

引用格式:苏梦菲,周波,代昌明,等.包裹型幂指厚度声子晶体设计与宽频减振特性模拟[J].大连海事大学学报,2026,52(3):61-70.

包裹型幂指厚度声子晶体设计与宽频减振特性模拟

苏梦菲¹,周波¹,代昌明^{*1},何金伟²,刘辉¹,苏高飞¹

(1.大连理工大学 船舶工程学院,辽宁 大连 116024;2.大连中远海运川崎船舶工程有限公司,辽宁 大连 116045)

摘要:针对船舶设备及板结构的宽频减振难题,本文弥补传统声子晶体低频带隙窄、带隙覆盖率低的不足,提出一种融合局部共振与声学黑洞 (ABH) 效应的包裹型幂指厚度轻质声子晶体结构。该结构在幂指数变厚度对称钢板内嵌入空心铅散射体;借助有限元法求解其能带结构与振动传输特性,分析减振性能。结果表明:该结构在 0~1400 Hz 内存在两条完全带隙,总带宽 1158.68 Hz (覆盖率为 82.76%),振动传输损耗最高达 125 dB;带隙机理为空心散射体扭转效应与声学黑洞的能量汇聚作用发生耦合,同时受基体刚度梯度的调控;增大幂指数高度 h_A 或散射体高度 h_2 可拓宽带隙,而增加幂指数长度 l_A 会使带隙变窄;声子晶体夹芯板模型的振动衰减峰值约为 180 dB,较非幂指数结构提升约 20 dB,证实了幂指数厚度设计在宽频减振中的显著优势。本文设计的声子晶体及声子晶体夹芯结构为船舶宽频振动控制问题提供了新思路。

关键词:包裹型声子晶体;幂指厚度;局部共振机理;声学黑洞效应;宽频减振;有限元模拟

中图分类号:TB535.1

文献标志码:A

文章编号:1006-7736(2026)03-0061-10

doi:10.16411/j.cnki.issn1006-7736.2026.03.006

Design of wrapped phononic crystals with exponentially-varying thickness and simulation of broadband vibration reduction characteristics

Su Mengfei¹, Zhou Bo¹, Dai Changming^{*1},

He Jinwei², Liu Hui¹, Su Gaofei¹

(1. School of Naval Engineering, Dalian University of

Technology, Dalian 116024, China; 2. Dalian COSCO KHI Ship

Engineering Co., Ltd., Dalian 116045, China)

Abstract: Aiming at the problem of broadband vibration

damping of ship equipment and plate structures, this paper overcame the drawbacks of conventional phononic crystals characterized with narrow low-frequency band gaps and low band-gap coverage, and proposed a lightweight wrapped phononic crystal structure with exponentially-varying thickness that integrated local resonance and acoustic black hole (ABH) effects. The structure embedded hollow lead scatterers in symmetric steel plates with exponentially-varying thickness. The finite element method was adopted to calculate its band structure and vibration transmission characteristics, and the vibration reduction performance was analyzed. Results show that the structure possesses two complete band gaps within 0~1400 Hz, with a total bandwidth of 1158.68 Hz (band-gap coverage of 82.76%), and the maximum vibration transmission loss reaches 125 dB. The bandgap mechanism involve coupling between hollow scatterer torsion and acoustic black hole (ABH) structure energy convergence, along with matrix stiffness gradient regulation. Increasing the exponential height h_A or scatterer height h_2 can broaden the band gap, whereas increasing the exponential length l_A narrows the band gap width. The vibration attenuation peak of the phononic crystal sandwich plate model is approximately 180 dB, which is about 20 dB higher than that of the non-exponential structure. This verifies the remarkable advantages of the exponentially-varying thickness design in broadband vibration attenuation. The phononic crystal and its sandwich structure designed in this paper provide a new idea for broadband vibration control of ships.

Key words: wrapped phononic crystal; power-exponent thickness; local resonance mechanism; acoustic black hole effect; broadband vibration reduction; finite element simulation

收稿日期:2026-01-12;修回日期:2026-06-17

基金项目:国家重点研发计划重点专项(2024YFE0101200)

作者简介:苏梦菲(2000—)女,硕士生;代昌明*(1998—)男,博士生,E-mail:dcm@mail.dlut.edu.cn

0 引言

在船舶轻质化、高速化与重载化的发展趋势下,船体振动问题已成为制约船舶性能提升的关键因素之一。船舶系统的振动激励源具有高度复杂性,受限于空间约束与轻量化要求,常规减振技术难以实现宽频域振动的有效控制。声子晶体结构凭借其带隙特性的可设计性,为实现船舶特定频段的振动抑制提供了新的技术路径。局域共振型声子晶体能够以小尺寸调控大波长,具备隔绝低频振动的能力^[1],对周期性复合结构与材料进行合理设计,能够实现板结构在低频范围内的减振降噪。近年来,基于局域共振型声子晶体设计思路构建的周期性结构得到了广泛研究^[2]。Tang 等^[3]通过在橡胶基体中嵌入钨金属块,设计了三种类型的声子晶体结构,并对其进行了能带与振动损耗分析。结果发现,三种声子晶体在 800 Hz 以下具有 3 个完整的带隙,在 400 Hz 内具有宽度超过 200 Hz 的超宽带隙。郭旭等^[4]设计了一种带有复合柱的声子晶体结构。该声子晶体板可以产生特定频率的带隙且具有良好的减振效果,为声子晶体在船舶结构减振降噪中的应用提供了一种有效方法及理论依据。钱登辉等^[5]构建了一种立体包覆型三组元声子晶体,该结构可有效实现结构在特定范围的低频隔振,在其带隙范围内振动衰减可达 50 dB,这在船舶大型发电机组及其他领域具有良好的应用前景。

声学黑洞将结构厚度设计成幂指数函数^[6] $[h(x) = \varepsilon |x|^m (m \geq 2)]$ 的形式,随着厚度减小,弹性波速也随之降低,使得能量汇聚于声学黑洞尖端。这种能量捕获现象为声子晶体结构的设计提供了新思路。Liu 等^[7]设计了一种嵌入声学黑洞结构的耦合声子晶体模型。数值分析表明,该耦合结构在 64.3~665.4 Hz 的低频范围内表现出良好的隔振性能,带隙覆盖率达到 92.7%。Tang 等^[8-9]通过理论与实验方法研究了周期性声学黑洞的带隙特性。结果表明,由声学黑洞机理诱发的局部共振带隙能够显著提升振动衰减效果,该结构在 370~770 Hz 频段内形成完整带隙。陈俊豪等^[10]在双侧空心不对称散射体声子晶体构型基础上,将 4 个声学黑洞结构与连接短板相结合,构建了一种新型轻质声子晶体。研究表明,该新

型声子晶体在 1600 Hz 频段内具有多个带隙,第一完全带隙为 12~805 Hz,1600 Hz 内的带隙覆盖率达到 97.3%。第一完全带隙的起始频率与截止频率主要由散射体和声学黑洞结构的振动模式决定。

文献[11]设计了一种幂指数棱台声子晶体结构。该结构可有效抑制低频、中频和高频振动,但其适用于船舶减振的中低频带隙相对较窄。为此,本文将对称幂指数厚度板置入基体内部,并引入空心散射体,构建一种包裹型、厚度按幂指数规律变化的轻质局域共振声子晶体结构。该方案旨在利用基体刚度梯度的连续调控,提升结构对弹性波能量的捕获与耗散能力。本文结合有限元方法计算了新型声子晶体的能带结构与衰减特性,利用振动模态解释了带隙产生机理,讨论了新型声子晶体的几何设计参数对第一完全带隙的影响,设计了一种更符合减振需求的声子晶体夹芯结构。研究结论可为船舶动力设备及板结构的宽频减振设计提供理论支持与数据参考。

1 声子晶体结构模型与计算方法

本文的声子晶体结构如图 1 所示。该结构为对称结构。建模时,先在空心铅圆柱散射体的上下对称位置包裹硅橡胶层,再将其嵌入幂指数变厚度对称钢板的中心处。

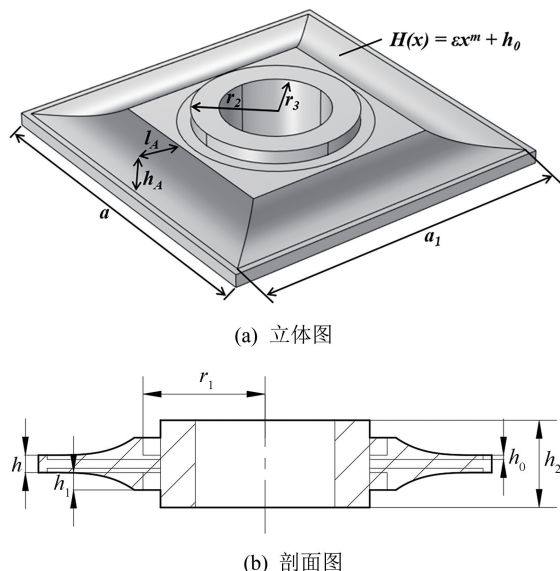


图 1 声子晶体结构

Fig.1 Phononic crystal structure

幂指数厚度钢板在 x, y 方向的厚度变化规律^[11]如下:

$$\begin{cases} H(x) = \varepsilon x^m + h_0 \\ H(y) = \varepsilon y^m + h_0 \end{cases}$$

最后,将该幂指数厚度结构嵌入硅橡胶晶格,得到一种新型轻质声子晶体构型。具体的材料参数与结构参数分别如表 1、2 所示。

表 1 材料参数

Tab.1 Material parameters

参数	钢	硅橡胶	铅
泊松比	0.300	0.469	0.420
密度/(kg·m ⁻³)	7850	1300	11 600
杨氏模量/GPa	210	1.175×10 ⁻⁴	40.8
损耗因子	0.002	0.100	0.005

表 2 结构参数

Tab.2 Structural parameters

参数	数值
晶格常数 a/mm	52
基体高度 h/mm	2
幂指数结构边缘厚度 h_0/mm	0.5
幂指数结构长度 l_A/mm	10
幂指数结构高度 h_A/mm	2
幂指数结构边长 a_1/mm	50
中心硅橡胶包裹层外径 r_1/mm	14
中心硅橡胶包裹层高度 h_1/mm	2
空心铅圆柱外径 r_2/mm	12
空心铅圆柱高度 h_2/mm	10
空心铅圆柱内径 r_3/mm	8
幂函数系数 ε	h_A/l_A^m
幂函数指数 m	3.5

在线弹性、各向同性的无限大均匀介质中^[12],忽略阻尼的影响,弹性波动方程为:

$$\mu \nabla^2 u(r) + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot u(r)) = -\rho \omega^2 u(r) \quad (1)$$

式中: λ, μ 为介质材料的拉梅常数。采用有限元法计算无限周期声子晶体的能带曲线时,依据式 (1) 建立单元内的矩阵形式平衡方程:

$$Ku = \omega^2 Mu \quad (2)$$

式中: K 为结构刚度矩阵; M 为结构质量矩阵; u 为位移特征向量。根据 Bloch-Floquet 定理,弹性波在周期性晶格介质中传播时表现为受晶格周期调制的平面波^[13],其 Bloch 波可以表示为:

$$u(r) = e^{i(k \cdot r)} u_k(r) \quad (3)$$

式中: $u_k(r)$ 为与系统周期相同的周期函数; k 为波矢量,其取值限定在第一布里渊区内^[14],原胞边界满足如下条件:

$$u(r+a) = e^{i(k \cdot r)} u(r) \quad (4)$$

联立方程 (2)、(4),利用 COMSOL Multiphysics 软件,令波矢 k 沿图 2 所示的不可约布里渊区的边界 Γ - X - M - Γ 扫描,求解得到能带结构与本征模态。

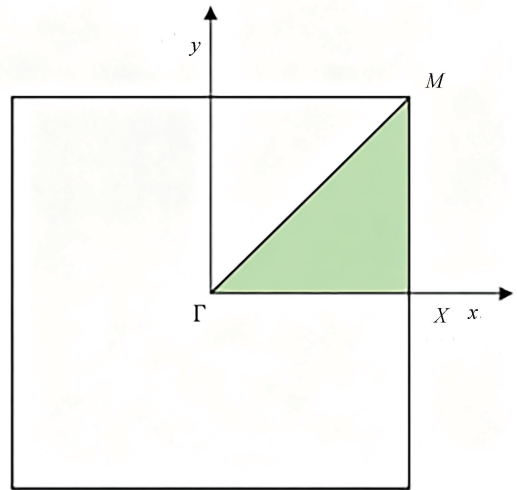


图 2 声子晶体第一不可约布里渊区

Fig.2 The first irreducible Brillouin zone of phonon crystals

为验证能带结构计算的准确性并评估其面外振动衰减性能,本文开展相关仿真与分析。采用图 3 所示的 1×3 有限周期结构模型,计算并绘制振动传输损失曲线。在 x 方向施加 Bloch 周期边界条件,用以模拟无限周期结构;在 y 方向两端设置完美匹配层,吸收透射波并抑制边界反射。完美匹配层是一类特殊的数值边界,其长度通常取晶格常数的 1~2 倍,可无反射吸收传播至边界的振动波,以此模拟振动能量向无穷远辐射的开放环境,保证传输损失计算结果仅体现结构自身的衰减特性。在模型左侧边界施加一个平行于板平面(沿 y 方向)的单位加速度激励,以激发结构中的弯曲波;在右侧边界拾取相应的面外加速度响应^[17]。振动传输损耗(TL)可定义为:

$$TL = 20 \lg \left(\frac{a_{\text{out}}}{a_{\text{in}}} \right) \quad (5)$$

式中: a_{in} 为激励点加速度幅值; a_{out} 为响应点加速度幅值。

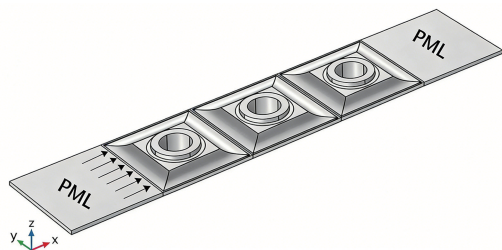


图 3 振动传输损失计算模型

Fig.3 Vibration transmission loss calculation model

为简化计算并获取理想的带隙分布,本文在波动方程中忽略材料阻尼。为模拟真实物理环境下的能量耗散,本文在 COMSOL Multiphysics 的“固体力学”模块中,通过“线性弹性材料”节点的“阻尼”子节点引入各向同性损耗因子。各材料的具体阻尼参数详见表 1,该设置确保了传输损耗计算能够准确反映声子晶体在带隙范围内的实际衰减效能。

2 分析与讨论

2.1 带隙与传输特性分析

图 4 为利用有限元法在 COMSOL Multiphysics 软件中求得的声子晶体能带结构及振动传输损失曲线。由图 4 可知,所设计声子晶体振动传输损失曲线的能量衰减频率区间与能带结构的带隙范围相吻合^[18],由此证明了能带结构计算的正确性。

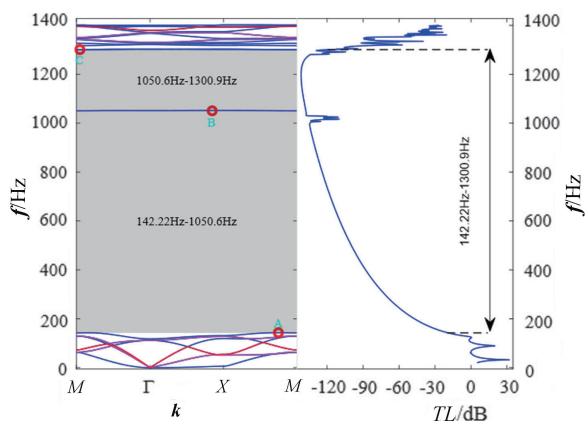


图 4 带隙与传输损耗曲线

Fig.4 Band gap and transmission loss curve

如图 4 所示,该声子晶体能带结构在 0~1400 Hz 内存在 2 条完全宽频带隙,其中,第一带隙的起始频率为 142.22 Hz,截止频率为 1050.6 Hz;第二带隙的起始频率为 1050.6 Hz,截止频率为 1300.9 Hz;总带隙宽度为 1158.68 Hz,在该带隙范围内占比为 82.76%。此外,在该两条宽频带隙中,振动传输损失最高达 125 dB,表明该声子晶体结构能够在宽频率范围内获得出色的减振效果。由此可知,本文设计的声子晶体可以有效抑制 0~1400 Hz 频率范围内弹性波的传播^[19]。

2.2 带隙机理分析

为更直观地揭示声子晶体带隙产生的机理,本文选取能带结构图中带隙起始频率与截止频率处各点振动模态进行分析,具体如图 5 所示。

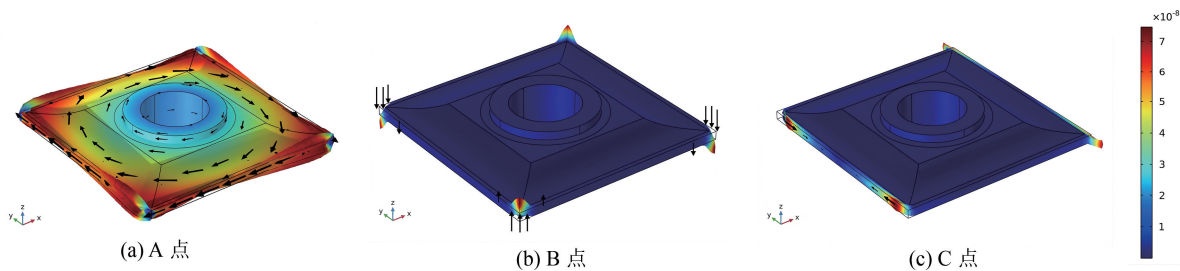


图 5 振动模式

Fig.5 Vibration mode

A 点位于第一带隙的下边界,对应起始频率 142.26 Hz,其振动模式表现出典型的局域共振特性,主要体现在空心铅圆柱散射体旋转扭动,产生 X 或 Y 方向的合力,与声子晶体中传播的长波行波相互耦合^[20]。与此同时,边缘的硅橡胶与变幂指数厚度钢板发生振动,振动能量集中在幂指数

厚度钢板的边缘,并通过硅橡胶的阻尼效应耗散,进而形成共振型带隙。

B 点位于第一条带隙与第二条带隙中间,振动主要局域在结构的四角区域,基体边缘与中心位置几乎无振动响应。该振动模式通过角部弯曲与扭转变形传输内力,其在 X 、 Y 方向的合力因角

部对称分布而相互抵消,仅对基体产生扭矩作用。基体中传播的长波行波难以与该角部局域振动的力场特性相耦合,因此,该模式下的色散曲线表现为贯穿完全带隙的一条平直线^[21]。

C点位于第二条带隙的上边界,对应第二带隙截止频率1301.9 Hz。振动局域在基体侧边,幂指数厚度的梯度分布使基体侧边成为边缘与角部的过渡刚度区,侧边因刚度失配而激发面内剪切局域模态。该模态通过散射高频弹性波与B点的角部局域模态形成频率区间互补,共同阻断弹性波传播。

2.3 参数对带隙范围的影响

为探究幂指数厚度声子晶体完全带隙的影响因素,分析了幂指数结构长度 l_A 、幂指数结构高度 h_A 、空心散射体高度 h_2 和空心散射体内径 r_3 等几何参数对第一完全带隙的影响规律。

图6为幂指数结构长度 l_A 对第一完全带隙的影响规律。由图6可知,随着 l_A 从7 mm增至11 mm,带隙起始频率从112.26 Hz升至151.82 Hz,

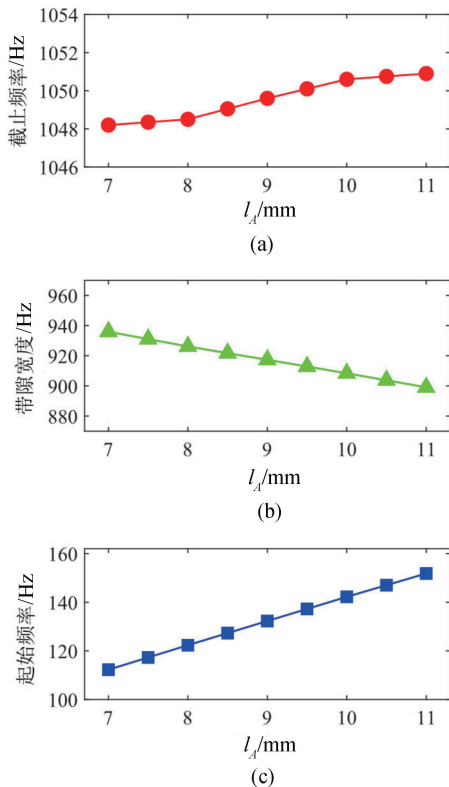


图6 幂指数结构长度对第一带隙的影响

Fig.6 Influence of power-exponential structure length on the first band gap

截止频率基本不变,带隙宽度逐渐变窄。究其原因,钢质幂指数结构长度增加会引起等效刚度 K 增大,使带隙起始频率升高;而截止频率由铅-硅橡胶局域共振单元的固有特性主导,因此,截止频率无明显变化。在二者共同作用下,带隙宽度呈现微弱的收缩趋势。

图7为幂指数结构高度 h_A 对第一完全带隙的影响规律。由图7可知,随着 h_A 从1.2 mm增至2.0 mm,带隙起始频率从184.07 Hz降至142.22 Hz,截止频率略有上升,带隙宽度逐渐增大。究其原因,由幂函数系数 $\varepsilon = h_A/l_A^m$ 可知, h_A 增大将加快幂律结构截面厚度的衰减,降低整体结构刚度,使起始频率向低频移动。由于局域共振单元的质量和刚度无本质变化,截止频率保持稳定,带隙宽度小幅增加。

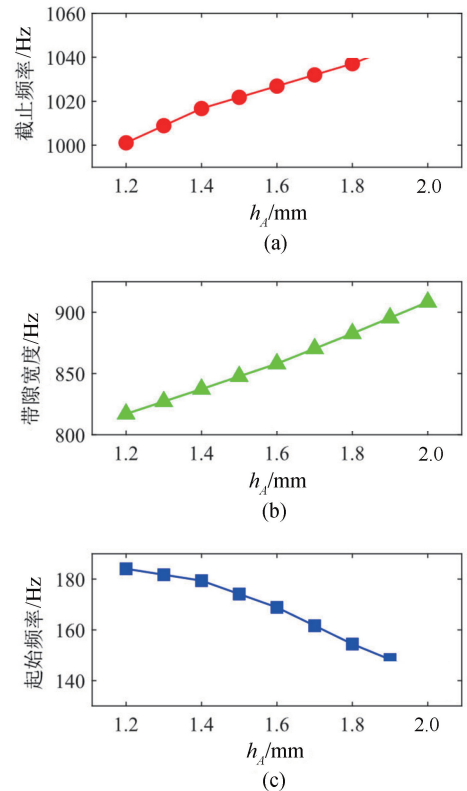


图7 幂指数结构高度对第一带隙的影响

Fig.7 Influence of power-exponential structure height on the first band gap

图8为空心散射体高度 h_2 对第一完全带隙的影响规律。由图8可知,随着 h_2 从6 mm增至10 mm,带隙起始频率从176.96 Hz降至142.22 Hz,截止频率基本不变,带隙宽度小幅增加。随着空心散射体高度增大,局域共振单元的等效质

量相应增加,使其共振频率降低,进而造成带隙下限频率下降;而截止频率主要取决于幕律厚度结构的参数,散射体参数对其影响较小,因此,截止频率基本保持不变,带隙宽度无明显变化。

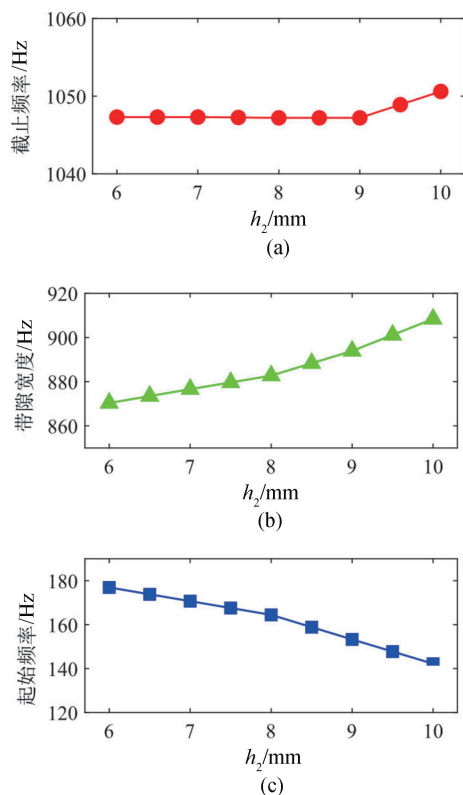


图 8 空心散射体高度对第一带隙的影响
Fig.8 Influence of hollow scatterer height on the first band gap

图 9 为空心散射体内径 r_3 对第一完全带隙的影响规律。由图 9 可知,随着 r_3 从 4 mm 增至 8 mm,带隙起始频率从 114.56 Hz 升至 142.22 Hz,截止频率小幅增加,带隙宽度基本保持不变。 r_3 的大小反映了散射体的填充率情况, r_3 增大时,铅圆柱在周期单元内的填充率降低。在局域共振体系中,铅圆柱作为关键振子,其等效质量与填充率正相关,依据局部共振频率理论,等效质量减小直接导致起始频率小幅增加。

此外,材料参数对声子晶体的带隙特性同样具有显著调控作用。材料的弹性模量、密度、阻尼系数等参数可通过改变结构等效刚度、等效质量及阻尼耗散能力,实现对带隙起始频率与截止频率的定向调节。康钦伟^[22]对比研究了钢、铝、铜三种常见金属在声学黑洞结构中的应用效果,结果发现,铜材料兼具较高密度与适中弹性模量,能

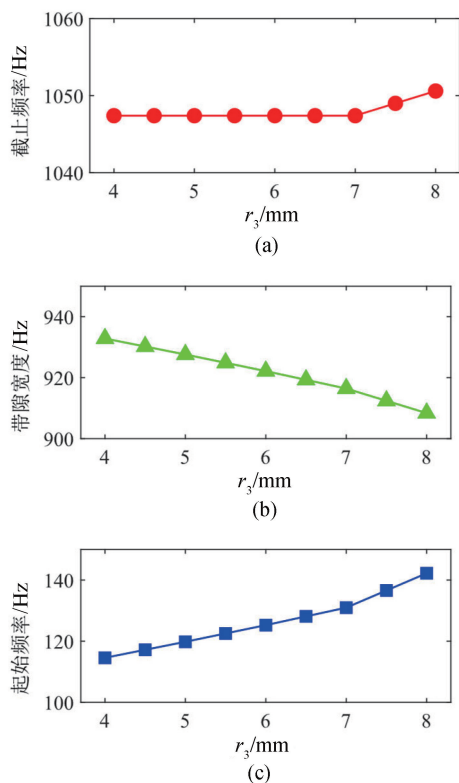


图 9 空心散射体内径对第一带隙的影响
Fig.9 Influence of inner diameter of hollow scatterer on the first band gap

够降低声学黑洞的截止频率,在 1 kHz ~ 10 kHz 频段减振效果显著优于钢和铝,印证了高密度、低弹性模量材料在强化 ABH 能量汇聚与高频减振中的优势。杨传猛等^[23]研究发现,当声学黑洞-局部共振复合结构橡胶层弹性模量降低时,振动衰减显著区域(即带隙范围)整体向低频方向偏移,并指出这一现象可归因于等效质量-弹簧系统的共振频率随弹性模量减小而降低。

3 声子晶体夹芯结构的振动损失模拟

轻质夹层结构凭借其优异的综合性能,已成为隔声减振领域重要的结构形式。近年来,声子晶体与声学超材料研究的兴起^[24],为轻质夹层结构的低频振动与噪声控制开辟了一条新途径^[25-26]。为验证上一节所得声子晶体的振动损耗特性,将其置于实际夹层板结构中开展分析。本节选取前文设计的声子晶体结构,嵌入夹层芯层,形成声子晶体夹层板。该结构上下面板厚度 $w = 2$ mm,两块钢板之间的距离为 $3a$,内部晶体板

之间的间距为 a ,如图 10 所示。对比组声子晶体夹芯板结构如图 11 所示。

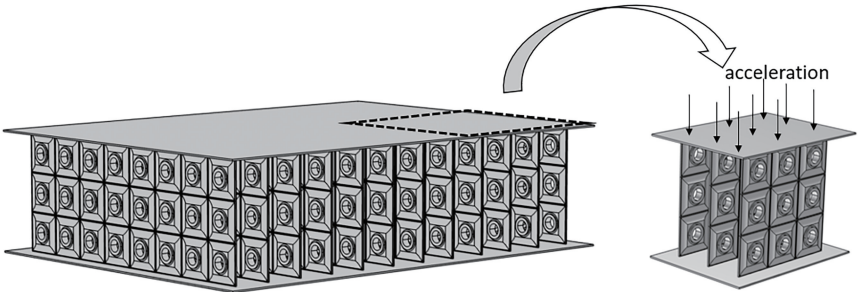


图 10 声子晶体夹芯结构
Fig.10 Phononic crystal sandwich structure

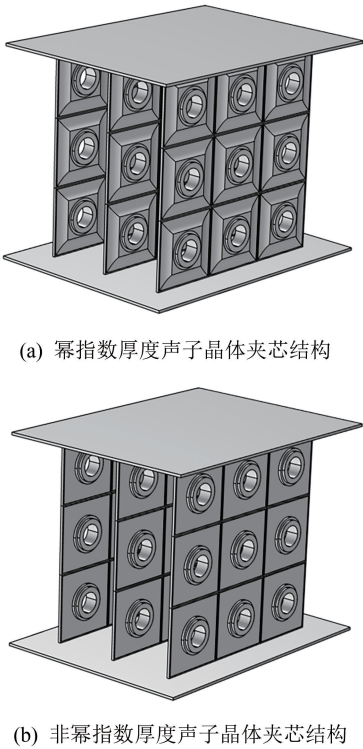


图 11 对比组声子晶体夹芯板结构
Fig.11 Phononic crystal sandwich plate structure of control group

为验证幂指数厚度设计对声子晶体夹芯结构隔振性能的作用,设置一块厚度无幂指数变化的夹芯板作为对照组,对比分析本文所设计声子晶体结构的减振性能。在声子晶体夹芯结构的上板中心点施加一个垂直于板面的单位力激励,以模拟实际工况中的面外扰动。提取下板中心点的面外振动加速度响应,计算并获得声子晶体夹芯结构的振动传输特性曲线,结果如图 12 所示。

由图 12 可知,两种声子晶体夹芯结构的振动损失曲线整体变化趋势相近,均在宽频域呈现显

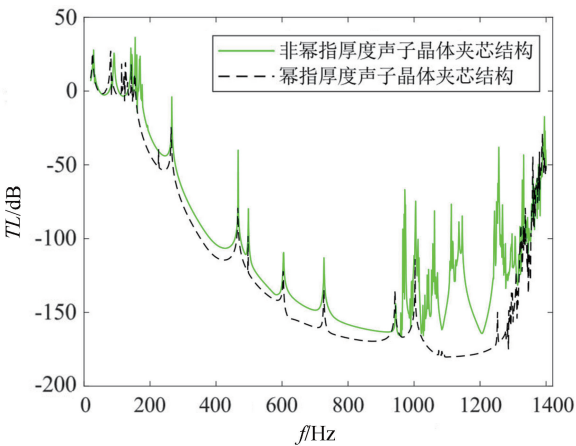


图 12 对比组声子晶体夹芯结构振动传输损耗曲线
Fig.12 Vibration transmission loss curves of phononic crystal sandwich structure in control group

著振动衰减特性。与非幂指数厚度声子晶体夹芯结构相比,幂指数厚度构型的夹芯结构整体性能明显改善,曲线波动更少。

在低频段(0~200 Hz),两种结构的振动损失曲线均随频率振荡波动,反映出低频域结构振动模式的复杂耦合特性。然而,幂指数厚度声子晶体夹芯结构的振动损失曲线振荡幅值相对更小,表明其在低频区间的振动能量传输抑制更具稳定性,共振响应的干扰程度弱于非幂指数厚度构型,体现出幂指数厚度分布对低频振动模式的优化调控作用。

在中频段(200~1000 Hz),振动衰减幅值随频率升高呈增大趋势。在该阶段,幂指数厚度结构的振动衰减数值始终大于非幂指数厚度构型。依据能量耗散理论,这一现象表明,幂指数厚度分布可通过优化内部应变能分布与波-结构耦合效应,更高效地耗散中频段振动能量,展现出更优异

的中频段隔振效能。

在高频段(1000~1400 Hz),两类结构的振动传输损失曲线均呈振荡回升趋势,显示出高频域振动模式的强模态耦合特征。幂指数厚度声子晶体夹芯结构的曲线谷底更高、峰值更显著,其最大振动传输损失幅值(约 180 dB)明显高于非幂指数厚度构型(约 160 dB)。该结果进一步表明,所设计的幂指数厚度声子晶体夹芯结构在阻隔振动传输与耗散能量方面更具优势。

4 结 论

本文设计一种包裹型且幂指数厚度变化的轻质局域共振声子晶体结构,并对其带隙特性、振动传输特性及参数对带隙范围的影响进行研究。在此基础上,将声子晶体结构嵌入三明治板中形成夹芯结构,研究幂指数厚度夹芯结构与非幂指数厚度夹芯结构的减振性能,具体结论如下:

(1) 幂指数厚度声子晶体能带结构在 0~1400 Hz 内共有 2 条完全宽频带隙,总带隙宽度为 1158.68 Hz,在该带隙范围内占比为 82.76%。在该两条宽频带隙中,振动传输损耗最高达 125 dB。

(2) 幂指数厚度声子晶体第一完全带隙与幂指数数结构长度 l_A 、幂指数结构高度 h_A 、空心散射体高度 h_2 及空心散射体内径 r_3 等几何参数相关。带隙宽度随着幂指数结构高度 h_A 和空心散射体高度 h_2 的增大而变宽,随幂指数结构长度 l_A 增大而变窄。

(3) 设计一种幂指数厚度声子晶体夹芯结构,并对比研究了幂指数厚度对减振性能的影响。结果表明,幂指数厚度声子晶体夹芯结构在宽频域内展现出更优且更平稳的振动抑制性能,振动衰减高达 180 dB。该结构的实际适用性体现在:轻质化设计符合船舶轻量化要求,宽频减振特性适配船舶设备及板结构的复杂振动激励,可集成于船舶夹芯板、基座等结构,且周期性设计便于模块化加工与装配。局限性表现为:空心铅散射体的耐腐蚀性较差,在船舶海洋环境中须做防腐处理;幂指数厚度钢板的加工精度要求较高,大尺度加工易产生刚度梯度偏差,削弱 ABH 能量汇聚效应;大尺度工程应用时,周期性结构的边界效应会降低减振效果,须进行边界优化设计。综上,该

研究结果可为船舶领域内基于声子晶体的减振结构设计提供一定参考。

参考文献(References):

- [1] 刘红,赵静波,姚宏,等.一种腔室可调的 Helmholtz 型声子晶体的带隙研究[J].人工晶体学报,2023,52(4):590-597.
Liu Hong, Zhao Jingbo, Yao Hong, et al. Bandgaps of a Helmholtz-type phononic crystal with adjustable chamber[J]. Journal of Synthetic Crystals, 2023, 52(4): 590-597. (in Chinese)
- [2] 钱登辉,史治宇,吴静红.贴附型局域共振声子晶体双层板带隙特性[J].振动、测试与诊断,2019,39(3):484-494.
Qian Denghui, Shi Zhiyu, Wu Jinghong. Bandgap characteristics of adhesive-type local resonant phononic crystal double-layer plates[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2019, 39(3): 484-494. (in Chinese)
- [3] Tang Rongjiang, Lu Taoqi, Pan Chaoyuan, et al. Vibrational loss analysis of a new type of phononic crystal with a tungsten block embedded inside a rubber matrix[J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2023, 42(4): 1765-1774.
- [4] 郭旭,崔洪宇,洪明.局域共振声子晶体板的减振降噪研究[J].船舶力学,2021,25(4):509-516.
Guo Xu, Cui Hongyu, Hong Ming. Research on vibration and noise reduction of local resonant phononic crystal plates[J]. Journal of Ship Mechanics, 2021, 25(4): 509-516. (in Chinese)
- [5] 钱登辉,朱海星.包裹型船舶基座声子晶体结构减振特性研究[J].江苏船舶,2024,41(5):5-8.
Qian Denghui, Zhu Haixing. Research on the vibration reduction characteristics of coated ship base phononic crystal structure[J]. Jiangsu Ship, 2024, 41(5): 5-8. (in Chinese)
- [6] Mironov M A. Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval[J]. Sov. Phys. Acoust, 1988, 34(3): 318-319.
- [7] Liu Xixuan, Yan Wanru, Xu Yaodong, et al. The low-frequency and broad bandgap characteristics of two-dimensional phononic crystals embedded with acoustic black hole structures[J]. Physica Scripta, 2025, 100(3): 035934.
- [8] Tang Liling, Cheng Li. Broadband locally resonant band gaps in periodic beam structures with embedded acoustic

- black holes[J]. *Journal of Applied Physics*, 2017, 121(19):194901.
- [9] Tang Liling, Cheng Li. Periodic plates with tunneled Acoustic-Black-Holes for directional band gap generation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 133: 106257.
- [10] 陈俊豪,曾晓辉,谢友均,等.耦合声学黑洞结构的轻质声子晶体低频带隙机理[J]. *硅酸盐学报*, 2023, 51(1):226-234.
- Chen Junhao, Zeng Xiaohui, Xie Youjun, et al. Band gap characteristics of lightweight phononic crystals coupled with acoustic black hole structure[J]. *Journal of the Chinese Ceramic Society*, 2023, 51(1): 226-234. (in Chinese)
- [11] 金星,张振华.幂指数棱台局域共振型声子晶体板的带隙特性与减振机理研究[J]. *振动与冲击*, 2023, 42(14):107-114.
- Jin Xing, Zhang Zhenhua. Research on band gap characteristics and vibration reduction mechanism of power-exponential frustum local resonant phononic crystal plates[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(14): 107-114. (in Chinese)
- [12] 王翌伟,徐晓美,林萍.基于COMSOL局域共振声子晶体薄板振动带隙研究[J]. *噪声与振动控制*, 2022, 42(3):73-79.
- Wang Yiwei, Xu Xiaomei, Lin Ping. Research on the band gap of local resonance phononic crystal thin plates based on COMSOL[J]. *Noise and Vibration Control*, 2022, 42(3): 73-79. (in Chinese)
- [13] 南京航空航天大学.一种具有隔振特性的点阵结构: CN201811466741.3[P]. 2021-05-11.
- Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. A lattice structure with vibration isolation properties: CN201811466741.3[P]. 2021-05-11. (in Chinese)
- [14] 中国人民解放军海军工程大学.一种三维局域共振型声子晶体结构及其参数优化方法: CN202111197804.1[P]. 2024-11-22.
- The Naval Engineering University of the People's Liberation Army of China. A three-dimensional local resonant phononic crystal structure and its parameter optimization method: CN202111197804. 1[P]. 2024-11-22. (in Chinese)
- [15] 夏兆旺,苏战发,朱庭国,等.船舶动力设备截断式桁架浮筏减振特性研究[J]. *噪声与振动控制*, 2023, 43(2):259-264.
- Xia Zhaowang, Su Zhanfa, Zhu Tingguo, et al. Research on the vibration damping characteristics of cut-type truss floating raft for ship power equipment[J]. *Noise and Vibration Control*, 2023, 43(2): 259-264. (in Chinese)
- [16] 杨琦.二维锥形散射体声子晶体板低频带隙特性的数值仿真研究[D]. 兰州:兰州交通大学,2020.
- Yang Qi. Numerical simulation study on the low-frequency bandgap characteristics of two-dimensional conical scattering body phononic crystal plates [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2020. (in Chinese)
- [17] 陈俊豪,曾晓辉,谢友均,等.具有减振功能的混凝土超材料的带隙特性[J]. *硅酸盐学报*, 2023, 51(5): 1272-1282.
- Chen Junhao, Zeng Xiaohui, Xie Youjun, et al. Band gap properties of metaconcrete with vibration reduction function[J]. *Journal of the Chinese Ceramic Society*, 2023, 51(5): 1272-1282. (in Chinese)
- [18] 唐荣江,陆滔琪,潘朝远,等.基于Helmholtz共振腔的组合结构带隙特性研究[J]. *人工晶体学报*, 2022, 51(11):1836-1844.
- Tang Rongjiang, Lu Taoqi, Pan Chaoyuan, et al. Band gap characteristics of composite structure based on Helmholtz resonator [J]. *Journal of Synthetic Crystals*, 2022, 51(11): 1836-1844. (in Chinese)
- [19] 沈惠杰.基于带隙理论的管路系统振动特性研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2009.
- Shen Huijie. Research on vibration characteristics of pipeline systems based on band gap theory [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (in Chinese)
- [20] 李淑琴,宋京,任景舜,等.功能梯度材料声子晶体低频带隙特性研究[J]. *噪声与振动控制*, 2024, 44(5): 75-81.
- Li Shuqin, Song Jing, Ren Jingshun, et al. Research on the low-frequency bandgap characteristics of phononic crystals with functional gradient materials[J]. *Noise and Vibration Control*, 2024, 44(5): 75-81. (in Chinese)
- [21] 祁鹏山,杜军,姜久龙,等.二维声子晶体的隔声机理及其特性[J]. *硅酸盐学报*, 2016, 44(10):1458-1464.
- Qi Pengshan, Du Jun, Jiang Jiulong, et al. Transmission loss mechanism and characteristics of two-dimensional phononic crystals[J]. *Journal of the Chinese Ceramic Society*, 2016, 44(10): 1458-1464. (in Chinese)
- [22] 康钦伟.基于声学黑洞的复合阻波基座宽带减振性

- 能研究及低频优化[D]. 镇江:江苏科技大学,2022.
- Kang Qinwei. Research on the broadband vibration reduction performance and low-frequency optimization of the composite absorbing base based on acoustic black holes[D].Zhenjiang: Jiangsu University of Science and Technology, 2022. (in Chinese)
- [23] 杨传猛,于洪涛,鲁雯雯,等.声学黑洞局域共振复合结构的宽频振动抑制研究[J].河南科技大学学报(自然科学版),2025,46(5):10-16.
- Yang Chuanmeng, Yu Hongtao, Lu Jiwen, et al. Research on broadband vibration suppression of acoustic black hole local resonance composite structure[J]. Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2025, 46(5): 10-16. (in Chinese)
- [24] 张垚,李金强,宋智广,等.利用磁流变弹性体对超材料梁进行带隙调控[J].哈尔滨工程大学学报,2022, 43(9):1271-1276.
- Zhang Yao, Li Jinqiang, Song Zhiguang, et al. Bandgap control of metamaterial beams using magneto-rheological elastic materials[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2022, 43(9): 1271-1276. (in Chinese)
- [25] 訾欢.船用夹芯板超结构弯曲波带隙与减振降噪特性研究[D]. 武汉:武汉理工大学, 2021.
- Zi Huan. Research on bending wave bandgap and vibration and noise reduction characteristics of shipboard sandwich panels [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2021. (in Chinese)
- [26] 张垚.超材料夹层结构带隙特性及传输特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工程大学, 2022.
- Zhang Yao. Research on bandgap and transmission characteristics of metamaterial sandwich structures [D]. Harbin:Harbin Engineering University, 2022. (in Chinese)