

设置柔性横隔板的曲线波形钢腹板钢箱组合梁 畸变效应

王瑞正, 张元海

(兰州交通大学 土木工程学院, 兰州 730070)

摘要:为准确分析设置柔性横隔板的曲线波形腹板钢箱组合梁(CSBCG-CSWs)的畸变效应,本文基于畸变翘曲位移、弯扭耦合位移与梁体内力的关系,建立CSBCG-CSWs的畸变翘曲位移模式,并导出由弯扭耦合效应引起的附加畸变框架挠曲势能;应用虚功原理求解柔性横隔板的抗畸变刚度;基于能量变分法建立畸变微分方程,分析CSBCG-CSWs畸变效应的影响因素。研究表明:本文解析解与实验值、Abaqus数值解吻合良好;与未设置实腹式跨内横隔板的结果相比,当设置1~2道实腹式跨内横隔板时,跨内最大畸变双力矩分别降低77.7%、85.6%;与设置X型、K型横隔板的结果相比,当设置实腹式横隔板时,跨内最大畸变双力矩降低25%;集中荷载引起的畸变效应主要受加载点是否设置横隔板影响;均布荷载更能反映设置跨内横隔板曲梁的整体畸变效应;当波形腹板钢箱组合梁畸变应力比分别控制在10%、5%以内时,直线钢箱组合梁横隔板间距需满足分别 <8 、 6 m,曲线钢箱组合梁横隔板间距需满足分别 <6 、 5 m,且计入自重荷载可降低畸变应力比;当跨内实腹式横隔板厚度 >6 mm时,增加厚度对直线、曲线波形腹板钢箱组合梁畸变效应的抑制效果无明显提升;当圆心角从 0° 增加至 28° 时,CSBCG-CSWs 1/4跨和1/2跨截面畸变翘曲正应力分别增加74.6%和87.4%。

关键词:桥梁工程;波形钢腹板组合梁;变分法;畸变;横隔板刚度

中图分类号:U448.213 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2025)11-3641-12

DOI:10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240260

Distortion effect of supported curved steel box composite girders with corrugated webs and flexible diaphragms

WANG Rui-zheng, ZHANG Yuan-hai

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In order to accurately analyze distortion effect of supported curved steel box composite girders with corrugated webs (CSBCG-CSWs) and flexible diaphragms, in this paper the distortion warping displacement mode of CSBCG-CSWs was established based on the relationship between distortional warping displacement, bending-torsion coupled displacement and internal force of composite girder, and the potential energy of the additional distortion frame deflection caused by the bending-torsion coupled

收稿日期:2024-03-14.

基金项目:国家自然科学基金项目(51968040, 52368020);兰州交通大学基础研究拔尖人才计划项目(2022JC17).

作者简介:王瑞正(1994-),男,博士研究生.研究方向:桥梁结构设计理论. E-mail: wrz1198656362@163.com

通信作者:张元海(1965-),男,教授,博士.研究方向:桥梁结构设计理论. E-mail: zyh17012@163.com

effect was derived. The anti-distortion stiffness of flexible diaphragms was solved by using virtual work principle. The distortion differential equation was established based on the energy variational method, and the influencing factors of CSBCG-CSWs distortion effect were analyzed. The results of the study show that the analytical solution in this paper was in good agreement with the experimental value and Abaqus numerical solution. Compared with the results without the intermediate diaphragm of plate-type, the maximum distortion bi-moment is reduced by 77.7%, 85.6% respectively when 1~2 passes intermediate diaphragm of plate-type are set. Compared with the results of setting intermediate diaphragms of X-type and K-type, the maximum distortion bi-moment is reduced by 25% when diaphragm of plate-type is set. The distortion effect caused by concentrated load is mainly affected by the presence or absence of diaphragms at the loading point. The uniform load can better reflect the overall distortion effect of the composite box girder with intermediate diaphragm. When the distortion stress ratio of the steel box composite girder with corrugated webs is controlled within 10% and 5% respectively, the intermediate diaphragm spacing needs to be satisfied: the straight steel box composite girder is less than 8m and 6m, and the curved steel box composite girder is less than 6m and 5m respectively, and distortion stress ratio can be reduced when the self-gravity load is taken into account. The increase of intermediate diaphragm thickness has no obvious enhance on suppressing effect the distortion effect of the straight and curved steel box composite girder with corrugated web when the thickness of the intermediate diaphragm of plane-type is more than 6mm. When the central angle increases from 0° to 28° , the distortional warping normal stresses of 1/4-span and 1/2-span cross-sections of CSBCG-CSWs increase by 74.6% and 87.4%, respectively.

Key words: bridge engineering; composite girder with corrugated steel web; variation calculus; distortion; diaphragm rigidity

0 引言

曲线波形腹板钢箱组合梁(Curved steel box composite girders with corrugated webs, CSBCG-CSWs)可避免服役期受拉底板开裂,在我国西部高速公路建设中得到广泛应用^[1]。由于CSBCG-CSWs存在弯扭复合受力特性,即使在自重(对称荷载)作用下,也会产生畸变效应^[2,3],其畸变特性较直线箱梁复杂很多。

近年来,国内外学者通过引入不同的分析模型、简化假设和求解方法,发展了箱梁畸变效应解析理论。张元海^[4]基于跨内横隔板位置的畸变变形协调关系,提出了带刚性横隔板的直线箱梁畸变效应解析理论;Wang等^[5]采用能量变分原理分析了曲线波形腹板组合箱梁的弯扭耦合性能。结果表明:径跨比、弯扭刚度比对梁体弯扭性能影响较大,而波形钢腹板剪切变形对梁体弯扭性能影响甚小。许立言等^[6]通过曲线波形腹板组合箱梁静力实验修正了精细有限元模型,以此分析了其弯扭特性;Zhu等^[7]提出了一种考虑曲线钢箱组合梁剪力滞、弯扭、畸变耦合效应的有限梁单元,

并通过缩尺模型实验验证了有限梁单元求解的正确性;张元海等^[8]通过建立直线混凝土箱梁弯曲、约束扭转、畸变等位移函数,基于能量变分法求解了翘曲应力;Ren等^[9,10]基于广义坐标法提出了求解混凝土箱梁畸变与约束扭转耦联效应的解析法,并给出了该解析法的初参数解;尼颖升等^[11,12]基于空间网格理论,分析了波形钢腹板组合箱梁桥的剪力分配及剪力滞效应,为该类桥梁的精细化设计提供了新思路;邓文琴等^[13]采用模型实验、数值模拟和解析理论,研究了直线波形腹板组合箱梁在弯曲、约束扭转及畸变荷载作用下的应力特性。结果表明:约束扭转和畸变产生的翘曲正应力可达弯曲应力的24%~26%,其畸变效应比混凝土箱梁更为突出。综上,CSBCG-CSWs的畸变效应尚需进一步深入研究。

文献[4,7]假设横隔板位置的畸变角为0,以无限刚性横隔板假设考虑跨内横隔板的抗畸变作用。但在实际工程中,跨内横隔板的抗畸变刚度会随隔板尺寸、挖空率等条件的不同而变化,因此按刚性横隔板假设求解的畸变效应解析解与实际

服役条件下的真实数值存在偏差,且难以分析不同形式、不同厚度横隔板对CSBCG-CSWs畸变效应的影响。

本文通过引入弯扭复合受力导致的附加荷载势能和柔性横隔板假设,建立跨内横隔板抗畸变刚度计算式,应用能量变分原理导出曲线箱梁畸变控制微分方程,并分析设置柔性横隔板的简支CSBCG-CSWs的畸变效应。

1 基本假设与等效截面

1.1 基本假设

- (1) 假设曲线组合箱梁的径宽比 $R/b > 10$ 。
- (2) 忽略闭口箱梁剪心与形心不重合的影响。
- (3) 忽略组成箱梁的各板件中面剪切变形^[5]。
- (4) 忽略钢梁和混凝土板之间的相对滑移和竖向掀起。

1.2 等效截面

板厚为 t_w 的标准节段波形钢腹板如图 1 所示,其中 a_w 、 b_w 、 c_w 分别为节段直板长度、斜板投影长度、斜板长度, α 为波折角。

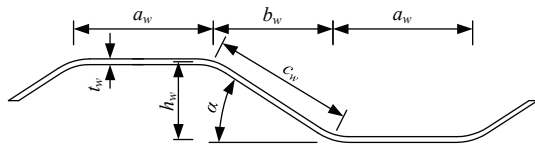


图 1 波形钢腹板

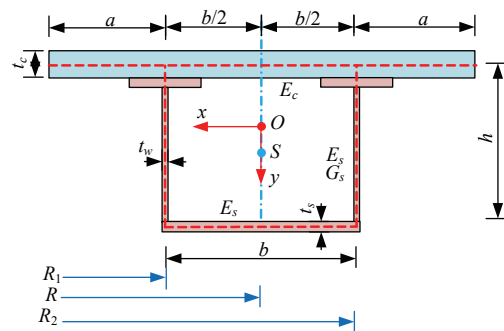
Fig. 1 Corrugated steel web

可将波形钢腹板等效为比拟正交异性板^[14],比拟正交异性板的等效剪切模量 G_e 和等效弹性模量 E_e 表达式分别为^[15]:

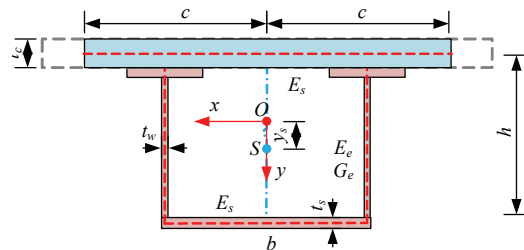
$$G_e = \frac{a_w + b_w}{a_w + c_w} G_s, E_e = \frac{a_w + b_w}{3a_w + c_w} \left(\frac{t_w}{h_w} \right)^2 E_s \quad (1)$$

式中: G_s 、 E_s 分别为钢材的剪切模量、弹性模量。

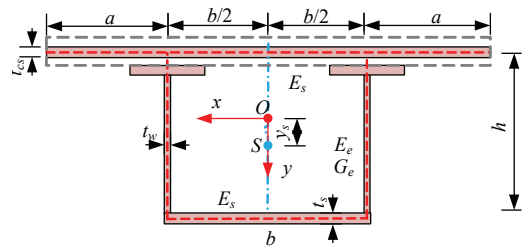
CSBCG-CSWs 横截面如图 2(a) 所示,其中 t_c 为桥面板厚度; a 、 b 分别为悬臂桥面板、箱室桥面板的长度; h 为桥面板与钢底板中心线间的距离; t_w 、 t_s 分别为波形钢腹板、钢底板的厚度; R 、 R_1 、 R_2 分别为主梁中心、内侧波形腹板、外侧波形腹板的曲率半径。依据截面合力不变、弯曲应变相同及桥面板面外抗弯刚度不变条件将图 2(a) 所示横截面分别转换为如图 2(b) 所示的抗弯特性等效截面及如图 2(c) 所示的约束扭转和畸变特性等效截面。等效桥面板厚度 t_{cs} 和等效桥面板宽度 c 的计算公式分别为:



(a) 横截面构造图



(b) 抗弯特性等效截面



(c) 约束扭转和畸变特性等效截面

图 2 CSBCG-CSWs 等效截面

Fig. 2 Equivalent section of CSBCG-CSWs

$$t_{cs} = \frac{t_c}{n_E}, c = \frac{(a + b/2)}{n_E} \quad (2)$$

式中: $n_E = E_s/E_c$, 为弹模比, 其中 E_c 为混凝土弹性模量。

设点 O 、 S 分别为波形腹板钢箱组合梁截面的形心、剪心, y_s 为点 O 与点 S 的竖向距离。以形心 O 为原点, 建立流动右手直角坐标系 $O-xyz$: x 轴为曲梁径向, 指向曲率平面内侧为正; y 轴垂直于曲梁平面, 向下为正; z 轴为梁轴切线方向。

2 畸变荷载作用模式

当沿 x 、 y 、 z 轴作用均布外荷载 p_x 、 p_y 、 p_z , 且作用相对于剪心曲轴的均布扭矩 m_t 时, 相距 $dz = Rd\varphi$ 的曲线梁段左、右截面内力分布如图 3 所示。梁段左侧截面的内力包括: 作用于剪心的径向剪力 Q_x 、竖向剪力 Q_y , 作用于形心的竖向弯矩 M_x 、

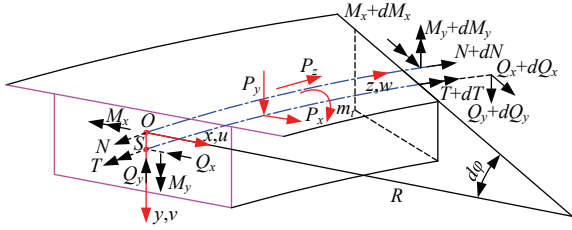


图 3 曲线梁段内力

Fig. 3 Internal force of curved girder section

横向弯矩 M_y 、轴力 N 、扭矩 T 。相应地,右侧截面的内力分别为 Q_x+dQ_x 、 Q_y+dQ_y 、 M_x+dM_x 、 M_y+dM_y 、 $N+dN$ 、 $T+dT$ 。

由曲杆结构力学理论可知,曲梁弯矩 M_x 、 M_y 的表达式分别为^[16]:

$$M_x = -E_s I_x \left(v'' - \frac{\theta}{R} \right), M_y = -E_s I_y \left(u'' + \frac{u}{R^2} \right) \quad (3)$$

式中: I_x 、 I_y 分别为等效截面在竖直面、水平面内的抗弯惯性矩; θ 为腹板转角,以逆时针转动为正。

依据曲线梁段 x 轴的平衡条件 $\sum F_x = 0$ 及梁段右截面点 S 处梁曲轴切线的平衡条件 $\sum M_z = 0$,可分别得到如式(4)(5)所示的内力平衡方程:

$$Q'_x + \frac{N}{R} + P_x = 0 \quad (4)$$

$$T' - \frac{1}{R} (M_x - N y_s) + m_t = 0 \quad (5)$$

2.1 畸变翘曲位移模式

设当 CSBCG-CSWs 发生畸变变形时,截面形心 O 沿 x 、 y 、 z 轴正向的径向位移、竖向位移、轴向位移分别为 u_d 、 v_d 、 w_d ,则箱梁的正应变 ϵ_{zs} 和剪切应变 γ_{zs} 分别为:

$$\epsilon_{zs} = \frac{\partial w_d}{\partial z} \quad (6)$$

$$\gamma_{zs} = \frac{\partial w_d}{\partial s} + \frac{\partial v_d}{\partial z} \quad (7)$$

式中: s 为箱壁中面切向坐标,以逆时针方向为正,且 s 坐标原点取箱梁顶板与 y 轴交点处。

令曲线箱梁畸变竖向位移 v_d 满足如下关系:

$$v_d = \gamma_d \rho_D \quad (8)$$

式中: γ_d 为截面畸变角; ρ_D 为截面畸变中心至计算点的垂直距离(当箱梁发生畸变变形时,各板件切向位移共同对应的转动中心为畸变中心,由畸变应力自平衡条件确定)。

由假设(3)可知 $\gamma_{zs} = 0$,联立式(6)~(8),并结

合纵向翘曲位移连续性条件,可得:

$$w_d = \gamma_d' \omega_D \quad (9)$$

式中: $\omega_D = \int_0^s \rho_D ds$,为畸变翘曲位移函数,其分布如图 4 所示,其中, $-\omega_{DA}$ 、 ω_{DB} 分别为曲线内侧波形钢腹板顶部、底部的畸变翘曲位移函数值, $\beta = \omega_{DB}/\omega_{DA}$ 。

将式(9)代入式(6),可得 CSBCG-CSWs 畸变正应变 ϵ_{zs} 的计算式为:

$$\epsilon_{zs} = \gamma_d'' \omega_D = \frac{-f}{E_s} \omega_D \quad (10)$$

式中: $f = -E_s \gamma_d''$,为广义畸变翘曲位移。

CSBCG-CSWs 的畸变变形如图 5 所示,其中 u_u 、 v_1 分别为角点 A 的水平位移、竖向位移; u_b 为角点 B 水平位移; v_2 为角点 D 竖向位移; γ_1 、 γ_2 分别为角点 B 处腹板、底板的畸变转角,均以顺时针转动为正。需说明的是,曲梁内侧腹板畸变转角 γ_1 的方向与式(3)中腹板转角 θ 的方向相反。

取角点 B 处腹板与底板的夹角改变量作为畸变角 γ_d ,以该夹角减小为正方向,则存在如下

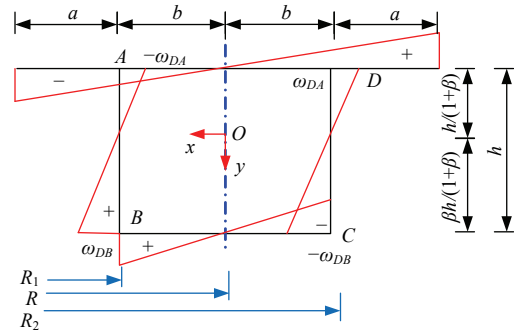


图 4 畸变翘曲位移函数分布

Fig. 4 Distortion warping displacement function distribution

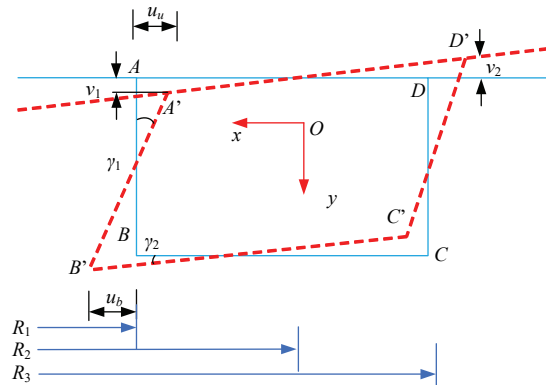


图 5 畸变变形

Fig. 5 Distortion deformation

关系:

$$\gamma_d = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{u_u + u_b}{h} + \frac{v_1 + v_2}{b} \quad (11)$$

式中: $\gamma_1 = \frac{u_u + u_b}{h}$, $\gamma_2 = \frac{v_1 + v_2}{b}$ 。

若将组合梁各组成板件视作具有不同曲率的独立板梁,则可将曲梁内侧、外侧腹板的面内位移 v_1 、 v_2 ,以及顶板和底板的面内位移 u_u 、 u_b 分别代入式(3),求解曲梁内侧、外侧腹板的竖向弯矩 M_{x1} 、 M_{x2} ,以及桥面板、钢底板的水平弯矩 M_{y1} 、 M_{y2} 。

以曲线组合梁内侧腹板为例,其竖向弯矩 M_{x1} 的表达式为:

$$M_{x1} = -E_s I_{xw} \left(\frac{d^2 v_1}{dz_1^2} + \frac{\gamma_1}{R_1} \right) \quad (12)$$

式中: I_{xw} 为腹板面内抗弯惯性矩; z_1 为曲梁内侧腹板曲率半径 R_1 对应的纵向坐标。

由于 $d\varphi = \frac{dz}{R} = \frac{dz_1}{R_1}$, 有 $dz_1 = \frac{R_1}{R} dz$, 因此,

$\frac{d^2 v_1}{dz_1^2} = \frac{R^2}{R_1^2} \frac{d^2 v_1}{dz^2} = \frac{R^2}{R_1^2} v_1''$, 则式(12)可转化为:

$$M_{x1} = -EI_{xw} \left(\frac{R^2}{R_1^2} v_1'' + \frac{\gamma_1}{R_1} \right) \quad (13a)$$

同理,可得 M_{x2} 、 M_{y1} 、 M_{y2} 的计算公式分别为:

$$M_{x2} = -EI_{xw} \left(\frac{R^2}{R_2^2} v_2'' - \frac{\gamma_1}{R_2} \right) \quad (13b)$$

$$M_{y1} = -EI_{y1} \left(\frac{d^2 u_u}{dz^2} + \frac{u_u}{R^2} \right) \quad (13c)$$

$$M_{y2} = -EI_{y2} \left(\frac{d^2 u_b}{dz^2} + \frac{u_b}{R^2} \right) \quad (13d)$$

式中: I_{y1} 、 I_{y2} 分别为桥面板、钢底板的面内抗弯惯性矩。

此外,各板梁的面内弯矩可分别通过曲梁内侧腹板角点 A、B 处的畸变翘曲位移函数表示,具体如下:

$$M_{x1} = M_{x2} = \frac{1}{2} t_w h f (\omega_{DA} + \omega_{DB}) \left(\frac{h}{2} - \frac{h}{3} \right) \quad (14a)$$

$$M_{y1} = t_s b f \omega_{DA} \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{3} \right) \quad (14b)$$

$$M_{y2} = t_s b f \omega_{DB} \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{3} \right) \quad (14c)$$

对式(11)求二阶导数,联立式(13)(14),并利用图 2(a)的几何关系 $\left(\frac{R_1^2 + R_2^2}{R^2} \right) = 2 + \frac{b^2}{2R^2} \approx 2$,

可得畸变角 γ_d 的二阶导数为:

$$\gamma_d'' = \frac{2f\omega_{DA}(b+c)(\beta b+c)}{hb^2c} \quad (15)$$

结合式(10)(15),解得角点 A、B 处畸变翘曲位移函数 ω_{DA} 、 ω_{DB} 的计算式分别为:

$$\omega_{DA} = \frac{bh}{4(1+\beta)}, \omega_{DB} = \frac{\beta bh}{4(1+\beta)} \quad (16)$$

定义 $B_d = -EI_{wd} \gamma_d''$ 为畸变双力矩,结合式(10),可得畸变翘曲正应力 σ_d 的表达式为:

$$\sigma_d = \frac{B_d}{I_{wd}} \omega_D \quad (17)$$

式中: $I_{wd} = \int_A \omega_D^2 dA = \frac{b^2 h^2}{48(1+\beta)} [A_b \beta + A_w (2\beta - 1)]$, 为畸变翘曲惯性矩; A_b 、 A_w 分别为钢底板、单侧波形钢腹板的面积。

综上,CSBCG-CSWs 的畸变翘曲应变能 U_σ 为:

$$U_\sigma = \int_V \frac{\sigma_d^2}{2E_s} dV = \frac{E_s I_{wd}}{2} \int_l (\gamma_d'')^2 dz \quad (18)$$

2.2 畸变框架挠曲

根据薄壁箱梁微元体的纵向平衡条件,可得:

$$\frac{\partial q_d}{\partial s} + \frac{\partial \sigma_d}{\partial z} t = 0 \quad (19)$$

将式(17)代入式(19),可得:

$$\frac{\partial q_d}{\partial s} = -\frac{\partial \sigma_d}{\partial z} t = -\frac{B_d'}{I_{wd}} \omega t = -\frac{M_d}{I_{wd}} \omega t \quad (20)$$

式中: $M_d = -E_s I_{wd} \gamma_d'''$, 为畸变矩荷载。

将式(20)对 s 坐标积分,并由畸变翘曲剪力流不合成扭矩,可得:

$$q_d = -\frac{M_d}{I_{wd}} \tilde{S}_{wd} \quad (21)$$

式中: $\tilde{S}_{wd} = S_{wd} - \frac{\oint S_{wd} \rho_d ds}{\Omega}$, 为广义扇性静距,其中 $S_{wd} = \int_0^s \omega_D t ds$ 为主扇性静距, ρ_d 为等效横截面

扭转中心至剪力流 q_d 计算点处的垂直距离。

定义单位宽度波形腹板上剪力流 q_d 的合力为 V_w 、桥面板和钢底板剪力流 q_d 的合力为 V_u , 解得:

$$V_w = \int_0^h q_d ds = \frac{M_d}{b}, V_u = \int_0^b q_d ds = \frac{M_d}{h} \quad (22)$$

采用力法求解 V_w 、 V_u 作用下框架单元的横向弯矩,各角点横向弯矩分别为:

$$M_A = -M_D = k_1 \gamma_d, M_B = -M_C = k_2 \gamma_d \quad (23)$$

式中: $k_1 = \frac{hbX}{2\delta_1}$ 、 $k_2 = \frac{(Xb-h)h}{2\delta_1}$, 其中 X 和 δ_1 分

别为等效截面顶板作用水平单位荷载时,其中点处竖向剪力和顶板的水平位移。

综上,CSBCG-CSWs的畸变框架挠曲应变能 U_R 为:

$$U_R = \int_0^l \int \frac{M^2}{2E_s I_i} ds dz = \frac{1}{2} \int_0^l K_R \gamma_d^2 dz \quad (24)$$

式中: $K_R = \frac{24EI_w}{\eta_0 h}$, 其中 $\eta_0 = 1 + \frac{2\frac{b}{h} + 3\frac{I_{eu} + I_d}{I_{ew}}}{\frac{I_{eu} + I_d}{I_{ew}} + 6\frac{h}{b} \frac{I_{eu} I_d}{I_{ew}^2}}$

($I_{eu} = \frac{t_c^3}{12n_E}$ 为混凝土桥面板等效面外抗弯惯性矩, $I_{ew} = \frac{3a_w t_w h_w^2 + t_w h_w^3 \sin \alpha}{12(a_w + b_w)}$ 为波形钢腹板面外

抗弯惯性矩, $I_d = \frac{t_s^3}{12}$ 为钢底板面外抗弯惯性矩)。

2.3 附加畸变荷载效应

由式(4)(5)可知,受曲率影响,CSBCG-CSWs的轴力(N/R)和弯矩(Mx/R)分别相当于作用于径向(x 轴)的等效均布荷载 p_x 和等效均布扭矩 m_t 。 dz 长度曲线梁段在竖向弯矩 M_x 作用下,沿截面周边单位长度的轴力 n_z 表达式为:

$$n_z = \frac{M_x y t}{I_x} \quad (25)$$

式中: I_x 为组合梁板件平面内抗弯惯性矩; t 为板件厚度。

竖向弯矩 M_x 引起的 dz 长度 CSBCG-CSWs 框架受力如图 6 所示。竖向弯矩 M_x 在顶部、底板平面内产生的径向合力 S_u 、 S_b , 以及两侧腹板中曲面 yz 上单位面积线性分布力 S_w 的计算式分别为:

$$S_u = \frac{M_x h_u A_u}{I_x R}, S_b = \frac{M_x h_b A_b}{I_x R}, S_w = \frac{M_x y t_w}{I_x R} \quad (26)$$

式中: h_u 、 h_b 分别为顶板、底板至中性轴的距离; A_u 为等效截面顶板的横截面面积。

由式(5)可知,单位长度曲线箱梁的弯矩

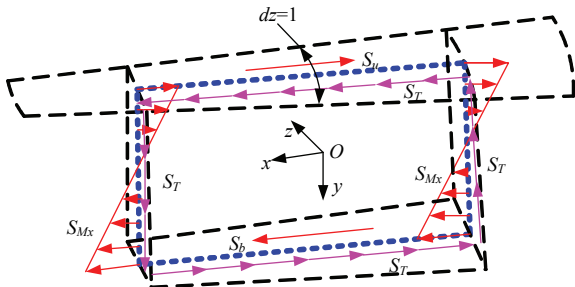


图 6 CSBG-CSWs 径向力

Fig. 6 Radial force of CSBG-CSWs

(M_x/R)与扭矩 T' 产生的效应一致,则沿横截面周边单位长度的切向力 S_T 如图 6 所示,其计算式为:

$$S_T = \frac{T'}{\Omega} = \frac{M_x}{R\Omega} \quad (27)$$

式中: Ω 为 2 倍的组合箱梁截面面积。

将作用于箱梁框架单元顶杆、底杆的径向力 S_u 、 S_b 与其相应杆件的切向力 S_T 叠加,解得由曲率引起的顶杆、底杆附加力 F_u 、 F_b 分别为:

$$F_u = S_u - b S_T = \frac{M_x h_u A_u}{I_x R} - \frac{M_x b}{R\Omega} \quad (28)$$

$$F_b = S_b - b S_T = \frac{M_x h_b A_b}{I_x R} - \frac{M_x b}{R\Omega} \quad (29)$$

附加力 F_u 、 F_b 引起的 CSBCG-CSWs 框架单元横向受力如图 7 所示,其中 $\frac{M_x h}{R\Omega}$ 为扭矩作用下腹板的附加力。

采用力法求解图 7 所示框架单元的弯矩图,并计算顶板水平位移 δ_r ,从而可得曲线箱梁附加畸变角 γ_r 为:

$$\gamma_r = \frac{\delta_r}{h} = \frac{\rho M_x}{K_R R} \quad (30)$$

式中: $\rho = \eta_1 - \frac{\eta_2}{\eta_0}$, 其中 $\eta_1 = \frac{(7h_u - 3h_b) A_w h}{10I_x} +$

$$\frac{A_u h_u h}{I_x} - 0.5, \eta_2 = \frac{A_w}{15I_x} \left[\frac{(3h_u - 2h_b)(b + 3h \frac{I_d}{I_{ew}})}{(\frac{I_{eu} + I_d}{I_{ew}} + 6\frac{h}{b} \frac{I_{eu} I_d}{I_{ew}^2})} + \frac{(3h_d - 2h_u)(b + 3h \frac{I_{eu}}{I_{ew}})}{(\frac{I_{eu} + I_d}{I_{ew}} + 6\frac{h}{b} \frac{I_{eu} I_d}{I_{ew}^2})} \right].$$

则附加畸变矩 M_r 和

附加荷载势能 V_r 分别为:

$$M_r = \gamma_r K_R = \frac{\rho M_x}{R} \quad (31)$$

$$V_r = - \int_l \frac{\rho M_x}{R} \gamma dz \quad (32)$$

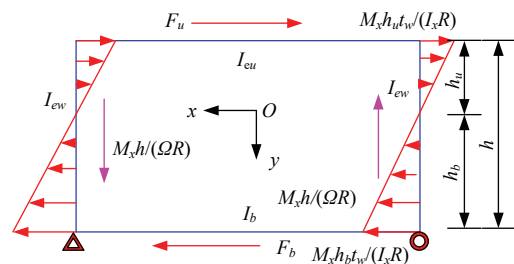


图 7 框架单元附加力

Fig. 7 Additional force of frame element

2.4 畸变微分方程

在分布扭矩荷载 m_t 作用下,CSBCG-CSWs 发生如图 5 所示的畸变变形。若角点 B、C 不产生垂直于曲率平面的相对位移,则顶板沿曲梁径向的水平位移为 $\gamma_d h$,因此畸变外荷载势能 V_m 为:

$$V_m = - \int_0^l P_1 \gamma_d h dz = - \frac{1}{2} \int_0^l m_t \gamma_d dz \quad (33)$$

将畸变翘曲应变能 U_σ 、畸变框架应变能 U_τ 、附加荷载势能 V_τ 、畸变外荷载势能 V_m 叠加,可得 CSBCG-CSWs 的畸变总势能 Π 为:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} [E_s I_{\omega d} \int_0^l (\gamma_d'')^2 dz + K_d \int_0^l \gamma_d^2 dz - \\ & \int_0^l m_t \gamma_d dz] - \int_0^l \frac{\rho M_x}{R} dz \end{aligned} \quad (34)$$

对式(34)进行一阶变分运算,可得:

$$\begin{aligned} \delta \Pi = & \int_0^l (E_s I_{\omega d} \gamma_d'''' + K_d \gamma_d - \frac{\rho M_x}{R} - \frac{1}{2} m_t) \delta \gamma_d dz \\ & + E_s I_{\omega d} \gamma_d'' \delta \gamma_d' \Big|_0^l - E_s I_{\omega d} \gamma_d''' \delta \gamma_d \Big|_0^l \end{aligned} \quad (35)$$

依据最小势能原理,由 $\delta \Pi = 0$ 导出畸变微分方程为:

$$E_s I_{\omega d} \gamma_d'''' + K_d \gamma_d - \frac{\rho M_x}{R} - \frac{1}{2} m_t = 0 \quad (36)$$

式(36)中竖向弯矩 M_x 依据曲杆结构力学求解^[17]。

2.5 横隔板抗畸变刚度

以 X 型横隔板为例,跨内横隔板平行和垂直于曲率平面的畸变框架内力 V_u 和 V_w 如图 8 所示。

V_u 和 V_w 采用式(22)求解。当发生畸变变形时,斜压杆 13、斜拉杆 24 的轴力值 N 均为:

$$N = \frac{l V_u}{2b} \quad (37)$$

式中: l 为 X 型横隔板斜杆的长度。

在单位畸变框架内力作用下,斜压杆 13、斜

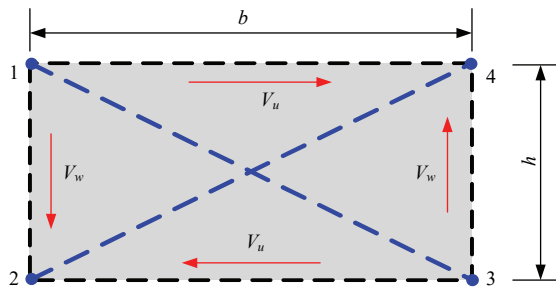


图 8 横隔板受力

Fig. 8 The force of diaphragm

拉杆 24 的轴力值均为 $\frac{l}{2b}$ 。由虚功原理可得设置 X 型横隔板组合梁的畸变角 γ_D 为:

$$\gamma_D = \frac{\delta}{h} = \frac{V_u l^3}{2E_s A b^2 h} \quad (38)$$

式中: A 为 X 型横隔板斜杆的横截面面积。

横隔板抗畸变力矩 $\gamma_D K_{DX}$ 与组合梁畸变框架内力矩 $V_u h$ 相等,则 X 型横隔板的抗畸变刚度 K_{DX} 为:

$$K_{DX} = \frac{V_u h}{\gamma_D} = \frac{2E_s A b^2 h^2}{l^3} \quad (39)$$

同理,解得 K 型横隔板和实腹式横隔板的抗畸变框架刚度 K_{DK} 、 K_{DF} 分别为:

$$K_{DK} = \frac{E_s A_K b^2 h^2}{2l^3}, K_{DF} = G_s t_D b h \quad (40)$$

式中: A_K 为 K 型横隔板杆件的横截面面积; G_s 为实腹式横隔板的剪切刚度; t_D 为横隔板厚度。

结合式(39)(40),采用弹性地基梁比拟法求解式(36),弹性地基梁的比拟过程详见文献[18],求解流程如下:

(1) 将梁体划分为若干段,在给定荷载作用下,根据梁体起始端 E 端已知的边界条件($y_E = M_E = 0$,其中 y 、 M 分别为弹性地基梁的挠度和弯矩),假定其未知边界值(假定 $V_E = \varphi_E = 0$,其中 V 、 φ 分别为剪力和斜率),逐段运算直至求解出梁体末端 F 端边界值(y_{FP} 、 φ_{FP})。

(2) 移除外荷载,假定 $\overline{V}_E = 1$ 作用于 E 端,且 y_E 、 M_E 、 φ_E 均为零,递推求解 F 端的挠度 $y_{F\overline{V}}$ 和斜率 $\varphi_{F\overline{V}}$ 。

(3) 假定 $\overline{\varphi}_E = 1$ 作用于 E 端,且 y_E 、 M_E 、 φ_E 均为零,递推求解 F 端的挠度 $y_{F\overline{\varphi}}$ 和斜率 $\varphi_{F\overline{\varphi}}$ 。

(4) 依据变形协调条件,需满足:

$$\begin{cases} V_E y_{F\overline{V}} + \varphi_E y_{F\overline{\varphi}} + y_{FP} = 0 \\ V_E \varphi_{F\overline{V}} + \varphi_E \varphi_{F\overline{\varphi}} + \varphi_{FP} = 0 \end{cases} \quad (41)$$

求解式(41)即可得到 V_E 、 φ_E ,利用 V_E 、 φ_E 修正步骤(1)的原递推值,继而采用叠加原理求解截面弯矩、挠度,并将其分别类比为畸变双力矩、畸变角。本文依据上述流程,采用 Matlab 编程完成求解。

3 实验验证与算例分析

3.1 实验验证

文献[19]的实验梁如图 9 所示,其计算跨径

为 4.7 m,梁轴半径为 9.4 m。波形钢腹板形状如图 1 所示,各参数分别为: $t_w=3\text{ mm}$, $a_w=64\text{ mm}$, $c_w=47.5\text{ mm}$, $h_w=41\text{ mm}$, $\alpha=60^\circ$ 。曲梁两端设置厚度为 25 cm 的端横隔板,梁体内部设置两道厚度为 10 cm 的跨内横隔板,横隔板布置如图 9(a)所示,梁体横断面如图 9(b)所示。

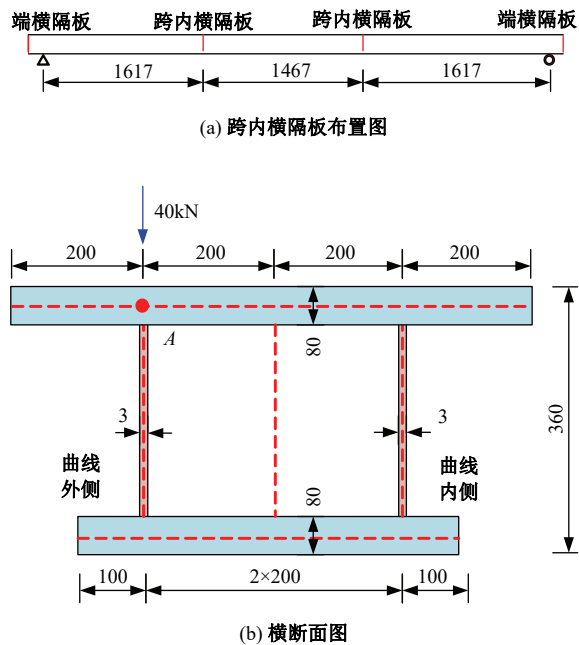


图 9 实验梁简图(单位:mm)

Fig. 9 Experimental girder diagram (unit: mm)

横隔板、底板、桥面板均采用 C40 混凝土,波形腹板采用 Q355 钢材。在跨中截面曲线外侧桥面板与波形腹板交接点处,施加数值为 40 kN、偏心距为 0.2 m 的偏心集中荷载。跨中截面畸变角采用位移传感器读取,实验测试过程详见文献[19]。

表 1 列出了跨中截面畸变角的本文解析解、文献[4]解析解、文献[19]Abaqus 数值解与实验值。图 10 对比了跨中截面畸变翘曲正应力的本文解析解和文献[19]数值解,其中带括号数据为本文解析解,括号外数据为文献[19]数值解。

由图 10 和表 1 可知,本文提出的跨中截面畸变翘曲正应力和畸变角解析解与实验值、数值解总体吻合良好,验证了本文解析理论的正确性。

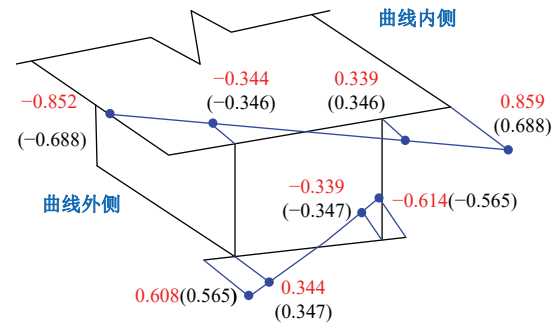


图 10 畸变翘曲正应力(单位:MPa)

Fig. 10 Distortion warping normal stress (unit: MPa)

同时,本文解析解与文献[4]解析解的偏差仅为 3.07%,表明 10 cm 厚的跨内混凝土横隔板面内剪切变形甚小。

3.2 算例分析

CSBCG-CSWs 的跨径为 30 m、梁轴半径为 72 m,梁端设置厚度为 22 mm 的端横隔板,跨中设置厚度为 14 mm 实腹式横隔板。梁体横截面如图 2(a)所示,各参数分别为: $a=3\text{ m}$, $b=1.5\text{ m}$, $h=1.5\text{ m}$, $t_c=0.25\text{ m}$, $t_s=0.02\text{ m}$ 。桥面板采用 C50 混凝土,钢底板、波形钢腹板分别采用 Q420、Q355 钢材,CSBG-CSWs 的自重为 56 kN/m。偏心距为 1.5 m 的公路一级车道荷载作用于曲梁轴外侧,且 $P_k=320\text{ kN}$ 的集中活载作用于跨中截面曲梁轴线外侧腹板与桥面板的交接处。波形钢腹板为 1 600 型,形状如图 1 所示,各参数分别为: $t_w=0.014\text{ m}$, $a_w=0.43\text{ m}$, $b_w=0.37\text{ m}$, $c_w=0.43\text{ m}$, $h_w=0.22\text{ m}$, $\alpha=30^\circ$ 。

3.2.1 荷载形式及跨内横隔板间距

为考察荷载形式及跨内横隔板对 CSBG-CSWs 畸变效应的影响,基于本文解析法,分别计算当跨内设置 0~2 道实腹式横隔板时,梁体在自重、集中偏心活载和均布偏心活载作用下的畸变双力矩沿曲梁跨径分布曲线,结果如图 11 所示。

由图 11 可以看出,与未设置跨内横隔板结果相比,当设置 1~2 道跨内横隔板时,由自重和偏心车道荷载引起的总畸变双力矩分别降低 77.7%、85.6%。当集中荷载加载截面未设置横

表 1 跨中截面畸变角

Table 1 Distortion angle of mid-span section

本文解析解/ 10^{-5} rad	文献[4]解析解/ 10^{-5} rad	文献[19]数值解/ 10^{-5} rad	文献[19]实验值/ 10^{-5} rad	偏差 1/%	偏差 2/%	偏差 3/%
5.171	5.012	4.706	4.69	8.99	9.30	3.07

注:偏差 1=(本文解析解-数值解)/本文解析解 $\times 100\%$;偏差 2=(本文解析解-实验值)/本文解析解 $\times 100\%$;偏差 3=(本文解析解-文献[4]解析解)/本文解析解 $\times 100\%$ 。

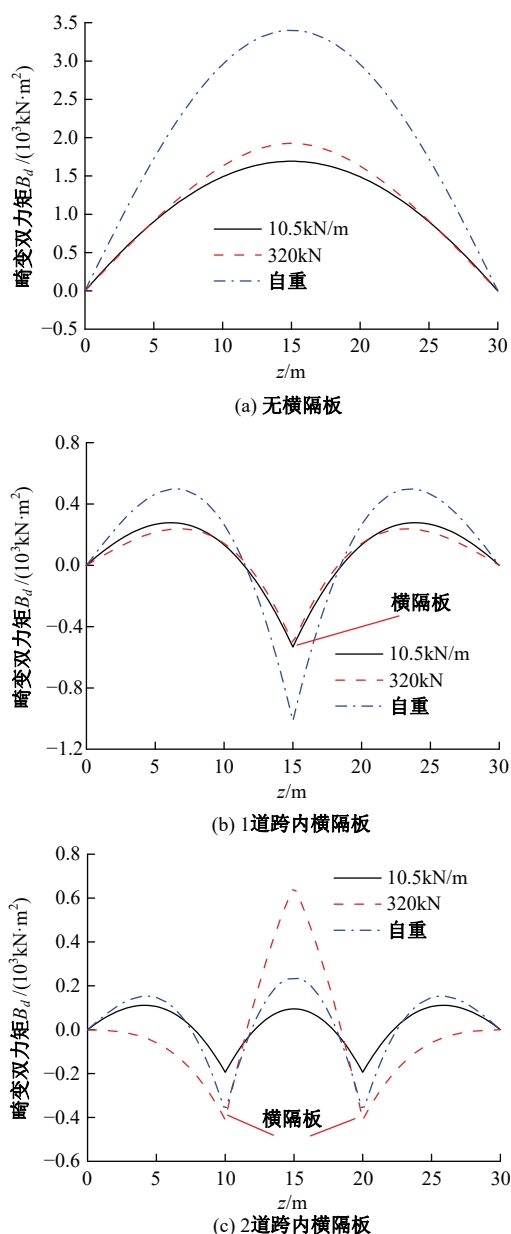


图 11 畸变双力矩分布

Fig. 11 Distortion bi-moment distribution

隔板时(对应 2 道横隔板布置方案),该截面的畸变双力矩显著增大,从而导致畸变翘曲应力显著增加。当集中荷载加载位置设置横隔板时(对应 1 道横隔板布置方案),由集中荷载和均布荷载产生的畸变双力矩沿曲径方向的分布趋于吻合。

图 12 为波形腹板钢箱组合梁在车道荷载单独作用、自重单独作用及车道荷载和自重耦合作用下,畸变应力比随跨内横隔板间距的变化曲线。

由图 12 可以看出,曲线箱梁在自重和活载共同作用下的畸变应力比与直线箱梁在活载单独作用下的畸变应力比相当,活载作用下曲线箱梁畸变应力比最大,自重作用下曲线箱梁畸变应力比

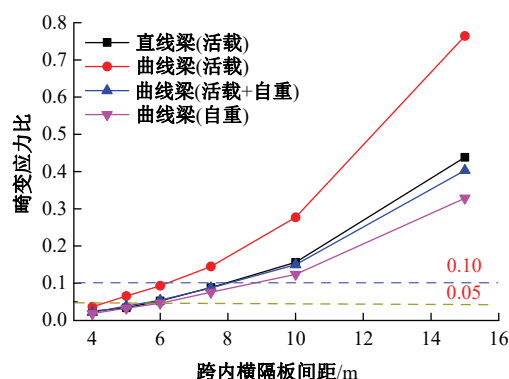


图 12 不同横隔板间距的畸变应力比

Fig. 12 Distortion stress ratio of different diaphragm spacing

最小。当 CSBG-CSWs 的活载畸变应力比分别控制在 10%、5% 以内时,横隔板间距需满足:直线箱梁分别 < 8 、 6 m,曲线箱梁分别 < 6 、 5 m;计入自重的畸变效应可降低 CSBG-CSWs 畸变应力比。

3.2.2 跨内横隔板形式

表 2 列出了采用本文公式和公路钢桥规公式^[20]计算的实腹式、X 型及 K 型横隔板抗畸变刚度值。

由表 2 可以看出,依据公路钢桥规公式计算的 3 类横隔板刚度值均为本文公式计算值的 4 倍,这表明公路板规给出的横隔板刚度计算公式有待进一步商榷。

图 13 为设置跨内实腹式、X 型及 K 型横隔板的曲线钢箱组合梁在自重(恒载)作用下畸变双力矩沿跨径的分布曲线,可以看出,设置跨内 X 型及 K 型横隔板的曲线钢箱组合梁畸变双力矩沿跨径方向分布曲线基本重合,表明这两种类型横隔板的抗畸变能力相当。在自重荷载作用下,与设置 X 型、K 型横隔板的结果相比,设置实腹式横隔板的组合梁跨内最大畸变双力矩降低 25%。

3.2.3 跨内横隔板厚度

图 14 给出了 30 m 跨径直线、曲线波形腹板钢箱组合梁 $z=4.5$ m 和 $z=15$ m 截面角点 A 处畸变翘曲应力随实腹式横隔板厚度变化的曲线,可

表 2 横隔板抗畸变刚度

Table 2 Anti-distortion stiffness of diaphragm

横隔板类型	本文解/ ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	钢桥规/ ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	钢桥规/本 文解
实腹式	4.992×10^6	1.997×10^7	4
X 型	4.104×10^5	1.641×10^6	4
K 型	4.055×10^5	1.622×10^6	4

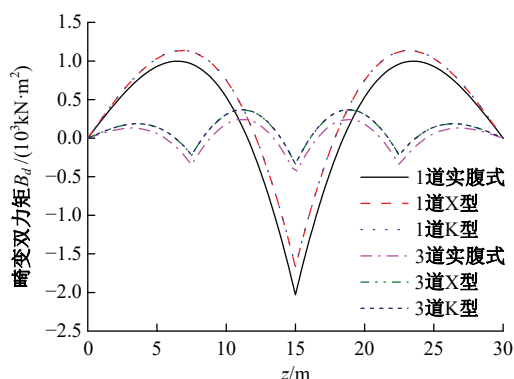


图 13 不同横隔板类型的畸变双力矩

Fig. 13 Distortion bi-moment of different diaphragm forms

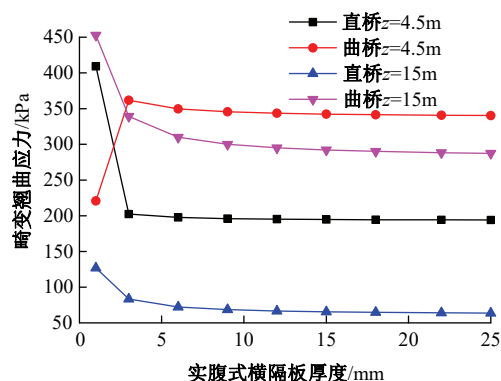


图 14 横隔板厚度的影响

Fig. 14 Influence of diaphragm thickness

可以看出,当横隔板厚度 $<3\text{ mm}$ 时,直线组合梁 $z=4.5\text{ m}$ 、 $z=15\text{ m}$ 截面和曲线组合梁 $z=15\text{ m}$ 截面角点A处的畸变翘曲应力均随横隔板厚度增加而减小,而曲线组合梁 $z=4.5\text{ m}$ 截面畸变翘曲应力则随横隔板厚度增加而增大。当横隔板厚度 $>6\text{ mm}$ 时,增加横隔板厚度对直线、曲线组合梁畸变效应的抑制效果无明显提升。

3.2.4 曲率半径

图 15 为 $R_\varphi = 30\text{ m}$ 的曲线钢箱组合梁在偏心

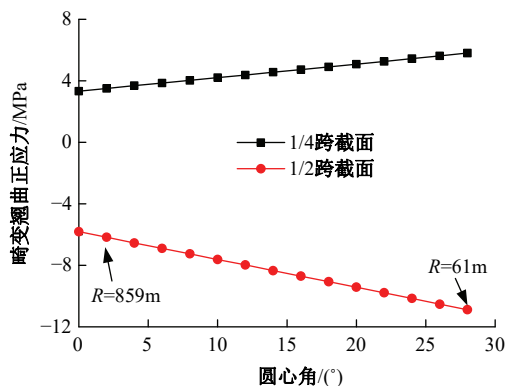


图 15 曲率半径的影响

Fig. 15 Influence of curvature radius

均布活载作用下,1/4跨和1/2跨截面角点B处畸变翘曲正应力随圆心角变化的曲线。由图 15 可知,当跨径一定时,CSBCG-CSWs 畸变翘曲正应力随曲率半径的增大(圆心角减小)逐渐减小,且该变化趋势呈现明显线性特征,且横隔板位置处(1/2跨)的畸变翘曲应力与1/4跨截面的畸变翘曲应力符号相反。当圆心角从 0° 增加至 28° 时(对应曲率半径从 859 m 减小至 61 m),波形腹板钢箱组合梁1/4跨和1/2跨截面畸变翘曲正应力分别增加 74.6% 和 87.4% 。

4 结 论

(1) 本文通过考虑跨内柔性横隔板的抗畸变刚度及弯扭耦合效应,基于能量变分原理提出了曲线波形腹板钢箱组合梁畸变效应解析理论,并通过模型实验值和Abaqus数值解验证了该解析法的正确性

(2) 与未设置跨内横隔板的结果相比,当设置1~2道跨内横隔板时,由自重和偏心车道荷载引起的总畸变双力矩分别降低 77.7% 、 85.6% ;由集中荷载引起的畸变效应主要受加载点是否设置横隔板影响,均布荷载更能反映设置跨内横隔板CSBG-CSWs的整体畸变效应;与设置X型和K型横隔板的结果相比,设置实腹式横隔板CSBCG-CSWs的最大畸变双力矩降低 25% 。

(3) 当波形腹板组合梁的活载畸变应力比分别控制在 10% 、 5% 以内时,横隔板间距需满足:直线箱梁分别 $<8\text{ m}$ 、 6 m ,曲线箱梁分别小于 6 m 、 5 m ;计入自重的畸变效应可降低梁体的畸变应力比。

(4) 本文导出的不同形式跨内横隔板刚度值为公路钢桥规给出的相应横隔板刚度值的 $1/4$,表明公路钢桥规计算的横隔板刚度有待商榷;当跨内实腹式横隔板厚度 $>6\text{ mm}$ 时,增加其厚度对直线、曲线波形腹板钢箱组合梁畸变效应的抑制效果无明显提升;当圆心角从 0° 增加至 28° 时,CSBCG-CSWs 1/4跨和1/2跨截面的畸变翘曲正应力分别增加 74.6% 和 87.4% 。

(5) 本文研究成果可为CSBCG-CSWs的跨内横隔板设计提供参考,工程实践中可保证横隔板厚度满足最小刚度要求,以其间距作为单一变量进行设计控制。

参考文献:

- [1] 聂建国,陶慕轩,吴丽丽,等. 钢-混凝土组合结构桥梁研究新进展[J]. 土木工程学报, 2012, 12(6): 110-122.
Nie Jian-guo, Tao Mu-xuan, Wu Li-li, et al. Advances of research on steel-concrete composite bridges [J]. China Civil Engineering Journal, 2012, 12(6): 110-122.
- [2] 封博文,刘永健,周绪红,等. 曲线工字钢-混凝土组合梁弯扭性能 1:2 模型实验[J]. 中国公路学报, 2023, 5(36): 109-127.
Feng Bo-wen, Liu Yong-jian, Zhou Xu-hong, et al. Experimental study on the flexural-torsional behavior of a 1:2 scale model of a curved steel-concrete composite twin I-girder bridge[J]. China Journal of Highway and Transport, 2023, 5(36): 109-127.
- [3] 闫新凯,刘永健,邢子寒,等. 曲线双工字钢组合梁桥梁受力分析研究[J]. 建筑科学与工程学报, 2022, 5(39): 63-73.
Yan Xin-kai, Liu Yong-jian, Xing Zi-hai, et al. Research on internal force of crossbeam in curved steel-concrete composite twin I-girder bridge[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2022, 5(39): 63-73.
- [4] 张元海. 设置跨内横隔板的箱形梁畸变效应分析[J]. 土木工程学报, 2021, 54(11): 91-98.
Zhang Yuan-hai. Analysis on distortion effect of box girders with inner-span diaphragms[J]. China Civil Engineering Journal, 2021, 54(11): 91-98.
- [5] Wang C, Zhang Y S, Zhang X L, et al. Coupled bending-torsion behavior of single-box multi-cell curved composite box-girders with corrugated-steel-webs[J]. Journal of Construction Steel Research, 2022, 196: 107411.
- [6] 许立言,郭婷,张屹壺,等. 曲线波形腹板组合箱梁空间受力性能研究[J]. 建筑结构学报, 2023, 44(增刊 1): 165-173.
Xu Li-yan, Guo Ting, Zhang Yi-yao, et al. Study on spatial mechanical behavior of curved composite box girder with corrugated steel webs[J]. Journal of Building Structures, 2023, 44(Sup. 1): 165-173.
- [7] Zhu L, Su R K, Li M. Finite beam element with 26 DOFs for curved composite box girders considering constrained torsion, distortion, shear lag and biaxial slip[J]. Engineering Structures, 2021, 232: 1-26.
- [8] 张元海,马云亮,刘泽翔. 考虑扭转与畸变耦联影响的薄壁箱梁翘曲效应分析[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 2023, 53(3): 418-424.
Zhang Yuan-hai, Ma Yun-liang, Liu Ze-xiang. Analysis on distortion effect of thin-walled box girders considering coupling between torsion and distortion [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2023, 53(3): 418-424.
- [9] Ren Y Z, Cheng W M, Wang Y Q, et al. Distortional analysis of simply supported box girders with inner diaphragms considering shear deformation of diaphragms using initial parameter method[J]. Engineering Structures, 2017, 145: 44-59.
- [10] Ren Y Z, Cheng W M, Wang Y Q, et al. Analysis of the distortion of cantilever box girder with inner flexible diaphragms using initial parameter method[J]. Thin-walled Structure, 2017, 117: 140-154.
- [11] 尼颖升,孙启鑫,马晔,等. 基于空间网格分析的多箱室波形钢腹板组合梁腹板剪力分配[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2018, 48(6): 1735-1746.
Ni Ying-sheng, Sun Qi-xin, Ma Ye, et al. Shear distribution of multi-cell corrugated steel web composite beams based on space grid analysis[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2018, 48(6): 1735-1746.
- [12] 尼颖升,马晔,徐栋,等. 波形钢腹板斜拉桥剪力滞效应空间网格分析方法[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2017, 47(5): 1453-1464.
Ni Ying-sheng, Ma Ye, Xu Dong, et al. Space mesh analysis method for shear lag effect of cable-stayed bridge with corrugated steel webs[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2017, 47(5): 1453-1464.
- [13] 邓文琴,毛泽亮,刘朵,等. 单箱三室波形钢腹板悬臂梁扭转与畸变分析及试验研究[J]. 建筑结构学报, 2020, 41(2): 173-181.
Deng Wen-qin, Mao Ze-liang, Liu Duo, et al. Analysis and experimental study on torsion and distortion of single box three-cell cantilever girder with corrugated steel webs[J]. Journal of Building Structures, 2020, 41(2): 173-181.
- [14] 喻文杰,高子健,邓文琴,等. 新型波形腹板组合箱梁桥横隔板间距研究[J]. 现代交通技术, 2021, 18(4): 37-41.
Yu Wen-jie, Gao Zi-jian, Deng Wen-qin, et al. Research on diaphragm spacing for new type of composite box girder bridge with corrugated steel webs[J].

- Modern Transportation Technology, 2021, 18(4): 37-41.
- [15] Shi F, Wang D S, Chen L. Study of flexural vibration of variable cross-section box-girder bridges with corrugated steel webs[J]. Structures, 2021(33): 1107-1118.
- [16] 李卓庭, 宋郁民. 曲梁几何方程推导[J]. 工程力学, 2019, 36(增刊 1): 12-16.
- Li Zhuo-ting, Song Yu-min. Geometric equation derivation of curved beam[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(Sup. 1): 12-16.
- [17] 孙广华. 曲线梁桥计算[M]. 北京:人民交通出版社, 1995.
- Sun Guang-hua. Curved Girder Bridge Calculation [M]. Beijing: China Communications Press, 1995.
- [18] 程翔云. 梁桥理论与计算[M]. 北京:人民交通出版社, 1990.
- Cheng Xiang-yun. Theory and Calculation of Girder Bridge[M]. Beijing: China Communications Press, 1990.
- [19] Zhang Y L, Wang C, Zhang X S, et al. Exact distortional behavior of single-box multicell curved composite box girders with corrugated steel webs in the elastic stage[J]. Engineering Structures, 2023, 297: 116961.
- [20] JTG D64—2015. 公路钢结构桥梁设计规范[S].