量的精准评估提供依据。**【方法】**以孟家岗林场 30 株红松的 402 个木材密度样本为研究对象，首先从 9 个木材密度模型中筛选出最优基础模型，在此基础上引入传统易获取的林分变量（每公顷株数、每公顷断面积、林分平均高和林分平均胸径）构建广义线性模型，并采用连续自回归误差结构 CAR(1)降低模型残差自相关。同时，基于广义加性模型（GAM）理论构建木材密度模型，并比较了 GAM 6 种光滑函数的拟合效果。最后使用十折交叉验证法比较不同模型构建方法的预测性能。**【结果】**(1)红松木材密度沿树干纵向呈明显的非线性变化规律，整体表现为随相对高增加“先降后升”的趋势。(2)在基础模型对比中，自建模型 Model 9 的拟合效果最佳。以 Model 9 为基础引入每公顷株数构建的广义线性模型进一步提升了模型的拟合性能，与 Model 9 相比，其调整决定系数（R^2_{adj}）提高了 2.4%，平均绝对误差（MAE）下降了 0.7%。(3)采用连续自回归误差结构 CAR(1)有效降低了基础和广义线性模型的残差自相关性。修正后，两个模型的 MAE 相较于修正前分别下降了 2.4%、2.5%。(4)基于三次回归样条（CR），采用胸径、胸径年平均生长量、冠幅、相对高和每公顷株数为变量构建的 GAM 表现出最优估测能力。十折交叉验证结果进一步证实 GAM 具有更高的稳健性与泛化能力，和广义线性模型相比其R^2_{adj}提高了 13.25%，MAE 下降了 9.54%。**【结论】**本研究系统构建了红松树干纵向木材密度模型，揭示了其“先降后升”的纵向变异模式。GAM 在拟合效果、预测精度及稳定性方面均优于基础模型和广义线性模型，可实现对红松不同树干高度木材密度的准确估计。该模型为该区域人工红松木材质量分段评估、生物量和碳储量的精准估算以及经营管理提供了可靠的工具。

关键词：红松；木材密度；广义加性模型（GAM）；纵向变异；连续自回归误差结构（CAR(1)）
中图分类号：S758.2；S757　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1000−1522(2026)07−0048−10
引文格式：马永，何培，张兹鹏，等. 基于广义加性模型的红松树干纵向木材密度模型研建［J］. 北京林业大学学报，2026，48(7)：48−57. Ma Yong, He Pei, Zhang Zipeng, et al. Developing a longitudinal wood density model for *Pinus koraiensis* stems based on generalized additive models［J］. Journal of Beijing Forestry University, 2026, 48(7): 48−57.

Developing a longitudinal wood density model for *Pinus koraiensis* stems based on generalized additive models

Ma Yong　He Pei　Zhang Zipeng　Jiang Lichun
(School of Forestry, Key Laboratory of Sustainable Forest Ecosystem Management of Ministry of Education, Northeast Forestry University, Harbin 150040, Heilongjiang, China)

Abstract:［**Objective**］Plantation-grown *Pinus koraiensis* is an important timber and ecological tree species in the forest regions of Northeast China. The longitudinal variation in its stem wood density is crucial for wood quality sorting, and for estimating biomass and carbon stocks. However, it is difficult for traditional models to accurately capture its longitudinal variation characteristics. This study aims to analyze the

收稿日期: 2025−11−19　**修回日期:** 2026−01−15
基金项目: 国家自然科学基金项目（32271866）。
第一作者: 马永。主要研究方向：林分生长与收获模型。Email：15762025273@163.com　地址：150040 黑龙江省哈尔滨市香坊区和兴路 26 号东北林业大学林学院。
责任作者: 姜立春，教授，博士生导师。主要研究方向：林分生长与收获模型。Email：jlichun@nefu.edu.cn　地址：同上。
本刊网址: https://j.bjfu.edu.cn；https://journal.bjfu.edu.cn

longitudinal variation pattern of *Pinus koraiensis* wood density and develop a high-accuracy predictive model to provide a basis for the precise assessment of wood properties and biomass.［**Method**］Based on 402 wood density samples collected from 30 *Pinus koraiensis* trees in Mengjiagang forest farm, this study first selected the optimal basic model from nine candidate wood density models. On this basis, traditional and easily accessible stand variables (number of trees per hectare, basal area per hectare, average stand height, and average stand diameter at breast height) were introduced to construct a generalized linear model, and the continuous autoregressive error structure CAR(1) was adopted to reduce the autocorrelation of model residuals. Meanwhile, a wood density model was constructed based on the theory of generalized additive models (GAM), and the fitting effects of the six smoothing functions of GAM were compared. Finally, the predictive performance of different modeling approaches was compared using ten-fold cross-validation method.［**Result**］(1) The wood density of *Pinus koraiensis* exhibits a distinct nonlinear pattern along the stem longitudinal gradient, showing an overall trend of initially decreasing and then increasing with relative height. (2) Among the base models, our self-developed Model 9 achieved the best fitting performance. The generalized linear model developed based on Model 9 by introducing trees per hectare further improved the model fitting performance. Compared with Model 9, the adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}) increased by 2.4%, MAE decreased by 0.7%. (3) The application of a continuous autoregressive error structure of order 1, CAR (1), effectively reduced residual autocorrelation in both the basic and generalized linear models. After correction, while the mean absolute error (MAE) values of the two models decreased by 2.4% and 2.5%, respectively, compared with those before correction. (4) The GAM constructed using cubic regression splines (CR) with variables including DBH, mean annual increment of DBH, crown width, relative height, and number of trees per hectare exhibited the best predictive capability. The ten-fold cross-validation results further confirmed that the GAM has superior robustness and generalization ability. Compared with the generalized linear model, its R^2_{adj} increased by 13.25% and the MAE decreased by 9.54%.［**Conclusion**］This study systematically constructed a longitudinal wood density model for the stems of *Pinus koraiensis*, and revealed its longitudinal variation pattern of "first decreasing and then increasing". The GAM is superior to the basic model and the generalized linear model in fitting performance, prediction accuracy, and stability, and can accurately estimate the wood density at any stem height of *Pinus koraiensis*. This model provides a reliable tool for segmented wood quality assessment, precise biomass and carbon stock estimation, and sustainable management of plantation-grown *Pinus koraiensis* in the region.

Key words: *Pinus koraiensis*; wood density; generalized additive models (GAM); longitudinal variation; continuous autoregressive error structure of order 1 (CAR(1))

木材密度是表征木材性质的重要指标，其变异规律对木材品质筛选[1]、林木培育策略制定[2]、造纸原料适用性评估[3]、实木加工工艺优化[4]以及不同用途木材的科学选用与合理利用均具有重要指导意义。近年来，除在木材工业领域外，木材密度因在估算林木生物量和碳储量中的关键作用而备受关注[5]。木材密度具有高度可变的木材特性，在物种之间以及给定物种的树木之间和内部都存在较大变异，这也是森林生物量估算不确定性的来源。Deng 等[6]对马尾松（*Pinus massoniana*）的研究发现，树干木材密度自基部向顶部逐渐递减。Wassenberg 等[7]研究表明，香椿（*Toona sinensis*）的木材密度自树干基部至顶部呈现出先降后升的 U 型分布曲线，而格木（*Erythrophleum fordii*）的木材密度自树干基部至顶部呈现出垂直降低的趋势。

针对木材密度在树干内的纵向变化特性，现有研究主要采用线性、非线性和混合效应模型来模拟木材密度的变化。如 Repola 等[8]采用线性混合效应模型分析了挪威云杉（*Picea abies*）树干木材密度的纵向变化规律；Billard 等[9]通过构建双指数模型，揭示了冷杉（*Abies alba*）木材密度的纵向变化规律；Kimberley 等[10]应用非线性混合效应方法建立了 4 个木材密度模型，预测了不同区域辐射松（*Pinus radiata*）木材密度在单木和林分尺度上的变异；吴新华等[11]利用广义线性模型实现了对迎春 5 号杨树（*P. nigra* × *P. simonii*）树干各部位木材密度的预测。

然而，这些模型多依赖特定函数形式和模型假设，难以灵活捕捉木材密度复杂的非线性特征，对异常值敏感，且在整合多因素影响时受模型结构的限制，实际应用存在局限性。虽然混合效应模型方法能够提高木材密度的预测精度，但应用的前提是必须至少有 1 个树干上部木材密度实测值进行模型校正，且有研究指出一个点的校正效果有限[12−13]，每株树需至少测量 2 个位置的上部木材密度才能有效提升精度，这限制了模型的应用。

在树干木材密度纵向变化研究中，参数模型假设的局限性促使兼具灵活性与适应性的半参数模型研究成为一个新的发展方向。其中，广义加性模型（generalized additive model，GAM）作为一种常用的半参数方法，是广义线性模型的延伸。GAM 通过将线性预测项中的线性组合替换为平滑函数之和，允许因变量与自变量之间存在非线性关系，同时保留了模型的可解释性[14]。该模型具有较强的数据驱动特性，即模型主要由数据中的规律决定，而非依赖预先设定的模型固定结构[15−16]。目前，该方法已在林业建模研究中得到应用。例如，立地生产力评估[17]、单木胸径生长[18]、树高曲线模拟[19]、干形模拟[20]、冠幅与树冠半径预测[21]等。半参数模型形式灵活，不依赖于数据分布假设，且完全由数据驱动，这些特点使其更适用于木材密度纵向变化的建模。然而，GAM 应用于树干木材密度纵向变化建模的研究仍较为匮乏。

红松（*Pinus koraiensis*）是我国东北林区的主要造林树种之一，研究其树干木材密度纵向变化规律及其模拟方法对木材质量评价、生物量和碳储量的精准评估具有重要意义。因此，本研究以人工红松为对象，系统分析其树干木材密度纵向变化规律及其影响因素。采用广义加性模型理论构建木材密度模型，并与传统的基础模型和广义线性模型（多元线性回归模型）进行深入的比较分析，为红松树干木材密度精准估计提供方法参考。

1 研究区概况与研究方法

1.1 数据来源

本研究数据来自孟家岗林场，该林场位于黑龙江省佳木斯市桦南县（46°20′ ~ 46°30′N，130°32′ ~ 130°52′E），地处完达山西麓余脉。该区域属低山丘陵地貌，整体地势平缓，坡度多介于 10° ~ 20°之间，呈东北高、西南低的走势，海拔范围为 200 ~ 500 m，以缓坡和台地地形为主。土壤以暗棕壤为主，土层深厚、肥力较高，为林木生长提供了良好的立地条件。气候属典型的东亚大陆性季风气候，四季分明，年平均气温 3 ~ 4 ℃，无霜期约 120 ~ 130 d，年均降水量约 550 mm。降水分配不均，主要集中在 6—8 月，占全年降水总量的 60% 以上。林场主要造林树种有红松、落叶松（*Larix olgensis*）和樟子松（*Pinus sylvestris*）等。

在该地区共设置了 10 块不同年龄、林分密度、立地条件的红松人工林样地，每块样地面积为 0.06 hm^2。在树木伐倒前对样地内树木进行每木检尺，测量树高、胸径、地径、冠幅和枝下高等信息。完成每木检尺后在各样地内，分别随机选取优势木、平均木和被压木各一株。该抽样策略旨在以有限的样本量，最大化覆盖林分的径阶范围，确保所建模型具有广泛的代表性。在树木伐倒后，将树干从树干基部到树梢按 1 m 距离进行分段，称取各分段的树干鲜质量，在 1.3 m 处以及各区分段下端分别截取厚度为 3 ~ 5 cm 的圆盘，直到剩余的区分段的长度不足 1 m，称其圆盘鲜质量。将圆盘放入塑料密封袋中，以防止水分流失。在密封袋上标注盘高、盘号、树号、样地等基本信息。将圆盘带回实验室，在测量圆盘干质量之前，用排水法测量其体积。之后，将样本放在通风良好的烘箱中，在 105 ℃ 下干燥至少 75 h，直到质量恒定。随后根据样品干质量和样品体积计算木材密度（g/cm^3）作为木材密度实测值。红松人工林主要样木因子见表 1。

1.2 研究方法

1.2.1 基础模型

树干木材密度的纵向模拟多基于传统的线性或非线性模型形式。在文献调研基础上，本研究选取了 8 个现有密度模型（表 2），并构建了 1 个新的木材密度模型。为消除树木个体高度差异对分析的影响，并便于模型构建与比较，本研究将绝对高度（h_{ij}）转换为相对高度（H_{rij}）。对自建模型采用方差膨胀因子（variance inflation factor，VIF）评估自变量间的多重共线性。最终自建模型满足参数显著（$P < 0.05$），且 VIF < 5 的标准。

1.2.2 广义木材密度线性模型

根据木材密度与各因子的相关性强弱，筛选出森林调查易获取的林分变量，包括每公顷株数（N）、林分平均高（H_a）、每公顷断面积（B_A）、林分平均胸径（D_m），随后依次将这些林分变量单独引入到最优基础模型中，评估其对模型拟合效果的改善程度。以模型赤池信息量准则（AIC）和均方根误差（RMSE）等评价指标最小化为原则，且所有参数均通过显著性检验（$P < 0.05$）的林分变量作为筛选条件，确定最优林分变量。使用方差膨胀因子（VIF）检验引入林分变量后模型的多重共线性，确保所有变量的 VIF 值小于 5。

表 1　红松样木因子统计

Tab. 1　Statistics of *Pinus koraiensis* sample trees

树木因子	最小值	平均值	最大值	标准差
年龄/a	22.00	31.00	39.00	3.50
胸径/cm	12.50	20.00	27.30	4.10
树高/m	9.30	12.18	16.10	1.48
冠幅/m	2.65	4.50	7.40	1.33
冠长/m	3.60	6.17	9.90	1.64
枝下高/m	2.70	6.01	10.70	1.88
木材密度/(g·cm^{-3})	0.29	0.38	0.51	0.05

注：木材密度样本数为402，其他因子样本数均为30。

表 2　基础模型形式

Tab. 2　Basic model forms

模型	数学表达式	来源
Model 1	$\rho_{ij}=a_0+a_1x_i^{0.5}+a_2x_i^3$	Flórez等[22]
Model 2	$\rho_{ij}=a_0+a_1\left(H_{rij}-h_k\right)+a_2\left(H_{rij}^2-h_k^2\right)+a_3(H_{rij}^3-h_k^3)$	Kimberley等[23]
Model 3	$\rho_{ij}=a_0+a_1T_{HTi}+a_2G_i+a_3H_{rij}+a_4H_{rij}^2$	Repola[8]
Model 4	$\rho_{ij}=a_0+a_1D_{BHi}+a_2T_{HTi}+a_3H_{rij}+a_4H_{rij}^2+a_5H_{rij}^3+a_6D_{BHi}/T_{HTi}$	Planck等[24]
Model 5	$\rho_{ij}=a_0+a_1A_{gei}+a_2D_{BHi}+a_3H_{rij}+a_4H_{rij}^2+a_5H_{rij}^3$	Deng等[6]
Model 6	$\rho_{ij}=a_0+a_1D_{BHi}+a_2H_{rij}$	Deng等[6]
Model 7	$\rho_{ij}=a_0+a_1H_{rij}+a_2H_{rij}^2$	Vaughan等[25]
Model 8	$\rho_{ij}=a_0+(H_{rij}-r_{ci})\times(a_1H_{rij}+a_2H_{rij}^2)$	Planck等[24]
Model 9	$\rho_{ij}=a_0+a_1D_{BHi}+a_2G_i+a_3C_{Wi}+a_4H_{rij}+a_5H_{rij}^2$	本研究

注：ρ_{ij}为树i中树干高度j处的木材密度，H_{rij}为树i在高度j处的相对高（$H_{rij}=h_{ij}/T_{HTi}$）、x_i=（T_{HTi}-h_{ij}）/（T_{HTi}-1.3）、h_k=1.3/T_{HTi}、h_{ij}为树i在j处的圆盘高度、T_{HTi}为树i的树高、D_{BHi}为树i的胸径、A_{gei}为树i的年龄、C_{Wi}为树i的冠幅、G_i为树i的胸径年平均生长量（$G_i=D_{BHi}/A_{gei}$）、r_{ci}为相对冠高度（$r_{ci}=C_{Li}/T_{HTi}$）、C_{Li}为树i的枝下高、a_0 ~ a_6为模型待估参数。

1.2.3　广义加性模型

广义加性模型（GAM）通过多个变量的光滑样条函数项构建模型，其中每一项均可独立采用不同类型的样条函数，从而有效揭示因变量随自变量的变化规律。样条函数作为模型构建的核心，本质上是一种分段定义的光滑函数，通过在预设结点处实现相邻区间的平滑衔接，保证了整体曲线的连续性。除首尾区段外，中间各段在结点处均满足连续性约束，从而确保拟合结果具有良好的光滑特性。样条函数具备结构简明、参数估计高效等优点，能够有效逼近复杂的分布形态，可适用于一维及多维数据场景，为建模提供了高度灵活的数学基础[26]。在广义加性模型（GAM）中，常用的样条函数类型包括 P-样条（P-spline，PS）、B-样条（B-spline，BS）、三次回归样条（cubic regression spline，CR）、薄板回归样条（thin plate regression spline，TP）、高斯过程平滑样条（Gaussian process smooth，GP）和 Duchon 样条（Duchon spline，DS）。本研究将基于上述 6 种样条函数，构建红松树干木材密度的广义加性模型。

$$Y=a_0+f_1(x_1)+f_2(x_2)+\cdots\cdots+f_p(x_p)+\varepsilon \quad (1)$$

式中：Y是因变量，x_1 ~ x_p是自变量，a_0是截距参数，$f_1(x_1)$ ~ $f_p(x_p)$是光滑样条函数，ε是误差项。

1.2.4　模型残差自相关处理

由于同一株树干沿树高方向存在多个纵向观测值，在使用回归模型分析此类数据时，误差之间常存在自相关现象，这违背了误差项相互独立的假设[27−28]。因此，需对模型的残差进行自相关性检验，并对残差存在显著自相关的模型采用自相关回归方法进行修正。本研究选用连续自回归误差结构（continuous autoregressive error structure of order 1，CAR（1））以降低残差自相关性的影响。

1.2.5　模型的评价与检验

采用十折交叉验证方法（按照样地分组），对模型的稳健性和泛化能力进行验证。使用赤池信息量准则（Akaike information criterion，AIC）、调整决定系数（adjusted coefficient of determination，R_{adj}^2）、平均绝对误差（mean absolute error，MAE）、均方根误差（root mean square error，RMSE）、相对均方根误差

(relative root mean square error，RRMSE)作为模型的评价指标。

2 结果与分析

2.1 树干木材密度的纵向变化

红松树干木材密度的变化范围为 0.30 ~ 0.50 g/cm^3(图 1)。木材密度沿树干基部到顶部变化显著，树干基部木材密度较大，自基部向上总体呈下降趋势，而到树冠基部后又略有回升。红松树干平均木材密度为 0.38 g/cm^3，树干基部(相对高 0.1)和顶部(相对高 0.8、0.9)木材密度高于树干平均木材密度，其余相对高处木材密度均低于树干平均木材密度。

2.2 木材密度基础模型确定

基于红松木材密度数据，利用 R 软件，使用非线性最小二乘法拟合表 2 中的 9 个基础模型，并计算各模型的拟合统计量(表 3)。综合分析显示，各模型的评价指标存在显著差异，如R^2_{adj}为 0.024 0 ~ 0.368 7，MAE 为 0.028 5 ~ 0.035 3，RMSE 为 0.035 0 ~ 0.043 7，RRMSE 为 0.091 5 ~ 0.114 3，AIC 为−1 539.584 ~ −1 367.439。综合各模型评价指标，Model 9 的拟合效果最佳，因此本研究选取 Model 9 作为红松树干木材密度的最佳基础模型。

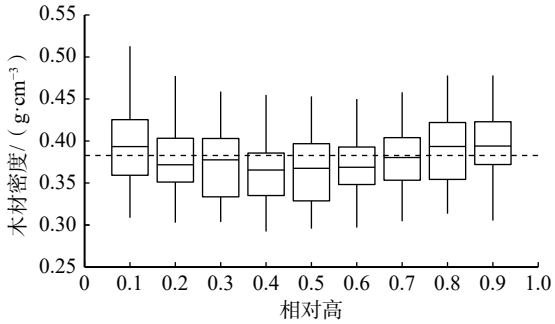


图 1 红松树干木材密度随相对高的变异

Fig. 1 Variation in stem wood density of *Pinus koraiensis* along relative height

2.3 广义木材密度线性模型

采用再参数化的方法依次将每公顷株数(N)、林分平均高(H_a)、每公顷断面积(B_A)、林分平均胸径(D_m)4 个变量单独引入到模型 Model 9 中，并比较其统计指标(表 4)，以筛选出最优的广义木材密度模型。模型中所有林分变量均通过显著性检验($P < 0.05$)，且 VIF 值均小于 5。拟合结果表明，引入每公顷株数对模型拟合效果的提升优于林分平均高、每公顷断面积和林分平均胸径，能够更有效地提升模型的拟合效果。与 Model 9 相比，引入每公顷株数构建的广义线性模型R^2_{adj}提高了 2.4%，MAE、RMSE、RRMSE 分别下降了 0.7%、0.6%、0.7%。模型形式

表 3 基础模型拟合结果

Tab. 3 Fitting results of basic models

模型	R^2_{adj}	MAE	RMSE	RRMSE	AIC
Model 1	0.024 0	0.035 3	0.043 7	0.114 3	−1 367.439
Model 2	0.057 4	0.034 7	0.043 0	0.112 3	−1 379.393
Model 3	0.137 8	0.033 1	0.041 1	0.107 3	−1 414.266
Model 4	0.265 6	0.030 8	0.037 8	0.098 7	−1 476.763
Model 5	0.340 4	0.029 2	0.035 9	0.093 7	−1 520.926
Model 6	0.187 1	0.032 5	0.040 0	0.104 4	−1 439.893
Model 7	0.063 2	0.034 6	0.042 8	0.111 9	−1 383.898
Model 8	0.104 4	0.033 5	0.041 8	0.109 2	−1 397.986
Model 9	0.368 7	0.028 5	0.035 0	0.091 5	−1 539.584

表 4 不同林分变量组合模型拟合结果

Tab. 4 Fitting results of models with different stand variable combinations

林分变量	R^2_{adj}	MAE	RMSE	RRMSE	AIC
基础模型	0.368 7	0.028 5	0.035 0	0.091 5	−1 539.584
基础模型 + N	0.377 6	0.028 3	0.034 8	0.090 9	−1 543.321
基础模型 + B_A	0.368 9	0.028 4	0.035 0	0.091 5	−1 540.751
基础模型 + H_a	0.370 3	0.028 5	0.035 0	0.091 4	−1 538.608
基础模型 + D_m	0.376 0	0.028 3	0.034 8	0.091 0	−1 542.303

注：N. 每公顷株数；H_a. 林分平均高；B_A. 每公顷断面积；D_m. 林分平均胸径。

见式(2)。

$$\rho_{ij} = a_0 + a_1 D_{\mathrm{BH}i} + a_2 G_i + a_3 c_{\mathrm{W}i} + a_4 H_{\mathrm{r}ij} + a_5 H_{\mathrm{r}ij}^2 + a_6 N \tag{2}$$

式中：N 为每公顷株数。

2.4　模型残差自相关

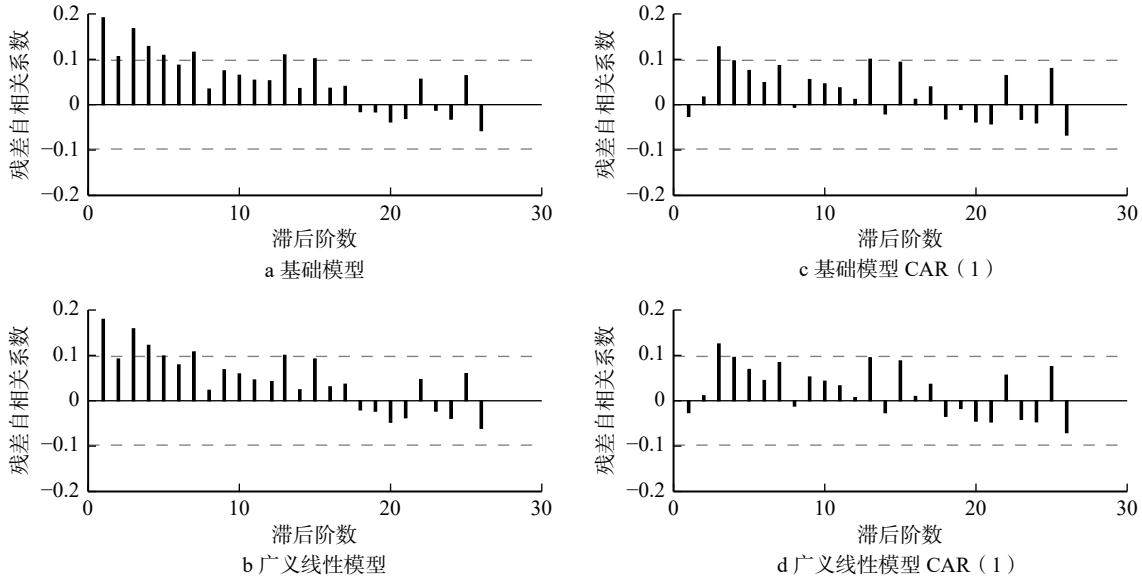
从基础模型和广义线性模型的残差自相关图来看(图 2)，在低阶滞后时，模型残差存在明显的自相关(残差自相关系数 > 0.1)。经过一阶连续自回归(CAR(1))修正后，模型残差自相关得到有效缓解(−0.1 < 残差自相关系数 < 0.1)。由表 5 可知，对模型的残差进行一阶自相关回归处理后，模型的R^2_{adj}明显增大，MAE、RMSE、RRMSE 和 AIC 相应减小，这表明对模型残差进行自回归处理能有效降低残差自相关，并且能够提高模型的拟合精度。

2.5　广义加性模型拟合

基于广义加性模型(GAM)的 6 种样条函数拟合结果见表 6。结果表明，除 Duchon 样条(DS)未能收敛外，其余 5 种样条函数均成功拟合，且各样条函数拟合效果总体相近，其中 CR 样条函数略优。因此本研究选择 CR 样条函数作为最优光滑样条函数，并用于后续的拟合对比分析。基于 CR 样条函数的参数和非参数项估计见表 7，各参数项和非参数项的 P 值均小于 0.01，这说明胸径、胸径年平均生长量、冠幅、相对高、每公顷株数对木材密度变化有显著影响。相较于广义线性模型，基于 CR 样条的 GAM 模型R^2_{adj}上升了 28.07%，MAE、RMSE、RRMSE 分别下降 14.13%、11.66%、11.62%(表 8)。

从广义加性模型的偏残差图来看(图 3)，木材密度随冠幅增加而增大，但随相对高增加呈先减小后增大的趋势。胸径、胸径年平均生长量和每公顷株数对树干木材密度的影响呈非单调趋势，随着胸径的增加，木材密度先增大后减小随后又再次增大。随着胸径年平均生长量的增加，木材密度先减小后增大随后又再次减小。随着每公顷株数的增加，木材密度先增大后减小，随后又再次缓慢增大。

为进一步比较基础模型、广义线性模型和广义加性模型，本研究绘制了各模型的标准化残差图(图 4)。结果表明，3 种方法拟合效果较好，没有明显的异方差现象。此外，与基础模型和广义线性模型相比，广义加性模型的标准化残差图散点分布更



图中虚线是显著性临界值（对应置信水平 90%）。若某一滞后阶数的值超过这条虚线，说明该滞后下的残差自相关性显著。

图 2　模型的残差自相关图

Fig. 2　Residual autocorrelation plots of models

表 5　不同木材密度模型及修正模型的拟合结果

Tab. 5　Fitting results of different wood density models and their corrected versions

模型	R^2_{adj}	MAE	RMSE	RRMSE	AIC
基础模型	0.368 7	0.028 5	0.035 0	0.091 5	−1 539.584
广义线性模型	0.377 6	0.028 3	0.034 8	0.090 9	−1 543.321
基础模型CAR(1)	0.391 0	0.027 8	0.034 4	0.089 7	−1 553.108
广义线性模型CAR(1)	0.392 9	0.027 6	0.034 3	0.089 5	−1 553.354

表 6 广义加性模型拟合结果

Tab. 6 Fitting results of generalized additive models

样条函数	R^2_{adj}	MAE	RMSE	RRMSE	AIC
P-样条(PS)	0.501 4	0.023 7	0.030 3	0.079 1	−1 613.754
B-样条(BS)	0.499 2	0.023 9	0.030 4	0.079 4	−1 613.161
Duchon样条(DS)	—	—	—	—	—
三次回归样条(CR)	0.503 2	0.023 7	0.030 3	0.079 1	−1 616.126
薄板回归样条(TP)	0.499 7	0.024 1	0.030 5	0.079 6	−1 615.666
高斯过程平滑样条(GP)	0.501 7	0.023 8	0.030 3	0.079 2	−1 615.037

注:—表示模型不收敛。

表 7 广义加性模型参数估计

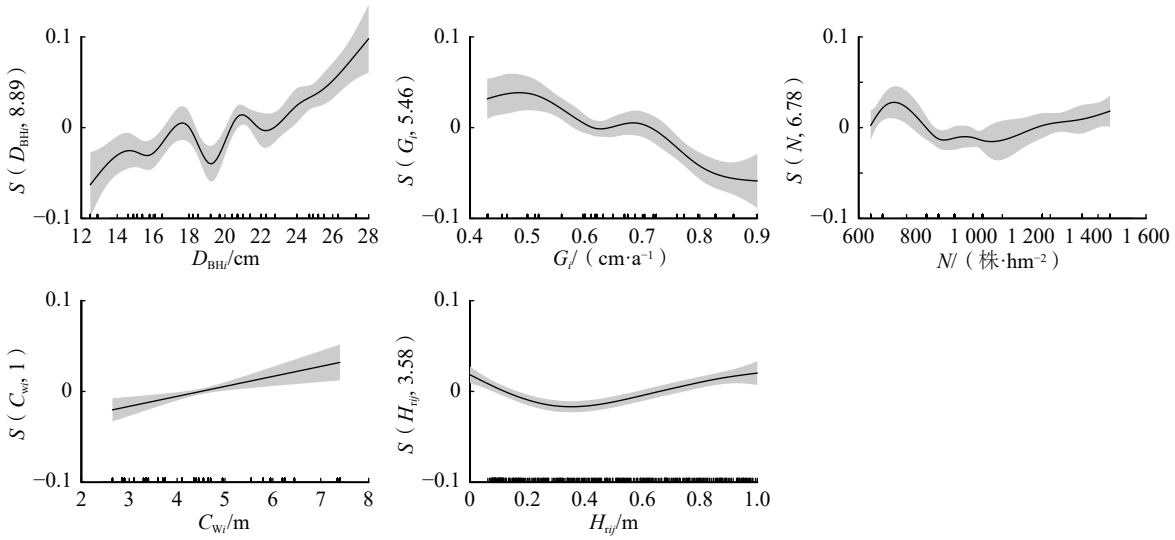
Tab. 7 Parameter estimates of the generalized additive model

样条函数	参数项					非参数项			
	截距	估计值	标准误差	t	P	平滑项	df	F	P
三次回归样条(CR)	a_0	0.382 77	0.001 56	245.1	< 0.001	$S(D_{BHi})$	8.898	7.796	< 0.001
						$S(G_i)$	5.458	8.833	< 0.001
						$S(C_{Wi})$	1.000	10.726	< 0.01
						$S(H_{rij})$	1.000	26.159	< 0.001
						$S(H^2_{rij})$	2.564	18.861	< 0.001
						$S(N)$	6.775	4.188	< 0.001

表 8 广义线性模型和广义加性模型拟合结果对比

Tab. 8 Comparison of fitting results of generalized linear and additive models

模型	R^2_{adj}	MAE	RMSE	RRMSE	AIC
广义线性模型	0.392 9	0.027 6	0.034 3	0.089 5	−1 553.354
广义加性模型	0.503 2	0.023 7	0.030 3	0.079 1	−1 616.126



D_{BHi}. 树 i 的胸径; G_i. 树 i 的胸径年平均生长量; N. 每公顷株数; C_{Wi}. 树 i 的冠幅; H_{rij}. 树 i 在高度 j 处的相对高。

图 3 广义加性模型各变量的偏残差图

Fig. 3 Partial residual plots for variables in the generalized additive model

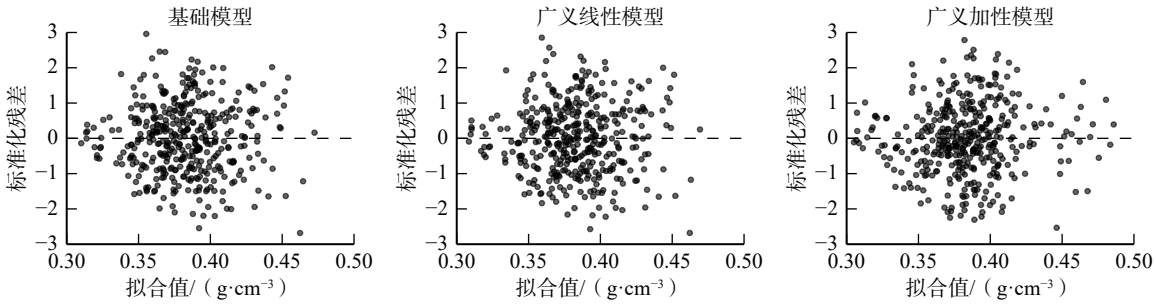


图 4　模型标准化残差图

Fig. 4　Standardized residual plots of models

为聚集。因此，综合分析广义加性模型的拟合效果更优。

2.6　模型交叉验证

为了检验模型的预测精度，本研究采用十折交叉验证方法。统计评价结果见表 9，结果表明，广义加性模型优于广义线性模型和基础模型。相较于广义线性模型，广义加性模型的 R^2_{adj} 上升了 13.25%，MAE、RMSE、RRMSE 分别下降 9.54%、6.29%、6.54%，这充分表明 GAM 在预测红松木材密度方面具有更高的精度、更好的稳健性。

3　讨　　论

3.1　木材密度纵向变化

郭明辉等[29]研究认为，木材密度沿着树干方向的变化趋势可大致划分为 3 种类型：Ⅰ类为从下向上密度逐渐变小；Ⅱ类为从下向上密度逐渐变大；Ⅲ类为从下向上密度逐渐变小，而到树冠基部又逐渐变大。姜立春等[30]研究发现，落叶松木材密度沿树干基部向树梢逐渐减小，樟子松木材密度沿树干基部向上逐渐减小，而到树冠基部又逐渐变大。本研究发现，红松木材密度沿树干方向的变化遵循类型Ⅲ，即树干基部木材密度较大，向上密度逐渐变小，而到树冠基部又逐渐变大。造成该变化的原因是树干基部木材承担整树的机械支撑，木质化程度高、密度大；中部作为水分和养分传输的主要通道，细胞排列较疏松、密度较低，以提升传输效率；而树冠基部及以上区域为应对风灾等环境胁迫，木材密度再次升高以增强木材结构抗性[6,31]。基于上述规律，红松人工林经营建议可实施“分段利用”策略：基部木材密度较高，材质坚实、力学性能优良，适用于建筑结构材和实木家具承重部件；中部木材密度较低，纤维含量丰富、质地均匀，适宜作为造纸原料或人造板基材，有助于降低加工能耗[2]；顶部木材密度居中，可用于制作农具或装饰构件等[32]。

3.2　单木和林分变量对木材密度的影响

明晰木材密度纵向变化模式的驱动因子，对于精准的森林经营管理以及可靠的森林生物量、碳储量评估具有重要意义。Repola[8]研究发现，胸径和冠幅是影响木材密度的重要因素，胸径越大、冠幅越宽，木材密度越高。Billard 等[9]研究发现，树高、年轮宽度、形成层年龄是影响木材密度重要因素，树高越高、年轮越宽、形成层年龄越小，木材密度越低。本研究发现，胸径、冠幅、胸径年平均生长量是木材密度纵向变化的关键预测因子，胸径越大、冠幅越宽、胸径年平均生长量越小，木材密度越高。因此，在红松人工林培育中，应优先选择胸径生长潜力较大的优良单株作为母树，从遗传层面提升木材密度，满足高强度用材需求[32]。

偏残差图显示（图 3），每公顷株数（N）对木材密度的影响呈非单调趋势，当 N 在 650 ~ 700 株/hm^2 时，木材密度随 N 的增加呈缓慢上升趋势，此阶段林分竞争强度较低，每株树木可分配的光照、土壤养分充足，且较低密度下林分通风条件良好，木材细胞发育更充分，细胞壁厚度增加[1,31]。经营建议为：若现有林分密度低于 650 株/hm^2，可进行适当补植。当 N 在 700 ~ 1 200 株/hm^2 时，木材密度随 N 增加呈总体下降的趋势，此阶段林分竞争强度急剧增大，光照、养分成为限制因子。树木为优先保障冠层生长以

表 9　模型交叉验证结果

Tab. 9　Cross-validation results of the models

模型	R^2_{adj}	MAE	RMSE	RRMSE
基础模型	0.361 8	0.028 8	0.035 5	0.092 7
广义线性模型	0.366 8	0.028 3	0.035 0	0.091 8
广义加性模型	0.415 4	0.025 6	0.032 8	0.085 8

获取光照，会减少向树干木质化的资源分配，导致木材细胞排列疏松、细胞壁变薄。同时，高密度下林分湿度较高，部分细胞因水分胁迫出现发育异常，进一步降低密度[31]。经营建议为：对此密度区间的林分进行抚育间伐，及时清理林下杂灌，改善冠层通风透光条件，缓解光照和养分限制。当 N 在 1 200 ~ 1 650 株/hm^2 时，木材密度随 N 的增加呈缓慢增大的趋势，此阶段林分内经历自然稀疏与林木分化后，竞争能力弱的个体被淘汰，林分内实际有效竞争个体减少，一方面，稀疏后林分光照条件改善，光合作用产物积累增加，可支撑更高程度的木质化；另一方面，存活树木多为优势木，遗传特性与生长潜力更优，木材形成过程中细胞结构更稳定[31−32]。对此密度区间林分无需过度干预，仅需定期清理自然枯死木，避免枯死木遮挡光照与传播病虫害。

3.3 研究贡献与未来展望

本研究首次将广义加性模型应用于红松树干木材密度的纵向模拟中，突破了传统参数模型在捕捉复杂非线性关系方面的局限。与传统参数模型相比，广义加性模型通过光滑函数灵活刻画了各因子与木材密度间复杂的非线性关系，尤其是揭示了胸径、胸径年平均生长量与每公顷株数对木材密度的非单调、连续渐变影响。这使得模型不仅能进行精准预测，更能直观呈现木材形成过程中资源分配与竞争胁迫的动态权衡过程[33]。

本研究所使用的数据来源于单一地理区域的红松伐倒木实测数据，由于样本数量有限，对其他区域和树种的应用有待于进一步验证。未来研究可通过扩大研究区域，建立更具普适性的模型。模型主要考虑了易于测量的树木形态和林分结构变量。然而，木材密度也受到遗传特性、土壤养分（如氮、磷含量等）、气候因子（如温度、降水等）等因素的显著影响[5]。未来研究可纳入这些遗传和环境变量，有望进一步提升模型的预测能力和解释力。

4 结 论

（1）本研究揭示了红松树干纵向木材密度呈“先降后升”的非线性变化规律，其受树木大小、生长率和竞争因子的共同影响。

（2）在基础模型对比中，自建模型 Model 9 的拟合效果最优。以 Model 9 为基础，进一步构建了含林分变量的广义线性模型，其中引入每公顷株数的木材密度模型拟合效果最优，优于 Model 9。

（3）采用连续自回归误差结构 CAR（1）有效降低了基础模型与广义线性模型的残差自相关性。

（4）相比于基础模型和广义线性模型，基于三次回归样条（CR）构建的广义加性模型（GAM）具有更高的稳健性与泛化能力。

（5）广义加性模型实现了对红松木材密度的精准预测，并通过揭示资源分配与竞争胁迫间的权衡机制，为红松人工林的密度管理及木材高效利用提供了科学依据。

参 考 文 献

[1] Neto T C C, dos Santos V B, de Souza Kulmann M S, et al. The impact of age and forestry practices on the wood quality of *Pinus taeda* L. grown in different sites in Southern Brazil [J]. Forest Ecology and Management, 2024, 562: 121898.

[2] 罗建勋, 李晓清, 孙鹏, 等. 云杉天然群体管胞和木材基本密度性状变异的研究 [J]. 北京林业大学学报, 2004, 26(6): 80−85.
Luo J X, Li X Q, Sun P, et al. Variation pattern of tracheid and wood density in natural populations of *Picea asperata* [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2004, 26(6): 80−85.

[3] 史永纯, 宋林, 梁晶, 等. 坡位和坡向对长白落叶松纸浆材材性的影响 [J]. 东北林业大学学报, 2011, 39(7): 30−31,41.
Shi Y C, Song L, Liang J, et al. Effects of slope position and slope aspect on wood properties of *Larix olgensis* [J]. Journal of Northeast Forestry University, 2011, 39(7): 30−31,41.

[4] Gjerdrum P, Eikenes B. A model for spatial wood density gradients in Norway spruce stems and stochastic between-stem dissimilarities for basic and dry density [J]. Wood Science and Technology, 2014, 48(1): 71−84.

[5] Sullivan M J P, Phillips O L, Galbraith D, et al. Variation in wood density across South American tropical forests [J]. Nature Communications, 2025, 16: 2351.

[6] Deng X, Zhang L, Lei P, et al. Variations of wood basic density with tree age and social classes in the axial direction within *Pinus massoniana* stems in Southern China [J]. Annals of Forest Science, 2014, 71(4): 505−516.

[7] Wassenberg M, Chiu H S, Guo W, et al. Analysis of wood density profiles of tree stems: incorporating vertical variations to optimize wood sampling strategies for density and biomass estimations [J]. Trees, 2015, 29(2): 551−561.

[8] Repola J. Models for vertical wood density of Scots pine, Norway spruce and birch stems, and their application to determine average wood density [J]. Silva Fennica, 2006, 40(4): 673−685.

[9] Billard A, Bauer R, Mothe F, et al. Vertical variations in wood basic density for two softwood species [J]. European Journal of Forest Research, 2021, 140(6): 1401−1416.

[10] Kimberley M O, Cown D J, McKinley R B, et al. Modelling variation in wood density within and among trees in stands of New Zealand-grown *Radiata* pine [J]. New Zealand Journal of Forestry Science, 2015, 45: 22.

[11] 吴新华, 苗铮, 郝元朔, 等. 基于 beta 回归的迎春 5 号杨树树干密度混合效应模型 [J]. 北京林业大学学报, 2023, 45(5): 67−78.
Wu X H, Miao Z, Hao Y S, et al. Mixed effect model of stem density of *Populus nigra* × *P. simonii* based on beta regression

[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2023, 45(5): 67−78.

[12] Sharma M, Parton J. Modeling stand density effects on taper for jack pine and black spruce plantations using dimensional analysis [J]. Forest Science, 2009, 55(3): 268−282.

[13] Trincado G, Burkhart H E. A generalized approach for modeling and localizing stem profile curves [J]. Forest Science, 2006, 52(6): 670−682.

[14] Thuiller W, Araújo M B, Lavorel S. Generalized models vs. classification tree analysis: predicting spatial distributions of plant species at different scales [J]. Journal of Vegetation Science, 2003, 14(5): 669−680.

[15] Robinson A P, Lane S E, Thérien G. Fitting forestry models using generalized additive models: a taper model example [J]. Canadian Journal of Forest Research, 2011, 41(10): 1909−1916.

[16] Adamec Z, Drápela K. Generalized additive models as an alternative approach to the modelling of the tree height-diameter relationship [J]. Journal of Forest Science, 2015, 61(6): 235−243.

[17] Albert M, Schmidt M. Climate-sensitive modelling of site-productivity relationships for Norway spruce (*Picea abies* (L.) Karst.) and common beech (*Fagus sylvatica* L.) [J]. Forest Ecology and Management, 2010, 259(4): 739−749.

[18] 余黎, 雷相东, 王雅志, 等. 基于广义可加模型的气候对单木胸径生长的影响研究 [J]. 北京林业大学学报, 2014, 36(5): 22−32.
Yu L, Lei X D, Wang Y Z, et al. Impact of climate on individual tree radial growth based on generalized additive model [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2014, 36(5): 22−32.

[19] 黄宏超, 谢栋博, 段光爽, 等. 华北落叶松和白桦半参数树高曲线模型 [J]. 林业科学, 2022, 58(10): 101−110.
Huang H C, Xie D B, Duan G S, et al. Construction of semiparametric height curve model for larch and birch [J]. Scientia Silvae Sinicae, 2022, 58(10): 101−110.

[20] He P, Hussain A, Khurram Shahzad M, et al. Evaluation of four regression techniques for stem taper modeling of Dahurian larch (*Larix gmelinii*) in Northeastern China [J]. Forest Ecology and Management, 2021, 494: 119336.

[21] 姜佟燃, 燕云飞, 姜立春. 基于广义加性模型的落叶松树冠半径模型研建 [J]. 北京林业大学学报, 2025, 47(3): 73−82.
Jiang T R, Yan Y F, Jiang L C. Construction of crown radius models for *Larix gmelinii* based on generalized additive model [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2025, 47(3): 73−82.

[22] Flórez V, Valenzuela C, Cancino J, et al. Combining taper and basic wood density equations for estimating stem biomass of the *Populus x canadensis* I-488 variety [J]. Bosque (Valdivia), 2014, 35(1): 17−18.

[23] Kimberley M O, McKinley R B, Cown D J, et al. Modelling the variation in wood density of New Zealand-grown *Douglas-fir* [J]. New Zealand Journal of Forestry Science, 2017, 47: 15.

[24] Ver Planck N R, MacFarlane D W. A vertically integrated whole-tree biomass model [J]. Trees, 2015, 29(2): 449−460.

[25] Vaughan D, Auty D, Kolb T, et al. Wood density variation in naturally regenerated stands of *Pinus ponderosa* in northern Arizona, USA [J]. Canadian Journal of Forest Research, 2021, 51(4): 583−594.

[26] 黄宏超, 庞丽峰, 符利勇, 等. 含竞争指标的广义可加混合效应树高−胸径模型 [J]. 东北林业大学学报, 2024, 52(6): 70−78.
Huang H C, Pang L F, Fu L Y, et al. Generalized additive mixed-effect tree height-diameter models with a competition index [J]. Journal of Northeast Forestry University, 2024, 52(6): 70−78.

[27] Zhang Z, He P, Wang J, et al. Evaluation of taper measurement schemes for modeling stem profiles: a case study of two conifer species [J]. Canadian Journal of Forest Research, 2025, 55: 1−14.

[28] Hussain A, Shahzad M K, Burkhart H E, et al. Stem taper functions for white birch (*Betula platyphylla*) and costata birch (*Betula costata*) in the Xiaoxing'an Mountains, Northeast China [J]. Forestry, 2021, 94(5): 714−733.

[29] 郭明辉, 赵西平. 木材气候学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2009: 32.
Guo M H, Zhao X P. Introduction to wood climatology[M]. Beijing: Science Press, 2009: 32.

[30] 姜立春, 刘铭宇, 刘银帮. 落叶松和樟子松木材基本密度的变异及早期选择 [J]. 北京林业大学学报, 2013, 35(1): 1−6.
Jiang L C, Liu M Y, Liu Y B. Variation of wood basic density and early selection of dahurian larch and Mongolian pine [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2013, 35(1): 1−6.

[31] Mahatara D, Barrette J, Dufour B, et al. Changes in wood density, growth, and carbon storage of the main stem of planted white spruce (*Picea glauca*) after commercial thinning [J]. Forest Ecology and Management, 2025, 580: 122542.

[32] 魏嘉彤, 陈思琪, 芦贤博, 等. 基于生长与木材性状的红松优良种源评价选择 [J]. 北京林业大学学报, 2022, 44(3): 12−23.
Wei J T, Chen S Q, Lu X B, et al. Evaluation and selection of excellent provenances of *Pinus koraiensis* based on growth and wood properties [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2022, 44(3): 12−23.

[33] Harayama H, Yamada T, Kitao M, et al. Analysis of height and diameter growth patterns in Sakhalin fir seedlings competing with evergreen dwarf bamboo and deciduous vegetation using generalized additive models [J]. Journal of Forestry Research, 2025, 36(1): 63.

（责任编辑　孟　瑶
责任编委　张会儒）