基于Timoshenko变截面渐变梁的厚硬顶板动力灾害研究

于 斌[1,2],尚子榆[1,3],牟志杰[4],王希廷[2],李 勇[1,2],邰 阳[1,2]
(1. 中国矿业大学 矿业工程学院,江苏 徐州 221116; 2. 重庆大学 煤矿灾害动力学与控制全国重点实验室,重庆 400044; 3. 中国矿业大学 煤炭精细勘探与智能开发全国重点实验室,江苏 徐州 221116; 4. 甘肃靖煤能源有限公司王家山煤矿分公司,甘肃 白银 730917)

摘要:厚硬顶板强度高、厚度大,其周期破断集聚能量突然释放易形成矿震,进而诱发冲击矿压灾害. 当前研究均将厚硬顶板看作厚度均匀的岩层,与其厚度赋存特征存在明显差异,为此,基于Timoshenko变截面渐变梁模型,建立了厚硬顶板周期破断的挠度、转角、弯矩、剪力及能量精确计算方法,推导了周期来压步距、弹性能密度、弹性能以及能量释放与支架冲击载荷的解析关系,系统分析了悬臂长度、上覆载荷及岩层走势对破断特征和动力灾害的影响规律. 结果表明:破断力学特征方面,极限周期来压步距与岩层走势系数(k_1/k_2)呈Lorentzian峰函数关系,峰值出现在$k_1/k_2=1$附近,极限周期来压步距随悬臂长度呈幂函数增加趋势,随上覆载荷增加呈指数衰减趋势;而弯矩峰值随悬臂长度增加呈幂函数急剧增大趋势,随上覆载荷增加呈线性增大趋势,且弯矩峰值不受岩层走势影响. 能量积聚演化方面,顶板积聚的弹性能及密度演化规律一致,均随悬臂长度和上覆载荷增大呈幂函数增大,而随岩层走势系数增大呈幂函数降低趋势. 冲击致灾机制方面,液压支架冲击载荷随岩层走势亦呈Lorentzian峰函数变化,随悬臂长度增加线性增长,随上覆载荷增加呈幂函数减小趋势;各因素对冲击载荷的敏感度排序为:上覆载荷>岩层走势>悬臂长度. 因此,对厚硬顶板进行预压裂时,可从走势和长度这2个方面减小厚硬顶板的尺寸,以从源头上削弱矿震能量聚集与释放强度. 研究结果可为厚硬顶板工作面冲击地压精准防治提供理论依据和控制路径.

关键词:Timoshenko梁;变截面渐变梁;厚硬顶板;动力灾害;冲击地压防治
中图分类号:TD 322 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-1964(2026)03-0601-16

Study on dynamic disasters of thick and hard roofs based on Timoshenko beam with gradually varying cross-section

YU Bin[1,2], SHANG Ziyu[1,3], MOU Zhijie[4], WANG Xiting[2], LI Yong[1,2], TAI Yang[1,2]
(1. School of Mines, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China; 2. State Key Laboratory of Coal Mine Disaster Dynamics and Control, Chongqing University, Chongqing 400044, China; 3. State Key Laboratory for Fine Exploration and Intelligent Development of Coal Resources, China University of Mining and Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China; 4. Wangjiashan Coal Mine Branch Company, Gansu Jingmei Energy Co., Ltd., Baiyin, Gansu 730917, China)

收稿日期:2025-12-22 **修回日期**:2026-02-14 **DOI**:10.13247/j.cnki.jcumt.20250603
基金项目:国家自然科学基金项目(52204127);煤矿灾害动力学与控制国家重点实验室基金面上项目(2011DA105287-MS202209)
第一作者:于 斌(1962—),男,黑龙江省海伦市人,教授,博士生导师. E-mail: yubin0352@163.com
通信作者:尚子榆(2001—),男,四川省乐山市人,博士研究生. E-mail: cumtszy@cumt.edu.cn
引用格式:于 斌,尚子榆,牟志杰,等. 基于Timoshenko变截面渐变梁的厚硬顶板动力灾害研究[J]. 中国矿业大学学报,2026,55(3):601-616.
YU Bin, SHANG Ziyu, MOU Zhijie, et al. Study on dynamic disasters of thick and hard roofs based on Timoshenko beam with gradually varying cross-section[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2026, 55(3): 601-616.

Abstract: Thick and hard roofs are characterized by high strength and large thickness. During periodic fracture, the abrupt release of accumulated energy can trigger mine tremors and, in turn, induce rock-burst hazards. Existing studies generally idealize thick and hard roofs as rock strata with uniform thickness, which differs markedly from their actual occurrence characteristics. To address this limitation, based on Timoshenko beam with gradually varying cross-section, the exact calculation methods for the deflection, rotation, bending moment, shear force, and energy of thick and hard roofs during periodic fracture were developed in this study. Analytical relationships were further derived for the periodic weighting interval, elastic energy density, elastic energy, and the relationship between energy release and the impact load on hydraulic supports. The effects of cantilever length, overburden load, and stratal trend on fracture characteristics and dynamic hazards were systematically investigated. The results show that, in terms of fracture mechanics, the limiting periodic weighting interval follows a Lorentzian peak-function relationship with the stratal trend coefficient (k_1/k_2), with the peak occurring near $k_1/k_2 = 1$. The limiting periodic weighting interval increases as a power function of cantilever length and decreases exponentially with overburden load. In contrast, the peak bending moment increases sharply as a power function of cantilever length, increases linearly with overburden load, and is unaffected by stratal trend. In terms of energy accumulation, the elastic energy density and accumulated elastic energy exhibit similar evolution patterns: both increase as power functions of cantilever length and overburden load, but decrease as power functions of the stratal trend coefficient. In terms of impact hazard, the impact load on hydraulic supports also follows a Lorentzian peak-function relationship with stratal trend, increases linearly with cantilever length, and decreases as a power function of overburden load. The sensitivity of the impact load to the influencing factors ranks as follows: overburden load > stratal trend > cantilever length. Therefore, pre-fracturing measures should be designed to reduce the effective size of the thick and hard roof by modifying its along-strike geometry and shortening its cantilever length, thereby weakening mine-tremor energy accumulation and release at the source. These findings provide a theoretical basis and a practical control pathway for the precise prevention and control of rock-burst hazards in working faces with thick and hard roofs.

Key words: Timoshenko beam; beam with gradually varying cross-section; thick and hard roof; dynamic disasters; rock burst prevention and control

厚硬顶板广泛存在于山西、陕西、内蒙古等煤炭生产基地，其岩层强度高、厚度大，周期破断时集聚能量突然释放易诱发冲击地压，已成为煤矿主要动力灾害之一[1-2].

当前岩梁理论已成为研究厚硬顶板灾害的常见手段[3-4]. 例如，文献[5]以组合岩梁为基本单元，将覆岩划分为多跨、多段连续的岩梁体系，采用欧拉梁的挠曲控制方程刻画采动覆岩的整体弯曲与分层破断过程，为后续覆岩结构与矿压分析提供了最初的理论支撑. 在此基础上，文献[6]将采场坚硬顶板等效为弹性地基上的欧拉梁，给出了顶板挠度与内力的解析计算式，并通过改变边界约束和地基系数模拟不同采动阶段的矿压分布特征；文献[7]同样以弹性岩梁为计算骨架，引入响应面与敏感性分析，系统评估了弹性模量、地基刚度、顶板厚度等参数对梁内力和变形的控制作用，使得欧拉梁-弹性地基梁模型在厚硬顶板矿压预测中的参数选择更加定量化、体系化. 文献[8]从厚硬顶板整体破断与强矿压显现入手，将基本顶理想化为大跨固支岩梁，以弯矩图和跨中挠度为指标分析了初次来压与周期来压的规律. 文献[9]进一步从时间维度出发，把基本顶初次破断与全区域反弹过程视作梁体反复弯曲—回弹的动力学演化，为梁模型与周期来压、顶板回弹之间建立了时间上的对应关系. 文献[10]则将充分采动阶段的覆岩抽象为多层空间岩梁，利用分层梁的叠

加效应分析了超前支承压力的峰值与位置. 文献[11]将大空间采场、孤岛采场覆岩看作由“冒落拱-高耸岩梁”等多级梁结构组成,从结构稳定与能量释放角度确定了区段煤柱合理宽度和覆岩破断形式. 围绕工程应用,文献[12]把大断面综放沿空巷道基本顶视作受弯岩梁,借助梁内力与塑性区演化解释了窄煤柱条件下的强矿压显现;文献[13-14]则将“沿空煤柱-厚硬顶板、厚硬岩层-煤柱”体系等效为单跨或多跨梁,分析了煤柱宽度、埋深变化对梁弯曲与失稳的影响. 文献[15]从采动力学角度归纳了悬臂梁、砌体梁、传递岩梁等典型覆岩梁型,明确提出岩梁是描述能量积聚与突释过程的关键结构单元. 文献[16]在顶板结构冲击危险性评价与覆岩空间结构冲击预测中,均以不同形式的梁结构状态作为冲击地压判别与分级的核心依据;文献[17]则在托顶煤巷道锚固“梁-拱”结构研究中,把顶板锚固体视作刚度可变的岩梁,通过分析梁刚度退化、屈曲形态与局部冲击响应之间的关系,揭示了顶板动力失稳机理;文献[18-19]在预裂控冲、条带充填和沿空侧向结构改性等工程措施研究中,将顶板及侧向覆岩视为可通过削弱跨长、调整边界和改变支承条件予以“调形”的岩梁体系,并借助梁理论评估了措施对冲击载荷峰值和能量释放方式的影响.

然而,以上研究多采用欧拉梁-弹性地基梁,忽略了厚硬顶板破断尺寸特征,难以准确描述其周期破断尺寸、能量集聚等关键参数;此外,将厚硬顶板看作厚度均匀的岩层,与其厚度赋存特征存在明显差异. 为更真实地表征厚硬顶板厚度非均匀赋存条件下的受力与破断行为,弥补传统均厚岩梁模型在周期破断尺寸、能量积聚及冲击效应分析中的不足,本文基于铁木辛柯(Timoshenko)变截面渐变梁模型,建立了厚硬顶板周期破断过程中挠度、转角、弯矩、剪力及能量的精确计算方法,推导了周期来压步距、弹性能密度、弹性能以及能量释放与支架冲击载荷之间的解析关系,并系统分析了悬臂长度、上覆载荷及岩层走势对破断特征和动力灾害的影响规律,以期为厚硬顶板工作面周期来压预测、矿震能量评估及动力灾害精准防治提供理论依据.

1　工程背景

1.1　塔山煤矿 8220 工作面概况

塔山煤矿 8220 工作面为综放工作面,工作面长 256 m,连续推进长度为 2 894 m;上覆厚硬顶板的厚度 H=7.73 m,抗拉强度为 5.19 MPa,弹性模量 E=25 GPa,泊松比 v=0.29;根据关键层理论计算得,传递至厚硬顶板的上覆载荷 q=1.4 MPa;直接顶厚度 d_{ZJD}=12.74 m、直接顶煤岩层平均容重 γ_{ZJD}=1 550 kg/m^3;工作面液压支架控顶距 l_{ZJ}=5.0 m,支架中心距 b_{ZJ}=1.5 m;岩层破断角 β=70°;重力加速度 g=9.8 m/s^2.

图 1 展示了 8220 工作面岩层的赋存情况,由该图可知,在距离 3-5#煤层 12.74 m 处赋存的是厚度为 7.73 m 的 K3 砂岩. K3 砂岩作为覆岩层序中具有较高刚度和承载能力的关键岩层,其破断、回转和失稳过程主导着采空区上方岩层的运动规律和矿压的显现强度. 对 8220 工作面多个钻孔柱状图进行分析,结果表明 K3 砂岩层在走向上呈现显著的厚度非均匀分布特征,其厚度在不同位置表现出明显的渐变特性:上表面最大斜率达 0.082,下表面最大斜率达 0.075,整体厚度沿走向呈先逐渐增厚随后渐趋变薄的非均布形态. 这种厚度变化导致关键层在不同段落的抗弯刚度、承载能力等力学参数存在显著差异,进而影响其破断步距、砌体梁结构的形成与稳定性以及能量释放.

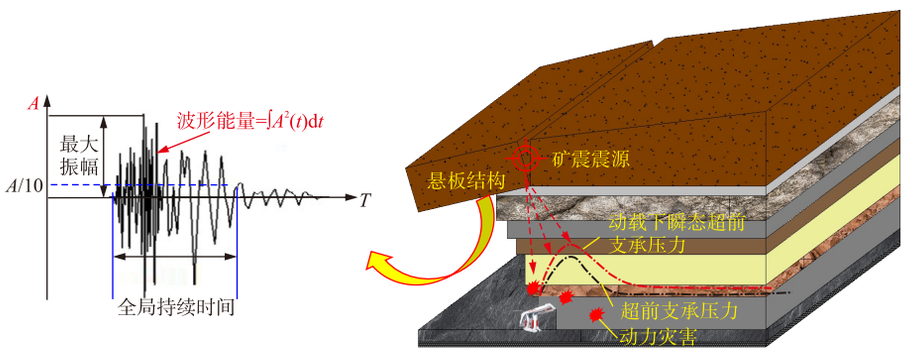
序号	岩层名称	埋深/m	层厚/m	柱状
1	粗砂岩	411.30	3.62	
2	泥岩	414.92	13.25	
3	山2#煤	428.17	0.29	
4	泥岩	428.46	29.20	
5	粗砂岩	457.66	4.54	
6	砂质泥岩互层	462.20	12.67	
7	山4#煤	474.87	2.97	
8	粉砂岩	477.91	10.22	
9	K3砂砾岩	488.11	7.73	
10	砂质泥岩	495.84	3.34	
11	2#煤	499.18	1.94	
12	泥岩	501.12	3.13	
13	煌斑岩	504.25	4.33	
14	3-5#煤	508.58	20.28	
15	砂质泥岩	528.86	5.32	
16	砂岩	534.18	8.90	

图 1　8220 工作面岩层赋存情况

Fig. 1　Rock formation distribution in the 8220 working face

塔山煤矿 8220 工作面回采过程中,3-5#煤层厚度大,上覆岩层以厚硬砂岩为主,顶板强度高、厚度大、完整性好、裂隙与节理不发育、自承能力

强，属于典型的厚硬顶板条件．其回采期间矿压显现强烈，周期来压步距长，大面积悬空的厚硬顶板在弯曲变形时能够聚集大量能量，并在破断瞬间突然释放产生矿震，伴随频繁矿震活动，易诱发冲击地压灾害．现场监测表明，厚硬顶板破断诱发的矿震能量常达10^5 J以上级别，伴随煤壁片帮、支架载荷峰值急增、巷道大变形及底鼓等现象，局部区域出现岩爆冲击，威胁设备和人员安全．该过程中矿震信号特征明显，低频成分突出，持续时间较长，波形显示出典型的冲击波形特征，如图2所示．



注：A为矿震波形最大振幅，$A/10$表示最大振幅的1/10，作为全波持续时间的截取阈值；T为全波持续时间；$A(t)$为t时刻的波形振幅．

图2 厚硬顶板周期破断工作面动力灾害

Fig. 2 Mine tremor disaster in working face induced by periodic breakage of thick and hard roof

1.2 工作面动力灾害

矿震振动波在传递过程中会诱发煤岩体强烈震动，当消耗的能量小于厚硬顶板破断时所释放的能量时，将诱发采场近场冲击灾害[20]显现，直观表现为巷道底板瞬间底鼓、煤壁大范围片帮、液压支架破坏等现象，如图3所示．

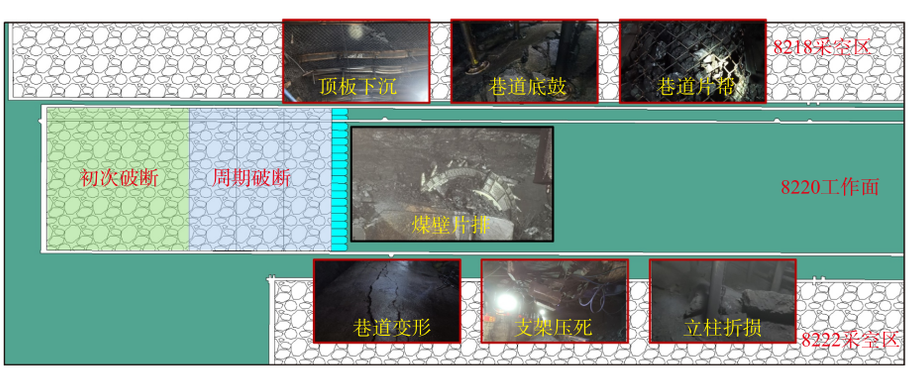


图3 厚硬顶板周期破断工作面动力灾害特征

Fig. 3 Characteristics of mine tremor disaster in working face induced by periodic breakage of thick and hard roof

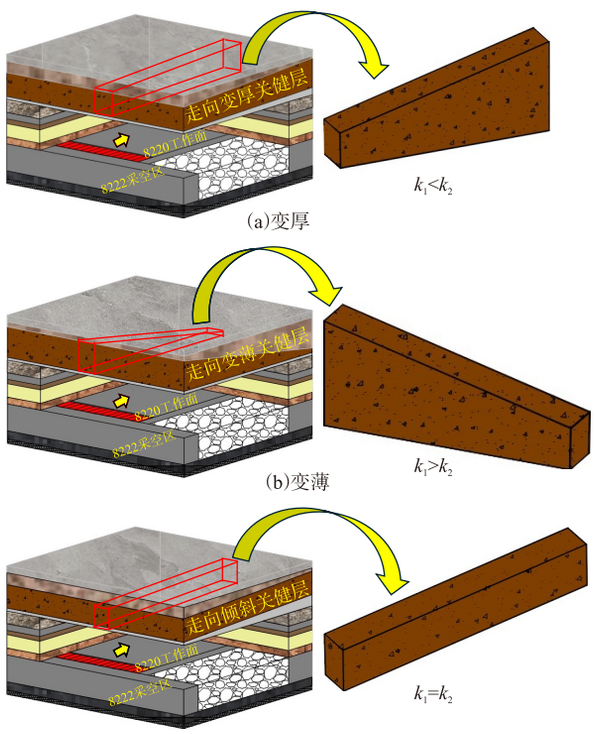
工作面液压支架支承空间是井下人员的工作场地，其破坏将可能直接致使人员伤亡，可以通过作用在其上的冲击载荷来描述液压支架承受的冲击强度，进而评估矿震灾害[21]．因此，研究厚硬顶板周期破断时液压支架承受的冲击载荷尤为重要．为此，需要掌握周期破断顶板破断步距、弹性能聚散规律，进而分析顶板破断诱发矿震对工作面液压支架冲击载荷的影响．

2 基于Timoshenko变截面渐变梁的周期破断力学模型

工作面上覆厚硬顶板厚度并非传统岩梁理论中的保持水平均匀，因岩层的上、下表面走势不同，导致在实际工程中岩层存在变厚、变薄和等厚3种情况，如图4所示．

与经典Euler-Bernoulli梁理论仅考虑弯曲变形不同，Timoshenko梁理论引入横向剪切变形和转动惯量效应，更适用于跨高比相对较小($L/h<10$，其中L为梁的悬臂长度，h为梁厚度)或剪切效应显著的深梁情况[22-23]．塔山煤矿8220工作面厚硬顶板厚度为7.73 m，周期来压步距通常在30～80 m范围，跨高比约为4～10，属深梁范畴，此时剪切变形不可忽略，采用Timoshenko梁理论可有效提高内力与变形的计算精度，同时对细长梁情形亦具有良好兼容性，其主要不足在于控制方程复杂度较高．因此本章节采用Timoshenko梁理论建立Timoshenko变截面渐变梁周期破断力学模型，推导挠度、转角、剪力和弯矩的解析表达式，进一

步给出周期破断步距和弹性能聚散量的计算公式，阐明弹性能聚散量与工作面液压支架的冲击动载的函数关系，进而评估厚硬顶板破断产生的矿震灾害.



注：k_1 为变截面渐变梁下表面斜率；k_2 为变截面渐变梁上表面斜率.

图 4　Timoshenko 变截面渐变梁周期破断力学模型

Fig. 4　Mechanical model for periodic breakage of Timoshenko beam with gradually varying cross-section

2.1　模型建立

厚硬顶板在周期破断时其厚度和跨度的比值将超过 1/5～1/10，此时厚硬顶板的剪切变形不可忽略. Timoshenko 梁理论的变形假设中抛弃了横截面与中心线变形后仍然垂直的假设，引入了横向剪切变形，可以描述厚硬顶板的横向剪切行为[24]. 在 Timoshenko 梁理论中除挠度 w 外，还引入 1 个用于描述梁的横向剪切行为的变量，截面转角 ψ. 相似材料模拟试验、数值模拟及现场微震监测结果表明，厚硬顶板在周期破断阶段常呈大面积悬空后整体回转失稳，表现出典型的悬臂梁特征，故采用一端固支、一端自由的悬臂梁模型更具合理性. 厚硬顶板周期破断属正常矿压显现，但因其强度高、完整性好、能量集聚显著，在塔山 8220 工作面周期破断瞬间易诱发矿震，进而引发冲击地压灾害.

周期破断时，厚硬顶板的采空区一端悬空，处于自由状态，而另一端则受到上下岩层的夹持处于固定支撑状态. 煤矿开采扰动的范围有限，工作面无限远处的边界可以看作是固定约束，即 L 足够大时，在 $x=L$ 位置处，梁边界可以看作固定约束. Timoshenko 梁在边界固支处，挠度 $w(x)$ 和截面转角 ψ 为零，则 $x=L$ 处，边界条件可以写成 $w(x)|_{x=L}=0$ 和 $\psi|_{x=L}=0$.

厚硬顶板在周期破断时，其一端受到上下岩层的夹持，另一端自由，变截面渐变梁受到上覆一定范围内岩层重力作用. 为了尽可能准确描述厚硬顶板的边界条件和受力状态，如图 5 所示，建立厚硬顶板的 Timoshenko Beam 力学模型，其中变截面渐变梁左端 A 为自由端；变截面渐变梁右端为固支端；以自由端上表面外端点 B 为坐标原点 O，x 轴与沿走向方向指向右侧，y 轴指向下方.

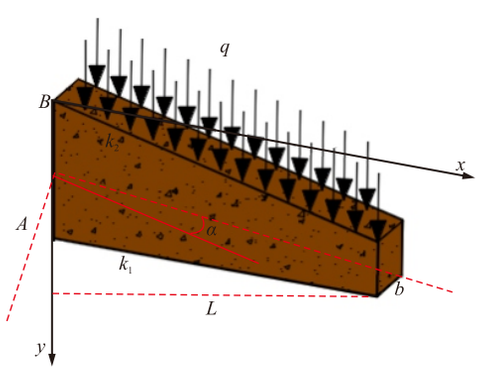


图 5　Timoshenko 梁截面变薄时周期破断力学模型

Fig. 5　Mechanical model for periodic breakage of Timoshenko beam with thickness gradually reducing

如图 5 所示，Timoshenko 梁上方承受均布载荷 q，取向下为正；设变截面渐变梁范围 $x\in[0,L]$；b 为梁倾向宽度，取 $b=1$；左端底面置于原点，梁左端底面纵坐标 $y_{b0}=0$；左端顶面纵坐标 $y_{t0}=h_0$（h_0 为梁左端初始厚度）.

2.2　模型求解

对于 Timoshenko 变截面渐变梁其坐标范围内梁的厚度 $h(x)$ 为：$h(x)=h_0+(k_1-k_2)x=h_0+sx$，令 $s=k_1-k_2$. 由力学模型可知变截面渐变梁中性轴斜率 k_{bar} 为：$k_{\mathrm{bar}}=(k_1+k_2)/2$，中性轴与 x 轴的夹角 $\alpha=\arctan k_{\mathrm{bar}}$，进而得到变截面渐变梁在中性轴方向上的法向厚度 $h_{\mathrm{n}}(x)$ 为：$h_{\mathrm{n}}(x)=h(x)\cos\alpha$.

因此得到变截面渐变梁的断面面积 $A(x)$，以及梁断面对 y 轴的惯性矩 $I(x)$：

$$A(x)=(h_0+sx)\cos\alpha, I(x)=\frac{(h_0+sx)^3\cos\alpha^3}{12}. \tag{1}$$

设竖向均布荷载为q,其在中性轴的法向分量q_n为常数,即$q_n=q\cos\alpha$. 因变截面渐变梁左侧为自由端,其不受外力和弯矩作用,即$M(0)=0, Q(0)=0$,其中,$M(0)$和$Q(0)$分别为自由端$x=0$处截面的弯矩和剪力.

根据梁的静力平衡关系,可得:

$$\frac{\mathrm{d}Q(x)}{\mathrm{d}x}+q(x)=0, \frac{\mathrm{d}M(x)}{\mathrm{d}x}=Q(x), \tag{2}$$

式中:$M(x)$和$Q(x)$分别为距自由端x处截面的弯矩和剪力.

对式(2)积分可得到Timoshenko变截面渐变梁的剪力、弯矩的计算公式为:

$$Q(x)=-qx, M(x)=-\frac{1}{2}qx^2. \tag{3}$$

由Timoshenko理论可知:

$$\theta(x)=\int\frac{M(x)}{EI(x)}\mathrm{d}x+C+\frac{Q(x)}{\kappa GA(x)}, \tag{4}$$

式中:$\theta(x)$距自由端x处截面的转角;E为梁的弹性模量;κ为基础梁截面的剪切修正系数,其与截面形状有关,本文取5/6;G为梁的剪切模量;C为积分常数.

由Timoshenko梁的弯曲关系可得:

$$\theta(x)=\int\frac{M(x)}{EI(x)}\mathrm{d}x+C+\frac{Q(x)}{\kappa GA(x)}=-\frac{6q}{E\cos^3\alpha}\int\frac{x^2}{(h_0+sx)^3}\mathrm{d}x+C-\frac{6qx}{5G(h_0+sx)\cos\alpha}. \tag{5}$$

据此可得:

$$\theta(x)=-\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sx)+\frac{2h_0}{h_0+sx}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sx)^2}\right]+C-\frac{6qx}{5G(h_0+sx)\cos\alpha}. \tag{6}$$

变截面渐变梁右端为固支边界,其挠度和转角均为0,即$x=L$处截面的转角$\theta(L)=0$. 将$x=L$代入式(6),并结合边界条件$\theta(L)=0$,代入可消去积分常数,得到Timoshenko变截面渐变梁的转角计算公式为:

$$\theta(x)=-\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sx)+\frac{2h_0}{h_0+sx}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sx)^2}\right]-\frac{6qx}{5G(h_0+sx)\cos\alpha}+$$
$$\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sL)+\frac{2h_0}{h_0+sL}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sL)^2}\right]+\frac{6qL}{5G(h_0+sL)\cos\alpha}. \tag{7}$$

由Timoshenko梁理论可得:

$$\frac{\mathrm{d}w(x)}{\mathrm{d}x}=\theta(x). \tag{8}$$

将式(7)带入式(8),并对所得公式积分可得:

$$w(x)=\int\left\{\begin{aligned}&-\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sx)+\frac{2h_0}{h_0+sx}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sx)^2}\right]-\frac{6qx}{5G(h_0+sx)\cos\alpha}\\&+\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sL)+\frac{2h_0}{h_0+sL}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sL)^2}\right]+\frac{6qL}{5G(h_0+sL)\cos\alpha}\end{aligned}\right\}\mathrm{d}x. \tag{9}$$

经过计算得到下式:

$$w(x)=-\frac{6q}{Es^4\cos^3\alpha}\left[(h_0+sx)\ln(h_0+sx)-sx+2h_0\ln(h_0+sx)+\frac{h_0^2}{2(h_0+sx)}\right]-$$
$$\frac{6q}{5Gs^2\cos\alpha}\left[sx-h_0\ln(h_0+sx)\right]+\left\{\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sL)+\frac{2h_0}{h_0+sL}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sL)^2}\right]+\right.$$
$$\left.\frac{6qL}{5G(h_0+sL)\cos\alpha}\right\}x+C. \tag{10}$$

变截面渐变梁右端为固支边界，其挠度和转角均固定，即 $x=L$ 处截面的挠度 $w(L)=0$. 将 $x=L$ 代入式(10)，并结合边界条件 $w(L)=0$，代入可消除积分常数得到 Timoshenko 变截面渐变梁的挠度计算公式为：

$$\begin{aligned}w(x)=&-\frac{6q}{Es^4\cos^3\alpha}\left[(h_0+sx)\ln(h_0+sx)-sx+2h_0\ln(h_0+sx)+\frac{h_0^2}{2(h_0+sx)}\right]-\\&\frac{6q}{5Gs^2\cos\alpha}\left[sx-h_0\ln(h_0+sx)\right]+\left\{\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sL)+\frac{2h_0}{h_0+sL}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sL)^2}\right]+\right.\\&\left.\frac{6qL}{5G(h_0+sL)\cos\alpha}\right\}x+\frac{6q}{Es^4\cos^3\alpha}\left[(h_0+sL)\ln(h_0+sL)-sL+2h_0\ln(h_0+sL)+\frac{h_0^2}{2(h_0+sL)}\right]+\\&\frac{6q}{5Gs^2\cos\alpha}\left[sL-h_0\ln(h_0+sL)\right]-\left\{\frac{6q}{Es^3\cos^3\alpha}\left[\ln(h_0+sL)+\frac{2h_0}{h_0+sL}-\frac{h_0^2}{2(h_0+sL)^2}\right]+\right.\\&\left.\frac{6qL}{5G(h_0+sL)\cos\alpha}\right\}L.\end{aligned}\tag{11}$$

2.3　破断准则

岩石力学研究揭示，岩石类材料在应力作用下以拉伸破坏和压剪破坏为主导模式，其抗拉强度通常仅为抗压强度的 1/20～1/10. 随着岩层厚度的增大，内部剪切应力随之增强，这一现象可能促使岩层发生破断，尤其在厚硬顶板条件下，剪切应力往往成为诱发破坏的关键驱动因素. 长期以来众多学者对典型工作面坚硬顶板破断结构的系统进行统计分析，结果证实厚硬顶板破坏形态虽可能同时涉及拉伸破坏与剪切破坏，但拉伸破坏在大多数情况下占据主导地位. 最大主应力主导拉伸破坏过程，而最大剪切应力则会引发剪切破坏. 据此，厚硬顶板的破断准则可表述为拉伸破坏准则或剪切破坏准则，即 $\sigma_{x,\max}\geqslant\sigma_{\mathrm{t}}$ 或 $\tau_{z,\max}\geqslant\tau_{\mathrm{s}}$，式中 σ_{t} 和 τ_{s} 分别为厚硬顶板的抗拉强度和剪切强度. 在厚硬顶板经历初次破断之后，其后续发生剪切或拉伸破坏时的工作面推进距离，即为周期破断步距，其直接决定了采场矿压显现的周期性规律，并为顶板控制策略的优化提供了核心依据. 为判定厚硬顶板在周期破断过程中是否发生拉伸破坏，需首先求取梁内任意位置的正应力分布. 根据 Timoshenko 变截面渐变梁的弯曲理论，距自由端 x 处截面任一点沿 x 方向的正应力 σ_x 可表示为：

$$\sigma_x=-E\left[y-\frac{h_0+(k_1+k_2)x}{2}\right]\cos\alpha\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}.\tag{12}$$

根据式(12)，厚硬顶板周期破断时最大拉应力 $\sigma_{x,\max}$ 为：

$$\sigma_{x,\max}=-\frac{3q}{5G\cos^2\alpha}\frac{Eh_0^2\cos^2\alpha+Esh_0x\cos^2\alpha+5Gx^2}{(h_0+sx)^2}.\tag{13}$$

当厚硬顶板发生拉伸破坏，则满足 $\sigma_{x,\max}=\sigma_{\mathrm{t}}$，对应的厚硬顶板周期破断步距为 L_{pt}.

需要指出的是，Timoshenko 梁理论假定截面上的剪切应变沿厚度方向均匀分布，因此由其得到的剪应力在截面上为常值，难以满足梁上、下表面剪应力为零的边界条件. 为此，在 Timoshenko 梁理论中引入剪切修正系数 κ 对剪力 Q 进行修正，即：

$$Q=\kappa GA(x)\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}x}-\theta\right).\tag{14}$$

对于断面为矩形的变截面渐变梁，其断面上的剪切应力 τ_z 的计算公式为：

$$\tau_z=\frac{3Q(x)}{2bh^3(x)}\left\{h^2(x)-4\left[y-\frac{h_0+(k_1+k_2)x}{2}\right]^2\cos^2\alpha\right\}.\tag{15}$$

根据式(15)，厚硬顶板周期破断时最大剪切力 $\tau_{z,\max}$ 为：

$$\tau_{z,\max}=-\frac{3q}{2}(h_0x+sx^2).\tag{16}$$

当厚硬顶板发生剪切破坏，则满足 $\tau_{z,\max}=\tau_{\mathrm{s}}$，对应的厚硬顶板周期破断步距 L_{ps}.

2.4 Timoshenko变截面渐变梁周期破断能量特征

欧拉梁理论不考虑横向剪切变形，进而忽略了剪切应力产生的弹性应变能，而Timoshenko梁理论则很好地克服了这一缺点．即，厚硬顶板在破断前聚集的弹性能由剪切应力和拉压应力产生，根据弹性应变能密度计算公式可以得到：

$$U^{\mathrm{e}}=\frac{1}{2E}\left[\frac{9q^2x^2}{4(h_0+sx)^2}+\frac{9q^2(Ec^2h_0^2+sEc^2h_0x+5Gx^2)^2}{25G^2c^4(h_0+sx)^4}-\frac{18\mu q^2x(Ec^2h_0^2+sEc^2h_0x+5Gx^2)}{10Gc^2(h_0+sx)^3}\right]. \tag{18}$$

通过式(18)，进而可以得到周期破断前整个厚硬顶板内积聚的弹性能U为：

$$U=\frac{3q^2}{10Gcs^3}\left[2h_0^2\ln(h_0+Ls)+L^2s^2-2h_0^2\ln h_0-2Lh_0s\right]+\frac{q^2}{Ec^3s^5(h_0+Ls)^2}\cdot$$
$$\left[9h_0^4\ln(h_0+Ls)+\frac{3}{4}L^4s^4-9h_0^2\ln h_0(h_0+Ls)^2-3L^3h_0s^3-\frac{27}{2}L^2h_0^2s^2-9Lh_0^3s+\right.$$
$$\left.18Lh_0^3s\ln(h_0+Ls)+9L^2h_0^2s^2\ln(h_0+Ls)\right]. \tag{19}$$

厚硬顶板采动破断瞬间，引起自身积聚能量释放产生矿震，其中一部分能量转化为破断块体失稳时的机械能，同时上覆岩层荷载随破断岩块的失稳移动而做功，此2种功共同转换为厚硬顶板破断块体采动失稳时的动能，并在下方直接顶中形成冲击动载，并以弹性应力波形式传递至工作面液压支架，造成液压支架泄压阀频繁开启、支架压死、折弯等工作面强动压显现[25]．

文献[26]给出了周期破断时工作面液压支架动载响应的估算方程：

$$F_{\mathrm{ZJ}}=\gamma_{\mathrm{ZJD}}gd_{\mathrm{ZJD}}b_{\mathrm{ZJ}}\frac{2l_{\mathrm{ZJ}}+d_{\mathrm{ZJD}}\cot\beta}{2}+$$
$$2\eta Q_{\mathrm{CD}}b_{\mathrm{ZJ}}\left[\ln\left(\frac{L_{\mathrm{wf}}}{2}+\sqrt{\frac{L_{\mathrm{wf}}^2}{4}+d_{\mathrm{ZJD}}{}^2}\right)-\ln d_{\mathrm{ZJD}}\right], \tag{20}$$

式中：F_{ZJ}为厚硬顶板周期破断诱发的工作面液压支架冲击载荷；Q_{CD}为厚硬顶板周期破断时对直接顶的冲击载荷；η为动载传递效率，根据文献[27-28]的研究，厚硬顶板破断失稳过程中存在铰接摩擦、回转运动等能量损耗，故取动载传递效率$\eta=1/20$；L_{wf}为工作面宽度．

厚硬顶板周期破断时对直接顶的冲击载荷Q_{CD}的计算公式为：

$$Q_{\mathrm{CD}}=qL_{\mathrm{p}}\left[1+\sqrt{1+\frac{2K_{\mathrm{ZJD}}U}{(qL_{\mathrm{p}})^2}}\right], \tag{21}$$

式中：K_{ZJD}为煤岩直接顶刚度；L_{p}为厚硬顶板的周期来压步距．

$$U^{\mathrm{e}}=\frac{1}{2E}(\sigma_x^2+\tau_y^2-2\mu\sigma_x\tau_y), \tag{17}$$

式中：U^{e}为梁截面内某点的弹性应变能密度；τ_y为该点的剪应力；μ为泊松比．

令$c=\cos\alpha$，并将式(13)和(16)代入式(17)可以得到弹性能密度：

3 工程验证

理论计算给出了Timoshenko变截面渐变梁的周期破断步距以及液压支架承受的冲击载荷，通过与塔山煤矿8220工作面实测数据进行对比，以验证理论求解方法的准确性，进而揭示厚硬顶板破断型矿震诱发采场冲击地压的机理．

3.1 液压支护装置周期性破裂步距与工作阻力的理论计算方法

塔山煤矿8220工作面回采生产期间多次发生矿震灾害，主要体现是，采空区顶板大面积垮落，伴有响声、支架增阻明显、安全阀开启、立柱下沉、煤壁片帮、前溜咂铃销断裂、出现闷墩响声等现象．每次来压时工作面液压支架的工作阻力将超过15 MN，且中部压力显现比较明显．工作面来压前后，煤壁片帮大，机道上方顶煤破碎度大、冒落高度大，易出现随机顶煤垮落现象．工作面这些灾害给支护、顶板管理及安全生产增加了难度．

厚硬顶板一般发生拉伸破坏，将参数代入式(13)、式(16)和式(20)，求解得到厚硬顶板的周期来压步距L_{p}为39.30 m，液压支架承受的冲击载荷为15 372 kN.

3.2 液压支护周期性断裂步距与工作阻力的比较

通过对液压支架工作阻力的观测可以推测出厚硬顶板的周期破断尺寸．如图6所示，通过与液压支架立柱的油口连接可对其压力进行实时监测；在获取前、后立柱压力后通过换算可以得出支架的工作阻力，32#液压支架的检测分析结果如图7所示．

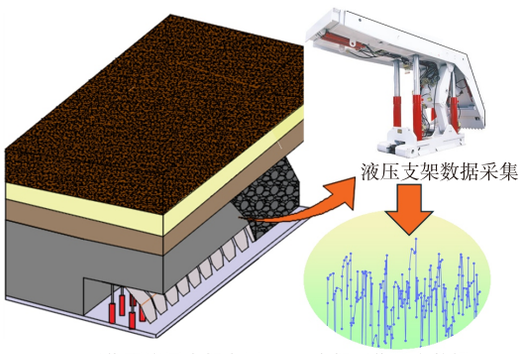


图 6　液压支架工作阻力监测方法

Fig. 6　The monitoring method for hydraulic support resistance

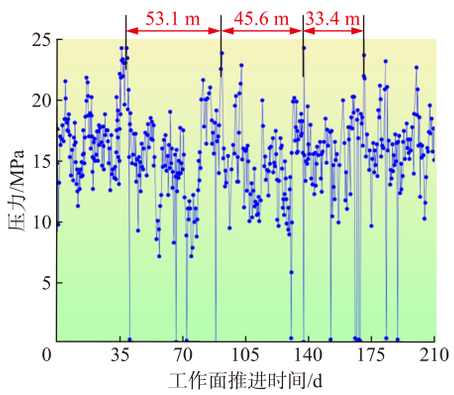


图 7　32#液压支架工作阻力

Fig. 7　Working resistance of the 32# hydraulic support

现场监测结果表明：1）基本顶 K3 砂岩破断引发强矿压，其工作面周期来压步距为 33～53 m，平均值为 44 m，和理论计算结果相差 9.36%；2）周期来压阶段，工作面液压支架的冲击载荷超过其额定工作阻力，具体表现为，液压阻力维持在 18 MPa，动态工作阻力在 14 MN 附近波动．据此，得出本文提出的理论计算方法具有较高准确性．

4　讨　论

上述推导的各类关系式，一方面过于复杂，不利于工程上的快速应用，需要进行必要的简化；另一方面，需要结合常见的采矿技术参数，分析厚硬顶板的悬臂长度、厚度和承受载荷等参数对其弯矩、弹性能密度、弹性能和支架冲击荷载等的影响规律，从而评估矿震灾害[29]．

因此，本节选取工程实践中 Timoshenko 变截面渐变梁的悬臂长度、厚度和岩层走势等参数的常见取值范围进行分析．为系统考察不同因素对厚硬顶板周期破断特征及动力响应的影响，本文设计了 3 组分析方案，分别用于研究悬臂长度、上覆载荷和岩层走势变化条件下厚硬顶板的力学与能量演化规律，具体方案见表 1．在此基础上，基于最大拉应力强度准则，首先确定厚硬顶板的周期破断步距，然后采用单变量分析法研究不同影响因素下厚硬顶板弯矩和弹性能密度的变化规律；进一步定量计算厚硬顶板积聚的弹性能及支架承受的冲击载荷，并拟合得到相应的简化关系式，从而为厚硬顶板矿震诱发灾害控制提供具有较高工程实用价值的简化计算公式．

表 1　厚硬顶板分析方案

Table 1　Analysis plan for the thick and hard roof

序号	悬臂长度/m	承受载荷/MPa	岩层走势
方案Ⅰ	5,7,9,11,13	1.40	沿走向变厚 $k_1>k_2$
方案Ⅱ	11	0.65,0.90,1.15,1.40,1.65	沿走向变厚 $k_1>k_2$
方案Ⅲ	11	1.40	沿走向变厚 $k_1/k_2=1.5,3.0,4.0$；变薄 $k_1/k_2=0.25,0.50$；倾斜 $k_1=k_2$

4.1　不同因素下厚硬顶板周期来压步距和弯矩的分布规律

合理选取参数是分析研究的前提，各方案参数校核如下：方案Ⅰ所选取的 5 个悬臂长度（5,7,9,11,13 m）均小于该方案参数组合下的极限悬臂长度 13.09 m；方案Ⅱ在最危险工况，即当顶板厚度最小为 7 m 时，所允许的厚硬顶板最大悬臂长度为 11.77 m，大于实际取值 11 m；方案Ⅲ考虑了岩层沿走向变厚、沿走向变薄和沿走向倾斜 3 种情况．因此，3 个方案的参数组合，均保障了在最危险工况下顶板不发生破断，从而验证了参数选取的合理性，基于此计算得到的结果可用于相关规律分析．各方案下，基于最大拉应力准则确定的周期来压步距随各影响因素的变化规律如图 8 所示．

可以看出，周期来压步距随 Timoshenko 变截面渐变梁悬臂长度 L 的增加均呈幂函数增大，而随上覆载荷 q 的增加呈指数函数减小，周期来压步距随岩层走势系数 k_1/k_2 的值增加呈洛伦兹峰函数先增大后减小趋势，峰值出现在 $k_1/k_2=1$ 附近．

图 9 展示了不同悬臂长度、厚度和承受载荷下 Timoshenko 变截面渐变梁的弯矩分布规律．

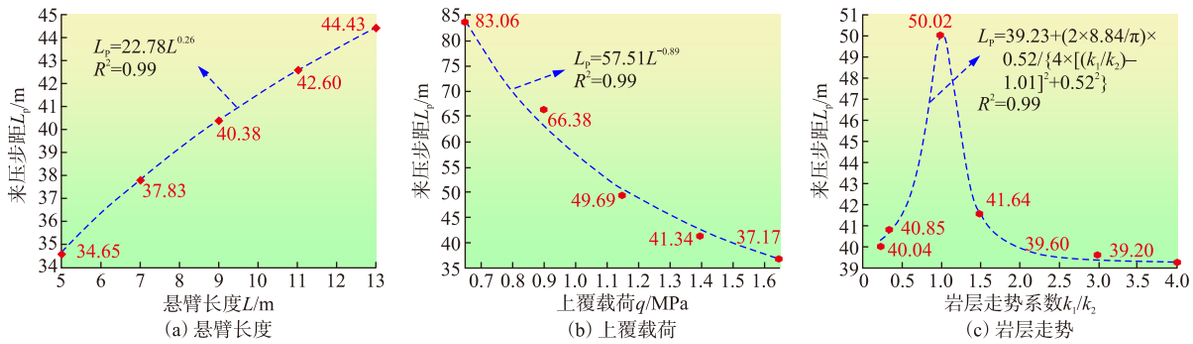


图 8 Timoshenko 变截面渐变梁的极限周期来压步距随各影响因素的变化

Fig. 8 Periodic breaking step distances of Timoshenko beam with gradually varying cross-section under various influencing factors

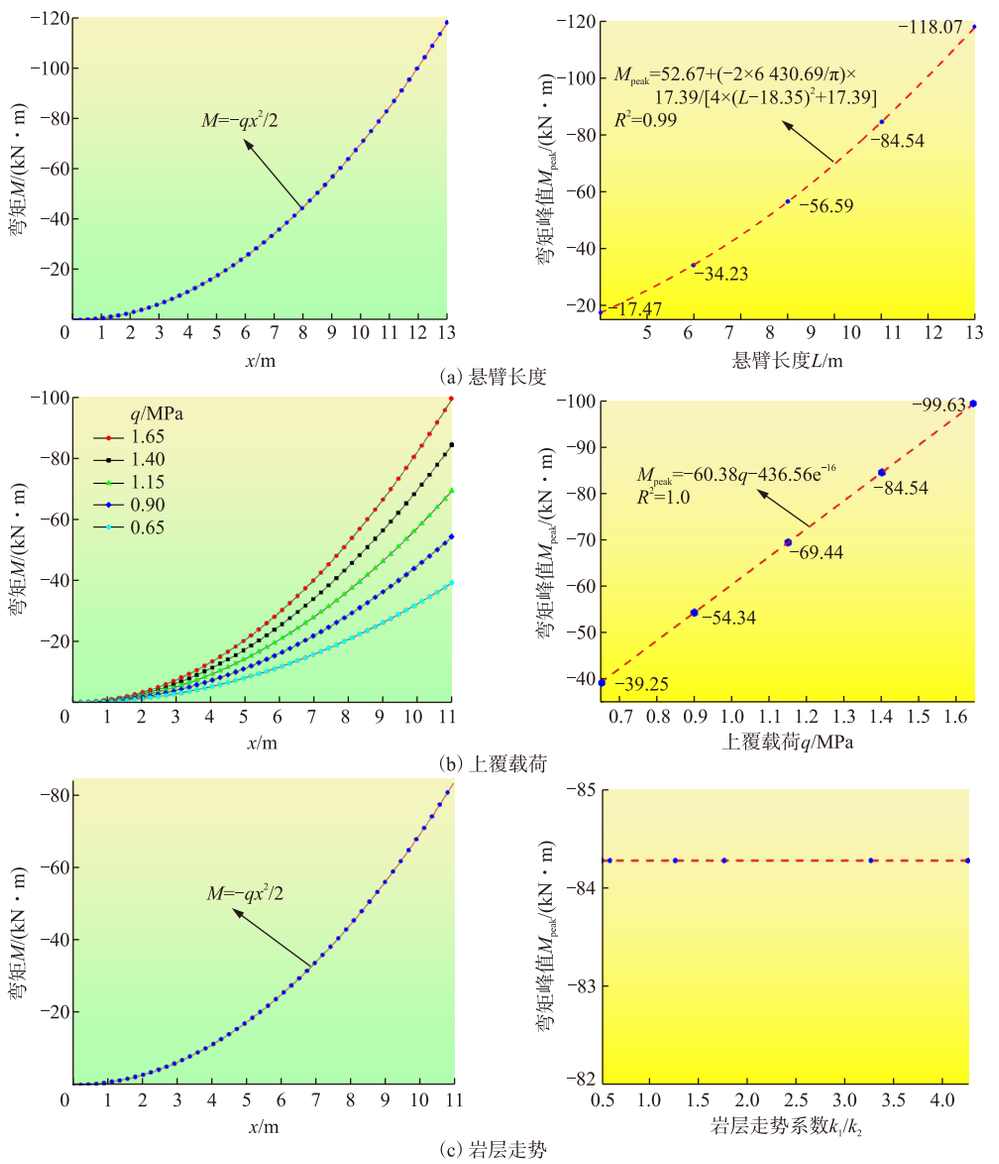


图 9 Timoshenko 变截面渐变梁内弯矩分布规律

Fig. 9 Distribution law of bending moment within Timoshenko beam with gradually varying cross-section

由图 9 可知：1) 在不同悬臂长度、上覆载荷和岩层走势条件下，Timoshenko 变截面渐变梁弯矩沿梁长的分布形式均呈二次抛物线形式，即悬臂端弯矩为零，随距悬臂端距离 x 的增大而逐渐增大，并在固支端达到最大值. 这表明，各影响因素的变化并不改变弯矩沿梁长的基本分布形式，其中上覆载荷主要影响弯矩数值的大小.

2) 如图 9a 所示，当悬臂长度由 5 m 增加至 13 m

时，各曲线在其共同区间内基本重合，表明悬臂总长度主要决定变截面渐变梁的延伸范围，而不改变单位长度上的弯矩分布规律．随着悬臂长度 L 从 5 m 增至 13 m，峰值弯矩 M_{peak} 从 −17.5 kN·m 增大至 −118.0 kN·m，整体呈极高质量的二次函数关系．

3）如图 9b 所示，当上覆载荷 q 从 0.65 MPa 增加到 1.65 MPa 时，弯矩曲线整体等比例“放大”，不同曲线相同位置的弯矩值与 q 严格成正比，曲线越陡，固支端最大弯矩越大，这说明在所有影响因素中，上覆载荷 q 是唯一决定弯矩分布规律的变量．仅改变上覆载荷 q 从 0.65 MPa 到 1.65 MPa，峰值弯矩 M_{peak} 从 −39.2 kN·m 线性增大到 −99.6 kN·m，表明在固定长度下，峰值弯矩与上覆载荷强度 q 成严格正比关系．

4）如图 9c 所示，改变岩层走势，同样多条曲线完全重合，证明无论岩层沿走向方向变厚、变薄或倾斜，上覆载荷投影后，弯矩沿梁长的分布形式始终保持不变，岩层走势只影响轴力和剪力，却不影响弯矩的二次分布规律．岩层走势系数 k_1/k_2 从 0 变化到 4，峰值弯矩始终稳定在 −84 kN·m 附近．

4.2　Timoshenko 变截面渐变梁累积能量（密度）的分布规律

为研究 Timoshenko 变截面渐变梁的悬臂长度、上覆载荷和岩层走势等因素对其内部聚集能量的影响规律，如图 10 和图 11 所示，分别给出了 Timoshenko 变截面渐变梁内弹性能密度的分布规律和弹性能的变化规律．

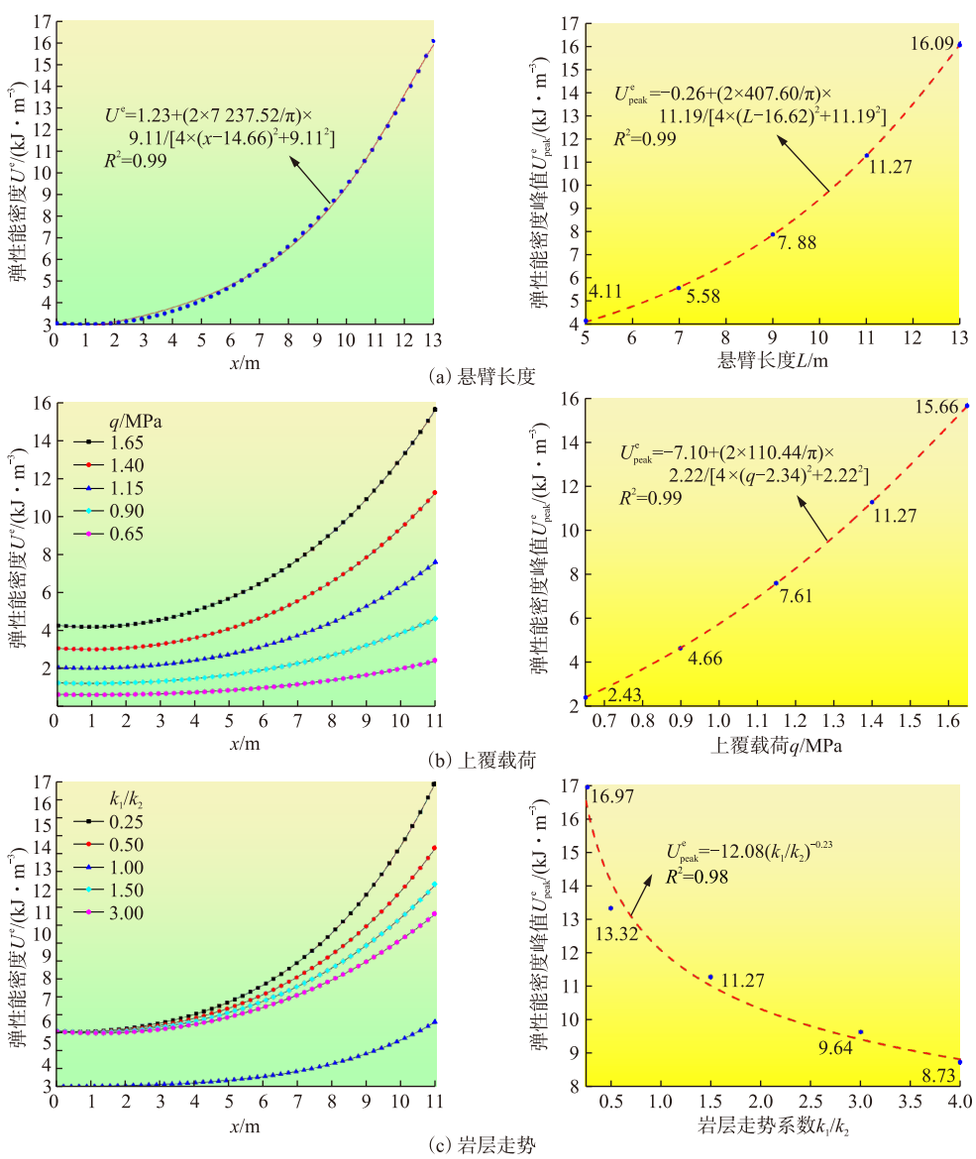


图 10　厚硬顶板内弹性能密度分布规律

Fig. 10　Distribution law of elastic energy density within Timoshenko beam with gradually varying cross-section

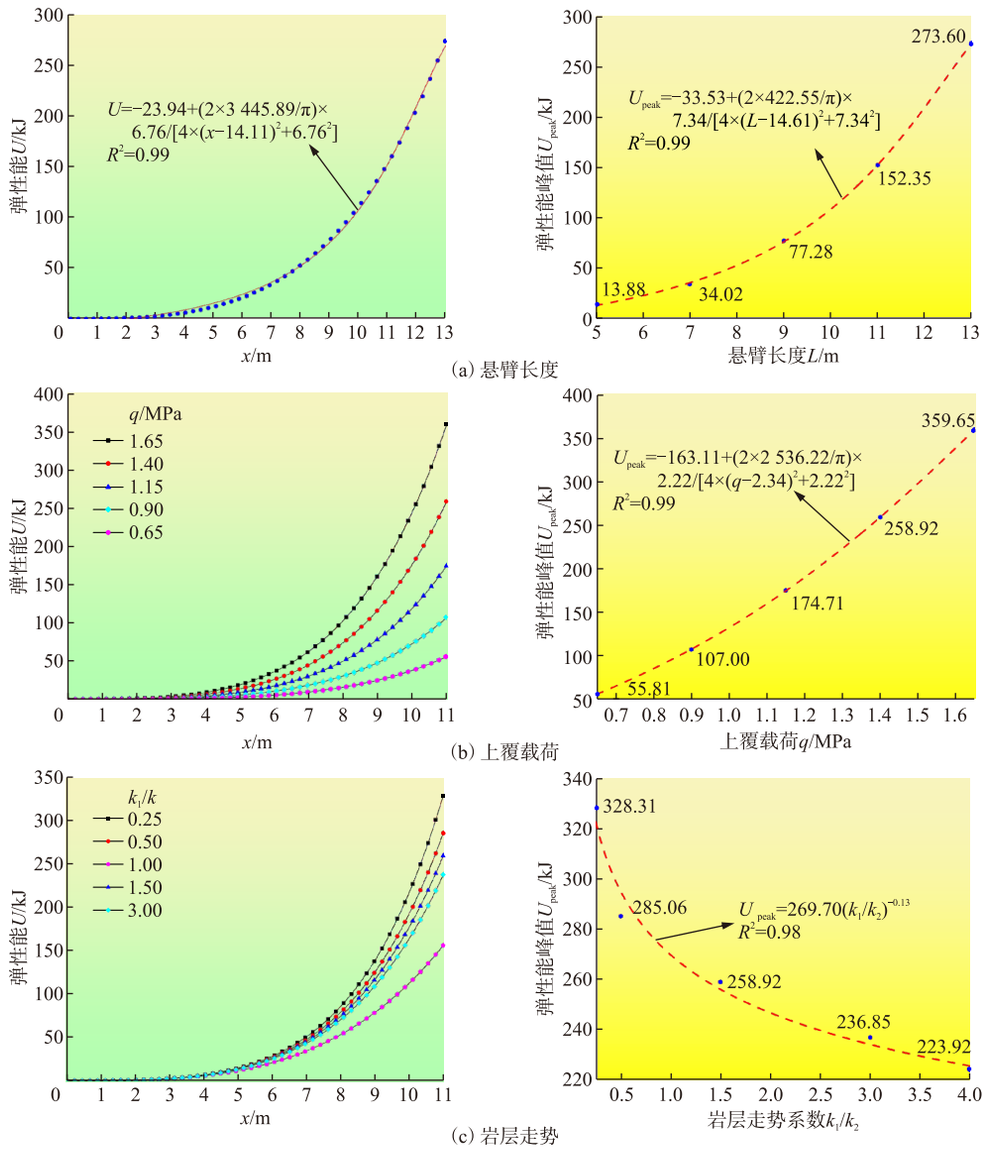


图 11 Timoshenko变截面渐变梁内积聚弹性能变化规律

Fig. 11 Variation law of the elastic energy accumulated in Timoshenko beam with gradually varying cross-section

由图 10 可知：1）弹性能密度从悬臂端附近的最小值开始，沿梁长方向持续快速上升，于固支端达到最大，且整体曲线呈现出光滑、陡峭、向上开口的幂函数分布特征．2）如图 10a 所示，悬臂长度只决定能量积聚范围，却不改变同一位置能量密度的大小与 x 的关系．3）如图 10b 所示，当上覆载荷 q 从 0.65 MPa 逐步增大到 1.65 MPa 时，每条曲线在相同 x 位置的弹性能密度几乎成倍放大，固支端最大值从 2.43 kJ/m^3 升至 15.66 kJ/m^3．4）如图 10c 所示，在不考虑 $k_1/k_2=1$ 的情况下，峰值弹性能密度随岩层走势系数 k_1/k_2 的增大呈幂函数减小趋势．当 k_1/k_2 由 0.25 增大至 4.00 时，峰值弹性能密度由 16.97 kJ/m^3 降低至约 8.73 kJ/m^3．说明随着岩层走势系数增大，顶板内峰值弹性能密度整体降低．尽管岩层走势对弯矩分布影响较小，但由于中性轴位置发生变化，弹性能密度仍会随岩层走势系数增大而持续减小．当岩层走势系数为 1 时，岩层倾斜，沿走向厚度不变，其弹性能密度远远小于岩层走势发生变化的任一情况．

由图 11 可知：1）弹性能随距悬臂端距离 x 呈严格的幂函数关系增长，曲线形态均呈现从悬臂端近似为 0 开始逐渐加速上升、在固支端附近急剧抬升的平滑单增趋势，能量绝大部分集中在靠近固支端的区域，这一趋势与弹性能密度变化规律完全一致．

2）如图 11a 所示，无论悬臂长度如何变化，多条曲线在相同 x 位置完全重合，悬臂长度仅决定最终积聚能量大小却不能改变其分布形态，这表明能量累积过程具有高度的局部性与自相似性．

3）如图 11b 所示，当上覆载荷 q 从 0.65 MPa

逐步增大到 1.65 MPa 时，呈现多条分明曲线，相同 x 位置的弹性能随 q 增大而成倍抬升，固支端最终积聚弹性能从约 55.81 kJ 攀升至 359.65 kJ. 曲线簇之间保持极高的形状相似性，充分证明上覆载荷是控制积聚弹性能的最主要放大因子，而不影响曲线的分布形态.

4) 如图 11c 所示，排除岩层沿走向倾斜的情况，当岩层走势系数 k_1/k_2 从 0.25 增大到 4.00 时，同样位置的弹性能显著下降，固支端最大值从约 328.31 kJ 被压缩至约 223.92 kJ，多条曲线由上至下依次排列，且岩层走势系数越大曲线越平缓. 尽管每条曲线仍保持近似分布形态，但整体被明显抑制，这表明岩层走势的引入虽然不改变弯矩分布，却导致变截面渐变梁积聚的弹性能随岩层走势系数增大持续减少，岩层走势成为能够有效“卸载”变截面渐变梁积聚弹性能的因素. 当岩层走势系数为 1 时，岩层倾斜，沿走向厚度不变，其弹性能远远小于岩层走势发生变化的任一情况.

4.3　周期性破碎过程中工作面承受的冲击载荷

将参数代入式(21)和式(22)，得到支架承受的冲击载荷随 Timoshenko 变截面渐变梁的悬臂长度、上覆载荷和岩层走势等因素的变化规律，如图 12 所示.

由图 12 可知：冲击载荷的本质是变截面渐变梁内积聚的弹性能在极短时间内的突然释放，上覆载荷 q 是影响冲击载荷的主导因素. 当 q 从 0.7 MPa 增加到 1.6 MPa(增幅仅为 1.29 倍)时，冲击载荷即从 25.70 MN 激降至 11.64 MN，降幅高达 55%；当岩层走势系数 k_1/k_2 从近 0 增大至 4 时，冲击载荷从 15.58 MN 持续下降至 12.35 MN，降幅为 21%. 悬臂长度 L 对冲击载荷的影响相对最小. 当 L 从 5 m 延伸至 13 m(增幅 1.6 倍)时，冲击载荷仅从 10.86 MN 线性增至 13.86 MN，增幅为 20%. 由此可得，对支架冲击载荷影响由大到小的排序为：上覆载荷 q > 岩层走势系数 k_1/k_2 > 悬臂长度 L.

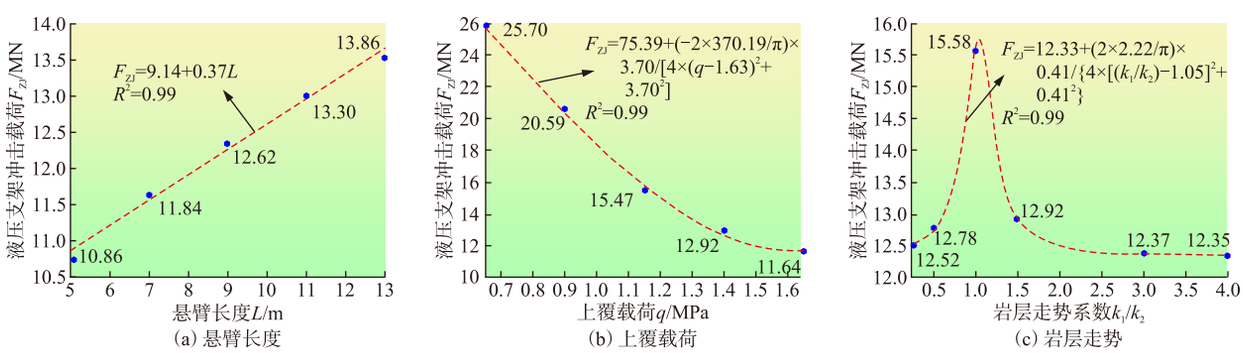


图 12　Timoshenko 变截面渐变梁周期破断时液压支架冲击载荷变化规律

Fig. 12　Variation law of the impact load borne on the hydraulic support during periodic breakage by Timoshenko beam with gradually varying cross-section

4.4　THR 周期性断裂引发动态灾害的控制机制

综上所述，减小厚硬顶板的悬顶长度和上覆载荷，可有效降低 Timoshenko 变截面渐变梁的弯矩及其峰值，同时可减小顶板内部积聚的弹性能密度和弹性能，进而使支架承受的冲击载荷降低，弱化矿震给采场带来的灾害，起到弱化工作面冲击载荷和动力灾害的作用[30-31].

采用厚硬顶板压裂技术[32]，可以在工作面回采之前，对厚硬顶板进行预压裂，可从走势和长度 2 个方面减小厚硬顶板的尺寸，同时可以降低厚硬顶板的抗拉强度，从而有效减小工作面回采期间厚硬顶板悬臂梁的尺寸，使坚硬顶板工作面常见的长悬臂梁式强周期动压转变为短悬臂梁式的较强周期动压. 虽然，就具体矿井而言，一旦采煤工艺确定，上覆载荷无法改变，但经预压裂之后，回采过程中厚硬顶板完整性降低，经超前采动压力和支架的反复支撑作用，厚硬顶板将更为破碎，从而起到更强的吸能缓冲作用，表现为对动载传递效率的降低.

5　结　论

1) 建立了考虑横向剪切变形的厚硬顶板周期破断力学模型与求解方法. 基于 Timoshenko 变截面渐变梁理论，突破了传统均质等厚岩层假设，推导了厚硬顶板在非均质赋存条件下的挠度、转角、弯矩及剪力解析解，获得了最大拉应力、剪切应力及弹性应变能密度的精确计算公式，并进一步构建了“顶板破断能量释放-液压支架冲击载荷”的动力响应模型.

2) 揭示了厚硬顶板周期来压步距的演化规律

及其计算依据.周期来压步距主要受悬臂长度、上覆载荷及岩层走势共同控制.研究发现,极限周期来压步距随悬臂长度增加呈幂函数增加,随上覆载荷增加呈指数函数衰减;特别是随岩层走势系数(k_1/k_2)增加呈Lorentzian峰函数变化(先增后减),且在走势系数接近1时达到峰值,该规律为非均质顶板步距预测提供了理论依据.

3)阐明了冲击载荷的主控因素与工程防控路径.液压支架冲击载荷对各影响因素的敏感性由大到小排序为:上覆载荷>岩层走势>悬臂长度.由于上覆载荷难以改变,基于此规律,对于厚硬顶板工作面,可通过地面压裂或井下深孔爆破等预处理技术,人为改变顶板的几何参数(减小悬臂长度或改变岩层走势特征),从而降低弹性能积聚水平与支架冲击载荷,实现对冲击地压灾害的源头控制.

参考文献:

[1] 张庆华,袁本庆,任启寒.特厚煤层采动应力演化与动力灾害防控关键技术[J].煤炭科学技术,2025,53(9):176-188.
ZHANG Qinghua, YUAN Benqing, REN Qihan. Key technologies for mining-induced stress evolution and dynamicdisaster prevention in extra-thick coal seams[J]. Coal Science and Technology, 2025, 53(9): 176-188.

[2] 高明仕,徐 东,贺永亮,等.厚硬顶板覆岩冲击矿震影响的远近场效应研究[J].采矿与安全工程学报,2022,39(2):215-226.
GAO Mingshi, XU Dong, HE Yongliang, et al. Investigation on the near-far field effect of rock burst subject to the breakage of thick and hard overburden[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2022, 39(2): 215-226.

[3] 杨敬轩,刘长友,于 斌,等.坚硬厚层顶板群结构破断的采场冲击效应[J].中国矿业大学学报,2014,43(1):8-15.
YANG Jingxuan, LIU Zhangyou, YU Bin, et al. Impact effect caused by the fracture of thick and hard roof structures in a longwall face[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2014, 43(1): 8-15.

[4] RAJESHA S, DEEPAKS A, SUDHEERKINI K, et al. Thick plate bending analysis using a single variable simple plate theory[J]. Materials Today: Proceedings, 2022, 54: 191-195.

[5] 梁运培.采场覆岩移动的组合岩梁理论[J].地下空间,2001,21(增1):341-345.
LIANG Yunpei. Study on the composed rock timber theory of overlying strata movement [J]. Underground Space, 2001, 21(Sup 1): 341-345.

[6] 冯 强,刘炜炜,伏圣岗,等.基于弹性地基梁采场坚硬顶板变形与内力的解析计算[J].采矿与安全工程学报,2017,34(2):342-347.
FENG Qiang, LIU Weiwei, FU Shenggang, et al. Analytical solution for deformation and internal force of hard roof in stope based on elastic foundation beam [J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2017, 34(2): 342-347.

[7] 侯公羽,刘云峰,周光一,等.基于响应面法的坚硬顶板弹性岩梁内力与变形的敏感性分析[J].岩土力学,2025,46(12):3869-3884.
HOU Gongyu, LIU Yunfeng, ZHOU Guangyi, et al. Sensitivity analysis of internal force and deformation of elastic rock beam with hard roof based on response surface method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2025, 46(12): 3869-3884.

[8] 王高利.厚硬顶板破断规律及控制研究[D].淮南:安徽理工大学,2008.
WANG Gaoli. Study on the fracture laws and controlling of thick and hard roof [D]. Huainan: Anhui University of Science and Technology, 2008.

[9] 谢生荣,陈冬冬,曾俊超,等.基本顶板结构初次破断与全区域反弹时空关系[J].煤炭学报,2019,44(9):2650-2663.
XIE Shengrong, CHEN Dongdong, CENG Junchao, et al. Space-time relationship between the first fracture of main roof structure and whole regional rebound[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(9): 2650-2663.

[10] 史 红,姜福兴.充分采动阶段覆岩多层空间结构支承压力研究[J].煤炭学报,2009,34(5):605-609.
SHI Hong, JIANG Fuxing. The dynamic abutment pressure rule of overlying strata spatial structures at the phases sub-critical mining[J]. Journal of China Coal Society, 2009, 34(5): 605-609.

[11] 涂 敏,林远东,张向阳,等.大空间孤岛采场覆岩结构演化与区段煤柱合理宽度研究[J].采矿与安全工程学报,2021,38(5):857-865.
TU Min, LIN Yuandong, ZHANG Xiangyang, et al. Evolution of overburden structure and reasonable width of section coal pillar in large space isolated island stope[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2021, 38(5): 857-865.

[12] 郭金刚,王伟光,何富连,等.大断面综放沿空巷道基本顶破断结构与围岩稳定性分析[J].采矿与安全工程学报,2019,36(3):446-454.

GUO Jingang, WANG Weiguang, HE Fulian, et al. Main roof break structure and surrounding stability analysis in gob-side entry with fully-mechanized caving mining[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2019, 36(3): 446-454.

[13] 何文瑞,何富连,陈冬冬,等.坚硬厚基本顶特厚煤层综放沿空掘巷煤柱宽度与围岩控制[J].采矿与安全工程学报,2020,37(2):349-358.
HE Wenrui, HE Fulian, CHEN Dongdong, et al. Pillar width and surrounding rock control of gob-side roadway with mechanical caved mining in extra-thick coal seams under hard-thick main roof[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2020, 37(2): 349-358.

[14] 张　明,成云海,王　磊,等.浅埋复采工作面厚硬岩层-煤柱结构模型及其稳定性研究[J].岩石力学与工程学报,2019,38(1):87-100.
ZHANG Ming, CHENG Yunhai, WANG Lei, et al. Structure model and stability research of thick hard strata-coal pillar in shallow-buried re-mined panels[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(1): 87-100.

[15] 宋振骐,文志杰,蒋宇静,等.采动力学与岩层控制关键理论及工程应用[J].煤炭学报,2024,49(1):16-35.
SONG Zhenqi, WEN Zhijie, JIANG Yujing, et al. Theory and application of mining mechanics and strata control[J]. Journal of China Coal Society, 2024, 49(1): 16-35.

[16] 王　超,张广超,赵西坡,等.基于顶板结构特征的冲击危险性评价方法及应用[J].采矿与岩层控制工程学报,2024,6(2):1-11.
WANG Chao, ZHANG Guangchao, ZHAO Xipo, et al. Evaluation method and application of impulse hazard based on roof structure characteristics[J]. Journal of Mining and Strata Control Engineering, 2024, 6(2): 1-11.

[17] 郭文豪.冲击地压托顶煤巷道锚固“梁-拱”结构分类与冲击失稳机制[D].徐州:中国矿业大学,2023.
GUO Wenhao. Classification and instability mechanism of anchored “beam-arch” composite structure in rock burst roadways with top-coal[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2023.

[18] ZHAO T B, ZHANG P F, GUO W Y, et al. Controlling roof with potential rock burst risk through different pre-crack length: Mechanism and effect research[J]. Journal of Central South University, 2022, 29(11): 3706-3719.

[19] 陈　洋.深井条带充填开采冲击地压发生机制与防治研究[J].岩石力学与工程学报,2024,43(8):2079.
CHEN Yang. Rockburst occurrence and control in deep longwall coal panels with backfilskipping mining[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2024, 43(8): 2079.

[20] 袁　亮,马衍坤,黄勤豪,等.煤岩动力灾害模型试验灾变地层模拟材料研制现状与展望[J].中国矿业大学学报,2024,53(5):827-856.
YUAN Liang, MA Yankun, HUANG Qinhao, et al. Development status and prospects of simulation materials for catastrophic prone strata in the physical model experiments on coal and rock dynamic disasters[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2024, 53(5): 827-856.

[21] 窦林名,何学秋,TING Ren,等.动静载叠加诱发煤岩瓦斯动力灾害原理及防治技术[J].中国矿业大学学报,2018,47(1):48-59.
DOU Linming, HE Xueqiu, TING Ren, et al. Mechanism of coal-gas dynamic disasters caused by the superposition of static and dynamic loads and its control technology[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2018, 47(1): 48-59.

[22] 王晓峰,杨庆山.基于Timoshenko梁理论的薄壁梁弯扭耦合分析[J].工程力学,2008,25(5):12-16.
WANG Xiaofeng, YANG Qingshan. Coupled bend and torsion analysis of the spatial thin-walled beam using Timoshenko theory[J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(5): 12-16.

[23] 宋高峰,魏　臻,杨胜利,等.基于铁木辛柯梁理论的端面冒顶机理及相似模拟试验研究[J].采矿与安全工程学报,2023,40(2):304-312.
SONG Gaofeng, WEI Zhen, YANG Shengli, et al. Roof cavity mechanism in the face-to-tip area based on Timoshenko beam theory and its physical modeling[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2023, 40(2): 304-312.

[24] 陈　镕,万春风,薛松涛,等.无约束修正Timoshenko梁的冲击问题[J].力学学报,2006(2):262-269.
CHEN Rong, WAN Chunfeng, XUE Songtao, et al. Impact problem of the unconstrained modified Timoshenko beam[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006(2): 262-269.

[25] 路洋波,闫少宏,周坤友,等.大采高全宽工作面厚硬顶板迁移破断量化与控制[J].中国矿业大学学报,2025,54(4):754-769.
LU Yangbo, YAN Shaohong, ZHOU Kunyou, et al. Migration fracture quantitative and control of thick-hard roofin full-width working face with large

mining height[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2025,54(4): 754-769.

[26] 卜庆为,涂 敏,张向阳,等.采场厚硬顶板破断失稳与能量聚散演化研究[J].采矿与安全工程学报,2022, 39(5): 867-878.
BU Qingwei, TU Min, ZHANG Xiangyang, et al. Study on fracture instability and energy accumulation-release evolution of thick-hard roof in stope[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2022, 39(5): 867-878.

[27] JAISWAL M, SEBASTIAN R, MULAVEESALA R. Thermal monitoring and deep learning approach for early warning prediction of rock burst in underground structures[J]. Journal of Physics D: Applied Physics, 2023, 57(10): 105502.

[28] CHEN Y, SUN X K, ZHANG X F, et al. Evaluation method for rock burst hazards in strip filling of working faces in deep coal mines[J]. Applied Sciences, 2023, 13(18): 10452.

[29] 王家臣,唐岳松,王兆会,等.千米深井综采工作面覆岩微震显现特征与损伤度计算方法[J].中国矿业大学学报, 2023, 52(3): 417-431.
WANG Jiachen, TANG Yuesong, WANG Zhaohui, et al. Characteristics of microseismic events and damage degree calculationmethod in kilometer deep fully mechanical longwall panel[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2023, 52(3): 417-431.

[30] 潘旦光,楼梦麟.变截面Timoshenko简支梁动力特性的半解析解[J].工程力学,2009,26(8):6-9.
PAN Danguang, LOU Menglin. Semi-analytic solution of dynamic characteristics of non-prismatic Timoshenko simply supported beams [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(8): 6-9.

[31] 潘旦光,吴顺川,张 维.变截面Timoshenko悬臂梁自由振动分析[J].土木建筑与环境工程学报, 2009, 31(3): 25-28.
PAN Danguang, WU Shunchuan, ZHANG Wei. Free vibration of non-uniform Timoshenko cantilever beams[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2009, 31(3): 25-28.

[32] 王书文,智宝岩,杜涛涛,等.厚硬顶板潜在矿震风险地面压裂预控技术[J].煤炭科学技术, 2023, 51(11):1-11.
WANG Shuwen, ZHI Baoyan, DU Taotao, et al. Ground fracturing pre-control technology for potential mine seismic risk of thick and hard roof[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(11): 1-11

(责任编辑 沈春妮 宋 爽)