文章编号:1673-0291(2026)04-0094-14 DOI:10.11860/j.issn.1673-0291.20250021

基于Gudehus-Bauer理论的土-结构接触面亚塑性模型及应用

王文廷[1],吕 兵[1],陈子璇[2],祝金涛[2],于鹏强[2]
(1.中交三公局第二工程有限公司,天津 301800;2.北京科技大学 未来城市学院,北京 100083)

摘 要:为描述土-结构接触面在剪切过程中的非线性、剪胀和软化响应,针对传统弹塑性模型需预定义屈服面、流动法则、三维拓展复杂等问题,基于Gudehus-Bauer八参数砂土亚塑性模型,建立考虑面内应力的砂土-结构接触面亚塑性本构模型.首先,将三维应力张量简化为法向应力、两个正交剪应力和面内应力构成的四维向量,相应构造应变率向量,将修正后的应力与应变率分量代入亚塑性基本方程,得到接触面状态下的线性项与非线性项表达式;其次,在此基础上编写ABAQUS用户材料子程序UMAT,实现模型的有限元数值计算;再次,将模型预测结果与筑坝用料-钢板接触面、不同密实度Hostun砂-光滑面板及Ticino砂-铝板接触面试验结果进行对比,以验证模型预测各类接触面剪切的效果;最后,以北京城市副中心站综合交通枢纽工程QZ4-D2基桩试桩为例,建立桩长68.3 m、桩径1.2 m的轴对称有限元模型.案例结果表明:荷载低于8 000 kN时模型预测沉降与实测基本一致,在高荷载下,其预测优于Mohr-Coulomb模型;16 000 kN工况下,12个深度处侧摩阻力预测与实测的平均绝对误差为9.13 kN、平均绝对百分比误差为17.2%;模型还能够合理预测桩身轴力、侧摩阻力和桩端阻力,表明其具有良好的数值可行性与工程适用性.

关键词:岩土工程;土-结构接触面;亚塑性理论;本构模型;桩土界面
中图分类号:TU43 **文献标志码**:A

A hypoplasticity model for soil-structure interface based on Gudehus-Bauer theory and its application

WANG Wenting[1], *LYU Bing*[1], *Chen Zixuan*[2], *Zhu Jintao*[2], *Yu Pengqiang*[2*]
(1.Second Engineering. CCCC Third Highway Engineering Co., Ltd., Tianjin 301800, China;2.School of Future Cities, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: To describe the nonlinear, dilative, and strain-softening responses of soil-structure interfaces during shearing, a hypoplastic constitutive model for sand-structure interfaces that accounts for in-plane stresses is developed based on the eight-parameter Gudehus-Bauer hypoplastic model for sand. The proposed model avoids the need to predefine yield surfaces and flow rules and overcomes the difficulty of extending conventional elastoplastic interface models to three-dimensional conditions. First, the

收稿日期:2025-02-18;**修回日期**:2026-06-23
基金项目:北京市自然科学基金(8254043)
Foundation item: Beijing Natural Science Foundation (8254043)
第一作者:王文廷(1984—),男,北京市人,高级工程师.研究方向为岩土工程防灾减灾. **email**: 81547563@qq.com.
通信作者:于鹏强(1993—),男,河南林州人,讲师,博士. **email**: pq_yu@ustb.edu.cn.

引用格式:王文廷,吕兵,陈子璇,等.基于Gudehus-Bauer理论的土-结构接触面亚塑性模型及应用[J].北京交通大学学报,2026,50(4):94-107.
Wang Wenting, Lv Bing, Chen Zixuan, et al. A hypoplasticity model for soil-structure interface based on Gudehus-Bauer theory and its application[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2026, 50(4): 94-107. (in Chinese)

three-dimensional stress tensor is reduced to a four-dimensional vector comprising the normal stress, two orthogonal shear stresses, and the in-plane stress, and a corresponding strain-rate vector is constructed. The modified stress and strain-rate components are substituted into the fundamental hypoplastic equation to derive the linear and nonlinear terms for the interface state. The model is then implemented in ABAQUS through a user material subroutine UMAT for finite-element analysis, and its predictive performance is validated against test results for interfaces between dam fill materials and steel plates, Hostun sand of different densities and smooth panels, and Ticino sand and aluminum plates. Finally, the QZ4-D2 test pile of the Beijing Sub-Center Station Integrated Transportation Hub is simulated using an axisymmetric finite-element model with a pile length of 68.3 m and a diameter of 1.2 m. For loads below 8 000 kN, the predicted settlements are in good agreement with the measurements, while at higher loads the proposed model provides more accurate predictions than the Mohr-Coulomb model does. At a load of 16 000 kN, the predicted shaft resistances at 12 depths have a mean absolute error of 9.13 kN and a mean absolute percentage error of 17.2%. The model also reasonably predicts the pile axial force, shaft resistance, and toe resistance, demonstrating its numerical robustness and practical applicability.

Keywords: geotechnical engineering; soil-structure interface; hypoplasticity; constitutive model; pile-soil interface

土-结构接触面的力学响应是桩土相互作用、挡土结构及面板堆石坝等岩土工程数值分析中的关键问题.因此,能够合理表征接触面应力路径相关性、剪切变形及体变特征的本构模型,是准确模拟上述工程问题的重要基础.亚塑性理论采用统一的张量方程描述材料的非弹性变形,为揭示接触面的非线性、剪胀及软化行为并提高工程预测的可靠性提供了有效途径.现有研究主要从亚塑性理论框架的建立与完善、土-结构接触面本构模型的降维与三维拓展、接触面本构模型的量化评估与比较三个方面展开.

区别于传统弹塑性理论中需要预先定义屈服面、流动法则等基本假设,文献[1]最早提出一种不再将材料变形区分为弹性和塑性部分,仅用一个简单的张量方程就能很好地描述非弹性材料本构关系的方法,该方法被广泛应用于描述岩土工程材料的力学特性.文献[2]正式提出“亚塑性”一词,并将该理论定义为亚塑性理论,此后许多学者在亚塑性框架的基础上提出了应用于不同土性的本构模型,对亚塑性理论进行了深入的研究及发展.

在亚塑性理论框架的建立与完善方面,文献[3]提出用一个各向同性非线性张量函数描述弹塑性材料的应力率与应变率关系,为亚塑性模型理论研究奠定了基础.基于此方程,文献[4]提出了Wu-Bauer四参数亚塑性模型,该模型能够捕捉砂土在排水和不排水条件下的一些显著特征,如非线性应力-应变关系,松砂剪缩和密砂剪胀行为.随后国内外学者相继在Wu-Bauer四参数亚塑性模型的基础上对其进行改进,提高其准确性和适用性.文献[5]在砂土亚塑性模型中引入一个依赖于应力水平和孔隙比的内部状态变量,通过在实际应力中增加固有应力来表达黏性土的特性,将适用于砂土的亚塑性模型推广到黏性土.文献[6]针对Wu-Bauer基本模型存在大应变下横向变形过度萎缩的缺陷,规定两个非线性项材料参数相等,建立Von-Wolffersdorff亚塑性基本模型.文献[7]在Von-Wolffersdorff亚塑性模型中引入一个在临界状态下消失的新项,建立性能更优越的亚塑性本构模型.

在土-结构接触面本构模型的降维与三维拓展方面,亚塑性本构方程形式简单、人为假设较少,在数值实现方面具有一定优势,广泛应用于砂土及黏土的本构模型中[8-10].随着亚塑性理论的发展,21世纪初,学者将其推广应用于描述土-结构接触面的力学行为,建立了不同形式的接触面亚塑性本构模型.文献[11]最早应用亚塑性理论建立一维砂土-结构接触面本构模型,其假设接触面应力张量只存在法向应力及切应力两个分量,对应变率张量也进行同样的假设,通过简化的应力及应变率张量将砂土亚塑性模型转化为砂土-结构接触面模型.文献[12]将减少分量的应力张量及应变率张量引入Von-Wolffersdorff八参数亚塑性模型中,建立了具有预定义极限状态面的一维接触面亚塑性模型.文献[13]提出一种新的转化方法,将Von-Wolffersdorff八参数模型转化为二维的接触面亚塑性模型.该模型可以在二维状态中对线接触进行建模,也可以在三维条件下对面接触进行建模.文献[14]在上述应力和应变率张量的基础上增加了一个面内应力,建立了

增强的三维砂土-结构接触面亚塑性本构模型.此后,文献[15]在此基础上采用减少分量的应力和应变率张量对亚塑性剑桥黏土模型进行计算,并在其中引入一个降低接触面强度和刚度的变量,建立了三维剑桥黏土接触面亚塑性模型.

在接触面本构模型的量化评估与比较方面,文献[16]提出一个对接触面本构模型进行量化的模型评估流程,引入模型特性、模型灵敏度和模型不确定性3个指标,并对基于Mohr-Coulomb模型、Clough-Duncan双曲非线性弹性模型[17-18]提出的弹塑性模型,及文献[12]提出的亚塑性模型以及文献[19]提出的弹塑性模型进行评价,认为Mortara模型的不确定性较低但参数不确定性较高,Mohr-Coulomb模型和Clough-Duncan双曲模型不能模拟接触面的软化和峰值等力学特性,Gutjahr亚塑性模型以及Lashkari弹塑性模型的模拟效果较好,但将Lashkari弹塑性模型扩展到三维条件下的流程十分复杂.

综上,土-结构接触面弹性与弹塑性本构模型已得到较为广泛的研究和应用[20-22],亚塑性理论也为描述接触面的非线性变形提供了有效途径[23][26].文献[13]提出将Von-Wolffersdorff八参数砂土亚塑性模型转换为接触面模型的方法.文献[14]进一步引入面内应力,建立了增强的三维接触面亚塑性模型,该工作为考虑接触面面内应力的建模提供了重要基础.需要指出的是,文献[14]的推导以Von-Wolffersdorff八参数模型为母模型,其应力归一化、状态变量及相关参数函数均与Gudehus-Bauer模型存在差异,因而不能直接套用于后者.Gudehus-Bauer八参数模型[28-29]以临界状态理论为基础,通过与应力水平和孔隙比相关的刚度因子、密实度因子描述颗粒材料的非线性、密实度效应及剪胀特性,且其参数可结合临界摩擦角、压缩曲线和孔隙比等试验指标确定.这些特点与接触面在不同法向应力和初始密实状态下的力学响应相契合,因而有必要开展Gudehus-Bauer模型向土-结构接触面模型的针对性转换与验证.

本文借鉴文献[14]的应力与应变率张量约化思路,但以Gudehus-Bauer八参数亚塑性模型为出发点,将法向应力、两个正交剪应力和面内应力组成的四维应力向量及相应应变率向量代入其基本本构方程,重新推导适用于土-结构接触面的线性项、非线性项及状态相关参数表达式,建立考虑面内应力的砂土-结构接触面亚塑性本构模型.本文的创新并非在于重复提出面内应力,而在于将该转换框架拓展至具有不同状态参数结构和标定体系的Gudehus-Bauer模型,使其能够反映应力水平与初始密实度对界面响应的耦合作用.进一步编写ABAQUS用户材料子程序UMAT,通过3组不同材料与边界条件下的接触面试验及北京城市副中心站综合交通枢纽工程QZ4-D2基桩试桩算例,对模型的适用性和工程分析能力进行验证.

1 土-结构亚塑性接触面本构模型

1.1 土的亚塑性模型

文献[1]认为传统的岩土塑性力学理论存在两方面限制:一是土体变形是连续的,客观上不能被分解为弹性和塑性两部分;二是不能充分描述已被验证的增量非线性现象.因此,文献[27]提出用张量函数描述应力率与应变率之间的关系,认为应力率为应力和应变率的函数,其关系式为

$$\dot{\sigma}=H(\sigma,\dot{\varepsilon}) \tag{1}$$

式中:H为应力率,是应力和应变率的函数;σ为应力张量;$\dot{\varepsilon}$为应变率;$(\dot{\bullet})$为变量的变化率;$\dot{\sigma}$为Jaumann应力率张量,其表达式为

$$\dot{\sigma}=\dot{\sigma}+\sigma\dot{\omega}-\dot{\omega}\sigma \tag{2}$$

式中:$\dot{\sigma}$为应力率;$\dot{\omega}$为旋转张量率.

文献[28]将临界状态(临界应力面)引入亚塑性模型中,提出了广泛应用的八参数亚塑性模型(Gudehus-Bauer模型),其表达式为

$$\dot{\sigma}=f_{\mathrm{s}}\left(L(\hat{\sigma},\dot{\varepsilon})+f_{\mathrm{d}}N(\hat{\sigma})\|\dot{\varepsilon}\|\right) \tag{3}$$

式中:f_{s}为刚度因子;f_{d}为密实度因子;L为关于应变率的线性项函数;N为非线性项函数;$\hat{\sigma}$为应力比张量.通过引入刚度因子f_{s}来反映应力水平和孔隙比的影响,其关系式为

$$f_{\mathrm{s}}=\frac{h_{\mathrm{s}}}{nh_{\mathrm{i}}}\left(\frac{e_{\mathrm{i}}}{e}\right)^{\beta}\frac{1+e_{\mathrm{i}}}{e_{\mathrm{i}}}\left(\frac{3p_{\mathrm{s}}}{h_{\mathrm{s}}}\right)^{1-n} \tag{4}$$

式中:h_{s}、n均为压缩常数,h_{s}为颗粒硬度;p_{s}为平均有效应力;e为当前孔隙比;e_{i}为当前应力状态下的上限孔隙比;指数β为无量纲正常数;h_{i}为当前应力状态下的压缩系数,其表达式为

$$h_{\mathrm{i}}=\frac{1}{c_1^2}+\frac{1}{3}-\left(\frac{e_{i0}-e_{\mathrm{d}0}}{e_{\mathrm{c}0}-e_{\mathrm{d}0}}\right)^{\alpha}\frac{1}{\sqrt{3}\,c_1} \tag{5}$$

密实度因子f_{d}与材料的密实度有关,其表达式为

$$f_{\mathrm{d}}=\left(\frac{e-e_{\mathrm{d}}}{e_{\mathrm{c}}-e_{\mathrm{d}}}\right)^{\alpha} \tag{6}$$

式中:指数α为无量纲正常数;e_{c}和e_{d}分别为当前应力状态下的临界和下限孔隙比,与应力水平有关,其关系式为

$$\frac{e_{\mathrm{i}}}{e_{\mathrm{i0}}}=\frac{e_{\mathrm{c}}}{e_{\mathrm{c0}}}=\frac{e_{\mathrm{d}}}{e_{\mathrm{d0}}}=\exp\left[-\left(\frac{3p_{\mathrm{s}}}{h_{\mathrm{s}}}\right)^{n}\right] \tag{7}$$

式中：e_{i0} 为初始状态的上限孔隙比；e_{c0} 为初始状态的临界孔隙比；e_{d0} 为初始状态的下限孔隙比.

因此，Gudehus-Bauer 亚塑性模型中共包含 8 个参数：α、β、e_{i0}、e_{c0}、e_{d0}、h_{s}、n 和临界摩擦角，可以较好地模拟颗粒材料的非弹性本构关系，且能够考虑应力水平、孔隙比及密实度的影响.

1.2　土-结构接触面亚塑性本构建立方法

文献[13]在 Von-Wolffersdorff 亚塑性模型的基础上，建立了二维接触面亚塑性(Arnold-Herle，A-H)模型. 为便于张量表述，如图 1 所示，接触面坐标系中的坐标轴分别为 x、y、z. A-H 模型假设接触面上仅有面内剪应力存在，接触面外的剪应力均为 0. 定义 $\sigma_{ij}(i,j=x、y、z)$ 为在 i 面上沿着 j 方向作用的应力分量，则剪应力 $\sigma_{yz}=\sigma_{zy}=0$.

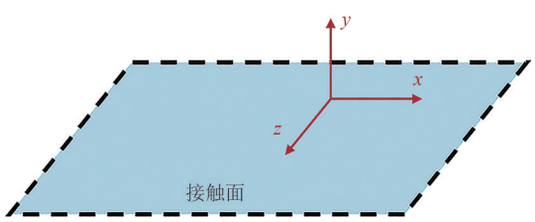


图 1　接触面坐标系示意图

Fig. 1　Schematic diagram of the interface coordinate system

A-H 模型应力张量表达式 $\boldsymbol{\sigma}$ 为

$$\boldsymbol{\sigma}=\begin{bmatrix}\sigma_{xx}&\sigma_{xy}&\sigma_{xz}\\\sigma_{yx}&\sigma_{yy}&\sigma_{yz}\\\sigma_{zx}&\sigma_{zy}&\sigma_{zz}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sigma_{\mathrm{n}}&\tau_x&\tau_z\\\tau_x&\sigma_{\mathrm{n}}&0\\\tau_z&0&\sigma_{\mathrm{n}}\end{bmatrix} \tag{8}$$

式中：σ_{n} 是接触法向应力；τ_x 和 τ_z 分别为 x 和 z 方向的剪应力.

同理，应变率张量 $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}$ 的为

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}=\begin{bmatrix}\dot{\varepsilon}_{xx}&\dot{\varepsilon}_{xy}&\dot{\varepsilon}_{xz}\\\dot{\varepsilon}_{yx}&\dot{\varepsilon}_{yy}&\dot{\varepsilon}_{yz}\\\dot{\varepsilon}_{zx}&\dot{\varepsilon}_{zy}&\dot{\varepsilon}_{zz}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}&\frac{\dot{\gamma}_x}{2}&\frac{\dot{\gamma}_z}{2}\\\frac{\dot{\gamma}_x}{2}&\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}&0\\\frac{\dot{\gamma}_z}{2}&0&\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}\end{bmatrix} \tag{9}$$

式中：$\dot{\varepsilon}_{ij}(i,j=x、y、z)$ 为应变率分量；$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}$ 是接触法向应变率；$\frac{\dot{\gamma}_x}{2}$ 和 $\frac{\dot{\gamma}_z}{2}$ 分别为 x 和 z 方向的剪切应变率.

但是，A-H 模型忽略了接触面内的应力及应变率，即 A-H 模型假定了接触面处存在各向同性的应力状态，而这与实际情况不符. 事实上，接触面内的应力与法向应力是独立且不相等的，即 $\sigma_{yy}=\sigma_{zz}\neq\sigma_{xx}$，接触面应力和应变分量如图 2 所示. 因此，文献[14]在 A-H 模型基础上增加了一个面内应力，对应的应变率张量为 0，且其在剪切过程中是独立于法向应力发展的，进而形成了一种将土体本构模型转换为接触面的三维砂土-结构接触面亚塑性本构模型的新方法. 其中，用 σ_{p} 表示该面内应力，则修改后的应力张量以及应变率张量用矢量形式的表达式为

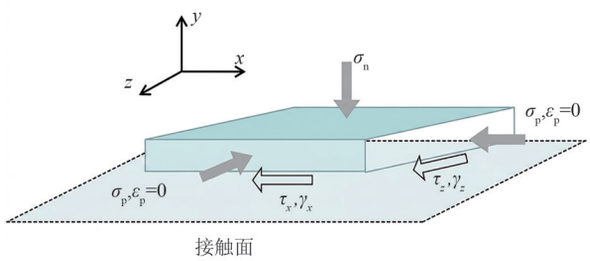


图 2　接触面应力和应变分量示意

Fig. 2　Schematic diagram of interface stress and strain components

$$\boldsymbol{\sigma}=\begin{bmatrix}\sigma_{\mathrm{n}}&\sigma_{\mathrm{p}}&\tau_x&\tau_z\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}=\begin{bmatrix}\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}&0&\frac{\dot{\gamma}_x}{2}&\frac{\dot{\gamma}_z}{2}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{11}$$

通过文献[14]的转化方法，可以避免 A-H 模型的缺陷，从而将 Gudehus-Bauer 亚塑性模型转化为砂土的亚塑性接触面本构模型.

1.3　土-结构接触面亚塑性本构数学表达

由应力张量和应变率张量的矢量表达式(10)、(11)可得应力张量的迹为

$$\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma})=\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}} \tag{12}$$

式中：$\mathrm{tr}(\cdot)$ 为张量的迹.

由此可推出应力比张量 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ 和偏应力比张量 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{*}$ 分别为

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}=\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma})}=\begin{bmatrix}\frac{\sigma_{\mathrm{n}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\\frac{\sigma_{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\\frac{\tau_x}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\\frac{\tau_z}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{*}=\begin{bmatrix}\frac{2}{3}\cdot\frac{\sigma_{\mathrm{n}}-\sigma_{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\\frac{1}{3}\cdot\frac{\sigma_{\mathrm{p}}-\sigma_{\mathrm{n}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\\frac{\tau_x}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\\frac{\tau_z}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\end{bmatrix} \tag{14}$$

将应力率张量代入范数计算式可得

$$\|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\|=\sqrt{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}\cdot\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}=\sqrt{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}{}^{2}+2\left(\frac{\dot{\gamma}_{x}}{2}\right)^{2}+2\left(\frac{\dot{\gamma}_{z}}{2}\right)^{2}}=\sqrt{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}{}^{2}+\frac{1}{2}\dot{\gamma}_{x}{}^{2}+\frac{1}{2}\dot{\gamma}_{z}{}^{2}} \tag{15}$$

同理,将偏应力比张量代入范数计算式可得

$$\|\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{*}\|=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{\sigma_{\mathrm{n}}-\sigma_{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\right)^{2}+2\left(\frac{1}{3}\cdot\frac{\sigma_{\mathrm{p}}-\sigma_{\mathrm{n}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\right)^{2}+2\left(\frac{\tau_{x}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\right)^{2}+2\left(\frac{\tau_{z}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\right)^{2}} \tag{16}$$

式中:‖ ‖为范数.

将式(10)~(16)代入Gudehus-Bauer八参数模型方程中,可计算出方程中关于应变率的线性项$L(\hat{\boldsymbol{\sigma}},\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})$与非线性项表达式$N(\hat{\boldsymbol{\sigma}})$分别为

$$L(\hat{\boldsymbol{\sigma}},\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})=a^{2}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}+\hat{\boldsymbol{\sigma}}\,\mathrm{tr}(\hat{\boldsymbol{\sigma}},\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})=a^{2}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}+\frac{\sigma_{\mathrm{n}}\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}+\frac{3}{2}\tau_{x}\dot{\gamma}_{x}+\frac{1}{2}\tau_{z}\dot{\gamma}_{z}}{\left(\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}\right)^{2}}\boldsymbol{\sigma} \tag{17}$$

$$N(\hat{\boldsymbol{\sigma}})=a(\hat{\boldsymbol{\sigma}}+\hat{\boldsymbol{\sigma}}^{*})=a\begin{bmatrix}\dfrac{2\sigma_{\mathrm{n}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{2\sigma_{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{2\tau_{x}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\ \dfrac{2\tau_{z}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\end{bmatrix} \tag{18}$$

式中:a为本构参数.

故可得矢量形式的接触面本构方程为

$$\begin{bmatrix}\dot{\sigma}_{\mathrm{n}}\\ \dot{\sigma}_{\mathrm{p}}\\ \dot{\tau}_{x}\\ \dot{\tau}_{z}\end{bmatrix}=f_{\mathrm{s}}\left[a^{2}\begin{bmatrix}\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}\\ 0\\ \dfrac{\dot{\gamma}_{x}}{2}\\ \dfrac{\dot{\gamma}_{z}}{2}\end{bmatrix}+\frac{\sigma_{\mathrm{n}}\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}+\frac{3}{2}\tau_{x}\dot{\gamma}_{x}+\frac{1}{2}\tau_{z}\dot{\gamma}_{z}}{\left(\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}\right)^{2}}\begin{bmatrix}\sigma_{\mathrm{n}}\\ \sigma_{\mathrm{p}}\\ \tau_{x}\\ \tau_{z}\end{bmatrix}\right]+f_{\mathrm{d}}a\frac{\sqrt{\dot{\varepsilon}_{\mathrm{n}}{}^{2}+\frac{1}{2}\dot{\gamma}_{x}{}^{2}+\frac{1}{2}\dot{\gamma}_{z}{}^{2}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\begin{bmatrix}\dfrac{2\sigma_{\mathrm{n}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{2\sigma_{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}-\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{2\tau_{x}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\\ \dfrac{2\tau_{z}}{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}\end{bmatrix} \tag{19}$$

式中:a为本构参数.

上述模型基本参数与Gudehus-Bauer模型相同,由于采用了修正的应力和应变率张量,需注意采用简化的矢量表达式进行计算,为方便后续计算验证,式(7)中上限、临界、下限孔隙比可转化为

$$\frac{e_{\mathrm{i}}}{e_{\mathrm{i0}}}=\frac{e_{\mathrm{c}}}{e_{\mathrm{c0}}}=\frac{e_{\mathrm{d}}}{e_{\mathrm{d0}}}=\exp\left[-\left(\frac{\sigma_{\mathrm{n}}+2\sigma_{\mathrm{p}}}{h_{\mathrm{s}}}\right)^{n}\right] \tag{20}$$

由于接触面部分材料与远离接触面的土体在静动荷载作用下的力学响应有较大差异,且对模型的临界状态线也存在一定影响,因此模型中与临界状态有关的参数计算式也进行了相应的变换.

此外,刚度因子以及密实度因子的计算式也需将其中的相应参数进行代换,即将修正后的表达式(20)代入式(4)、(6)中.

1.4 模型参数与确定方法

建立的接触面亚塑性模型包含8个基本参数(α、β、e_{i0}、e_{c0}、e_{d0}、h_{s}、n和φ_{c}),具体确定方法如下.

1.4.1 临界摩擦角φ_{c}

不同砂的休止角和剪切试验得到的临界摩擦角数值如表1所示.由表1可知,休止角和临界摩擦角偏差很小,因此可以使用休止角数值代替临界摩擦角.但需要注意的是,试验证明当颗粒粒径$d\leqslant0.1$ mm时,采用休止角预测临界摩擦角的方法误差较大,须进行三轴剪切试验来确定临界摩擦角.

表1 休止角与剪切试验临界摩擦角[30]

Tab.1 Angles of repose and critical friction angles obtained from shear tests

材料	休止角/(°)	临界摩擦角/(°)	试验类型
Hochstetten石	35.7	36.5	直剪试验
Hochstetten砂	34.0	34.0	三轴排水试验
Hostun砂	32.0	32.0	三轴排水试验
Karlsruhe砂	29.1	30.0	三轴排水试验
Lausitz砂	33.0	32.2	三轴排水试验
Toyoura砂	30.4	30.9	三轴不排水试验
Zbraslav砂	30.8	29.7	直剪试验

1.4.2 颗粒硬度h_{s}和压缩常数n

颗粒硬度h_{s}和压缩常数n是确定材料压缩曲线的基础,采用试验方法进行确定,利用试验数据拟合

得到孔隙比与平均有效应力的 $e-\ln p_s$ 曲线.通常实验数据直接拟合时会产生误差影响计算值,因此,采用文献[31]提出的局部搜索最优解的优化方法确定 h_s 值和 n 值,克服选取应力状态点不同导致误差过大的缺点.

1.4.3　零压力时的上限孔隙比 e_{i0}

从试验角度来说,几乎不可能模拟上限孔隙比的情况,通常是将干燥的砂土倒入标准模具中,倾倒过程中得到一个临界值,通常比理论上的 e_{max} 更大,综合学者研究,一般取 $e_{max}\leqslant e_{i0}\leqslant 1.2e_{max}$.

1.4.4　零压力时的下限孔隙比 e_{d0}

由砂土的压缩特性可知,e_d 应随应力的增加而减小.e_d 值通常由文献[32]提出的试验方法得到的 e_d-C_u(C_u 为土的均匀系数)关系曲线进行确定.取得 e_d 值后,由式(20)反推可得 e_{d0} 值为

$$e_{d0}=e_d\exp\left[\left(\frac{\sigma_n+2\sigma_p}{h_s}\right)^n\right] \tag{21}$$

因此,e_{d0} 的值可由 e_d-C_u 关系曲线及式(21)共同求得.根据经验,通常取 $e_{d0}\approx e_{min}$.

1.4.5　零压力时的临界孔隙比 e_{c0}

与上限孔隙比一样,临界孔隙比 e_c 的值也随应力增大而减小,可以由式(20)反推出,表达式为

$$e_{c0}=e_c\exp\left[\left(\frac{\sigma_n+2\sigma_p}{h_s}\right)^n\right] \tag{22}$$

总结学者对 Sacramento River 砂和 Monterey 砂进行不排水三轴试验的结果发现 e_{c0} 与 e_{max} 的值基本一致,一般取 $e_{c0}\approx e_{max}$.

1.4.6　指数 α

由模型的本构表达式(19)可得到两个标量的参数方程为

$$\dot{\sigma}_n=f_s\frac{(\sigma_n+2\sigma_p)^2}{\sigma_n^2+2\sigma_p^2}\left[\dot{\varepsilon}_n+a^2\frac{\sigma_n\dot{\varepsilon}_n}{(\sigma_n+2\sigma_p)^2}\sigma_n+f_d\frac{a}{3}\frac{5\sigma_n-2\sigma_p}{\sigma_n+2\sigma_p}\dot{\varepsilon}_n\right] \tag{23}$$

$$\dot{\sigma}_p=f_s\frac{(\sigma_n+2\sigma_p)^2}{\sigma_n^2+2\sigma_p^2}\left[a^2\frac{\sigma_n\dot{\varepsilon}_n}{(\sigma_n+2\sigma_p)^2}\sigma_p+f_d\frac{a}{3}\frac{4\sigma_p-\sigma_n}{\sigma_n+2\sigma_p}\dot{\varepsilon}_n\right] \tag{24}$$

当土体达到峰值应力状态时,$\dot{\sigma}_n=0$,因此由式(23)可推出 α 为

$$\alpha=\frac{\ln\left[6\dfrac{(2+K_p)^2+a^2K_p(K_p-1-\tan v_p)}{a(2+K_p)(5K_p-2)\sqrt{4+2(1+\tan v_p)^2}}\right]}{\ln\left(\dfrac{e-e_d}{e_c-e_d}\right)} \tag{25}$$

式中:v_p 为剪胀系数,$\tan v_p=-\dfrac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_n}$;$K_p$ 为峰值应力比,其表达式为

$$K_p=\frac{\sigma_n}{\sigma_p}=\frac{1+\sin\varphi_p}{1-\sin\varphi_p} \tag{26}$$

式中:$\sin\varphi_p=\dfrac{\sigma_n-\sigma_p}{\sigma_n+\sigma_p}$.

式(25)分母中的 ln 函数可看作与压力相关的相对孔隙比,可记作 r_e,易知 r_e 为与孔隙比和平均应力有关的函数.由于模型采用的是减少分量的应力张量,$\dot{\varepsilon}_{yy}=\dot{\varepsilon}_{zz}=0$,体应变率 $\dot{\varepsilon}_v$ 等于轴向应变率 $\dot{\varepsilon}_n$,因此 $\tan v_p=-1$.

1.4.7　指数 β

指数 β 仅在 e 显著小于 e_i 的情况下发挥作用,其他情况下 β 对模型响应的影响很小.对于给定应力及密度条件下,β 可由式(23)、式(24)分别计算得出;对于密实度因子不同的情况,β 值会介于0~2.5范围.大量试验结果表明,β 值约为1,因此对于天然土,通用的方法是假定 $\beta=1$.

综上,建立的亚塑性接触面本构模型的参数确定方法虽较为复杂,但经过大量学者多年研究,总结出了简便实用的预测方法,常见砂与结构接触面亚塑性模型的基本参数如表2所示.

表2　模型基本参数[15]

Tab.2　Basic model parameters

材料	φ_c/(°)	h_s/MPa	n	e_{d0}	e_{c0}	e_{i0}	α	β
Hostun砂	31	1 000	0.29	0.61	0.96	1.09	0.13	2.0
Toyoura砂	30	2 600	0.27	0.61	0.98	1.10	0.25	1.0
Ticino砂	32	1 000	0.29	0.58	0.91	1.01	0.11	1.4
Density砂	32	750	0.25	0.62	0.97	1.06	0.13	1.5

1.5　接触面厚度

采用文献[11]以及文献[12]提出的关系式,接触面的应变 γ_i 可以用剪切带厚度计算,其表达式为

$$\tan\gamma_i=\frac{u_i}{d_s} \tag{27}$$

式中:u_i 为接触面处的位移;d_s 为假定的接触面厚

度，其几何关系如图3所示．接触面厚度d_s的取值取决于密度、平均粒径d_{50}和接触面粗糙度等因素，由文献[12]可近似取5～10 d_{50}.

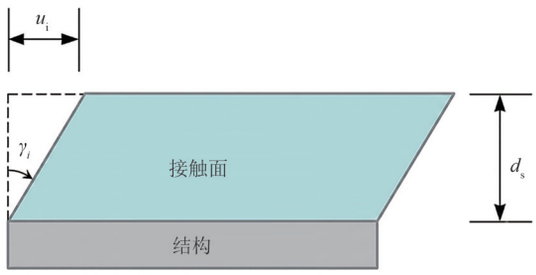


图3 接触面处应变与位移关系示意图

Fig. 3 Schematic diagram of strain-displacement relationship at the interface

2 模型验证

2.1 常法向应力试验边界条件

在常法向应力试验（Constant Normal Load test，CNL）条件下，应力不变，即$\mathrm{d}\sigma_n=0$，法向位移u_n变化，即$\mathrm{d}u_n\neq 0$．接触面试验中最简单且常用的边界条件如图4所示．

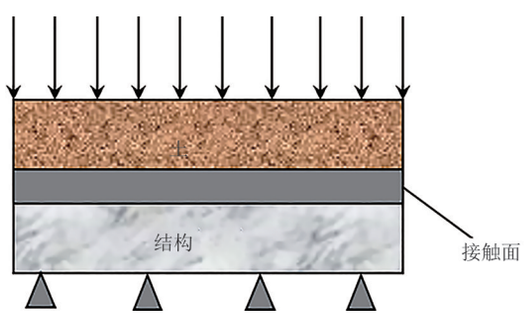


图4 CNL接触面试验边界条件

Fig. 4 Boundary conditions for the CNL interface test

将边界条件代入式(19)，可得常法向应力条件下的各指标为

$$\begin{cases}\dot{\sigma}_p=f_s\left[\dfrac{\sigma_n\dot{\varepsilon}_n+\dfrac{3}{2}\tau_x\dot{\gamma}_x}{\left(\sigma_n+2\sigma_p\right)^2}\sigma_p+\right.\\ \left.f_d a\left(\dfrac{2\sigma_p}{\sigma_n+2\sigma_p}-\dfrac{1}{3}\right)\sqrt{\dot{\varepsilon}_n{}^2+\dfrac{1}{2}\dot{\gamma}_x{}^2}\right]\\ \dot{\tau}_x=f_s\left[a^2\dfrac{\dot{\gamma}_x{}^2}{2}+\dfrac{\sigma_n\dot{\varepsilon}_n+\dfrac{3}{2}\tau_x\dot{\gamma}_x}{\left(\sigma_n+2\sigma_p\right)^2}\tau_x+\right.\\ \left.f_d a\dfrac{2\tau_x}{\sigma_n+2\sigma_p}\sqrt{\dot{\varepsilon}_n{}^2+\dfrac{1}{2}\dot{\gamma}_x{}^2}\right]\end{cases}\tag{28}$$

2.1.1 筑坝用料－钢板接触面试验

文献[33]进行了积石峡面板堆石坝工程的筑坝用料-钢板接触面的法向常应力切向位移控制单调直剪试验，围压分别采用200 kPa、400 kPa、700 kPa．其中土料平均粒径为7.5 mm，根据接触面厚度的估算式(27)，参考试验数据，筑坝用料-钢板接触面厚度取50 mm；结构面为经过加工的具有表面突起的钢板．模型各参数取值如表3所示，土料初始孔隙比取0.80.

积石峡面板堆石坝工程筑坝用料-钢板接触面在不同初始法向压力情况下进行单调直剪的试验数据与建立的亚塑性接触面本构模型数值的模拟结果对比如图5所示．由图5可知：①针对剪切应力与剪切位移的关系，试验结果与数值模拟结果基本一致，剪应力随剪切位移的增大而增大，且逐渐趋于稳定，不同初始法向应力下的剪应力随剪应变的变化趋势基本相同，达到峰值剪应力的剪切位移随初始法向应力的增大而稍有增加．②针对轴向位移和剪切位移的关系，该接触面具有在不同法向应力下先剪缩后剪胀的特性，且随着法向应力的增加，剪缩现象越来越明显；当法向应力较小时，接触面剪缩现象不明显，体积变化主要表现为剪胀，这主要是因为所取土料的颗粒较为完整，硬度较高；在高法向应力下则表现出明显的剪缩，其程度略小于剪胀．

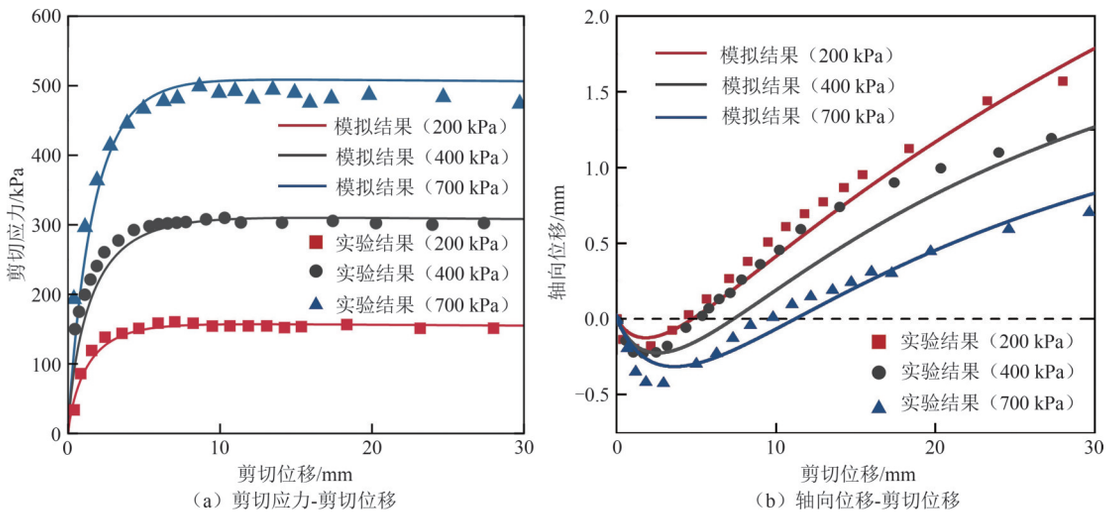
表3 不同类型接触面模型参数

Tab.3 Parametersof the different interface constitutive models

接触面类型	φ_c/(°)	h_s/MPa	n	e_{d0}	e_{c0}	e_{i0}	α	β
积石峡面板堆石坝工程筑坝用料-钢板	35.5	3 500	0.17	0.65	0.93	1.08	0.15	1
Hostun砂-人工光滑钢板	31	1 000	0.29	0.61	0.96	1.09	0.13	2
Ticino砂-人工粗糙铝板	32	1 000	0.29	0.58	0.91	1.01	0.11	1.4

2.1.2 Hostun砂-光滑接触面试验

文献[34]进行了不同密实度条件下Hostun砂与人工光滑接触面的法向常应力边界条件下的理想接触面单调直剪试验，围压为300 kPa．试验采用两种不同密实度的试样进行，分别是孔隙比为0.68的密砂及孔隙比为0.95的松砂，土样平均粒径为0.5 mm，接触面厚度取5 mm，结构面为人工光滑钢板．模型各参数取值如表3所示．



（a）剪切应力-剪切位移　　（b）轴向位移-剪切位移

图 5　筑坝用料-钢板接触面试验结果与模拟结果(CNL)

Fig. 5　Experimental and simulated results for the dam-fill material-steel plate interface (CNL)

不同密实度 Hostun 砂与人工光滑钢板接触面试验数据与模型数值模拟结果对比如图 6 所示.由图 6 可知:模型数值模拟结果与试验结果的峰值剪切应力在数值上有一定差距,但其切向应力应变关系的变化趋势基本一致,模型能够反映出松砂的硬化及密砂的软化现象;当砂土密实度较高时,接触面处土体的峰值剪切应力高于其临界应力,剪切应力随剪切位移的增大出现明显的软化现象;而当砂土密实度较低时,剪切应力随剪切位移的增大而单调增大,增长率虽逐渐减小但直至试验结束仍未降为 0.通过上述分析可知,对于同一类砂,密实度较低会比密实度较高更晚达到其峰值剪应力,但最终的临界剪应力值相差不大,因此,建立的接触面本构模型可以较好地预测出砂土的密实度特性.

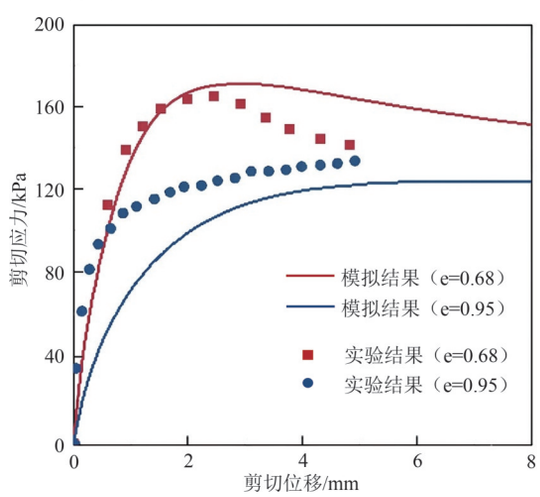


图 6　不同密实度 Hostun 砂-人工光滑钢板接触面试验结果与模拟结果(CNL)

Fig. 6　Experimental and simulated results for the Hostun sand-artificially smooth steel plate interface at different densities (CNL)

2.2　常法向刚度试验边界条件

在常法向刚度试验(Constant Normal Stiffness test, CNS)条件下,法向刚度 $K=\mathrm{d}\sigma_\mathrm{n}/\mathrm{d}u_\mathrm{n}$,为常数,$\mathrm{d}\sigma_\mathrm{n}\neq 0$,$\mathrm{d}u_\mathrm{n}\neq 0$.表示剪切过程中保持 K 不变,即法向应力与法向位移保持同比例变化,如图 7 所示.

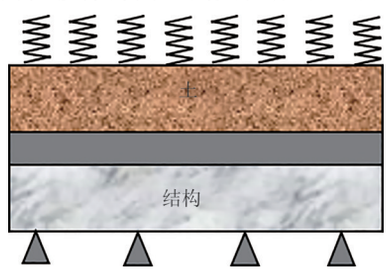


图 7　CNS 接触面试验边界条件

Fig. 7　Boundary conditions for the CNS interface test

根据式(19),常法向刚度条件下的表达式为

$$\begin{cases} K\dot{\varepsilon}_\mathrm{n}=f_\mathrm{s}\left(a^2\dot{\varepsilon}_\mathrm{n}+\dfrac{{\sigma_\mathrm{n}}^2}{\left(\sigma_\mathrm{n}+2\sigma_\mathrm{p}\right)^2}\dot{\varepsilon}_\mathrm{n}+\dfrac{3\tau_x\sigma_\mathrm{n}}{2\left(\sigma_\mathrm{n}+2\sigma_\mathrm{p}\right)^2}\dot{\gamma}_x+f_\mathrm{d}a\left(\dfrac{2\sigma_\mathrm{p}}{\sigma_\mathrm{n}+2\sigma_\mathrm{p}}-\dfrac{1}{3}\right)\sqrt{{\dot{\varepsilon}_\mathrm{n}}^2+\dfrac{1}{2}{\dot{\gamma}_x}^2}\right) \\ \dot{\sigma}_\mathrm{p}=f_\mathrm{s}\left(\dfrac{\sigma_\mathrm{n}\sigma_\mathrm{p}}{\left(\sigma_\mathrm{n}+2\sigma_\mathrm{p}\right)^2}\dot{\varepsilon}_\mathrm{n}+\dfrac{3\tau_x\sigma_\mathrm{p}}{2\left(\sigma_\mathrm{n}+2\sigma_\mathrm{p}\right)^2}\dot{\gamma}_x+f_\mathrm{d}a\left(\dfrac{2\sigma_\mathrm{n}}{\sigma_\mathrm{n}+2\sigma_\mathrm{p}}-\dfrac{1}{3}\right)\sqrt{{\dot{\varepsilon}_\mathrm{n}}^2+\dfrac{1}{2}{\dot{\gamma}_x}^2}\right) \end{cases} \tag{29}$$

文献[35]在改进的直剪试验装置中进行了 Ticino 砂与人工粗糙铝板接触面在法向常刚度边界条件下的单调直剪试验,采用的试验数据来自法向刚度 K=100 的试验组.土样平均粒径为

0.56 mm、不均匀系数为1.78，接触面厚度为5 mm；结构面为人工粗糙铝板，剪切速率保持在0.31 mm/min. 模型各参数取值如表3所示，土料初始孔隙比取0.85.

Ticino砂与人工粗糙铝板接触面试验数据与模型数值模拟结果对比如图8所示. 由图8可知：模型数值模拟结果与试验结果基本吻合，接触面处土体的剪切行为与试验结果相似，均未出现达到峰值后的软化现象；模型预测的临界状态剪应力略高于试验结果，预测结果与试验结果的峰值法向应力在数值上也大致相同，且法向应力随剪切位移的增大而逐渐增大的变化趋势基本一致；值得注意的是，试验结果显示法向应力在开始剪切时有较小幅度的减小，而模型的模拟结果也呈现出相同的趋势.

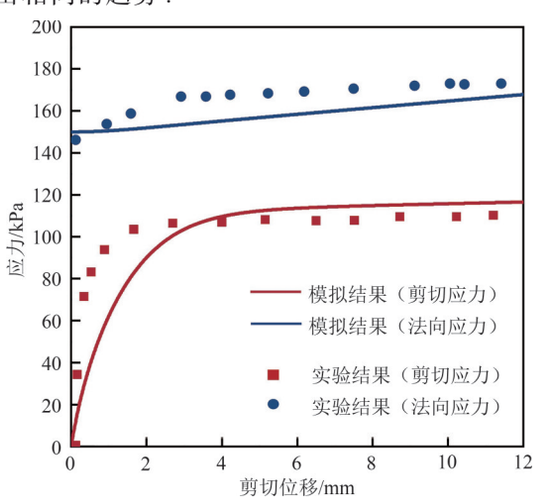


图8　Ticino砂-人工粗糙铝板接触面试验结果与模拟结果（CNS）

Fig. 8　Experimental and simulated results for the Ticino sand-artificially roughened aluminum plate interface (CNS)

3　工程实例分析

3.1　有限元模型建立

北京城市副中心综合交通枢纽项目位于北京市通州区杨坨地区，地处京哈铁路围合的三角地内，北至玉带河大街、东至东六环西侧路、南至芙蓉路以西、西至京哈铁路. 以该项目中的桩筏基础为例，选取现场QZ4-D2基桩试桩结果进行验证. 该桩长68.3 m，桩径1.2 m，承载力设计值为8 MN，所在位置地质剖面如图9所示，低应变及超声波检测结果显示桩身质量等级为Ⅰ级. 图9中，①⑤⑥⑩为粉砂，②⑪为细砂，③④⑦⑧⑨⑫为粉细砂.

采用轴对称模型，有限元模型尺寸为桩径1.2 m，桩长68.3 m，如图10所示. 土体水平方向尺寸为

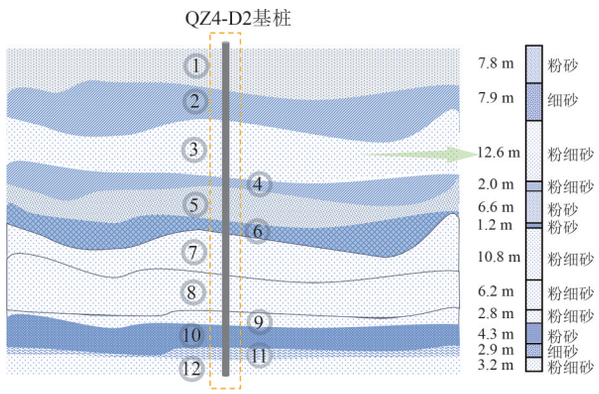


图9　地质剖面图

Fig. 9　Geological profile

40 m，竖直方向尺寸为105 m. 桩体采用线弹性模型进行模拟，材料参数取为弹性模量E=200 GPa，泊松比取为0.25. 土层的物理力学参数如表4所示.

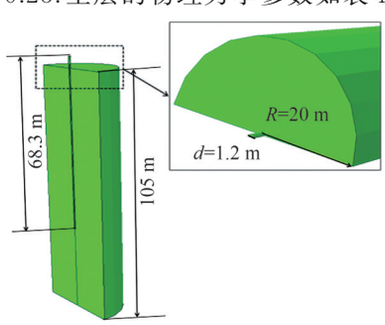


图10　有限元模型图

Fig. 10　Finite element model

本文主要分析桩与砂土接触面采用不同接触面模型时对计算结果的影响，接触面模型分别采用新建立的接触面亚塑性模型以及Mohr-Coulomb接触面模型，接触面本构模型参数如表5所示.

3.2　计算结果分析

3.2.1　荷载-沉降曲线分析

采用新建立的考虑初始各向异性和粗糙度的接触面亚塑性模型以及摩尔-库伦接触面模型计算得到的QZ4-D2试桩荷载-沉降关系曲线与现场实测值的对比如图11所示.

由图11可知：当荷载小于8 000 kN时，荷载-沉降基本呈线性关系，摩尔-库伦模型预测的沉降值略大于实测数据，而亚塑性模型预测结果与实测数据基本一致，在较小荷载作用下，两种接触面模型均能较好地预测桩体沉降；在荷载从8 000 kN增加至14 000 kN过程中，亚塑性模型预测曲线的斜率小于桩实际情况，预测沉降水平略小于实测数据，摩尔-库伦模型预测结果大于实测数据且二者差距越来越大；当荷载大于14 000 kN时，亚塑性模型与摩尔-库伦模型预测曲线的斜率均增大且预测的沉降值均大

表4　土层物理力学参数表

Tab.4　Physical and mechanical parameters of the soil layers

土层	厚度/m	密度ρ/(g·m^{-3})	弹性模量E/MPa	泊松比υ	内摩擦角φ_c/(°)	黏聚力c/kPa
①粉砂	7.8	1.95	14.16	0.3	31.5	2.1
②细砂	7.9	2.03	28.08	0.2	33.8	4.4
③粉细砂	12.6	2.05	15.45	0.25	32.6	5.2
④粉细砂	2.0	1.98	14.66	0.25	31.1	7.7
⑤粉砂	6.6	1.96	15.24	0.3	30.1	3.8
⑥粉砂	1.2	1.98	25.04	0.3	28.2	3.3
⑦粉细砂	10.8	2.03	18.75	0.25	32.2	4.6
⑧粉细砂	6.2	2.05	23.1	0.25	30.8	4.3
⑨粉细砂	2.8	2.05	21.45	0.25	32.7	4.5
⑩粉砂	4.3	1.95	25.85	0.3	32.6	1.5
⑪细砂	2.9	2.0	33.66	0.2	35.5	0.1
⑫粉细砂	3.2	2.05	24.45	0.25	35.5	0.1

表5　接触面本构模型参数

Tab.5　Parameters of the interface constitutive models

模型	指标	指标值
亚塑性接触面模型	φ_c/(°)	32
	h_s/MPa	1 900
	n	0.29
	e_{d0}	0.61
	e_{c0}	0.96
	e_{i0}	1.09
	α	0.18
	β	1.5
Mohr-Coulomb模型	μ	0.445

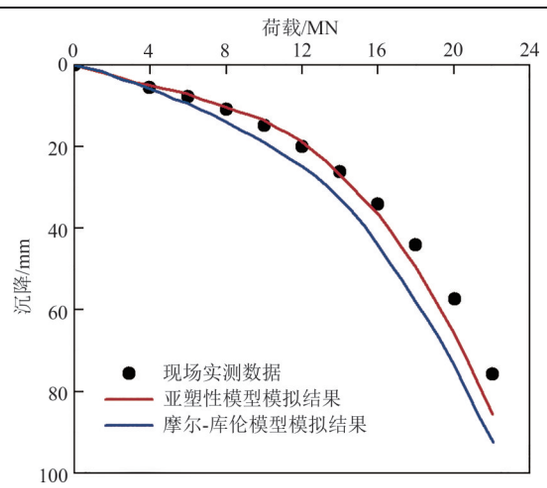


图11　模型预测与现场实测荷载-沉降曲线对比

Fig. 11　Comparison of predicted and measured load-settlement curves

于实测值,但亚塑性模型预测的最终沉降量与实测值更接近.

综上,对于桩静载试验荷载-沉降关系,亚塑性模型与摩尔-库伦模型均能大致模拟其关系与变化趋势,但提出的接触面亚塑性模型的预测曲线与实测结果更接近,尤其是在荷载水平较高的情况下,接触面亚塑性模型能得到更准确的沉降量预测结果.此外,由图11可以看出,现场实测数据得出的荷载-沉降曲线未出现明显拐点,属于缓降型,采用两种接触面模型得出的曲线斜率变化率虽较实测曲线略大,但未出现明显拐点,验证了建立的有限元计算模型的正确性.

3.2.2　桩身轴力特征分析

采用亚塑性模型计算得到的桩身轴力-桩入土深度关系曲线与现场实测值的对比如图12所示.

由图12可知:在各级荷载条件下,桩身入土深

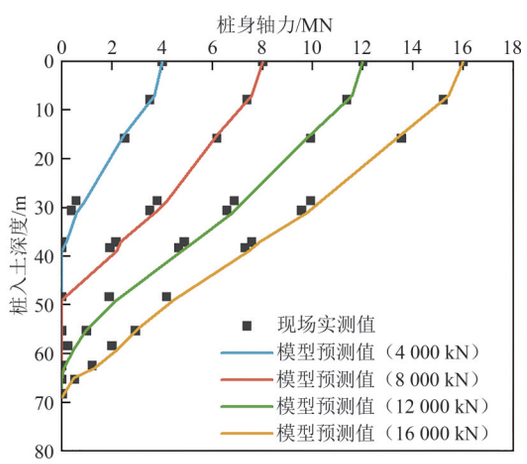


图12　模型预测与现场实测桩身轴力-桩入土深度关系对比

Fig. 12　Comparison of predicted and measured pile axial force distributions with depth

度处于0～15 m时，桩身轴力预测值与模型实测值吻合度较好；桩身入土深度大于15 m时，亚塑性模型计算得到的桩身轴力略大于实测值，但整体趋势保持一致；桩身轴力为0时模型计算得到的的深度略大于实测值；设计荷载下实测与预测桩身轴力均沿深度增加，最终归于零值，即桩端阻力为0，桩侧摩阻力承担了全部的桩顶荷载，因此QZ4-D2基桩属于典型的摩擦桩.

综上，所提接触亚塑性模型可以较好地预测桩身轴力沿桩入土深度的变化值与变化趋势，进一步验证了所提出接触面亚塑性模型的合理性.

3.2.3　桩侧摩阻力变化分析

在现场静荷载试验中，试桩相邻两个测试断面间的轴力变化值等于两断面间的桩侧摩阻力发挥值.提取有限元模型相应入土深度处的侧摩阻力为

$$Q_{s,j}=\frac{Q_{j-1}-Q_j}{Ul_j} \tag{30}$$

式中：$Q_{s,j}$为第i层侧摩阻力；U为桩身周长；l_j为第j层土厚度；Q_{j-1}、Q_j分别为第j个土层上、下分界面处实测轴力.

4 000 kN、8 000 kN、12 000 kN、16 000 kN荷载下模型预测与现场实测桩侧摩阻力随入土深度的分布曲线如图13所示，16 000 kN荷载下相应深度处的侧摩阻力模型预测值、现场实测值与勘察报告推荐值如表8所示.

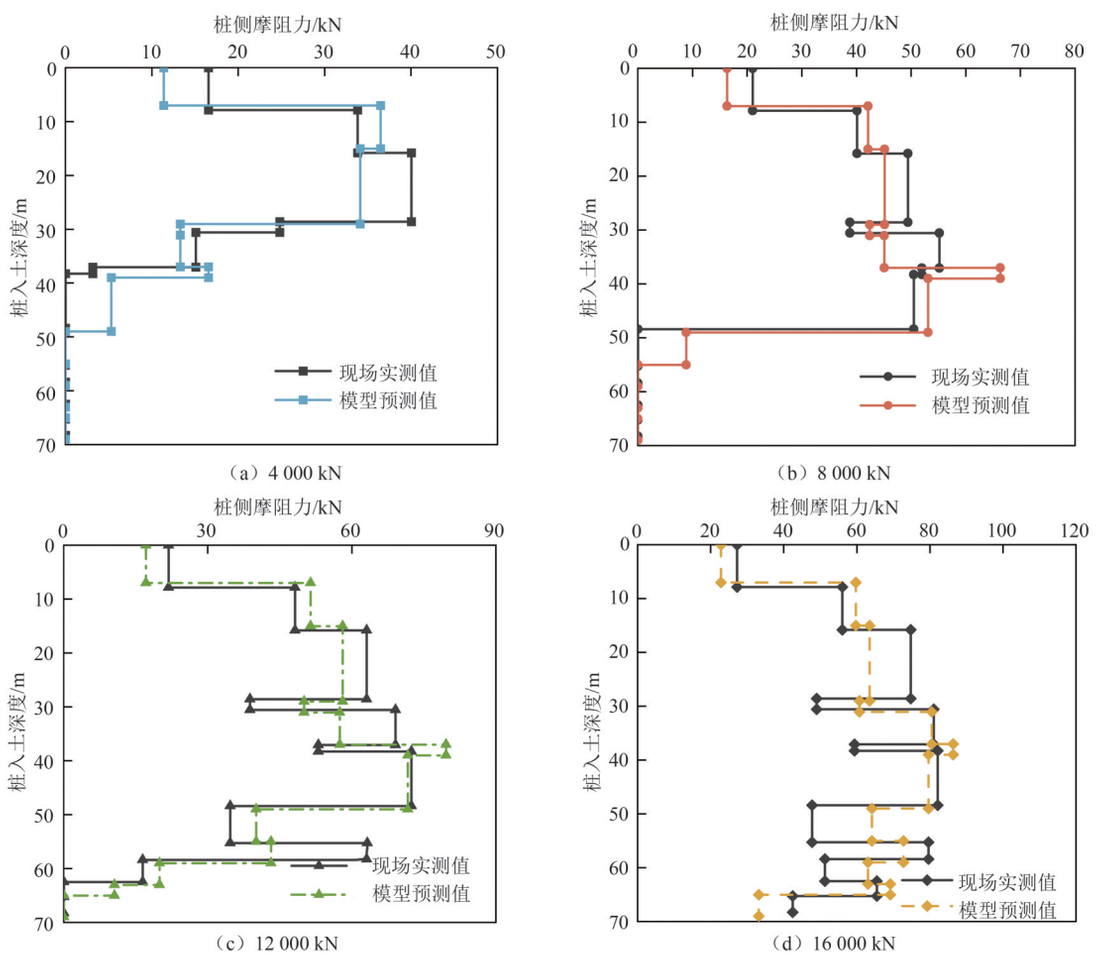


图13　不同荷载下模型预测与现场实测桩侧摩阻力-桩入土深度关系对比

Fig. 13　Comparison of predicted and measured shaft resistance distributions with depth under different loads

由图13可知：各级荷载下模型预测与现场实测桩侧摩阻力随深度变化趋势基本一致；桩顶荷载在向下传递过程中，上层土体与桩身侧摩阻力先于下层发挥作用，随着荷载逐级施加，下层土体与桩身之间逐渐产生侧摩阻力；随着荷载逐级增加，各土层侧摩阻力的增量不同，桩身上部侧摩阻力增量小于桩身下部，并且侧摩阻力峰值有逐步下移的趋势，上部土层的侧摩阻力逐渐趋于稳定而下部土层逐渐发挥其侧摩阻力.

实测值与模型预测值在部分土层处的差异可能来源于参数的确定方法不同，或由于在进行有限元建模时对土层进行的简化.此外，工勘推荐、现场实

表 6　工勘推荐、现场实测与模型预测桩身侧摩阻力与入土深度值(16 000 kN)

Tab.6　Comparison of shaft resistance values recommended by the geotechnical investigation, measured in the field, and predicted by the model at different depths (16,000 kN)

工勘推荐深度/m	工勘推荐侧摩阻力/kN	现场实测深度/m	现场实测侧摩阻力 kN	模型预测深度/m	模型预测侧摩阻力/kN
7.86	25	7.86	27.736	7.80	22.736
15.76	50	15.76	56.020	15.70	59.682
28.56	70	28.56	74.713	28.30	63.471
30.56	40	30.56	48.962	30.30	60.660
37.06	70	37.06	80.998	36.90	80.460
38.26	55	38.26	59.346	38.10	86.313
48.36	75	48.36	82.094	48.90	79.576
55.26	50	55.26	47.735	55.10	64.103
58.36	80	58.36	79.584	57.90	72.735
62.46	90	62.46	51.179	62.20	62.997
65.26	85	65.26	65.402	65.1	69.101
68.26	75	68.26	42.390	68.3	33.157

测与模型预测桩身侧摩阻力与入土深度值如表 6 所示.由表 6 可知:现场实测值、模型预测值与勘察报告给出的推荐值有较大的差异,整体上实测值与模型预测值均大于工勘推荐值,这可能是由于钻孔灌注桩成桩的施工因素多且复杂,与设计值存在一定差距.

3.2.4　桩端阻力变化分析

由于实测中最深的一个测量断面距桩端很近,因此在现场试验中选取最下端断面所测量的轴力值近似作为桩端阻力值;在有限元模型中,取各级荷载桩轴线上最下方节点最后一个时间步的力作为桩端阻力值.

模型预测与现场实测桩端阻力-桩顶荷载关系曲线如图 14 所示.由图 14 可知:前 3 级荷载下实测值和模型预测值极小;从第 4 级荷载开始,模型预测的桩端阻力均大于现场实测值,这可能是由于有限元模型所取的阻力提取点的深度略深于现场试验中选取的测量断面;总体来说二者差距在合理范围内,因此接触面亚塑性模型可以用于反映桩端阻力随桩顶荷载变化的关系.

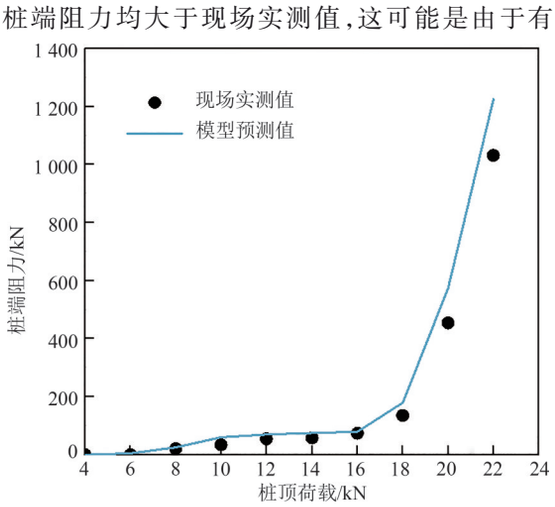


图 14　模型预测与现场实测桩端阻力-桩顶荷载关系对比

Fig. 14　Comparison of predicted and measured pile-tip resistance under different pile-head loads

4　结论

1) 在既有接触面张量约化方法的基础上,将法向应力、两个正交剪应力和面内应力构成的四维应力向量引入 Gudehus-Bauer 八参数砂土亚塑性模型,并相应构造应变率向量,建立了砂土-结构接触面亚塑性本构模型.该模型保留了应力水平、孔隙比和密实度对接触面响应的影响,并通过 ABAQUS 用户材料子程序 UMAT 进行了数值实现.

2) 模型在 3 组不同材料和边界条件的接触面试验中表现出较好的适用性.对于筑坝用料-钢板接触面,在 200、400 和 700 kPa 常法向应力条件下,模型能够反映剪应力逐步稳定及剪缩随法向应力增大的规律;对于 300 kPa 条件下的 Hostun 砂-人工光滑接触面,能够区分密砂软化和松砂硬化行为;对于常法向刚度的 Ticino 砂-人工粗糙铝板接触面,预测结果与试验总体吻合,但临界剪应力略有高估.

3) 以北京城市副中心站综合交通枢纽工程 QZ4-D2 基桩为例,针对桩长 68.3 m、桩径 1.2 m 的试桩建立轴对称有限元模型.荷载低于 8 000 kN 时,亚塑性接触面模型预测的荷载-沉降关系与实测结果基本一致;在较高荷载水平下,其预测结果较 Mohr-Coulomb 接触面模型更接近实测值.16 000 kN 工况下,12 个深度处侧摩阻力预测值与实测值的平均绝对误差为 9.13 kN,平均绝对百分比误差为 17.2%.

4) 模型能够反映桩-土荷载传递的阶段性特

征：在4 000、8 000、12 000和16 000 kN荷载下，侧摩阻力峰值随荷载增加逐步向深部转移，上部土层侧摩阻力趋于稳定，下部土层逐渐发挥作用；设计荷载下桩身轴力沿深度最终趋近于零，桩端阻力较小，表明QZ4-D2基桩呈典型摩擦桩特征.

后续可结合不同粗糙度、应力路径及排水条件下的接触面试验，进一步完善模型参数的确定方法，并量化参数不确定性对计算结果的影响.同时，可将模型拓展至循环荷载和更复杂地层条件，结合更多桩基及土-结构相互作用工程案例开展验证，以提升模型在复杂服役环境下的适用性与预测可靠性.

参考文献(References)：

[1] Kolymbas D. A rate-dependent constitutive equation for soils [J]. Mechanics Research Communications, 1977, 4(6): 367－372.

[2] Dafalias Y F. Bounding surface plasticity. I: mathematical foundation and hypoplasticity[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1986, 112(9): 966－987.

[3] Kolymbas D. An outline of hypoplasticity[J]. Archive of Applied Mechanics, 1991, 61(3): 143－151.

[4] Wu W, Bauer E. A simple hypoplastic constitutive model for sand [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1994, 18(12): 833－862.

[5] Bauer E, Wu W. A hypoplastic constitutive model for cohesive powders[J]. Powder Technology, 1995, 85(1): 1－9.

[6] Von Wolffersdorff P A. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface[J]. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials: An International Journal on Experiments, Modelling and Computation of Materials and Structures, 1996, 1(3): 251－271.

[7] Wu W, Lin J, Wang X T. A basic hypoplastic constitutive model for sand[J]. Acta Geotechnica, 2017, 12(6): 1373－1382.

[8] Subair A H, Aljorany A N.Experimental and numerical analysis of axially loaded slender piles implementing a hypoplastic model[C]// IOP Conference Series: Materials Science and Engineering.Kerbala, 2021, 1067(1): 012069.

[9] Tian H, Zeng K , Zhang H ,et al. Research on extended hypoplastic model and its verification for deposits soil[C]// IOP Conference Series: Earth and Environmental Science.Beijing, 2020, 570(6): 062034.

[10] Niemunis A, Herle I. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range [J]. Mechanics of Cohesive-frictional Materials, 1997, 2(4): 279－299.

[11] Herle I, Nübel K. Hypoplastic description of the interface behaviour[M/OL]//Numerical Models in Geomechanics. Boca Raton: CRC Press, 2020: 53－58.

[12] Gutjahr S. Optimierte Berechnung von nicht gestützten Baugrubenwänden in Sand[D]. Dortmund: Universität Dortmund, 2003:25－28.

[13] Herle I, Arnold M. Hypoplastic description of the frictional behaviour of contacts[M/OL]//Numerical Methods in Geotechnical Engineering. London: Taylor & Francis, 2006: 101－106.

[14] Stutz H, Mašín D, Wuttke F. Enhancement of a hypoplastic model for granular soil-structure interface behaviour[J]. Acta Geotechnica, 2016, 11: 1249－1261.

[15] Stutz H, Mašín D. Hypoplastic interface models for fine-grained soils[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, 41(2): 284－303.

[16] Stutz H. Hypoplastic Models for Soil-Structure Interfaces: Modelling and Implementation [D]. Kiel: Kiel University, 2016:48－60.

[17] Clough G W, Duncan J M. Finite element analyses of retaining wall behavior[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1971, 97(12): 1657－1673.

[18] Mortara G, Ferrara D, Fotia G. Simple model for the cyclic behavior of smooth sand-steel interfaces[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(7): 1004－1009.

[19] Lashkari A. Prediction of the shaft resistance of nondisplacement piles in sand[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2013, 37(8): 904－931.

[20] Zhou Z Q, Li Z H, Gao C L, et al.Peridynamic micro-elastoplastic constitutive model and its application in the failure analysis of rock masses[J]. Computers and Geotechnics, 2021, 132(1): 104037.

[21] Ur Rehman Z, Zhang G . Three-dimensional elastoplastic damage model for gravelly soil-structure interface considering the shear coupling effect[J]. Computers and Geotechnics, 2021, 129: 103868.

[22] Long S F, Xu S M, Zhang Y J, et al. Method of soil-elastoplastic DEM parameter calibration based on recurrent neural network [J]. Powder Technology, 2023, 416: 118222.

[23] Jong Y G , Liu Y , Chen Z ,et al. Hypoplastic interface model considering plane strain condition and surface roughness [J]. Advances in Civil Engineering, 2021, 2021: 1473181..

[24] Jong Y, Ma Y M , Liu Y .Granular hypoplastic interface model considering surface roughness[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 1802(4): 042004.

[25] Staubach P, Machaček J, Wichtmann T. Novel approach to apply existing constitutive soil models to the modelling of interfaces[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2022, 46(7): 1241－1271.

[26] Staubach P, Machaček J, Wichtmann T. Mortar contact discretisation methods incorporating interface models based on Hypoplasticity and Sanisand: Application to vibratory pile driving[J]. Computers and Geotechnics, 2022, 146: 104677.

[27] Wu W, Kolymbas D. Numerical testing of the stability criterion for hypoplastic constitutive equations[J]. Mechanics of Materials, 1990, 9(3): 245－253.

[28] Gudehus G. A comprehensive constitutive equation for granular materials[J]. Soils and Foundations, 1996, 36(1): 1－12.

[29] Bauer E. Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials[J]. Soils and Foundations, 1996, 36(1): 13－26.

[30] Herle I, Gudehus G. Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies[J]. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, 1999, 4(5): 461－486.

[31] 王洪波. 基于亚塑性理论的无粘性土压缩曲线和静止土压力系数的研究[D]. 大连:大连理工大学,2005: 21－26.
Wang Hongbo. Study on compression curve and the coefficient of earth pressure at rest for cohesionless soil based on hypoplastic constitutive model[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2005:21－26.(in Chinese)

[32] Youd T L. Factors controlling maximum and minimum densities of sands[M/OL]//Evaluation of Relative Density and its Role in Geotechnical Projects Involving Cohesionless Soils. West Conshohocken: ASTM special Technical Publication, 1973: 98.

[33] 侯文峻. 土与结构接触面三维静动力变形规律与本构模型研究[D]. 北京:清华大学,2008:35－50.
Hou Wenjun. Research on monotonic and cyclic behavior and constitutive model of three-dimensional soil-structure interface[D]. Beijing: Tsinghua University, 2008:35－50.(in Chinese)

[34] Shahrour I, Rezaie F. An elastoplastic constitutive relation for the soil-structure interface under cyclic loading[J]. Computers and Geotechnics, 1997, 21(1): 21－39.

[35] Porcino D, Fioravante V, GHIONNA V N, et al. Interface behavior of sands from constant normal stiffness direct shear tests[J]. Geotechnical Testing Journal, 2003, 26(3):289－301.