高速移动载荷作用下的垂-轴向耦合弹性梁动态响应分析

严康为 鲁军勇* 曾德林 程 龙 谭 赛
海军工程大学,武汉,430033

摘要:针对高速移动载荷作用下的轨道动态响应问题,提出一种考虑轨道垂-轴向耦合变形与装配界面摩擦滑移的弹性梁动态响应分析框架,综合电磁斥力、电枢扩张力、预紧力、后坐力、摩擦力等输入载荷的时空分布特性,建立了包含轨道垂-轴向耦合振动、封装壳/绝缘体轴向振动以及封装壳-轨道-绝缘体装配界面动态滑移特性的完整结构动力学模型。通过与光纤光栅传感器实测应变数据对比,检验了所提模型的准确性。研究表明,电枢通过后直至出口前,在电磁后坐力和枢轨摩擦力的共同作用下,轨道中前段区域存在显著的轴向变形,可能引发低周疲劳和蠕变等劣化损伤。此外,在电枢前方轨道观察到高速前驱波特征,推断其源于电磁后坐力所致轴向应力波的前向传播。研究结果弥补了当前轨道动态响应研究缺乏垂-轴向耦合变形分析的缺陷,为封装壳-轨道-绝缘体装配结构的延寿优化与可靠性评估提供了理论依据。

关键词:弹性地基梁;轴向变形;界面滑移;隐式差分;应变测试
中图分类号:TH17
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.09.013 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

Dynamic Response of Axial-Vertical Coupled Elastic Beams under High-speed Moving Loads

YAN Kangwei LU Junyong* ZENG Delin CHENG Long TAN Sai
Naval University of Engineering, Wuhan, 430033

Abstract: A dynamic response analysis framework was proposed for elastic beams to solve the problem of rail dynamic response stimulated by high-speed moving loads, incorporating axial-vertical coupled deformation of the rail and frictional sliding at assembly interface. By integrating the spatiotemporal distribution characteristics of input loads such as electromagnetic repulsive force, armature expansion force, preload force, recoil force, and friction force, a comprehensive structural dynamics model was established, which included the vertical and axial coupling vibration of the rail, the axial vibration of the containment/insulator, and the dynamic slip characteristics of the containment-rail-insulator assembly interface. The accuracy of the proposed model was examined by comparing it with strain data measured by fiber Bragg grating (FBG) sensors. It was found that significant axial deformation occurred in the mid-front section of the rail due to the effects of electromagnetic recoil force and armature-rail friction force, after the armature passed through and before it exited, which may lead to degradation damage such as low-cycle fatigue and creep. In addition, a high-speed precursor wave was observed ahead of the armature on the rail, which was inferred to have originated from the forward propagation of the axial stress wave caused by the electromagnetic recoil force. These findings fill the gap in axial-vertical coupled deformation analyses in current rail dynamic response research, and provide a theoretical basis for the lifespan optimization and reliability assessment of the containment-rail-insulator assembly structure.

Key words: elastic foundation beam; axial deformation; assembly interface slip; implicit finite difference; strain measurement

0 引言

作为结构力学中的经典研究对象,地基梁模型广泛应用于现代土木建筑、道桥工程、运载机械等领域[1]。其中,移动载荷作用下的弹性地基梁动态响应问题,由于呈现复杂的时空耦合特性,且直接关系到车桥系统耦合振动[2-3]、列车轮轨动态接触[4-5]、飞机起降滑跑冲击[6]等重要工程场景中的结构安全性、耐久性与舒适性,因而备受关注。

收稿日期:2025-08-14
基金项目:国家自然科学基金(92266301,92266206,92166204,92166108,52525701,52207070)

近年来，这一理论在电磁发射领域展现出新的研究价值：作为发射器的核心部件，通电轨道在发射瞬间需要承受数百兆帕、数千米每秒、数万倍重力加速度的垂向载荷轴向加速滑动冲击[7]，由此引发的轨道激振严重影响被发射体的运动稳定性，并带来刨削、转捩等安全性问题[8]和轨道疲劳、磨损等寿命问题[9]。为探究轨道的动态响应，国内外学者基于移动载荷下的弹性地基梁理论开展了一系列研究。

TZENG等[10]通过考虑电磁力载荷的分布特性，推导了Euler-Bernoulli梁简化下的弹性支撑轨道垂向变形控制方程解析解，并发现移动载荷超过某个临界速度后会引起轨道振动加剧。JOHNSON等[11]基于Timoshenko梁模型分析了轨道与C形电枢在临界速度下接触压力剧烈变化的现象，并提出通过增强轨道结构阻尼以优化枢轨接触稳定性。PAI等[12]采用广义动态刚度法分析了轨道中临界速度、剪切速度和杆速度的物理本质，认为临界速度的成因是移动载荷与地基梁发生结构共振，弹性地基的反作用力与梁的弯曲变形惯性力相位同步，从而导致能量累积和挠度发散。LEE等[13]计算了Timoshenko梁简化下的轨道垂向动态响应数值解，发现临界速度附近轨道的动态应变会剧烈增大，并通过实际应变测试验证了所建模型的正确性。RECK等[14]基于LS-DYNA显式动力学软件构建了轨道的三维电磁-结构耦合模型，仿真发现当电枢到达临界速度后，尽管电磁力在缓慢下降，但轨道中的应力仍迅速增大。HE等[15]计算了双层弹性地基梁假设下的轨道模型解析解，并通过与ANSYS软件的对比结果验证了解析解的有效性。DU等[16]基于商业有限元软件的二次开发实现了考虑非线性地基的轨道三维电磁-结构-热耦合模型，并通过应变测试验证了非线性地基的模拟精度。WANG等[17]分析了恒定轴向力下的Euler梁轨道模型垂向振动特性，认为可通过添加轴向预拉力以抑制轨道的振动。WU等[18]采用模态叠加法计算了黏弹性地基下的Euler梁轨道动态响应解析解，发现增大支撑结构的刚度或阻尼系数可有效抑制轨道的振动幅度，且阻尼的影响主要集中于高频。ZHANG等[19-20]采用Euler梁构建了轨道非线性有限元模型，并通过应变测量实验，推测轨道的可能疲劳区域位于电流幅值或临界速度位置处。

尽管上述研究在轨道的垂向振动以及临界速度方面取得了重要进展，但目前仍缺乏有关发射器轴向受力与振动变形情况的探讨，这可能带来发射器服役过程中的隐性失效风险，制约其可靠性与寿命的进一步提高。

基于此，本文提出了考虑轨道垂-轴向耦合变形与装配界面摩擦滑移的弹性梁动态响应分析框架，以促进电磁发射器的结构优化与可靠性评估，延长其使用寿命。

1 模型构建

本节从电磁发射器的结构受力出发，详细阐述了模型的假设条件、控制方程的组成和边界条件的设置。

1.1 建模假设

电磁发射器通过两根平行轨道、电枢、脉冲功率电源以及连接线缆组成的放电回路推动电枢沿轨道轴向加速。加速过程中，轨道需承受两轨间电磁斥力p_{em}、电枢尾翼扩张力p_{ra}、枢轨间摩擦力f_{ra}以及发射后坐力p_{recoil}。为约束这些力所带来的轨道垂向位移w以及轴向位移u，两轨之间填充了具有支撑作用的绝缘体，两轨的外侧包裹了封装壳，同时，轨道尾端安装了反后坐弹簧。由此带来了封装壳与轨道间的摩擦力f_{rc}、绝缘体与轨道间的摩擦力f_{rs}，还有轨道后坐引起反后坐弹簧收缩所带来的反后坐力$k_{spr}u$。此外，封装壳、轨道与绝缘体在安装时会被施加垂向预紧力p_{pr}，以确保结构紧固。详细的结构受力如图1所示。

为确保模型能够被有效构建和计算，采用以下合理假设：

1）由于两轨道平行布置于垂直重力方向的水平面上，因此重力影响被忽略，将双轨模型对称简化为单轨模型[10]。

2）由于轨道长度远大于其厚度，故剪切变形被忽略，同时，考虑轨道高速振动下的惯性效应，采用Rayleigh梁（具有转动惯量的Euler-Bernoulli梁）理论进行垂向变形建模[12]。

3）考虑封装壳与绝缘体对轨道的弹性支撑行为，采用Winkler弹性地基理论模拟轨道的垂向变形[19]，并添加黏滞阻尼以描述轨道振动时的能量耗散。此外，鉴于封装壳与绝缘体材料力学性能的差异，轨道的垂向正变形和负变形分别采用不同的弹性地基系数，以体现非对称的支撑特性[21]。

4）由于关注重点为轨道，因此电枢受力加速及尾翼磨损行为被忽略，采用设定位移曲线下与电流关联的移动载荷模拟电枢尾翼扩张力载荷，同时，枢轨间的摩擦行为采用Stribeck摩擦模型构建，以模拟电枢表面受热熔化带来枢轨接触界面由“固-

固”干摩擦转为“固-液-固”润滑摩擦的过程[22]。

5)由于同轴电缆对磁场的抵消作用,故放电回路在电磁扩张过程中所产生的发射后坐力载荷被视为仅作用于轨道尾部的馈电区域[23-24],其大小与电枢的电磁加速力相等且均匀分布于馈电区域的长度范围内。

6)为降低模型复杂度,温度对轨道力学性能的影响被忽略,这将带来短时连续发射下的模拟误差[25-26],但对单次发射行为影响较小。

1.2　控制方程

考虑Rayleigh梁的双向耦合振动,图1中轨道的垂向与轴向振动方程[27-28]可分别表示为

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-\rho I\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)+c_{\mathrm{f}}\frac{\partial w}{\partial t}+k_{\mathrm{f}}w-EA\left[\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{3}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right]=p_w \tag{1}$$

$$\rho A\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-EA\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-EA\frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=p_u \tag{2}$$

$$p_w=p_{\mathrm{em}}+p_{\mathrm{ra}} \tag{3}$$

$$p_u=f_{\mathrm{ra}}-f_{\mathrm{rc}}-f_{\mathrm{rs}}-p_{\mathrm{recoil}} \tag{4}$$

式中:E、ρ、I、A分别为轨道的弹性模量、密度、截面惯性矩与截面积;c_{f}为阻尼系数;k_{f}为弹性地基系数;p_w、p_u分别为轨道受到的垂向载荷和轴向载荷。

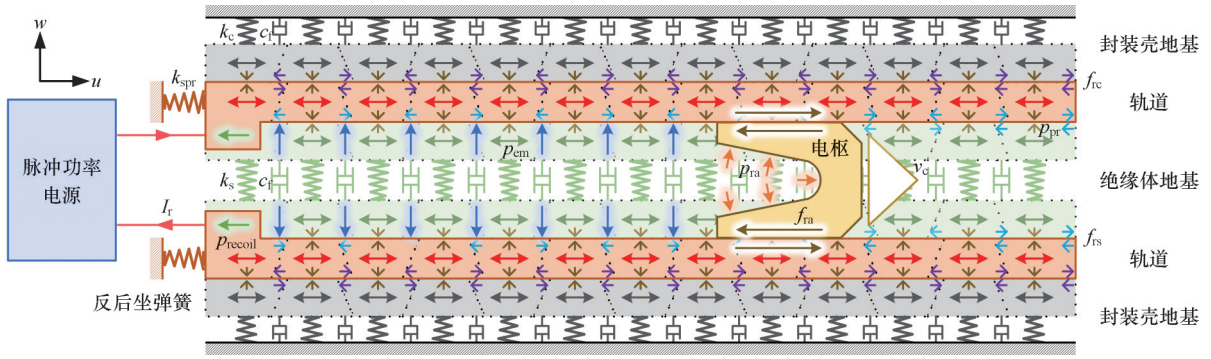


图1　电磁发射器结构受力示意图

Fig.1　Schematic of force distribution in electromagnetic launcher structure

由于弹性支撑的非对称性,式(1)中的弹性地基系数k_{f}为时变参数,根据轨道垂向变形w的正负进行切换:

$$k_{\mathrm{f}}=k_{\mathrm{c}}I(w>0)+k_{\mathrm{s}}I(w\leqslant 0) \tag{5}$$

式中:k_{c}、k_{s}分别为轨道靠封装壳侧与绝缘体侧的地基系数;$I(\cdot)$为指示函数,当满足条件时,其数值取1,否则为0。

由于电流趋肤效应,两轨间的电磁斥力p_{em}可近似为[29]

$$p_{\mathrm{em}}=\frac{\mu_{\mathrm{m0}}I_{\mathrm{r}}^2}{2\pi h^2}\left[2h\arctan\left(\frac{h}{s}\right)-s\ln\left(\frac{s^2+h^2}{s^2}\right)\right]I(x\leqslant x_{\mathrm{a}}) \tag{6}$$

式中:真空磁导率$\mu_{\mathrm{m0}}=4\pi\times10^{-7}$;$I_{\mathrm{r}}$为回路电流;$s$为轨道间距;$h$为轨道厚度;$x_{\mathrm{a}}$为电枢沿轨道轴向运动的位置。

由于电磁扩张作用,电枢尾翼扩张力p_{ra}可近似为[30]

$$p_{\mathrm{ra}}=\frac{L_{\mathrm{r}}'I_{\mathrm{r}}^2}{2s}I(x_{\mathrm{a}}<x\leqslant x_{\mathrm{a}}+l_{\mathrm{a}}) \tag{7}$$

式中:L_{r}'为发射器的电感梯度;l_{a}为电枢尾翼与轨道的接触长度。

考虑单轨模型带来后坐力减半,作用于轨道尾部馈电区域的发射后坐力p_{recoil}可表示为

$$p_{\mathrm{recoil}}=\frac{1}{2}\frac{L_{\mathrm{r}}'I_{\mathrm{r}}^2}{2l_{\mathrm{b}}}I(x\leqslant l_{\mathrm{b}}) \tag{8}$$

式中:l_{b}为馈电区域的长度。

电枢的运动速度远高于轨道的形变伸缩,枢轨间的摩擦力f_{ra}方向恒与电枢运动方向相反,其摩擦因数μ_{ra}采用Stribeck摩擦模型[31]构造,可表示为

$$f_{\mathrm{ra}}=\mu_{\mathrm{ra}}p_{\mathrm{ra}} \tag{9}$$

$$\mu_{\mathrm{ra}}=\mu_{\mathrm{ra,c}}+(\mu_{\mathrm{ra,s}}-\mu_{\mathrm{ra,c}})\exp(-(|v_{\mathrm{a}}|/v_{\mathrm{str}})^{\alpha}) \tag{10}$$

式中:$\mu_{\mathrm{ra,s}}$为静摩擦因数;$\mu_{\mathrm{ra,c}}$为库仑摩擦因数;v_{str}为Stribeck特征速度;v_{a}为电枢沿轨道轴向运动的速度;α为衰减指数,$\alpha=2$。

与之不同的是,封装壳与轨道的摩擦力f_{rc}以及绝缘体与轨道的摩擦力f_{rs}方向难以事先确定,需要考虑不同位置接触界面之间的滑移情况,如图2所示,因此分别构建

$$f_{\mathrm{rc}}=\mathrm{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial u_{\mathrm{c}}}{\partial t}\right)\mu_{\mathrm{rc}}\max(0,(p_{\mathrm{pr}}+k_{\mathrm{c}}w)) \tag{11}$$

$$f_{\mathrm{rs}}=\mathrm{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial u_{\mathrm{s}}}{\partial t}\right)\mu_{\mathrm{rs}}\max(0,(p_{\mathrm{pr}}-k_{\mathrm{s}}w)) \tag{12}$$

式中:$\mathrm{sgn}(\cdot)$为符号函数;μ_{rc}为封装壳与轨道间的摩擦因数;μ_{rs}为绝缘体与轨道间的摩擦因数;u_{c}、u_{s}分别为封装壳和绝缘体的轴向形变。

由于涉及结构振动,因此描述为

$$E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\frac{\partial^2 u_{\mathrm{c}}}{\partial x^2}-\rho_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\frac{\partial^2 u_{\mathrm{c}}}{\partial t^2}=-f_{\mathrm{rc}} \tag{13}$$

$$E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\frac{\partial^2 u_{\mathrm{s}}}{\partial x^2}-\rho_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\frac{\partial^2 u_{\mathrm{s}}}{\partial t^2}=-f_{\mathrm{rs}} \tag{14}$$

式中:E_{c}、E_{s}、A_{c}、A_{s}、ρ_{c}、ρ_{s}分别为封装壳和绝缘体的轴向弹性模量、截面积与密度。

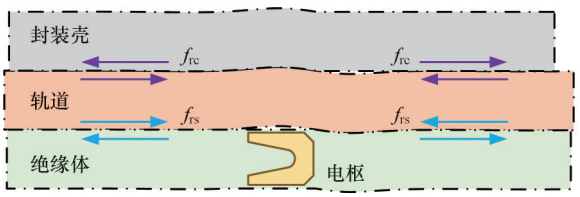


图2 封装壳-轨道-绝缘体界面滑移示意图

Fig.2 Schematic of slip occurring at the interfaces between containment, rail, and insulator

除轨道尾部在轴向上存在反后坐弹簧k_{spr}支撑外，轨道、封装壳和绝缘体的其余端部没有被施加额外的力，因此将式(1)、式(2)、式(13)、式(14)的边界条件分别设定为

$$\left.\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right|_{x=L}=0,\quad \left.\frac{\partial^3 w}{\partial x^3}\right|_{x=L}=0 \tag{15}$$

$$EA\left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=k_{spr}u|_{x=0},\quad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=L}=0 \tag{16}$$

$$\left.\frac{\partial u_c}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{\partial u_c}{\partial x}\right|_{x=L}=0,\quad \left.\frac{\partial u_s}{\partial x}\right|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{\partial u_s}{\partial x}\right|_{x=L}=0 \tag{17}$$

式中：L为轨道长度。

此外，初始时刻轨道、封装壳和绝缘体均处于零位状态，因此将式(1)、式(2)、式(13)、式(14)的初值条件分别设定为

$$w|_{t=0}=0,\quad \left.\frac{\partial w}{\partial t}\right|_{t=0}=0,\quad u|_{t=0}=0,\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0 \tag{18}$$

$$u_c|_{t=0}=0,\quad \left.\frac{\partial u_c}{\partial t}\right|_{t=0}=0,\quad u_s|_{t=0}=0,\quad \left.\frac{\partial u_s}{\partial t}\right|_{t=0}=0 \tag{19}$$

2 模型计算

由于所建立的模型存在轨道垂向与轴向振动的耦合效应、轨道与封装壳/绝缘体之间的界面滑移特性以及轨道弹性支撑的非对称性等高度非线性因素，难以通过解析方法获得精确解，因此本节采用有限差分法(FDM)[32-33]进行数值近似。

对于式(1)、式(2)、式(13)、式(14)，采用中心差分格式离散化空间偏导项，并采用后向差分格式离散化时间偏导项，其离散形式如下：

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}=y_{i,k}^{(4)}\approx\frac{y_{i+2,k}-4y_{i+1,k}+6y_{i,k}-4y_{i-1,k}+y_{i-2,k}}{\Delta x^4} \tag{20}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}&=y''_{i,k}\approx\frac{y_{i+1,k}-2y_{i,k}+y_{i-1,k}}{\Delta x^2}\\ \frac{\partial y}{\partial x}&=y'_{i,k}\approx\frac{y_{i+1,k}-y_{i-1,k}}{2\Delta x}\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}&=\ddot{y}_{i,k}\approx\frac{y_{i,k}-2y_{i,k-1}+y_{i,k-2}}{\Delta t^2}\\ \frac{\partial y}{\partial t}&=\dot{y}_{i,k}\approx\frac{y_{i,k}-y_{i,k-1}}{\Delta t}\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

对于式(15)～式(19)，分别采用后向差分与前向差分格式离散化$x=0$、$x=L$处的空间偏导项，采用后向差分格式离散化$t=0$处的时间偏导项，从而得到边界条件和初值条件的离散形式：

$$w_{0,k}\approx 3w_{2,k}-2w_{3,k},\quad w_{1,k}\approx 2w_{2,k}-w_{3,k} \tag{23}$$

$$w_{N_x-1,k}\approx 2w_{N_x-2,k}-w_{N_x-3,k},\quad w_{N_x,k}\approx 3w_{N_x-2,k}-2w_{N_x-3,k} \tag{24}$$

$$u_{0,k}\approx\frac{EA}{EA+k_{spr}\Delta x}u_{1,k},\quad u_{N_x,k}\approx u_{N_x-1,k} \tag{25}$$

$$u_{c,0,k}\approx u_{c,1,k},\ u_{c,N_x,k}\approx u_{c,N_x-1,k},\ u_{s,0,k}\approx u_{s,1,k},\ u_{s,N_x,k}\approx u_{s,N_x-1,k} \tag{26}$$

$$w_{i,0}=w_{i,1}=u_{i,0}=u_{i,1}=u_{c,i,0}=u_{c,i,1}=u_{s,i,0}=u_{s,i,1}=0 \tag{27}$$

式中：N_x为所划分的网格数。

将式(20)～式(24)代入式(1)，得到计算轨道垂向变形的隐式方程：

$$\boldsymbol{A}_{a,k}\boldsymbol{w}_k\approx\boldsymbol{A}_{\beta,k}\boldsymbol{w}_{k-1}+\boldsymbol{A}_{\gamma}\boldsymbol{w}_{k-2}+\boldsymbol{A}_{\delta}\boldsymbol{f}_{w,k} \tag{28}$$

式中：$\boldsymbol{w}_{k-2}$、$\boldsymbol{w}_{k-1}$、$\boldsymbol{w}_k$分别为$k-2$，$k-1$与k时刻的轨道垂向变形分布向量；$\boldsymbol{f}_{w,k}$为融合轴向变形影响的垂向载荷分布向量。

除两端边界节点外，满足

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{w}_k&=(w_{2,k},\cdots,w_{i,k},\cdots,w_{N_x-2,k})^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{w}_{k-2}&=(w_{1,k-2},\cdots,w_{i,k-2},\cdots,w_{N_x-1,k-2})^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{w}_{k-1}&=(w_{1,k-1},\cdots,w_{i,k-1},\cdots,w_{N_x-1,k-1})^{\mathrm{T}}\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{f}_{w,k}&=(f_{w,2.k},\cdots,f_{w,i.k},\cdots,f_{w,N_x-2.k})^{\mathrm{T}}\\ f_{w,i,k}&=EA(w'_{i,k}u''_{i,k}+w''_{i,k}u'_{i,k}+1.5w'^{2}_{i,k}w''_{i,k})+\\ &\quad p_{em,i,k}+p_{ra,i,k}\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

式(28)的系数矩阵$\boldsymbol{A}_{a,k}$，$\boldsymbol{A}_{\beta,k}$，$\boldsymbol{A}_{\gamma,k}$，$\boldsymbol{A}_{\delta,k}$考虑边界条件的影响，满足

$$\boldsymbol{A}_{a,k}=\begin{bmatrix}a_{0,2,k}+2a_1+3a_2 & -2a_2 & a_2 & & & & & & \\ a_1 & a_{0,3,k} & a_1 & a_2 & & & & & \\ a_2 & a_1 & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \\ & a_2 & a_1 & a_{0,i,k} & a_1 & a_2 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & a_1 & & a_2 & \\ & & & a_2 & a_1 & a_{0,N_x-3,k} & & a_1 & \\ & & & & a_2 & -2a_2 & a_{0,N_x-2,k}+2a_1+3a_2 & & \end{bmatrix} \tag{31}$$

$$\boldsymbol{A}_{\beta,k}=\begin{bmatrix} a_4 & a_{3,2,k} & a_4 & & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & a_4 & a_{3,i,k} & a_4 & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & a_4 & a_{3,N_x-2,k} & a_4 \end{bmatrix} \tag{32}$$

$$\boldsymbol{A}_{\gamma}=\begin{bmatrix} a_6 & a_5 & a_6 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & a_6 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{A}_{\delta}=\mathrm{diag}(a_7) \tag{33}$$

$$\left.\begin{aligned} &a_{0,i,k}=(k_{\mathrm{f},i,k}\Delta t+c_{\mathrm{f},i,k})\Delta x^4\Delta t+\rho A\Delta x^4+\\ &\quad 2\rho I\Delta x^2+6EI\Delta t^2\\ &a_1=-\rho I\Delta x^2-4EI\Delta t^2,\quad a_2=EI\Delta t^2\\ &a_{3,i,k}=c_{\mathrm{f},i,k}\Delta x^4\Delta t+2\rho A\Delta x^4+4\rho I\Delta x^2\\ &a_4=-2\rho I\Delta x^2,\quad a_5=-\rho A\Delta x^4-2\rho I\Delta x^2\\ &a_6=\rho I\Delta x^2,\quad a_7=\Delta x^4\Delta t^2 \end{aligned}\right\} \tag{34}$$

同理，轨道、封装壳与绝缘体的轴向变形隐式方程满足

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{B}_{\alpha}\boldsymbol{u}_k\approx\boldsymbol{B}_{\beta}\boldsymbol{u}_{k-1}+\boldsymbol{B}_{\gamma}\boldsymbol{u}_{k-2}+\boldsymbol{B}_{\delta}\boldsymbol{f}_{u,k}\\ &\boldsymbol{C}_{\alpha}\boldsymbol{u}_{c,k}\approx\boldsymbol{C}_{\beta}\boldsymbol{u}_{c,k-1}+\boldsymbol{C}_{\gamma}\boldsymbol{u}_{c,k-2}+\boldsymbol{C}_{\delta}\boldsymbol{f}_{rc,k}\\ &\boldsymbol{D}_{\alpha}\boldsymbol{u}_{s,k}\approx\boldsymbol{D}_{\beta}\boldsymbol{u}_{s,k-1}+\boldsymbol{D}_{\gamma}\boldsymbol{u}_{s,k-2}+\boldsymbol{D}_{\delta}\boldsymbol{f}_{rs,k} \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

其中，轴向变形分布向量以及载荷分布向量满足

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{u}_k=(u_{1,k},\cdots,u_{N_x-1,k})^{\mathrm{T}} && \boldsymbol{f}_{u,k}=(f_{u,1.k},\cdots,f_{u,N_x-1.k})^{\mathrm{T}}\\ &\boldsymbol{u}_{c,k}=(u_{\mathrm{c},1,k},\cdots,u_{\mathrm{c},N_x-1,k})^{\mathrm{T}} && \boldsymbol{f}_{rc,k}=(f_{\mathrm{rc},1.k},\cdots,f_{\mathrm{rc},N_x-1.k})^{\mathrm{T}}\\ &\boldsymbol{u}_{s,k}=(u_{\mathrm{s},1,k},\cdots,u_{\mathrm{s},N_x-1,k})^{\mathrm{T}} && \boldsymbol{f}_{rs,k}=(f_{\mathrm{rs},1.k},\cdots,f_{\mathrm{rs},N_x-1.k})^{\mathrm{T}} \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

$$f_{u,i.k}=EAw'_{i,k}w''_{i,k}+f_{\mathrm{ra},i,k}-f_{\mathrm{rc},i,k}-f_{\mathrm{rs},i,k}-p_{\mathrm{recoil},i,k} \tag{37}$$

式(35)的系数矩阵满足

$$\boldsymbol{B}_{\alpha}=\begin{bmatrix} b_0+\dfrac{EA}{EA+k_{\mathrm{spr}}\Delta x}b_1 & b_1 & & \\ b_1 & b_0 & \ddots & \\ & b_1 & \ddots & b_1\\ & & \ddots & b_0+b_1 \end{bmatrix} \tag{38}$$

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{C}_{\alpha}&=\begin{bmatrix} c_0+c_1 & c_1 & & \\ c_1 & c_0 & \ddots & \\ & c_1 & \ddots & c_1\\ & & \ddots & c_0+c_1 \end{bmatrix}\\ \boldsymbol{D}_{\alpha}&=\begin{bmatrix} d_0+d_1 & d_1 & & \\ d_1 & d_0 & \ddots & \\ & d_1 & \ddots & d_1\\ & & \ddots & d_0+d_1 \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{B}_{\beta}=\mathrm{diag}(b_2) && \boldsymbol{B}_{\gamma}=\mathrm{diag}(b_3) && \boldsymbol{B}_{\delta}=\mathrm{diag}(b_4)\\ &\boldsymbol{C}_{\beta}=\mathrm{diag}(c_2) && \boldsymbol{C}_{\gamma}=\mathrm{diag}(c_3) && \boldsymbol{C}_{\delta}=\mathrm{diag}(c_4)\\ &\boldsymbol{D}_{\beta}=\mathrm{diag}(d_2) && \boldsymbol{D}_{\gamma}=\mathrm{diag}(d_3) && \boldsymbol{D}_{\delta}=\mathrm{diag}(d_4) \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

$$\left.\begin{aligned} &b_0=-2EA\Delta t^2-\rho A\Delta x^2,\quad b_1=EA\Delta t^2,\\ &b_2=-2\rho A\Delta x^2,\quad b_3=\rho A\Delta x^2,\quad b_4=-\Delta x^2\Delta t^2 \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

$$\left.\begin{aligned} &c_0=-2E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\Delta t^2-\rho_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\Delta x^2,\quad c_1=E_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\Delta t^2,\\ &c_2=-2\rho_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\Delta x^2,\quad c_3=\rho_{\mathrm{c}}A_{\mathrm{c}}\Delta x^2,\quad c_4=-\Delta x^2\Delta t^2 \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

$$\left.\begin{aligned} &d_0=-2E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\Delta t^2-\rho_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\Delta x^2 && d_1=E_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\Delta t^2,\\ &d_2=-2\rho_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\Delta x^2 && d_3=\rho_{\mathrm{s}}A_{\mathrm{s}}\Delta x^2 && d_4=-\Delta x^2\Delta t^2 \end{aligned}\right\} \tag{43}$$

为保证计算效率和数值稳定性，选用隐式欧拉法(IEM)求解模型，具体计算流程如图3所示，目标函数构造为

$$J=\frac{1}{\Delta x^4}\left\|\boldsymbol{r}_{w,k}\right\|_2^2+\left\|\boldsymbol{r}_{u,k}\right\|_2^2+\left\|\boldsymbol{r}_{c,k}\right\|_2^2+\left\|\boldsymbol{r}_{s,k}\right\|_2^2 \tag{44}$$

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{r}_{w,k}=\boldsymbol{A}_{\alpha,k}\boldsymbol{w}_k-(\boldsymbol{A}_{\beta,k}\boldsymbol{w}_{k-1}+\boldsymbol{A}_{\gamma}\boldsymbol{w}_{k-2}+\boldsymbol{A}_{\delta}\boldsymbol{f}_{w,k})\\ &\boldsymbol{r}_{u,k}=\boldsymbol{B}_{\alpha}\boldsymbol{u}_k-(\boldsymbol{B}_{\beta}\boldsymbol{u}_{k-1}+\boldsymbol{B}_{\gamma}\boldsymbol{u}_{k-2}+\boldsymbol{B}_{\delta}\boldsymbol{f}_{u,k})\\ &\boldsymbol{r}_{c,k}=\boldsymbol{C}_{\alpha}\boldsymbol{u}_{c,k}-(\boldsymbol{C}_{\beta}\boldsymbol{u}_{c,k-1}+\boldsymbol{C}_{\gamma}\boldsymbol{u}_{c,k-2}+\boldsymbol{C}_{\delta}\boldsymbol{f}_{rc,k})\\ &\boldsymbol{r}_{s,k}=\boldsymbol{D}_{\alpha}\boldsymbol{u}_{s,k}-(\boldsymbol{D}_{\beta}\boldsymbol{u}_{s,k-1}+\boldsymbol{D}_{\gamma}\boldsymbol{u}_{s,k-2}+\boldsymbol{D}_{\delta}\boldsymbol{f}_{rs,k}) \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

容差公式构造为

$$T_{\mathrm{abs}}=\max\left(\left|\boldsymbol{w}_k^{(n+1)}-\boldsymbol{w}_k^{(n)}\right|\right)+\max\left(\left|\boldsymbol{u}_k^{(n+1)}-\boldsymbol{u}_k^{(n)}\right|\right)+\max\left(\left|\boldsymbol{u}_{c,k}^{(n+1)}-\boldsymbol{u}_{c,k}^{(n)}\right|\right)+\max\left(\left|\boldsymbol{u}_{s,k}^{(n+1)}-\boldsymbol{u}_{s,k}^{(n)}\right|\right) \tag{46}$$

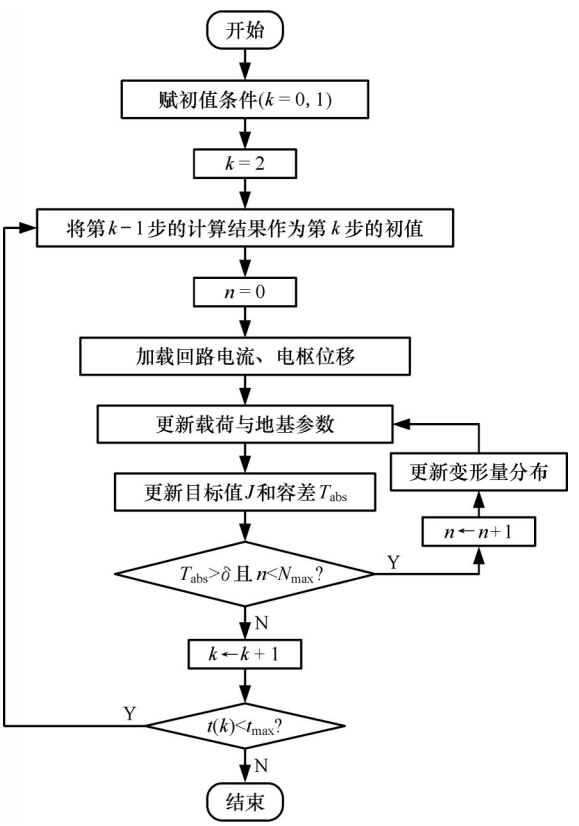


图3　模型计算流程图

Fig.3　Flowchart of model calculation

3　模型验证

本节通过对实际电磁发射器进行测试和模拟，验证所建模型的正确性。

3.1　振动测试

为避免发射过程中的电磁干扰并能够原位捕获高速振动情况，采用光纤布拉格光栅(FBG)应变传感器测量轨道背部中心的应变，传感器布置点位如图4所示，波长解调基于可调谐光源扫描

法，以40 kHz的测量速率尽可能完整捕获轨道高速振动时的应变变化。

应变传感器采用裸光栅表贴封装方式，从而最大程度地减小对轨道背部空间的占用，避免影响发射器的结构力学性能。由于发射过程时间很短而轨道正面的热量来不及扩散至轨道背面中心，因此温度对光栅的影响可忽略，则发射过程中的动态应变测试值ε_{exp}可表示为[34]

$$\varepsilon_{exp}=K_a\frac{\lambda-\lambda_0}{(1-p_e)\lambda_0} \tag{47}$$

式中：$\lambda(t)$为解调的光栅中心波长；K_a为黏结剂的应变传递系数，可通过预先标定获取；p_e为石英材料光栅的弹光系数，p_e=0.22；λ_0为发射前的光栅中心波长。

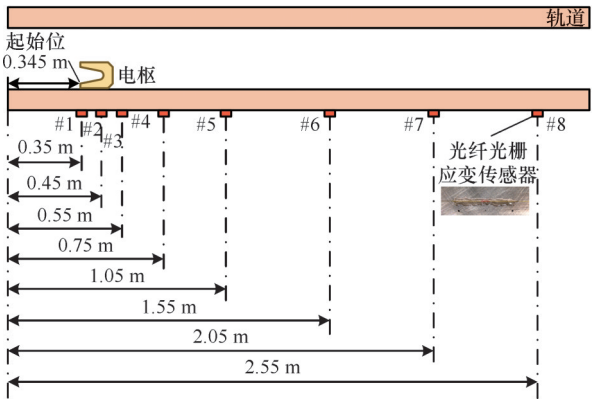


图4 应变传感器沿轨道布置图

Fig.4 Layout diagram of strain sensors along the rail

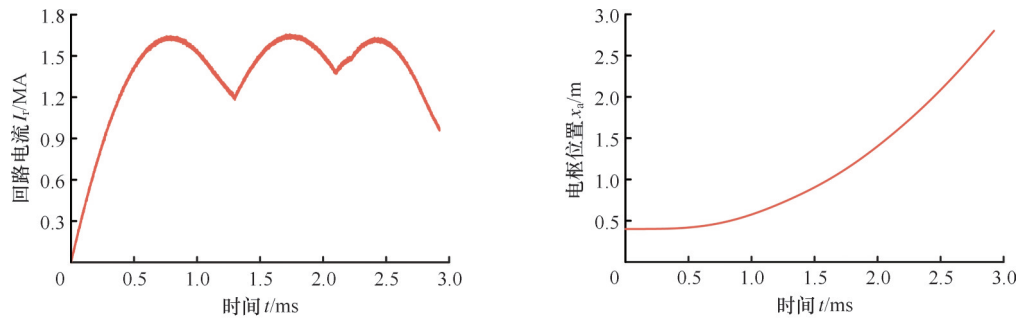
3.2 模型设置

模型参数的设置如表1所示，作为动力学响应的加载条件，回路电流I_r采用罗氏线圈测量，电枢位置x_a通过磁探针阵列测量，如图5所示。此外，通过将电枢喉部位置减去电枢尾翼的长度l_a，可获取以电枢尾端为基准的位置曲线。

表1 模型参数

Tab.1 Model parameters

参数	数值	参数	数值	参数	数值
轨道长度L/m	2.8	轨道截面惯性矩I/m^4	1.31×10^{-7}	Stribeck特征速度/(m·s^{-1})	800
轨道弹性模量E/Pa	128×10^9	轨道间距s/m	0.05	封装壳与轨道摩擦因数μ_{rc}	0.03
封装壳弹性模量E_c/Pa	206×10^9	轨道厚度h/m	0.032	绝缘体与轨道摩擦因数μ_{rs}	0.1
绝缘体弹性模量E_s/Pa	25×10^9	枢轨接触长度l_a/m	0.055	反后坐弹性系数k_{spr}/(N·m^{-1})	1.2×10^6
轨道密度ρ/(kg·m^{-3})	8450	馈电区域长度l_b/m	0.2	发射器预紧载荷p_{pr}/Pa	0.5×10^6
封装壳密度ρ_c/(kg·m^{-3})	7545	封装壳侧地基系数k_c/Pa	72×10^9	发射器电感梯度L_r'/(H·m^{-1})	0.48×10^{-6}
绝缘体密度ρ_s/(kg·m^{-3})	1850	绝缘体侧地基系数k_s/Pa	8.6×10^9	时间步长Δt/s	1×10^{-6}
轨道截面积A/m^2	1.38×10^{-3}	阻尼系数c_f/(kg·m^{-1}·s^{-1})	0.2×10^6	空间步长Δx/m	1×10^{-3}
封装壳截面积A_c/m^2	6.56×10^{-3}	枢轨静摩擦因数$\mu_{ra,s}$	0.25	隐式迭代允许容差δ/m	1×10^{-6}
绝缘体截面积A_s/m^2	0.45×10^{-3}	枢轨库仑摩擦因数$\mu_{ra,c}$	0.08	隐式迭代最大次数N_{max}	20



(a)回路电流曲线　　(b)电枢位置曲线

图5 模型加载条件

Fig.5 Model loading conditions

为对比模型仿真值与实际测试值，需要将模型计算的轨道变形转换为轨道背面中心的线应变ε_{sim}，这可通过叠加垂向变形引起的线应变ε_w和轴向变形引起的线应变ε_u实现[35]：

$$\varepsilon_{sim}=\varepsilon_w+\varepsilon_u=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2-Z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \tag{48}$$

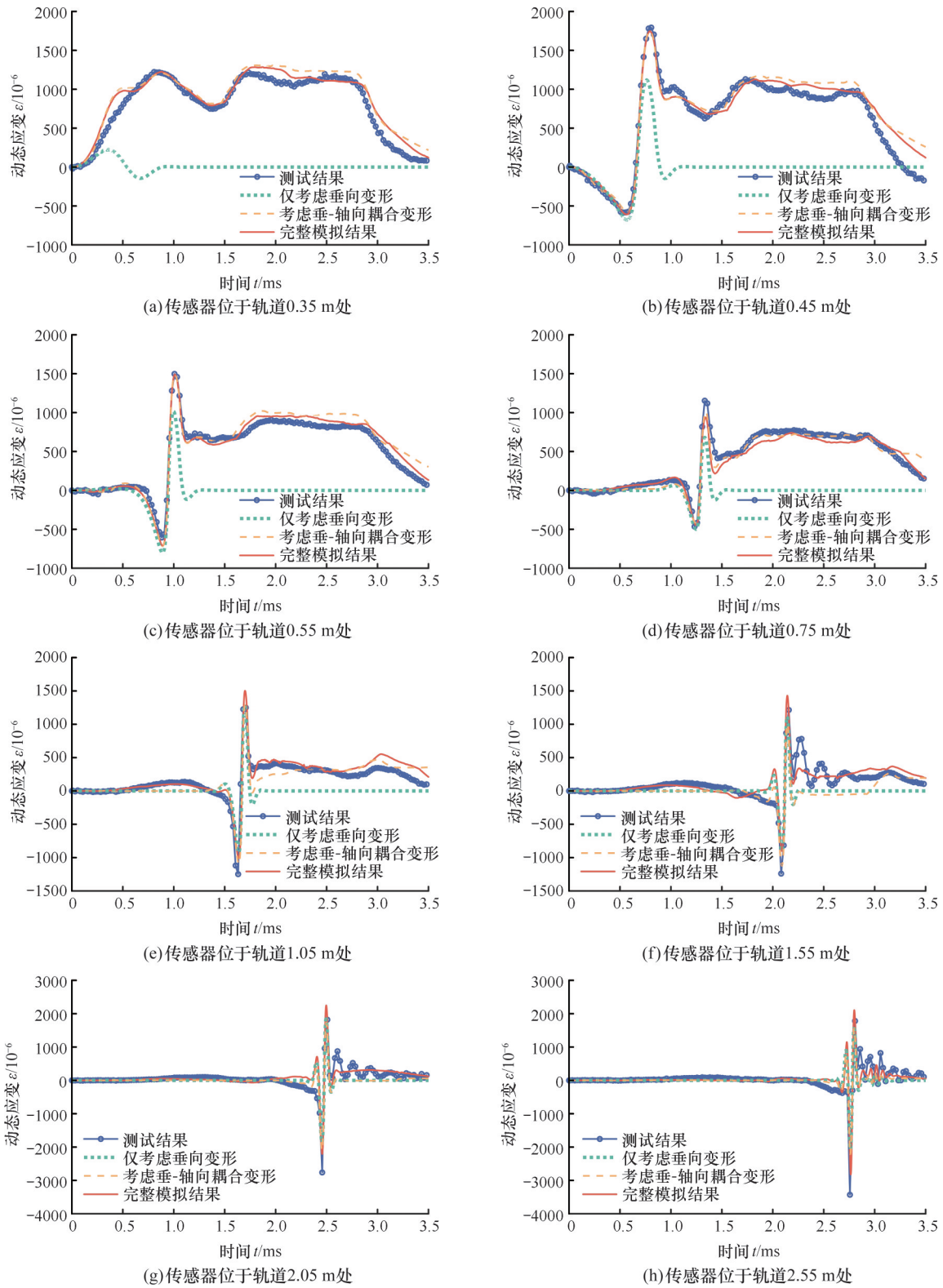
此外，为更清晰地对比引入轴向变形及界面滑移的影响，仅考虑轨道垂向变形和考虑垂-轴向耦合变形的应变计算值也作为对比对象进行展示。其中，考虑垂-轴向耦合变形的计算结果忽略了封装壳/绝缘体与轨道间的界面滑移，即将式(11)、式(12)修改为

$$f_{rc}=\mathrm{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\mu_{rc}\max(0,(p_{pr}+k_c w)) \tag{49}$$

$$f_{rs}=\mathrm{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)\mu_{rs}\max(0,(p_{pr}-k_s w)) \tag{50}$$

3.3　实验结果

图6所示为基于本文所提模型的应变计算值与实际测试值的对比情况，从图6a～图6e中可看出，在轨道的前中段区域，仅考虑垂向变形的模型计算结果误差较大，而引入了轴向耦合后，仿真与实测结果的吻合度显著提高，说明轨道的前中段区域在发射期间存在明显的轴向变形。而当电枢到达轨道的中后段区域时，轴向变形逐渐降低，接近临界速度所带来的轨道垂向变形迅速增长，如图6f～图6h所示。此外，从图6e～图6f中可看出，考虑了封装壳/绝缘体与轨道间界面滑移的完整模拟结果能更好地反映垂向冲击到来之前的轨



(a)传感器位于轨道0.35 m处　(b)传感器位于轨道0.45 m处

(c)传感器位于轨道0.55 m处　(d)传感器位于轨道0.75 m处

(e)传感器位于轨道1.05 m处　(f)传感器位于轨道1.55 m处

(g)传感器位于轨道2.05 m处　(h)传感器位于轨道2.55 m处

图6　不同测量点位的计算应变与实测应变随时间变化曲线对比

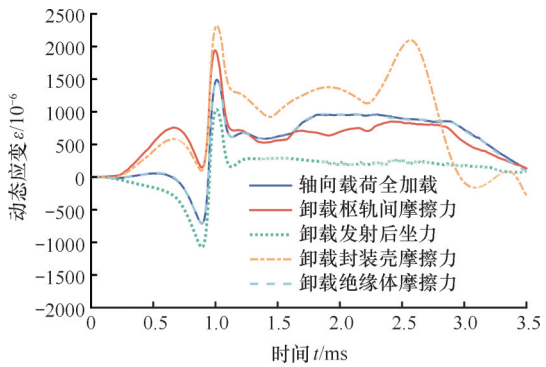
Fig.6　Comparison of calculated and measured strain over time at different measurement points

道振动变形情况。

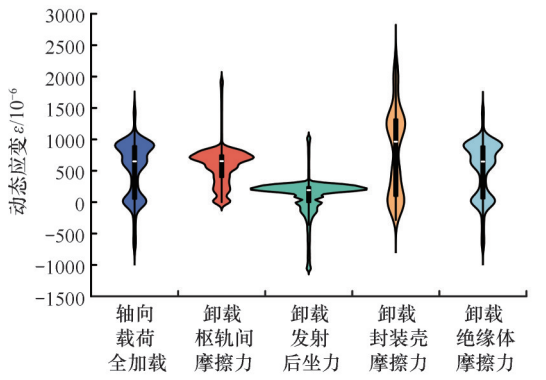
3.4 分析与讨论

3.4.1 轨道轴向变形来源分析

对于轨道前中段区域显著的轴向变形，尽管其所对应的应变幅值略小于电枢通过瞬间产生的垂向变形应变冲击峰值，但在电枢通过对应位置直至出口前，此变形始终维持在较高的幅值水平，这使轨道长时间处于被大幅度拉伸的状态，从而带来比瞬间的垂向冲击更为显著的低周疲劳、蠕变等劣化影响。由于轨道的轴向载荷p_u由枢轨间摩擦力载荷f_{ra}、发射后坐力载荷p_{recoil}、封装壳摩擦力载荷f_{rc}以及绝缘体摩擦力载荷f_{rs} 4部分组成，为研究轴向变形的具体来源，对上述4类载荷逐一进行卸载分析，结果如图7所示。



(a)0.55 m处的轨道动态应变随时间变化曲线



(b)轨道全长的动态应变统计分布

图7 轴向载荷逐项卸载分析

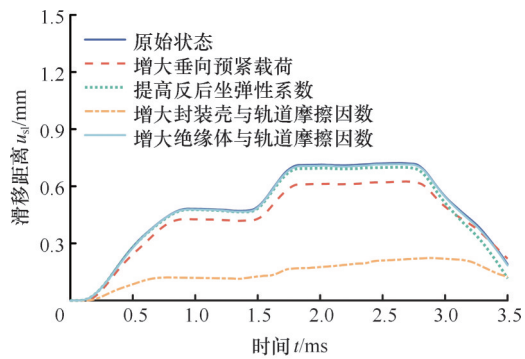
Fig.7 Axial load sequential unloading and analysis

由图7可看出，相较于全加载条件，卸载发射后坐力后，轨道动态应变大幅降低，轴向变形现象明显缓解，而卸载枢轨间摩擦力后，轨道动态应变在电枢前部区域有所增大，在电枢后部区域略有下降，统计整体应变分布呈现轻微上升趋势。此外，卸载封装壳摩擦力后，轨道动态应变明显增大，而卸载绝缘体摩擦力后，轨道动态应变基本保持不变。由此推断，导致轨道轴向变形的主要原因是发射过程中来自轨道尾部馈电区域的后坐力，其次是枢轨间的摩擦力，而封装壳与轨道之间的摩擦力在一定程度上能够抑制轴向变形的增长。

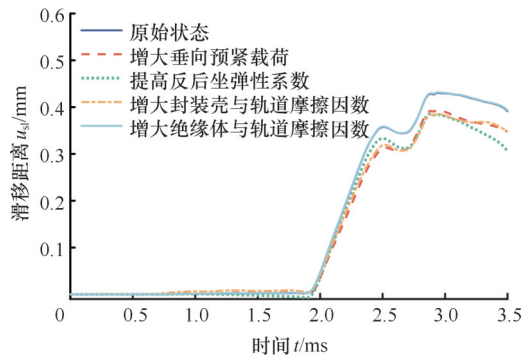
3.4.2 端面滑移与抑制分析

轨道与封装壳/绝缘体之间的界面滑移不仅体现在电磁发射器的内部结构变形上，还会引发前后端面的错位起伏，进而影响与端面存在固定或适配关系的装配部件，如消弧器、装填机构、对心基座等。为抑制端面处的滑移程度，考虑4种措施：增大发射器垂向预紧载荷p_{pr}、提高反后坐机构弹性系数k_{spr}、增强封装壳与轨道摩擦因数μ_{rc}以及绝缘体与轨道摩擦因数μ_{rs}。

图8、图9展示了每种措施所对应的参数被分别增大3倍的情况下封装壳/绝缘体前后端面滑移距离的对比结果。可看出，增大封装壳与轨道摩擦因数可有效抑制封装壳/绝缘体后端面的滑移，但同时也会导致绝缘体前端面滑移程度小幅度增长；增大垂向预紧载荷可显著降低绝缘体后端面的滑移，但对其他部位的滑移抑制效果不明显，且同样会导致绝缘体前端面滑移程度增长；提高反后坐弹性系数可小幅度抵消封装壳/绝缘体前端面的正向滑移程度，但对抑制封装壳/绝缘体后端面滑移的效果轻微；增大绝缘体与轨道摩擦因数可适当缓解绝缘体前后端面的滑移程度，同时对封装壳前后端面的滑移几乎无影响。



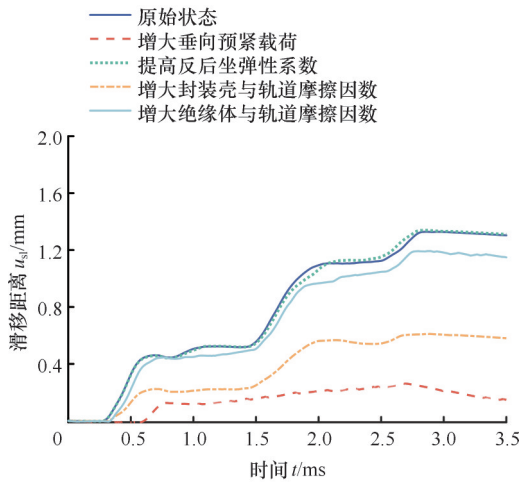
(a)封装壳后端面



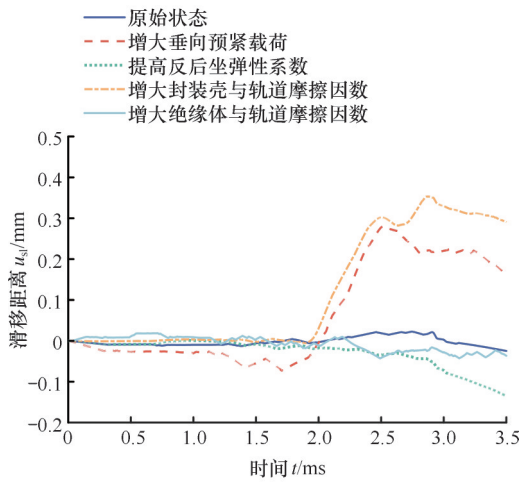
(b)封装壳前端面

图8 不同抑制措施下的封装壳滑移距离

Fig.8 Sliding distance of containment under different mitigation measures



(a)绝缘体后端面



(b)绝缘体前端面

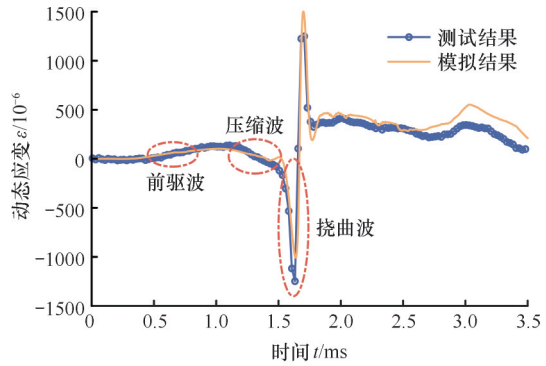
图 9　不同抑制措施下的绝缘体滑移距离

Fig.9　Sliding distance of insulator under different mitigation measures

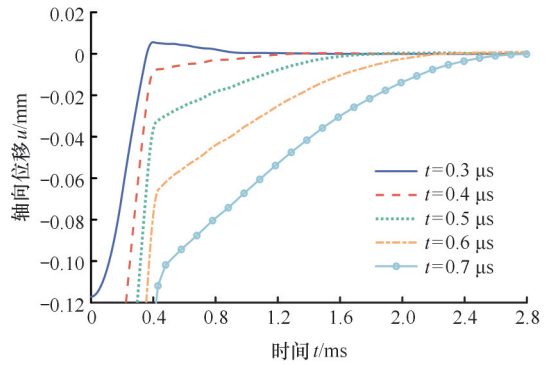
3.4.3　前驱波现象及其成因讨论

对于电枢前部区域的动态应变变化，除因垂向载荷的高速移动激发电枢近前方的轨道产生的挠曲波，以及轴向的枢轨摩擦力推挤近前方的轨道产生的压缩波外，在更前方的位置还观察到与文献[36]描述一致的前驱波现象，如图 10a 所示，其波速约为 4 km/s，远高于电枢自身的运动速度，而更接近轨道材料的纵波波速。

从本文所建模型角度出发，这一现象可归因于发射过程中后坐力的前向传播，如图 10b 所示。当回路电流引起的电磁后坐力作用于轨道尾部馈电区域时，会对轨道产生向后的拉力，这一拉力随后逐渐传递至更前方的轨道，形成轴向应力波。在克服轨道与封装壳/绝缘体摩擦滑移耗能的同时，这一轴向应力波以材料特征波速向前推进，使路径上的轨道逐步受到拉伸并呈现出正应变，从而在轨道应变动态波形上形成远高于电枢运动速度的前驱波现象。



(a)1.05 m处的轨道动态应变随时间变化曲线



(b)前驱波传递过程中轨道轴向变形分布变化情况

图 10　观察到的前驱波现象及其成因分析

Fig.10　Analysis of the observed precursor wave phenomenon and its causes

4　结论

针对电磁发射器轨道动态响应研究普遍忽视轴向受力变形的现状，本文构建了考虑轨道垂-轴向耦合变形与装配界面摩擦滑移的弹性梁动态响应分析框架，建立了包含垂-轴向耦合振动与多种时空分布载荷的完整结构动力学模型，采用隐式有限差分法进行数值求解，结合实测轨道应变数据验证了模型的有效性，并有以下发现。

1)发射期间轨道前中段区域呈现显著的轴向变形，变形程度沿发射方向逐渐衰减。在电枢通过后直至出口前此轴向变形始终维持较高幅值，可能带来比瞬间的垂向冲击更为显著的低周疲劳、蠕变等劣化损伤。对发射器的结构健康监测可重点关注轨道前中段区域的轴向变形情况，有助于更准确地评估轨道可靠性及剩余寿命。

2)轨道轴向变形的主因是尾部馈电区域的电磁后坐力，其次是枢轨摩擦力。为抑制轨道轴向变形的增长，以延长服役寿命，可从优化电磁后坐力传递路径、降低枢轨摩擦因数和增强封装壳与轨道间摩擦力等方面进行尝试。

3)增大封装壳与轨道间摩擦因数可有效抑制封装壳/绝缘体后端面的滑移错位，但也会小幅度

增加绝缘体前端面滑移程度；增大垂向预紧载荷对抑制绝缘体后端面滑移效果显著，提高反后坐弹性系数可小幅度抵消封装壳及绝缘体前端面的正向滑移，增大绝缘体与轨道摩擦因数可轻微抑制绝缘体前后端面的滑移程度。

4)发射时作用于馈电区域的电磁后坐力会在轨道上激发轴向应力波，并以材料特征波速向前传递，引发沿程轨道渐进式拉伸，从而在应变测试波形上形成远超电枢移动速度的前驱波现象。由于前驱波的传播特性与发射器结构性能关联密切，系统研究其波速演化与频散特性有望为轨道结构健康监测提供新途径。

参考文献：

[1] QIAO Wanzhi, GUO Tieding, KANG Houjun, et al. Nonlinear Coupled Vibration of an Arch-beam Structural System[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2024, 138: 108155.

[2] 袁志群，李曰瀚，林立，等. 风-车-桥气动干扰作用下的汽车纵横向协调控制[J]. 中国机械工程，2024，35(4)：731-741.
YUAN Zhiqun, LI Yuehan, LIN Li, et al. Longitudinal and Lateral Coordination Control of Cars with Aerodynamic Interference of Wind-vehicle-bridge System[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(4): 731-741.

[3] HAN Wanshui, LIU Xiaodong, GUO Xuelian, et al. Research Status and Prospect of Wind-vehicle-bridge Coupling Vibration System[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering (English Edition), 2022, 9(3): 319-338.

[4] 靳智超，梁红琴，卢纯，等. 考虑车轮多边形的动车组车轴疲劳寿命预测[J]. 中国机械工程，2024，35(7)：1299-1307.
JIN Zhichao, LIANG Hongqin, LU Chun, et al. Fatigue Life Prediction of Multiple Unit Axle Considering Wheel Polygon[J]. China Mechanical Engineering, 2024, 35(7): 1299-1307.

[5] 张笑，池茂儒，谢雨辰，等. 基于逆向法的变轨距列车踏面优化设计[J]. 中国机械工程，2023，34(22)：2746-2757.
ZHANG Xiao, CHI Maoru, XIE Yuchen, et al. Optimization of Variable Gauge Train Wheel Treads Based on Reverse Design Method[J]. China Mechanical Engineering, 2023, 34(22): 2746-2757.

[6] CHEN Yuhao, WU Jin, LIN Dadi, et al. Research on Dynamic Response of Vertical Displacement of Runway Pavement Slab End under Aircraft Taxiing Using Novel FBG Sensors[J]. Measurement, 2025, 243: 116296.

[7] 马伟明，鲁军勇. 电磁发射技术的研究现状与挑战[J]. 电工技术学报，2023，38(15)：3943-3959.
MA Weiming, LU Junyong. Research Progress and Challenges of Electromagnetic Launch Technology[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(15): 3943-3959.

[8] LI Weihao, HU Qiancheng, LI Chengcheng, et al. Investigation of Current-carrying Oblique Impacts on the Copper-Aluminum Interface for Damage Characteristics[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2024, 52(6): 2349-2358.

[9] GHASSEMI M, VARMAZYAR M. Stress Analysis of the Rails of a New High Velocity Armature Design in an Electromagnetic Launcher[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008, 35(12): 1529-1533.

[10] TZENG J T, SUN Wei. Dynamic Response of Cantilevered Rail Guns Attributed to Projectile/Gun Interaction—Theory[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(1): 207-213.

[11] JOHNSON A J, MOON F C. Elastic Waves in Electromagnetic Launchers[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(1): 141-144.

[12] PAI P F, KAUFMAN C A. Characteristic Speeds and Influences of Cross-sectional Warpings on High-speed Beam-foundation Structures[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2012, 59(1): 8-21.

[13] LEE Y H, KIM S H, AN S, et al. Dynamic Response of an Electromagnetic Launcher Accelerating a C-shaped Armature[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2017, 45(7): 1639-1643.

[14] RECK B, HUNDERTMARK S, VINCENT G, et al. Investigation of Rail Deformation and Stress Wave Propagation in the ISL-NGL60 Railgun[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2019, 47(5): 2556-2559.

[15] HE Wei, WEI Yanjing. Dynamic Response of Double Elastic Cantilever Beam Attributed to Variable Uniformly Distributed Load[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019, 2019: 2657271.

[16] DU Peipei, LU Junyong, LI Xiangping, et al. Interior Ballistic Characteristics of Electromagnetic Rail Launcher Considering the Dynamic Characteristics of Real Launcher[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(7): 6087-6096.

[17] WANG Jun, LI Baoming. Dynamic Response and Critical Velocity of Rails in Electromagnetic Rail Launcher Due to Axial Force[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2020, 48(10): 3714-3719.

[18] WU Jinguo, YANG Bin, ZHOU Pan, et al. Dynamic Response Analysis of Rails on Viscoelastic Support Stimulated by Superspeed Moving Loads[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2022, 50(4): 1018-1025.

[19] ZHANG Bao, KOU Yong, JIN Ke, et al. Dynamic Response of Electromagnetic Railgun under Time-dependent Electromagnetic Moving Loads[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 483: 115451.

[20] ZHANG Bao, KOU Yong, JIN Ke. Dynamic Behavior of Beam with an Elastic Foundation under the Extended Moving Load for Electromagnetic Launch Rail-structure[J]. Journal of Sound and Vibration, 2025, 596: 118756.

[21] 杜佩佩，鲁军勇，冯军红，等. 电磁轨道发射器电磁结构耦合动态发射过程数值模拟[J]. 电工技术学报，2020，35(18)：3802-3810.
DU Peipei, LU Junyong, FENG Junhong, et al. Numerical Simulation of Dynamic Launching Process of Electromagnetic Rail Launcher with Electromagnetic and Structural Coupling[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2020, 35(18): 3802-3810.

[22] CHEN Lixue, XU Xuan, WANG Zengji, et al. Melting Distribution of Armature in Electromagnetic Rail Launcher[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2023, 51(1): 234-242.

[23] LIU Yong, ZHANG Tao, HUANG Pinhua, et al. Influence of Breech Busbar on the Recoil Force of Railgun Launcher[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2020, 48(6): 2301-2307.

[24] XU Yingtao, TANG Bo, LI Baoming. Research on Momentum Transfer in Simple Railgun[J]. Defence Technology, 2019, 15(5): 735-740.
[25] MA Shuo, LU Shilei, MA Hongting, et al. Investigation on the Spatial-Temporal Distribution of Electromagnetic Gun Rail Temperature in Single and Continuous Launch Modes[J]. IEEE Transactions on Plasma Science, 2022, 50(7): 2270-2278.
[26] MA Shuo, LU Shilei, MA Hongting. Study on the Active Cooling Effect and Convective Heat Transfer Performance Inside the Rail[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2024, 154: 107411.
[27] 邢誉峰，梁昆. 梁纵向与横向耦合非线性振动分析[J]. 北京航空航天大学学报，2015，41(8)：1359-1366.
XING Yufeng, LIANG Kun. Nonlinear Vibration Analysis of Longitudinal-Transverse Coupled Beam[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(8): 1359-1366.
[28] NAYFEH A H, MOOK D T. Nonlinear Oscillations[M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.
[29] 吴金国，林庆华，栗保明. 电磁轨道发射装置导轨动力学响应分析[J]. 振动工程学报，2019，32(1)：120-127.
WU Jinguo, LIN Qinghua, LI Baoming. Dynamic Response Analysis of Conducting Rails in Electromagnetic Rail Launcher[J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(1): 120-127.
[30] 李白，鲁军勇，谭赛，等. 高速滑动电接触电枢表面动态磨损过程研究[J]. 电工技术学报，2023，38(1)：131-139.
LI Bai, LU Junyong, TAN Sai, et al. Research on Dynamic Wear Process of Armature Surface in High-speed Sliding Electric Contact[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(1): 131-139.
[31] SCHUDERER M, RILL G, SCHAEFFER T, et al. Friction Modeling from a Practical Point of View[J]. Multibody System Dynamics, 2025, 63(1): 141-158.
[32] ALI S, HAWWA M A. Dynamics of Axially Moving Beams: a Finite Difference Approach[J]. Ain Shams Engineering Journal, 2023, 14(1): 101817.
[33] YANG Kai, LI Fei, JIANG Linshan, et al. Effect of Shock/Expansion Wave on Ignition and Combustion Characteristics of Supercritical Kerosene with Cavity in Supersonic Flow[J]. Aerospace Science and Technology, 2026, 168: 111021.
[34] YAN Kun, YI Zhixiong, LI Qi, et al. Analysis of Strain Transfer Efficiency Coefficient of a Novel High-strength Steel Wire FBG Sensor[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2024, 28(10): 4423-4435.
[35] REDDY J N. Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells[M]. Boca Raton: CRC Press, 2006.
[36] JOHNSON A J, HARAN T, MOON F C, et al. Stress Wave Measurements in an Electromagnetic Launcher[C]// 2008 14th Symposium on Electromagnetic Launch Technology. Victoria, 2008: 1-6.

（编辑　王旻玥）

作者简介：严康为，男，1996年生，助理研究员。研究方向为机电结构健康监测、诊断与维护技术。E-mail：sqlasource@nue.edu.cn。鲁军勇*（通信作者），男，1978年生，中国科学院院士、教授。研究方向为特种直线电机技术。E-mail：0910061051@nue.edu.cn。

本文引用格式：
严康为，鲁军勇，曾德林，等. 高速移动载荷作用下的垂-轴向耦合弹性梁动态响应分析[J]. 中国机械工程，2026，37(9)：2205-2215.
YAN Kangwei, LU Junyong, ZENG Delin, et al. Dynamic Response of Axial-Vertical Coupled Elastic Beams under High-speed Moving Loads[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(9): 2205-2215.

（上接第2204页）

[18] BAI Jiangbo, YOU Feiyan, WANG Zhenzhou, et al. An Efficient Multi-objective Optimization Framework for Thin-walled Tubular Deployable Composite Boom[J]. Composite Structures, 2024, 327: 117713.
[19] 李鹏，李梦聪，肖立波，等. 基于多保真度代理模型的混凝土泵车臂架销轴轻量化设计[J]. 中国机械工程，2025，36(4)：821-829.
LI Peng, LI Mengcong, XIAO Libo, et al. Lightweight Design of Concrete Pump Truck Boom Pins Based on Multi-fidelity Surrogate Model[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(4): 821-829.
[20] SHI Guohong. BIW Architecture Multidisciplinary Light Weight Optimization Design[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(8): 110.
[21] KUDELA J, MATOUSEK R. Recent Advances and Applications of Surrogate Models for Finite Element Method Computations: a Review[J]. Soft Computing, 2022, 26(24): 13709-13733.
[22] 何庆，利璐，李晨钟，等. 基于Kriging模型的在役高速列车悬挂参数近似贝叶斯估计[J]. 机械工程学报，2023，59(12)：139-148.
HE Qing, LI Lu, LI Chenzhong, et al. Approximate Bayesian Estimation of Suspension Parameters of In-service High-speed Trains Based on Kriging Surrogate Model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(12): 139-148.
[23] PANG Yong, ZHANG Shuai, JIN Yaochu, et al. Surrogate Information Transfer and Fusion in High-dimensional Expensive Optimization Problems[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2024, 88: 101586.

（编辑　王旻玥）

作者简介：李梦聪，男，2000年生，硕士研究生。研究方向为多学科设计与优化。E-mail：lmcjilinliaoyuan@163.com。阚子云*（通信作者），男，1991年生，副教授、博士研究生导师。研究方向为面向重大装备设计与运维的计算动力学。E-mail：kanziyun@dlut.edu.cn。

本文引用格式：
李梦聪，李鹏，高荣芝，等. 面向工程臂架系统的高维全局参数优化设计方法[J]. 中国机械工程，2026，37(9)：2194-2204.
LI Mengcong, LI Peng, GAO Rongzhi, et al. High-dimensional Global Parameter Optimization Design Methodology for Engineering Boom Systems[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(9): 2194-2204.