

含内部孔隙的功能梯度矩形板在流体中的振动

黄小林, 郝稀奇, 李粮杰, 肖薇薇

(桂林电子科技大学建筑与交通工程学院, 541004 桂林)

摘 要: 为研究流体中含内部孔隙的金属/陶瓷功能梯度板的自由振动和动力响应, 根据3种板-流交互边界条件计算了流体速度势函数和流体动压力, 以陶瓷质量组分为基本参数建立了含内部孔隙的功能梯度材料物性参数的计算模型。基于薄板理论, 建立了流体中四边简支的功能梯度矩形板的振动控制方程, 并用谐波平衡法求解了其自振频率和动力响应。研究表明, 浸没在流体内部和底部的平板的自振频率和动力响应随流体深度的增加而降低, 而浮于流体表面的自振频率和动力响应随流体深度的增加而提高。孔隙对板自振频率的影响不仅与孔隙体积比的大小和分布模式有关, 还与陶瓷质量比、流体等因素有关。

关键词: 功能梯度材料; 孔隙; 水弹性; 板; 自由振动; 谐波平衡法

中图分类号: TB33; O35

文献标志码: A

文章编号: 1000-4939(2025)05-1066-08

Vibration of porous functionally graded rectangular plates in fluid

HUANG Xiaolin, HAO Xiqi, LI Liangjie, XIAO Weiwei

(School of Architecture and Transportation Engineering, Guilin University of Electronic Technology, 541004 Guilin, China)

Abstract: The vibration and dynamic responses for porous metal/ceramic functionally graded material plates in fluid were studied. Considering three types of plate-fluid interaction boundaries, the potential function of speed and the hydrodynamic pressure were calculated. The effective material properties of the plates were built with the mass volume of ceramic. Based on the thin plate theory, the governing equations of the simply supported plates were established and the natural frequencies and dynamic responses were calculated by using the harmonic balance method. The results show that the frequencies and responses of the plates submerged in fluid and at the bottom decrease with the increase of fluid depth. The frequencies and responses of the plate on fluid surface are raised as the water depth increases. The effect of pores on the natural frequencies is related to pores, the mass volume of ceramic, fluid, and other factors.

Key words: functionally graded material; pore; hydroelasticity; plate; free vibration; harmonic balance method

交通、船舶等工程结构常与流体接触形成流-固耦合系统。研究表明, 由于流固耦合作用, 结构在流

体中的振动特性与真空中不同^[1]。目前流固耦合问题的研究大都集中于各向同性材料结构^[2-7], 对功能

收稿日期: 2023-04-23

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 12162010); 广西自然科学基金资助项目 (No. 2021GXNSFAA220087)

通信作者: 肖薇薇。E-mail: 43374732@qq.com

引用格式: 黄小林, 郝稀奇, 李粮杰, 等. 含内部孔隙的功能梯度矩形板在流体中的振动[J]. 应用力学学报, 2025, 42(5): 1066-1073.

HUANG Xiaolin, HAO Xiqi, LI Liangjie, et al. Vibration of porous functionally graded rectangular plates in fluid[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2025, 42(5): 1066-1073.

梯度材料(functionally graded material, FGM)的研究较少。其中, KHORSHIDI 等^[8-9]研究了与流体部分接触的竖向 FGM 板的水弹性振动,发现流体附加质量降低了板的自振频率,且自振频率随接触流体深度的增加而递减。许杨健等^[10]、刘明等^[11]和 SONI 等^[12]分析了流体温度对 FGM 板水弹性振动特性的影响,发现随着流体介质温度增大,板内总体温度明显升高,板的固有频率随之降低。THINH 等^[13]和 PHAM 等^[14]讨论金属/陶瓷杨氏模量、材料体积组分指数、流体密度、板-流体交互边界条件和几何尺寸等参数对 FGM 板水弹性振动频率的影响。谷森等^[15]基于 Euler-Bernoulli 梁理论讨论了流体中光热激励下功能梯度梁的振动特性,结果显示,当激励荷载相同时,简支边界梁的振幅高于固支梁。以上研究结果均发现结构在流体中振动时,其振动频率与动力响应明显减小,且减小的幅度与流体密度、深度和结构-流体的交互边界条件等因素有关。

由于 FGM 基体材料自身或制造技术不足的原因,FGM 构件中不可避免地含有内部孔隙^[16]。因此,流体中含内部孔隙的 FGM 构件的动力特性也是值得关注的问题。周杰等^[17]和 LI 等^[18]研究流体中 FGM 管道振动时,发现当流体密度较小时,其固有频率则随孔隙率的增大而升高,当流体密度增大时,固有频率随孔隙率的增大而降低。FARSANI 等^[19]和 SU 等^[20]通过研究竖向 FGM 多孔板与流体接触自由振动时,发现孔隙分布模式也会影响 FGM 板的固有频率,其中沿厚度不均匀对称分布的 FGM 板自振基频最高,均匀分布最低。目前,关于流体中含孔隙的 FGM 矩形板振动特性的研究较少,且用混合率计算 FGM 的有效物性参数时,大都假定孔隙体积微小,在板的总体积计算中忽略孔隙体积的影响^[8-14]。

本研究考虑孔隙总体积的影响,用改进的混合率模型计算 FGM 的物性参数,基于薄板理论建立流体中水平放置的 FGM 板的振动方程,系统分析板-流体交互边界条件、孔隙和水深等因素对自振频率和动力响应的影响,为流体中含内部孔隙的 FGM 板构件的设计提供理论参考。

1 功能梯度矩形板模型

如图 1 所示,陶瓷/金属功能梯度材料矩形板长为 a ,宽为 b ,厚度为 h 。直角坐标系原点位于板几何中面的一角点上, z 轴沿厚度方向竖直向上。板的材

料由下部金属多、陶瓷少到上部金属少、陶瓷多的梯度变化。假设板内部的孔隙为微孔,且含量少,所以孔隙之间无连通与断裂。设板存在 2 种内部孔隙,一种为金属材料存在孔隙,其分布随着金属材料分布而呈现底部多顶部少(D1 分布);另一种为制造技术不足而存在的孔隙,由于板中部注入陶瓷增强相困难而出现中部孔隙多顶部少(D2 分布),如图 2 所示。

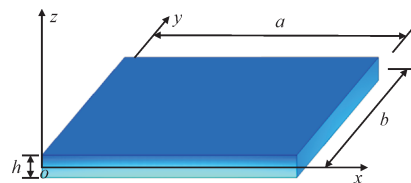


图 1 功能梯度材料矩形板

Fig. 1 Functional gradient material rectangular plate

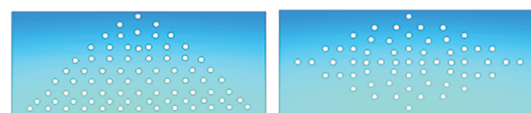


图 2 2 种孔隙分布的剖面图

Fig. 2 Profiles of two pore distribution modes

设孔隙体积占金属材料的体积比为 α ,可得

$$W_t + W_b = 1 \quad (1)$$

$$V_t + V_b(1 + \alpha) = 1 \quad (2)$$

其中: W_t 和 W_b 分别为陶瓷和金属的质量组分; V_t 和 V_b 分别表示陶瓷和金属的体积组分。

由式(1)、式(2)可计算陶瓷的体积组分为

$$V_t = \frac{W_t/\rho_t}{W_t/\rho_t + (1 + \alpha)W_b/\rho_b} \quad (3)$$

其中, ρ_t 和 ρ_b 分别为陶瓷、金属材料的质量密度。假设增强材料陶瓷在厚度方向上为幂律分布,体积分布函数 $V_t^*(z)$ 表示为

$$V_t^*(z) = V_{t1} \left(\frac{2z + h}{2h} \right)^N \quad (4)$$

其中: N 为材料组分指数;陶瓷分布系数 V_{t1} 根据不同分布的陶瓷总质量相等确定,且

$$\rho_t ab \int_{-h/2}^{h/2} V_{t1} \left(\frac{2z + h}{2h} \right)^N dz = \rho_t V_{t1} abh \quad (5)$$

设图 2 所示的 2 种孔隙分布 $\alpha^*(z)$ 为

$$\alpha_1^*(z) = \alpha_1 \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h} \right) \quad (\text{D1 孔隙分布}) \quad (6)$$

$$\alpha_2^*(z) = \alpha_2 \cos \frac{\pi z}{h} \quad (\text{D2 孔隙分布}) \quad (7)$$

不同孔隙类型的孔隙常数 α_1 、 α_2 由板的总孔隙体积相等求得。

$$ab \int_{-h/2}^{h/2} \alpha_1 \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h} \right) dz = V_b \alpha abh \quad (8)$$

$$ab \int_{-h/2}^{h/2} \alpha_2 \cos \frac{\pi z}{h} dz = V_b \alpha abh \quad (9)$$

根据改进的混合率模型,功能梯度材料的杨氏模量 E 、质量密度 ρ 和泊松比 ν 等有效物性参数可表示为

$$P(z) = P_t V_t^*(z) + P_b \frac{1 - V_t^*(z)}{1 + \alpha^*(z)} \quad (10)$$

其中,下标 t 和 b 分别表示陶瓷和金属相应的物性参数。

2 流体作用

振动过程中流体对板的作用用流体动压力表示。如图3所示,考虑板在流体中有以下3种位置:①浸没于有自由液面的流体底部(IBC1);②浮于流体的自由液面,流体底部为刚体(IBC2);③浸没在有自由液面的流体中部,流体底部为刚体(IBC3)。假设流体为不可压缩、无黏性的无旋流体,且不考虑板面范围以外的流体对FGM板的影响。

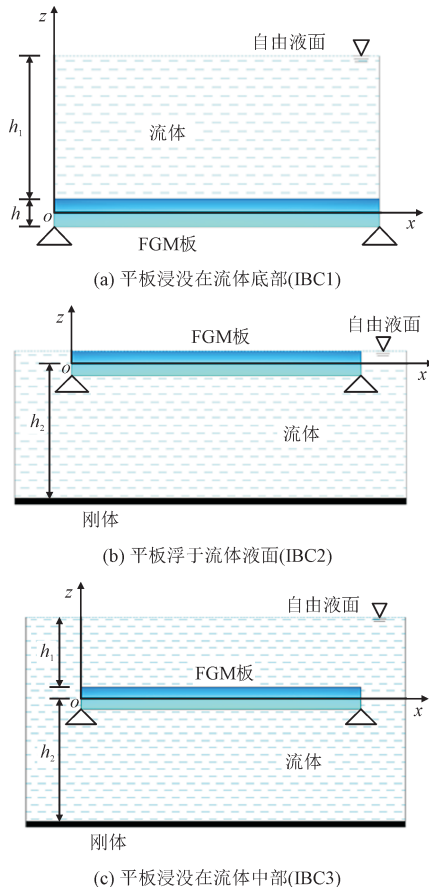


图3 板-流体交互边界条件

Fig. 3 The interaction boundary conditions for plate-flow

2.1 平板浸没在流体底部(IBC1)

对平板浸没在有自由表面的流体底部的情况,流体的速度势函数可计算为^[21]

$$\varphi_1 = \frac{e^{\mu_f z} + c_1 e^{\mu_f(2h_1+h-z)}}{\mu_f [e^{\mu_f h/2} - c_1 e^{\mu_f(2h_1+h/2)}]} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (11)$$

其中: h 和 h_1 分别表示板厚和板上流体的深度; μ_f 为矩形板(m, n)模态的弯曲波波数; w 为FGM矩形板的挠度函数; c_1 为流体速度势系数,具体表达式为

$$\mu_f = \sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2} \quad (12)$$

$$c_1 = \frac{\mu_f g - \omega^2}{\mu_f g + \omega^2} \quad (13)$$

其中: g 为重力加速度; ω 为振动频率。将式(11)代入伯努利方程,可计算作用于平板上表面($z = h/2$)的动水压力为

$$q_w = -\rho_w \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} \Big|_{z=h/2} = -\frac{\rho_w}{\mu_f} \frac{1 + c_1 e^{2\mu_f h_1}}{1 - c_1 e^{2\mu_f h_1}} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (14)$$

其中, ρ_w 为流体的密度。为避免非线性特征值问题,将流体速度势系数 c_1 取为 -1 ^[22]。

2.2 平板浮于流体液面上(IBC2)

对平板浮于流体的自由液面的情况,流体的速度势函数可计算为^[23]

$$\varphi_2 = \frac{e^{\mu_f z} + c_2 e^{-\mu_f z}}{\mu_f [e^{-\mu_f h/2} - c_2 e^{\mu_f h/2}]} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (15)$$

其中: h_2 表示板下流体的深度; $c_2 = e^{-2\mu_f h_2}$ 。

将式(15)代入伯努利方程,可计算作用于平板下表面($z = h/2$)的动水压力为

$$q_w = -\rho_w \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} \Big|_{z=h/2} = -\frac{\rho_w}{\mu_f} \frac{1 + c_2 e^{\mu_f h}}{1 - c_2 e^{\mu_f h}} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (16)$$

2.3 平板浸没在流体内部(IBC3)

对平板浸没在流体中部的情况,设板的上部水深 h_1 ,下部水深为 h_2 。作用于板的总动水压力为上下板面动水压力的合力

$$q_w = -\frac{\rho_w}{\mu_f} \left[\frac{1 + c_1 e^{2\mu_f h_1}}{1 - c_1 e^{2\mu_f h_1}} - \frac{1 + c_2 e^{\mu_f h}}{1 - c_2 e^{\mu_f h}} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (17)$$

3 水弹性振动方程及求解

基于复合材料薄板理论,含内部孔隙的FGM板在流体中振动的控制方程可推导为

$$L_1(w) + L_2(F) + I \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_w = q \quad (18)$$

$$L_3(F) + L_4(w) = 0 \quad (19)$$

其中: w 为矩形板的挠度函数; F 为应力函数, 与面内力的关系为 $N_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}$, $N_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$, $N_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$; q_w 和 q 分别表示垂直于板面的流体的动压力与外荷载; 流体质量系数为 $I = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) dz$; 线性微分算子 $L_1(\cdot) \sim L_4(\cdot)$ 分别为

$$L_1(\cdot) = D_{11}^* \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2(D_{12}^* + 2D_{66}^*) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}^* \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (20)$$

$$L_2(\cdot) = B_{21}^* \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{66}^*) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + B_{12}^* \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (21)$$

$$L_3(\cdot) = A_{22}^* \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (2A_{12}^* + A_{66}^*) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + A_{11}^* \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (22)$$

$$L_4(\cdot) = B_{21}^* \frac{\partial^4}{\partial x^4} + (B_{11}^* + B_{22}^* - 2B_{66}^*) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + B_{12}^* \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (23)$$

式中, A_{ij}^* 、 B_{ij}^* 和 D_{ij}^* 等刚度元素见文献[24]。

假设板的边界为四边简支, 满足边界条件的挠度函数与应力函数可设为

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (24)$$

$$F(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} f_{mn}(t) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (25)$$

将式(24)、式(25)代入式(18)和式(19), 用谐

波平衡法可得关于待定系数 $w_{mn}(t)$ 的常微分方程组

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_w) \cdot \ddot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{w}(t) = \mathbf{q}(t) \quad (26)$$

其中: $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为板的质量和刚度矩阵; $\mathbf{M}_w$ 为流体的附加质量矩阵; $\mathbf{w}(t) = [w_{11}(t), w_{12}(t), \dots]^T$; $\mathbf{q}(t) = [q_{11}(t), q_{12}(t), \dots]^T$; $q_{mn}(t) = \int_0^a \int_0^b q(x, y, t) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy, (m, n = 1, 2, \dots)$ 。

当 $\mathbf{q}(t) = 0$ 时, 式(26)即为流体中含孔隙功能梯度矩形板的自由振动方程。取 $w_{mn}(t) = A_{mn} e^{i\omega_{mn} t}$, 若式(26)存在非零解, 则有

$$\det(-\mathbf{M}\omega^2 - \mathbf{M}_w\omega^2 + \mathbf{K}) = 0 \quad (27)$$

解此代数方程组可得自由振动的每阶频率 ω_{mn} 。当 $\mathbf{q}(t) \neq 0$ 时, 式(26)用 NewMark- β 数值积分法解每阶模态的动力响应, 叠加后得强迫振动的总响应。

4 算例比较与参数分析

在以下计算中, 量纲归一化频率 $\bar{\omega} = \omega a^2 \cdot \sqrt{\rho_t h / D_t}$, $D_t = E_t h^3 / [12(1 - \nu_t^2)]$, 下标 t 表示增强相陶瓷的物性参数。

4.1 算例比较

表1 计算了 IBC1、IBC3 两种板-流体交互边界条件下功能梯度矩形板的量纲归一化基频, 并与已有文献结果进行了对比。从表1中可看出, 本研究的结果与文献[13]的结果比较接近, 最大偏差小于0.5%。

表1 四边简支功能梯度矩形板水弹性自由振动无量纲基频 $\bar{\omega}$ 比较

Tab. 1 Comparison of dimensionless fundamental frequencies $\bar{\omega}$ of hydroelastic free vibration of four-sided simply supported functionally graded rectangular plates

h_1/a	IBC1			IBC3		
	文献[13]	本研究	偏差/%	文献[13]	本研究	偏差/%
0.0	22.154 3	22.263 3	0.49	12.980 4	13.032 3	0.40
0.1	15.741 4	15.807 8	0.42	11.227 3	11.270 8	0.39
0.3	13.265 3	13.318 6	0.40	10.216 6	10.255 6	0.38
0.5	13.010 0	13.062 0	0.40	10.098 5	10.136 9	0.38
0.8	12.981 4	13.033 3	0.40	10.083 2	10.121 5	0.38
1.0	12.980 5	13.032 4	0.40	10.065 3	10.103 5	0.38

4.2 参数分析

下面讨论板-流体交互边界条件、孔隙、陶瓷质量比、材料指数及流体深度对功能梯度板水弹性振动基频和动力响应的影响。分析中考虑了3种板-流体交互边界条件和2种孔隙分布。

功能梯度板由增强材料陶瓷(Al_2O_3)和基体材料铝(Al)制成, Al_2O_3 的物性参数为 $E_t = 380 \text{ GPa}$, $\nu_t = 0.3$, $\rho_t = 3800 \text{ kg/m}^3$; Al 的物性参数为 $E_b = 70 \text{ GPa}$, $\nu_b = 0.3$, $\rho_b = 2702 \text{ kg/m}^3$; 流体的密度 $\rho_w =$

1000 kg/m^3 。若无特别说明,板的厚度 $h = 0.1 \text{ m}$,长宽比 $a/b = 1$,厚长比 $h/a = 0.03$,动力响应为板中心点的动挠度。

表2列出了长宽比 $a/b = 1.5$ 的功能梯度板在3种板-流体交互边界条件下的前9阶模态自振频率,并与真空中的自振频率对比。

由表2可看出,3种流体边界下平板的频率明显低于真空中的频率,且模态越高,降低的幅度越小。IBC1边界条件下(1,1)模态频率降低为真空中的41.56%,而(3,3)模态则降低为真空的22.08%。

表2 不同模态下功能梯度矩形板的无量纲水弹性振动频率 $\bar{\omega}$

Tab. 2 Dimensionless fundamental frequency $\bar{\omega}$ of hydroelastic vibration of functionally graded rectangular plate in different modes

模态	真空	IBC1	降低率/%	IBC2	降低率/%	IBC3	降低率/%
(1,1)	23.290 3	13.610 3	41.56	13.542 3	41.85	10.553 7	54.68
(2,1)	44.789 0	28.916 4	35.43	28.901 6	35.47	22.978 3	48.69
(1,2)	71.662 5	49.371 3	31.10	49.368 4	31.11	39.974 4	44.21
(3,1)	80.620 1	56.395 7	30.04	56.393 9	30.05	45.883 6	43.08
(2,2)	93.161 0	66.360 2	28.76	66.359 3	28.76	54.316 8	41.69
(3,2)	128.992 0	95.482 1	25.97	95.482 0	25.97	79.236 8	38.57
(1,3)	152.283 0	114.808 0	24.60	114.808 0	24.60	95.953 1	36.99
(2,3)	173.781 0	132.861 0	23.54	132.861 0	23.54	111.672 0	35.73
(3,3)	209.612 0	163.319 0	22.08	163.319 0	22.08	138.380 0	33.98

图4显示了陶瓷质量占比对基频和动力响应的影响。由图4可看出,板的自振频率随陶瓷质量占

比的增大而增大,动力响应变化则相反。陶瓷质量占比 W_t 平均每增大0.1,量纲归一化基频增大0.5。

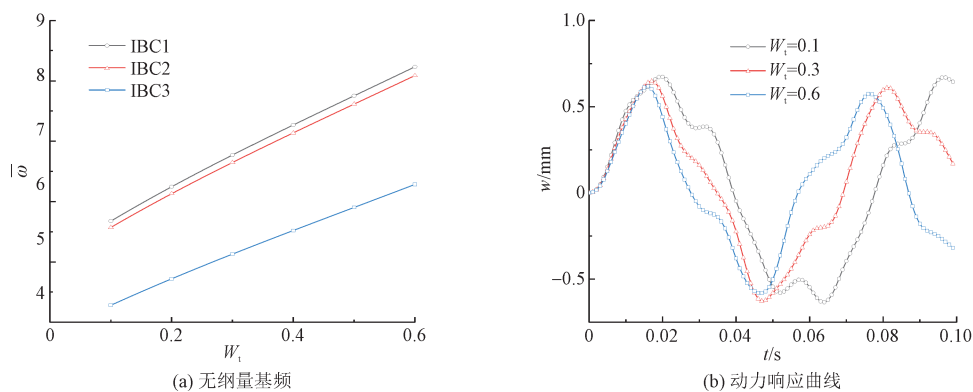


图4 陶瓷质量比 W_t 对无量纲基频 $\bar{\omega}$ 和动力响应 w 的影响

Fig. 4 Effect of ceramic mass ratio W_t on dimensionless fundamental frequency $\bar{\omega}$ and dynamic response w

图5反应了材料组分指数对功能梯度板无量纲基频和动力响应的影响。由图5可看出,自振频率随材料组分指数 N 的增大呈现先降后升的趋势,在 $N = 1.5$ 附近达到极小值,动力响应与之相反。

图6、图7显示了孔隙分布类型与孔隙体积比对无量纲基频和动力响应的影响。图6可看出,D2孔

隙分布的无量纲基频大于D1孔隙分布,2种孔隙分布类型下功能梯度板的无量纲基频均随孔隙体积比的增加而降低。相同孔隙类型下,IBC1板-流交互边界条件无量纲基频最大,IBC2次之,IBC3最小。从图7可以得出,D1孔隙分布的动力响应高于D2孔隙分布,且动力响应随孔隙体积比的增大而增大。

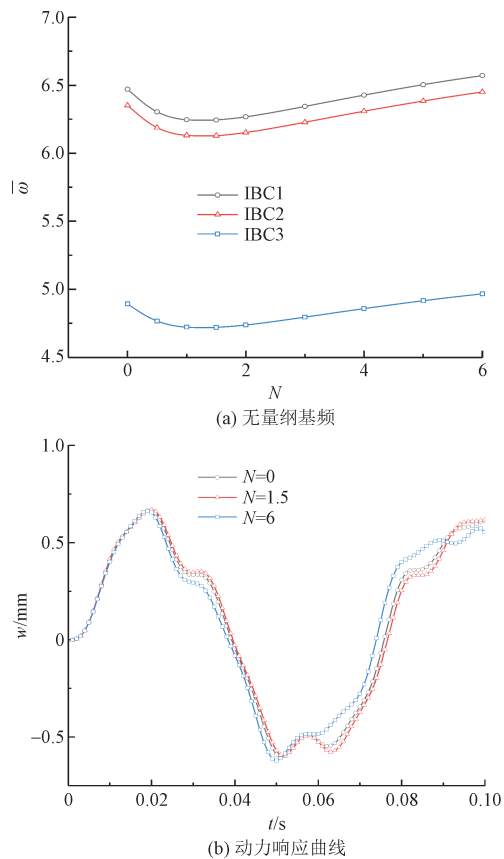


图5 材料组分指数 N 对无量纲基频 $\bar{\omega}$ 和动力响应 w 的影响
Fig. 5 Effect of material composition index N on dimensionless fundamental frequency $\bar{\omega}$ and dynamic response w

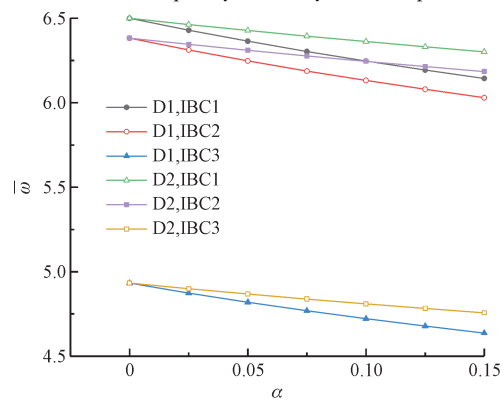


图6 孔隙类型和孔隙体积比 α 对无量纲基频 $\bar{\omega}$ 的影响
Fig. 6 Effect of pore distribution types and void volume ratio α on dimensionless fundamental frequency $\bar{\omega}$

图8和图9显示了板-流体交互边界条件和流体深度对无量纲基频与动力响应的影响。由图8可看出,相同流体深度时,IBC1边界条件的无量纲基频最大。IBC1与IBC3边界条件下板的无量纲基频随流体深度增大而减小,而IBC2条件下无量纲基频随深度的增大而增大。当流体深度大于 $0.6a$ 后,3种边界条件的无量纲基频基本不变,IBC1和IBC2的无量纲基频趋于相等,且比IBC3高约32%。

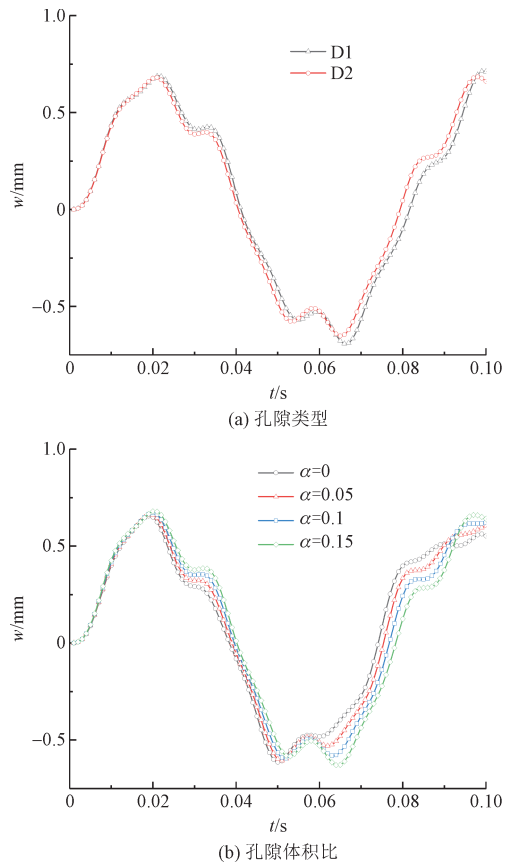


图7 孔隙类型和孔隙体积比 α 对动力响应 w 的影响
Fig. 7 Effect of pore distribution types and void volume ratio α on dynamic response w

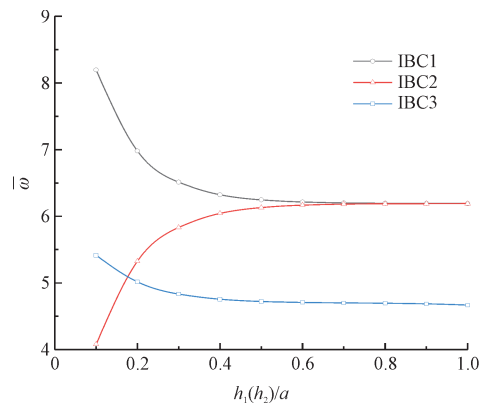


图8 板-流体交互边界条件和流体深度 $h_1(h_2)/a$ 对无量纲基频 $\bar{\omega}$ 的影响

Fig. 8 Effects of plate-fluid interaction boundary conditions and fluid depth $h_1(h_2)/a$ on dimensionless fundamental frequency $\bar{\omega}$

由图9(a)可看出3种边界条件中,IBC3的动力响应最小。图9(b)显示了IBC3板-流体交互边界条件下不同水深的动力响应,板在水中的动力响应远小于真空中的动力响应。当水深大于 $0.1a$ 时,各个动力响应/时间曲线非常接近,而当水深超过

0.3a 后,各种深度的动力响应/时间曲线趋于重合。可见,流体对 FGM 板振动特性的影响随水深的增加逐渐稳定。这是因为随着流体深度的增加,速度势函数逐渐趋于相同。

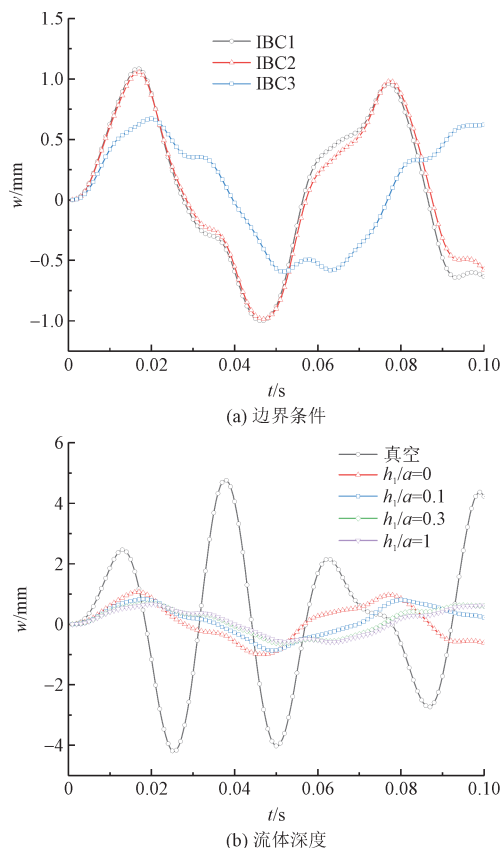


图9 板-流体交互边界条件和流体深度 h_1/a 对动力响应 w 的影响

Fig. 9 Effects of plate-fluid interaction boundary conditions and fluid depth h_1/a on dynamic response w

5 结 论

本研究改进了含孔隙的功能梯度材料板的有效物性参数计算模型,基于薄板理论建立了含内部孔隙的功能梯度材料矩形板水弹性振动的运动方程并求解,讨论了板-流交互边界条件、流体深度、孔隙及材料组分指数对自由振动基频和动力响应的影响。主要结论如下。

1) 相比于真空,流体不仅降低了 FGM 板的自振频率,还降低了强迫振动的动力响应。

2) 相同流体深度下,IBC1 边界条件板的自振频率最大,IBC3 边界条件板的动力响应最小。IBC1、IBC3 边界条件下自振频率随流体深度 h_1 的增加而减小,IBC2 边界条件的自振频率变化则相反。另

外,流体深度对自振频率和动力响应的影响增加到一定程度后不再改变。

3) 2 种分布的孔隙中,D2 的自振频率最大,动力响应最小。可见,D2 分布的孔隙对板力学性能的影响最大。

4) 内部孔隙对基频的影响不仅与孔隙体积比和分布形式有关,还与板-流体交互边界条件有关。

5) 板的自振频率随陶瓷质量比的增大而增大,随材料组分指数的增大呈现先降后升的趋势,动力响应变化则相反。材料组分指数在 $1.5 < N < 2$ 区间自振频率取得最小值,动力响应取得最大值,说明在结构设计时应避免 N 取该区间值。

参考文献:

- [1] 任惠娟. 薄板结构在流体中的振动与声辐射[M]. 北京: 科学出版社, 2017.
- [2] 肖毅华, 韩旭, 胡德安. 流体与结构相互作用问题的 FE-SPH 耦合模拟[J]. 应用力学学报, 2011, 28(1): 13-18.
XIAO Yihua, HAN Xu, HU De'an. Simulating fluid-structure interaction with FE-SPH method[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2011, 28(1): 13-18 (in Chinese).
- [3] 刘辉, 邓旭辉, 赵珂, 等. 不同约束条件对深海采矿输送管道动力学的影响[J]. 应用力学学报, 2022, 39(3): 506-515.
LIU Hui, DENG Xuhui, ZHAO Ke, et al. Effects of different constraints on the dynamics of pipeline in deep sea mining[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(3): 506-515 (in Chinese).
- [4] 鲁丽, 杨翊仁. 流体和结构参数对板-流体耦合振动的影响[J]. 西南交通大学学报, 2009, 44(3): 370-374.
LU Li, YANG Yiren. Influences of fluid and structural parameters on flow-induced vibrations of plate-fluid structure[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2009, 44(3): 370-374 (in Chinese).
- [5] 董宇, 杨翊仁, 鲁丽. 刚性边界对矩形板在静水中的频率影响[J]. 应用数学和力学, 2014, 35(增刊1): 46-49.
DONG Yu, YANG Yiren, LU Li. Frequency analysis of rectangular plates vibrating in still water bounded by rigid walls[J]. Applied mathematics and mechanics, 2014, 35(S1): 46-49 (in Chinese).
- [6] 湛勇, 张军, 汪玉, 等. 流体介质中圆板受冲击载荷时的弹塑性非线性动力响应[J]. 振动与冲击, 2005, 24(5): 30-34.
CHEN Yong, ZHANG Jun, WANG Yu, et al. Non-linear transient analysis of shock-loaded circular plate in damping medium[J]. Journal of vibration and shock, 2005, 24(5): 30-34 (in Chinese).
- [7] KUTLU A, UÇURLU B, OMURTAG M H, et al. Dynamic response of Mindlin plates resting on arbitrarily orthotropic Pasternak foundation and partially in contact with fluid[J]. Ocean engineering, 2012, 42: 112-125.
- [8] KHORSHIDI K, BAKHSHESHY A. Free vibration analysis of a functionally graded rectangular plate in contact with a bounded flu-

- id[J]. *Acta mechanica*, 2015, 226(10): 3401-3423.
- [9] KARIMI M, KHORSHIDI K, DIMITRI R, et al. Size-dependent hydroelastic vibration of FG microplates partially in contact with a fluid[J]. *Composite structures*, 2020, 244: 112320.
- [10] 许杨健, 李祥瑞, 杨秋足, 等. 对流换热边界下 2D-FGM 板稳态温度场精确解[J]. *北京工业大学学报*, 2018, 44(10): 1284-1290.
- XU Yangjian, LI Xiangrui, YANG Qiuzu, et al. Accurate solution of steady state temperature field of 2D-FGM plate under convective heat transfer boundary[J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2018, 44(10): 1284-1290 (in Chinese).
- [11] 刘明, 王忠民. 热环境中 FGM 输流管道热横向振动的辛方法[J]. *应用力学学报*, 2018, 35(5): 1015-1021.
- LIU Ming, WANG Zhongmin. Symplectic method for the thermal transverse vibration of functionally graded materials pipe conveying fluid made of in the thermal environment[J]. *Chinese journal of applied mechanics*, 2018, 35(5): 1015-1021 (in Chinese).
- [12] SONI S, JAIN N K, JOSHI P V, et al. Effect of thermal environment on vibration response of partially cracked functionally graded plate coupled with fluid[J]. *Materials today: proceedings*, 2018, 5(14, Part 2): 27810-27819.
- [13] THINH T I, TU T M, VAN LONG N. Free vibration of a horizontal functionally graded rectangular plate submerged in fluid medium[J]. *Ocean engineering*, 2020, 216: 107593.
- [14] PHAM Q H, NGUYEN P C, TRAN V K, et al. Isogeometric analysis for free vibration of bidirectional functionally graded plates in the fluid medium[J]. *Defence technology*, 2022, 18(8): 1311-1329.
- [15] 谷森, 宋亚勤, 郑起. 光热激励下功能梯度梁在流体中的振动[J]. *应用力学学报*, 2021, 38(2): 589-596.
- GU Sen, SONG Yaqin, ZHENG Qi. Study on the vibration of functionally graded beam immersed in fluids under photothermal excitation[J]. *Chinese journal of applied mechanics*, 2021, 38(2): 589-596 (in Chinese).
- [16] 宋晨晨, 严新锐, 张子傲, 等. 功能梯度材料制备技术研究进展[J]. *表面技术*, 2022, 51(12): 20-38.
- SONG Chenchen, YAN Xinrui, ZHANG Zi'ao, et al. Research progress in manufacturing technology of functionally graded materials[J]. *Surface technology*, 2022, 51(12): 20-38 (in Chinese).
- [17] 周杰, 常学平, 李映辉, 等. 基于同伦分析法的 FGM 输流管非线性频率分析[J]. *应用数学和力学*, 2023, 44(2): 191-200.
- ZHOU Jie, CHANG Xueping, LI Yinghui, et al. Nonlinear frequency analysis of FGM pipes based on the homotopy method[J]. *Applied mathematics and mechanics*, 2023, 44(2): 191-200 (in Chinese).
- [18] LI N, ZHANG H Y, BAI C Q. Effects of pores on nonlinear vibration and post buckling behavior of functionally graded material pipes conveying fluid[J]. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, part c: journal of mechanical engineering science*, 2023, 237(18): 4187-4202.
- [19] FARSANI S R, JAFARI-TALOOKOLAEI R A, VALVO P S, et al. Free vibration analysis of functionally graded porous plates in contact with bounded fluid[J]. *Ocean engineering*, 2021, 219: 108285.
- [20] SU J P, HE W P, ZHOU K. Study on vibration behavior of functionally graded porous material plates immersed in liquid with general boundary conditions[J]. *Thin-walled structures*, 2023, 182, Part A: 110166.
- [21] HOSSEINI-HASHEMI S, KARIMI M, ROKNI H. Natural frequencies of rectangular Mindlin plates coupled with stationary fluid[J]. *Applied mathematical modelling*, 2012, 36(2): 764-778.
- [22] KERBOUA Y, LAKIS A A, THOMAS M, et al. Vibration analysis of rectangular plates coupled with fluid[J]. *Applied mathematical modelling*, 2008, 32(12): 2570-2586.
- [23] LAMB H. On the vibrations of an elastic plate in contact with water[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. series a, containing papers of a mathematical and physical character*, 1920, 98(690): 205-216.
- [24] 庞有卿, 王爱文, 郝育新, 等. 功能梯度石墨烯增强复合材料板的自由振动[J]. *应用力学学报*, 2020, 37(2): 558-565.
- PANG Youqing, WANG Aiwen, HAO Yuxin, et al. Free vibration of functionally graded graphene-reinforced composite plates[J]. *Chinese journal of applied mechanics*, 2020, 37(2): 558-565 (in Chinese).

(编辑 李坤璐)