文章编号:1673-0291(2026)03-0013-09 **DOI**:10.11860/j.issn.1673-0291.20250112

考虑备份因素的飞行员排班优化方法

张宝成,谢亚辰,李 昂
(中国民航大学 空中交通管理学院,天津 300300)

摘 要:针对飞行员排班表容易中断的现状,提出考虑备份因素的飞行员排班模型.首先,在CCAR-121的约束下,以总排班成本最小化为导向,引入Min-Max方法,通过epsilon约束添加公平性目标,建立多目标优化模型.然后,设计一种基于逻辑的Benders分解算法(Logic-based Benders Decomposition, LBBD)进行优化.主问题将飞行员指派到航班环上,子问题评估在主问题指派方案的基础上能否得到符合需求的备份飞行员.最后,通过控制成本,比较Min-Max目标与值勤期标准差最小化目标在公平性优化指标上的差异.研究结果表明:随着时间周期和任务量的增大,在既定排班方案基础上进行事后备份指派,极易生成有中断风险的排班方案,而LBBD算法能通过生成可行割,有效识别并排除此类不可行方案;与Gurobi直接求解混合整数规划(Mixed Integer Programming,MIP)模型相比,LBBD算法能减小问题规模,并在相同时间内求得更优的指派方案;相较于值勤期标准差最小化目标,Min-Max公平性目标使得排班方案的最大值勤期偏差降低了31.14%,提升了排班计划的公平性底线;决策者可以根据实际运行需求,基于帕累托前沿选择兼顾成本和公平性的排班方案.

关键词:航空运输;飞行员排班;逻辑Benders分解算法;Min-Max目标;备份策略
中图分类号:U8 **文献标志码**:A

Pilot scheduling optimization method considering reserve factors

ZHANG Baocheng, XIE Yachen, LI Ang
(School of Air Traffic Management, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: To address the frequent disruptions observed in pilot scheduling, this study proposes a pilot scheduling optimization model incorporating reserve factors. First, under the constraints of CCAR-121 and with the objective of minimizing total scheduling cost, a Min-Max approach is introduced, and a fairness objective is incorporated via ε-constraints to formulate a multi-objective optimization model. Second, a Logic-based Benders Decomposition (LBBD) algorithm is developed for solution . The master problem assigns pilots to flight pairings, while the subproblems verify whether feasible reserve pilot assignments satisfying operational requirements can be obtained based on the master solution. Finally, under controlled cost conditions, the fairness performance of the Min-Max objective is compared with that of a duty-period standard deviation minimization objective. The results indicate that as the planning horizon and work-

收稿日期:2025-07-10;**修回日期**:2025-12-23
基金项目:天津市教委科研计划项目(2022KJ080);天津市高等学校研究生教育改革研究计划项目(TJYG092)
Foundation items: Tianjin Education Commission Research Program Project(2022KJ080); Tianjin Higher Education Graduate Education Reform Research Project(TJYG092)
第一作者:张宝成(1979—),男,副教授,博士.研究方向为空中交通系统优化与管理.**email**:bczhang@cauc.edu.cn.

引用格式:张宝成,谢亚辰,李昂.考虑备份因素的飞行员排班优化方法[J].北京交通大学学报,2026,50(3):13-21.
ZHANG Baocheng, XIE Yachen, LI Ang. Pilot scheduling optimization method considering reserve factors[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2026, 50(3): 13-21.(in Chinese)

load increase, post hoc reserve assignment based on a given schedule is prone to producing disrupted schedules. The LBBD algorithm effectively identifies and eliminate such infeasible solutions by generating feasible cuts. Compared with direct solving Mixed Integer Programming (MIP) model using Gurobi, the LBBD approach reduces problem complexity and yields superior assignment solutions within the same computational time. In addition, compared with the duty-period standard deviation objective, the Min-Max fairness objective reduces the maximum duty-period deviation by 31.14%, thereby improving the fairness lower bound of the scheduling plan. Decision-makers can select scheduling solutions that balance cost and fairness based on the Pareto frontier according to operational requirements.

Keywords: air transportation; pilot scheduling; Logic-based Benders Decomposition(LBBD); Min-Max objective; reserve strategy

飞行员排班问题是航空公司在管理运营中面临的一个重要问题,旨在为飞行员合理安排工作和休息时间,确保航班安全高效地运行,同时符合相关航空规章和劳动规定.从安全性上考虑,飞行员排班计划直接对其疲劳程度产生显著影响,飞行员的状态将直接决定飞行安全[1].从成本上考虑,在航空公司的各项成本中,机组人员成本是航空公司运营中仅次于燃油成本的第二大成本,但其具有可控性[2].因此,研究飞行员排班问题具有重要的现实意义.

飞行员排班问题是一类大规模组合优化问题,已积累了一定的研究成果,设计求解算法对不同侧重点进行优化是主流的研究方向.文献[2]以经济成本最小化与飞行员工作量的公平性为核心建立了相关模型,并设计了一种基于遗传算法和Levy飞行分布的改进蜜獾算法进行求解.文献[3]针对机组人员飞行时间的公平性进行优化,设计了一种粒子群优化算法进行求解,相较于GAMS求解器,虽然求解时间有所减少,但解的质量较差.文献[4]同样以工作时间的公平性为导向,基于割平面法建立飞行员排班模型,将模型分成两部分求解,以减小问题规模.文献[5-6]分别设计了基于分解的多目标进化算法和变邻域搜索算法对飞行员排班的成本和公平性进行多目标优化.随着民航运输的发展,航班数量和飞行员数量的增加,研究焦点逐渐扩展至人为因素与个性化需求,呈现出多样化的趋势.文献[7-8]针对飞行员个人偏好进行优化,并分别运用列生成算法和随机启发式算法进行求解.文献[9-10]则以提升飞行员满意度为导向,在符合属地法规约束下构建了排班模型.此外,针对通用航空的特殊性,文献[11]提出了以任务需求为导向的机组指派模型,并设计了改进遗传算法以提升求解效率与效果.

对飞行员排班问题的研究中,大多基于一个确定性假设,即所有排班计划均能被顺利执行.2023年,全国客运航空公司共执行航班467.17万班次,其中,正常航班410.19万班次,平均航班正常率为87.80%.可以看出航班不正常现象依然十分严重,飞行员排班计划的中断对此现象也造成了巨大的影响.在飞行员排班方面,具体体现在飞行员的病假或者某些飞行员在本次任务开始前,执飞的上一次任务存在严重延误,导致无法执飞后续任务等状况.为了使整个飞行员排班计划更加稳定,有学者针对飞行员排班表的鲁棒性展开了研究:文献[12-13]基于飞行员缺勤的不确定性和航班延误的情况,提出了一种混合整数规划仿真场景模型来调度航空公司的备份飞行员,此后又对之前所提出的模型进行改进,在更短的时间内产生与仿真模型高度匹配的结果.文献[14]考虑到在计划执行之前的每一天,由于人员突然缺勤会发生中断,提出一种基于马尔可夫链公式评估备份人员计划的预期缺口,并建立鲁棒性的机组人员恢复模型.尽管上述研究肯定了备份策略的意义,但这些研究均属于战术阶段的被动响应,即在飞行员突发缺勤后,才对既定计划进行临时调整.这种事后指派方式存在固有局限:一方面,备份安排本身需满足值勤期、飞行时间及休息期等法规约束,而在已固定的排班基础上往往难以找到合格的备份人选;另一方面,临时调用备份飞行员极易打乱其后续任务,对飞行员的情绪有严重的负面影响[15].综上,有必要在战略阶段构建考虑备份因素的飞行员排班模型.

针对事后指派方式存在的固有局限,本文基于大型飞机公共航空运输承运人运行合格审定规则[16],在战略阶段构建考虑备份因素的飞行员排班模型,将飞行员指派到航班环或者备份任务,考虑成本最小化和公平性两个目标,用Benders分解算法进行求解,通过国内某航空公司部分飞行员和航班

环数据验证模型和算法的有效性.

1　飞行员排班优化模型

1.1　基本问题描述

飞行员排班是航空公司运行控制中的关键环节,其核心任务是将已构建好的航班环合理地指派给合格的飞行员,并生成个人的排班表.一个完整的飞行机组排班计划流程通常包含航班环构建与飞行员排班两个主要阶段,具体过程如图1所示.

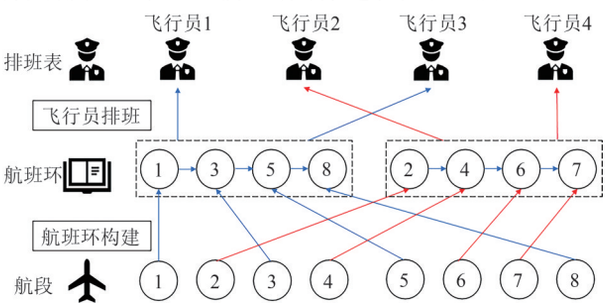


图1　机组排班计划过程

Fig.1　Crew scheduling process

本文在传统飞行员排班模型的基础上,引入备份因素,构建一种集成备份策略的战略排班模型.该模型在给定计划周期内,将飞行员指派至特定航班环或指定日期的备份任务.当所属基地的航班环即将中断时,备份飞行员需要执飞该航班环的所有航班或者其中一部分.在排班计划生成阶段统筹优化常规任务与备份安排,使计划具备内在的鲁棒性,从而能够在源头上应对运行中断风险.

模型通过以下关键机制引入备份因素:为备份飞行员预留足以执飞其备份当天的任意航班环在该日所有航段所需的飞行时间与值勤期额度,并将此额度纳入全局资源约束,确保突发调用后各项累计时间仍低于法定上限;通过任务互斥约束避免备份和正式的飞行任务产生冲突.基于上述机制,在战略阶段生成考虑备份因素的飞行员排班方案.

1.2　模型建立

1.2.1　模型假设与符号说明

为便于建模求解,现进行假设:接受指派的飞行员只被指派到非扩编机组的国内飞行任务;排班计划的周期为1个月;被指派的飞行员的初始飞行时间和值勤期均为0;第1次起飞的时间到最后1次降落的时间为值勤期;机场资格被分为A、B、C共3个等级:A为境内特殊机场所需的最低资格;B为特殊机场外其他复杂净空条件,气象条件恶劣或者目视助航设施匮乏的机场所需的最低资格;C为境内一般机场,在大多数情况下,等级为A的机长也可以执行B、C资格要求的机场,等级为B的机长也可以执行C资格要求的机场.

基于文献[16],建立考虑备份策略的飞行员排班混合整数规划(Mixed Integer Programming, MIP)模型.模型中涉及的符号见表1.

1.2.2　约束条件

根据CCAR-121-R8和考虑到备份可能执行实际飞行任务的情况,约束条件为

$$\sum_{i\in R_1} x_{ik}\geqslant 1 \quad \forall k\in P \tag{1}$$

$$\sum_{i\in R_1} x_{ik}+\sum_{j\in R_2} y_{jk}\geqslant 2 \quad \forall k\in P \tag{2}$$

$$\sum_{k\in P}\sum_{d_1\in d-6}^{d} x_{ik}D_k s_d^k \sum_{d_1\in d-6}^{d} u_{id}D_{\max}^d \leqslant 60 \quad \forall i\in R_1,\forall d\in T \tag{3}$$

$$\sum_{k\in P}\sum_{d_1\in d-6}^{d} y_{jk}D_k s_d^k+\sum_{d_1\in d-6}^{d} v_{jd}D_{\max}^d \leqslant 60 \quad \forall j\in R_2,\forall d\in T \tag{4}$$

$$\sum_{k\in P} x_{ik}f_k+\sum_{d\in T} u_{id}F_{\max}^d \leqslant 100 \quad \forall i\in R_1 \tag{5}$$

$$\sum_{k\in P} y_{jk}f_k+\sum_{d\in T} v_{jd}F_{\max}^d \leqslant 100 \quad \forall j\in R_2 \tag{6}$$

$$\sum_{k\in P} x_{ik}d_k+\sum_{d\in T} u_{id}D_{\max}^d \leqslant 100 \quad \forall i\in R_1 \tag{7}$$

$$\sum_{k\in P} y_{jk}d_k+\sum_{d\in T} v_{jd}D_{\max}^d \leqslant 100 \quad \forall j\in R_2 \tag{8}$$

$$\sum_{d_1=d-6}^{d-2} r_{id_1}\geqslant \eta_{id}-\mathrm{M}(1-\eta_{id}) \quad \forall i\in R_1,\forall d\in T \tag{9}$$

$$\sum_{k\in P} s_d^k x_{ik}+u_{id}\leqslant \mathrm{M}\eta_{id} \quad \forall i\in R_1,\forall d\in T,\forall k\in P \tag{10}$$

$$\sum_{k\in P} s_d^k x_{ik}+u_{id}\geqslant \eta_{id} \quad \forall i\in R_1,\forall d\in T,\forall k\in P \tag{11}$$

$$s_{d_1}^{k_1}x_{ik_1}+u_{id_1}+s_{d_1+1}^{k_2}x_{ik_2}+u_{i(d_1+1)}\leqslant \mathrm{M}(1-r_{id_1}) \quad \forall i\in R_1;\ k\in P;\ d\in T;\ d_1,(d_1+1)\in\{d-6,\cdots,d-1\} \tag{12}$$

$$\sum_{d_1=d-6}^{d-2} l_{jd_1}\geqslant \zeta_{jd}-\mathrm{M}(1-\zeta_{jd}) \quad \forall j\in R_2,\forall d\in T \tag{13}$$

$$\sum_{k\in P} s_d^k y_{jk}+v_{jd}\leqslant \mathrm{M}\zeta_{jd} \quad \forall j\in R_2,\forall d\in T,\forall k\in P \tag{14}$$

$$\sum_{k\in P} s_d^k y_{jk}+v_{jd}\geqslant \zeta_{jd} \quad \forall j\in R_2,\forall d\in T,\forall k\in P \tag{15}$$

$$s_{d_1}^{k_1}y_{jk_1}+v_{jd_1}+s_{d_1+1}^{k_2}y_{jk_2}+v_{j(d_1+1)}\leqslant \mathrm{M}(1-l_{jd_1}) \quad \forall i\in R_2;\ d\in T;\ k\in P;\ d_1,(d_1+1)\in\{d-6,\cdots,d-1\} \tag{16}$$

$$e_{k_1}+10\leqslant s_{k_2}+\mathrm{M}(2-s_{d_1}^{k_1}u_{id_1}-x_{ik_1}-s_{d_2}^{k_2}u_{id_2}-x_{ik_2}) \quad \forall i\in R_1;\ \forall k_1,k_2\in P;\ \forall s_{k_2}>e_{k_1};\ \forall s_{k_2}-10(h)\leqslant e_{k_1};\ \forall(d_1,k_1)\in\{(d_1,k_1)|s_{d_1}^{k_1}=1\};\ \forall(d_2,k_2)\in\{(d_2,k_2)|s_{d_2}^{k_2}=1\} \tag{17}$$

表 1 模型中的符号

Tab.1 Symbols used in the model

符号的类型	符号	符号的定义
数据集合	P	航班环集合
	R_1	持有航线执照的飞行员(等级为机长)集合
	R_2	仅持有商用飞机驾照的飞行员(等级为副驾)集合
	T	时间索引,$T=1,2,\cdots,d;d\leqslant 31$
常量	C_i	机长 i 工作的单位时间成本,$i\in R_1$
	C_j	副驾 j 工作的单位时间成本,$j\in R_2$
	f_k	航班环 k 的所需飞行时间,$k\in P$
	d_k	航班环 k 的所需值勤期,$k\in P$
	s_k	航班环 k 的开始时间,$k\in P$
	e_k	航班环 k 的结束时间,$k\in P$
	s_k^d	航班环 k 的值勤期遍历第 d 天,$s_k^d=1$,否则 $s_k^d=0$, $k\in P$, $d\in T$
	Q_i^1	机长 i 的飞行资格, $i\in R_1$, $\mathrm{Q}_i^1=\mathrm{A,B,C}$
	Q_k^2	航班环 k 所需的最低飞行资格,$k\in P$, $\mathrm{Q}_k^2=\mathrm{A,B,C}$
	C_i^{R}	机长 i 备份的成本,$i\in R_1$
	C_j^{R}	副驾 j 备份的成本, $j\in R_2$
	N_d^m	第 d 天所需飞行资格为 m 的备份机长数量,$m=\mathrm{A,B,C}$
	N_d'	第 d 天所需的备份副驾数量
	$F_{\max}^d$	所有航班环在第 d 天产生的最长飞行时间,$d\in T$
	$D_{\max}^d$	所有航班环在第 d 天产生的最长值勤期,$d\in T$
变量	x_{ik}	若将等级为机长的飞行员 i 指派到航班环 k 则 $x_{ik}=1$,否则 $x_{ik}=0$,$i\in R_1$,$k\in P$
	y_{jk}	若将等级为副驾的飞行员 j 指派到航班环 k 则 $y_{jk}=1$,否则 $y_{jk}=0$,$j\in R_2$,$k\in P$
	u_{id}	若将等级为机长的飞行员 i 编入第 d 天备份机组,则 $u_{id}=1$,否则 $u_{id}=0$,$i\in R_1$,$d\in T$
	v_{jd}	若将等级为副驾的飞行员 j 编入第 d 天备份机组,则 $v_{jd}=1$,否则 $v_{jd}=0$,$j\in R_2$,$d\in T$
	r_{id}	若第 d 天是等级为机长的飞行员 i 的一个连续 48 h 休息期的开始日,则 $r_{id}=1$,否则 $r_{id}=0$,$i\in R_1$,$d\in T$
	η_{id}	若等级为机长的飞行员 i 在第 d 天有任意执勤任务,则 $\eta_{id}=1$,否则 $\eta_{id}=0$,$i\in R_1$,$d\in T$
	l_{jd}	若第 d 天是等级为副驾的飞行员 j 的一个连续 48 h 休息期的开始日,则 $l_{jd}=1$,否则 $l_{jd}=0$,$j\in R_2$,$d\in T$
	ζ_{jd}	若等级为副驾的飞行员 j 在第 d 天有任意执勤任务,$\zeta_{jd}=1$,否则 $\zeta_{jd}=0$,$j\in R_2$,$d\in T$

$$e_{k_1}+10\leqslant s_{k_2}+\mathrm{M}\left(2-s_{d_1}^{k_1}v_{jd_1}-y_{jk_1}-s_{d_2}^{k_2}v_{jd_2}-y_{jk_2}\right)\quad \forall j\in R_2;\ \forall k_1,k_2\in P;\ \forall s_{k_2}>e_{k_1};\ \forall s_{k_2}-10(h)\leqslant e_{k_1};\ \forall (d_1,k_1)\in\left\{(d_1,k_1)|s_{d_1}^{k_1}=1\right\},\forall (d_2,k_2)\in\left\{(d_2,k_2)|s_{d_2}^{k_2}=1\right\} \tag{18}$$

$$s_d^k x_{ik}+u_{id}\leqslant 1\quad \forall i\in R_1,\forall k\in P,\forall d\in T \tag{19}$$

$$s_d^k y_{jk}+v_{jd}\leqslant 1\quad \forall j\in R_2,\forall k\in P,\forall d\in T \tag{20}$$

$$\left(Q_i^1-Q_k^2\right)x_{ik}\geqslant 0\ \ \forall i\in R_1,\forall k\in P \tag{21}$$

$$\sum_{i\in R_1}u_{id}\geqslant N_d^{\mathrm{A}}\ \ \forall d\in T,\forall Q_i^1=\mathrm{A} \tag{22}$$

$$\sum_{i\in R_1}u_{id}\geqslant N_d^{\mathrm{A}}+N_d^{\mathrm{B}}\ \ \forall d\in T;\ \forall Q_i^1=\mathrm{A,B} \tag{23}$$

$$\sum_{i\in R_1}u_{id}\geqslant\sum_{m=\mathrm{A}}^{\mathrm{C}}N_d^m\quad \forall d\in T \tag{24}$$

$$\sum_{i\in R_1}u_{id}+\sum_{j\in R_2}v_{jd}\geqslant\sum_{m=\mathrm{A}}^{\mathrm{C}}N_d^m+N_d'\quad \forall d\in T \tag{25}$$

式(1)和式(2)使得飞行机组至少配备两名飞行员,且至少有 1 名机长;式(3)和式(4)使得飞行员在任意连续 7 天内的累计值勤期不得超过 60 h;式(5)和式(6)为飞行时间的约束,表示机长 i 和副驾 j 在 1 个月内的飞行时间及作为备份机组成员可能执行的任务的飞行时间之和不超过 100 h;式(7)和式(8)为值勤期的约束,1 个月内的值勤期之和不能超过 210 h;式(9)至式(16)使得飞行员在执勤前 144 h 内,至少有连续 48 h 的休息时间,式中,M 是一个非常大的正数;式(17)和式(18)使得飞行员在完成一次执勤后至少休息 10 h;式(19)和式(20)使得飞行员不能在周期内某一天被同时指派到某一飞行任务和备份任务;式(21)使得执行任务的机长的资格必须高于航班环所需的最低资格;式(22)至式(25)使得备份飞行员的数量应满足当日需求.

1.2.3 目标函数

为了节约航空公司人力成本,引入经济性目标,

表达式为

$$\min Z_1=\sum_{i\in R_1}\sum_{k\in P}C_i f_k x_{ik}+\sum_{j\in R_2}\sum_{k\in P}C_j f_k y_{jk}+\sum_{i\in R_1}\sum_{d\in T}C_i^{\mathrm{R}}u_{id}+\sum_{j\in R_2}\sum_{d\in T}C_j^{\mathrm{R}}v_{jd} \tag{26}$$

经济性目标使得飞行员的总排班成本最小化.

在实际的人员调度中,公平性也是重要的考虑因素.公平性目标使得各飞行员的实际值勤期尽可能接近.对于人员排班问题,许多学者将任务量的方差或者标准差最小化作为公平性目标[17-18].但方差或标准差最小化目标更注重整体的公平性,有时会忽略边缘个体,因此引入公平性更强的Min-Max目标[19],表达式为

$$\min Z_2=\max\mu \tag{27}$$

同时加入公平性约束确保每一位飞行员的值勤期与所有飞行员平均值勤期差值的绝对值不超过μ,公平性约束为

$$\left|\sum_{k\in P}x_{ik}d_k-\frac{2\sum_{k\in P}d_k}{|R_1|+|R_2|}\right|\leqslant\mu\quad\forall i\in R_1 \tag{28}$$

$$\left|\sum_{k\in P}y_{jk}d_k-\frac{2\sum_{k\in P}d_k}{|R_1|+|R_2|}\right|\leqslant\mu\quad\forall j\in R_2 \tag{29}$$

Min-Max目标使得飞行员值勤期与平均值勤期的最大差值最小化,能够有效保证所有飞行员的值勤期尽可能平衡.由于经济性目标和公平性目标的量纲不一致,采用epsilon约束法进行多目标优化[20],将μ的上界设置为ε,将其加入约束条件进行求解.

2　基于逻辑的Benders分解算法

求解考虑备份因素的飞行员排班问题面临的核心难点在于如何破解常规飞行任务与备份任务间的资源竞争问题.备份任务需提前占用飞行员有限的值勤期、飞行时间等资源,这与常规排班追求成本最小化的目标存在天然冲突.此外,备份状态作为法定的执勤,其前置休息、后置休息等约束,与飞行员的常规任务链深度交织,形成了高度复杂的约束网络,极大地增加了求解难度.因此,设计一种LBBD算法,将模型分为一个受限主问题和一个子问题去进行求解,通过迭代求解主问题和子问题去逼近原问题最优解[21].降低问题复杂度,在保证求解精确性的同时提高求解速度,主问题和子问题均通过Gurobi求解.其中主问题专注于航班环的指派,其核心优化目标是在一定公平性水平下使成本最小化.在这个阶段,模型可以暂时不考虑备份的所有复杂细节,只需确保航班环被飞行员合法执行.这使得主问题相对简化,可以高效地找到一个成本较低的排班方案.子问题的核心任务是检验主问题给出的排班方案,在此之上能否导出一个可行的备份计划,如果不能得到可行的备份计划,则添加可行割否决主问题给出的排班方案;如果能得到可行的备份计划,则添加最优割,引导主问题走向全局最优.

2.1　算法设计

2.1.1　主问题设计

主问题确定航班环的指派计划.约束条件包含式(1)至式(21)、式(28)至式(29)及求解子问题产生的割约束.主问题目标函数为

$$\min Z_3=\sum_{i\in R_1}\sum_{k\in P}C_i f_k x_{ik}+\sum_{j\in R_2}\sum_{k\in P}C_j f_k y_{jk}+\phi \tag{30}$$

式中:$\sum_{i\in R_1}\sum_{k\in P}C_i f_k x_{ik}+\sum_{j\in R_2}\sum_{k\in P}C_j f_k y_{jk}$为飞行员的小时费成本项;$\phi$为最优割约束中的变量,主问题模型为原问题的松弛模型,其目标函数值为原问题的下界.

2.1.2　子问题设计

子问题是在确定主问题的指派结果后,确定每日的备份飞行员.子问题约束条件包含式(3)至式(25),约束中的变量x_{ik}和y_{jk}代入主问题的解($\overline{x_{ik}}$,$\overline{y_{jk}}$).子问题目标函数为

$$\min Z_4=\sum_{i\in R_1}\sum_{d\in T}C_i^{\mathrm{R}}u_{id}+\sum_{j\in R_2}\sum_{d\in T}C_j^{\mathrm{R}}v_{jd} \tag{31}$$

子问题的目标函数值与主问题目标函数值中飞行员的小时费成本项之和构成了原问题的上界,在子问题求解完成后,若上下界没有达到设定的界差,则会向主问题返回割约束,引导主问题的解更优.

2.1.3　Benders切割

在子问题完成求解后,如果总体的指派方案不是一个满意的方案,那么在最优割约束的指引下,航班环将重新被分配,使得总体上的指派方案逐步优化,直至得到一个最优指派方案.最优割约束的形式为

$$\phi\geqslant \mathrm{obj}_{\mathrm{sub}}(\overline{x_{ik}},\overline{y_{jk}})-\sum_{(i,k)\in\{(i,k)|\overline{x_{ik}}=1\}}C^{\mathrm{sp}}_{\max,ik}(1-x_{ik})-\sum_{(j,k)\in\{(j,k)|\overline{y_{jk}}=1\}}C^{\mathrm{sp}}_{\max,jk}(1-y_{jk}) \tag{32}$$

式中:$\mathrm{obj}_{\mathrm{sub}}(\overline{x_{ik}},\overline{y_{jk}})$为基于主问题的解$(\overline{x_{ik}},\overline{y_{jk}})$下子问题的目标函数值;$C^{\mathrm{sp}}_{\max,ik}$和$C^{\mathrm{sp}}_{\max,jk}$表示在机长$i$或副驾$j$被指派到航班环$k$的情况下,如果取消$i$,$j$和$k$的配对,子问题的目标函数值至多减少$C^{\mathrm{sp}}_{\max,ik}$或$C^{\mathrm{sp}}_{\max,jk}$.$C^{\mathrm{sp}}_{\max,ik}$和$C^{\mathrm{sp}}_{\max,jk}$可以表示为

$$C^{\mathrm{sp}}_{\max,ik}=\max\left\{C^{\mathrm{R}}_{i'd}s^k_d\overline{u_{i'd}}-C^{\mathrm{R}}_{id}s^k_d\overline{x_{ik}}\right\}\ \forall d\in T,\forall(i,k)\in\left\{(i,k)|\overline{x_{ik}}=1\right\},\forall(i',d)\in\left\{(i',d)|\overline{u_{i'd}}=1\right\} \tag{33}$$

$$C^{\mathrm{sp}}_{\max,jk}=\max\left\{C^{\mathrm{R}}_{j'd}s^k_d\overline{v_{j'd}}-C^{\mathrm{R}}_{jd}s^k_d\overline{y_{jk}}\right\}\ \forall d\in T,\forall(j,k)\in\left\{(j,k)|\overline{y_{jk}}=1\right\},\forall(j',d)\in\left\{(j',d)|\overline{v_{j'd}}=1\right\} \tag{34}$$

式中,$(\overline{u_{i'd}},\overline{v_{j'd}})$是子问题的解.

基于主问题的解($\overline{x_{ik}}$, $\overline{y_{jk}}$),如果子问题无可行解,则向主问题添加可行割,切除主问题当前的解,可行割为

$$\sum_{(i,k)\in\left\{(i,k)|\overline{x_{ik}}=1\right\}}x_{ik}+\sum_{(j,k)\in\left\{(j,k)|\overline{y_{jk}}=0\right\}}y_{jk}+\sum_{(i,k)\in\left\{(i,k)|\overline{x_{ik}}=1\right\}}(1-x_{ik})+\sum_{(j,k)\in\left\{(j,k)|\overline{y_{jk}}=1\right\}}(1-y_{jk})\geqslant 1 \tag{35}$$

2.2 算法步骤

LBBD算法流程见图2,其中,UB表示上界,其数值等于子问题的目标函数值与主问题目标函数值中飞行员的小时费成本项之和;LB表示下界,LB的值为主问题目标函数值;Gap表示界差,Gap=(UB−LB)/UB×100%.

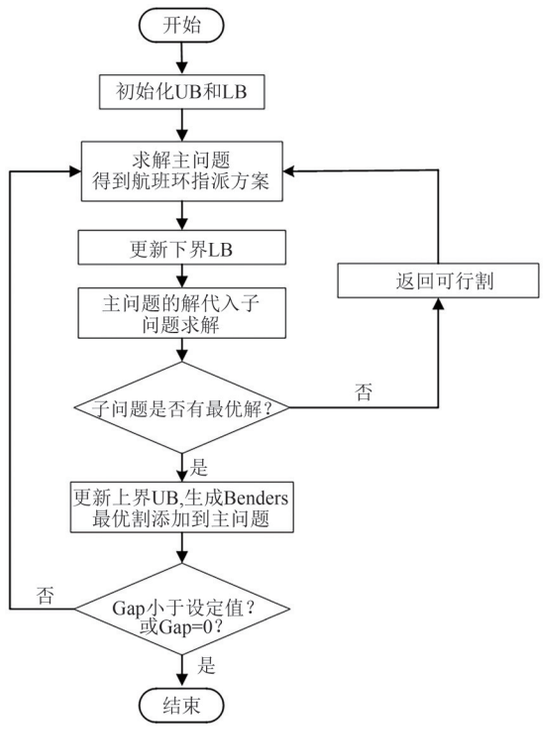


图2 逻辑Benders分解算法流程图

Fig.2 Flowchart of the logic-based benders decomposition algorithm

3 实例分析

3.1 数据说明

以国内某航空公司的数据为例进行仿真实验.由于无每日需求的备份飞行员数据及相关缺勤概率分布,在此以1%的平均缺勤率,基于二项分布的逆累积分布评估每日的备份飞行员的人数需求[12-13],以满足在99.9%的情景下,备份飞行员的人数是足够的,部分实验数据见表2和表3.

表2 部分飞行员数据

Tab.2 Partial pilot data

飞行员编号	小时费/(元/h)	备份成本/(元/次)	飞行资格
机长1	473	969	A
机长2	401	900	B
机长3	336	825	C
副驾1	262	562	—
副驾2	219	519	—

表3 部分航班环数据

Tab.3 Partial flight pairing data

航班环	开始时间	结束时间	值勤期/h	飞行时间/h	所需飞行资格
8127(XMN→PKX)→8150(PKX→HGH)→8596(HGH→XMN)	2019年8月1日 9:00:00	2019年8月1日 20:20:00	11.50	6.67	C
8427(XMN→KWE)→8428(KWE→XMN)	2019年8月1日 17:00:00	2019年8月1日 23:15:00	6.25	5.00	C
8397(XMN→SYX)→8394(SYX→PKX)→8106(PKX→XMN)	2019年8月31日 8:25:00	2019年8月31日 21:55:00	13.50	8.5	C
8359(XMN→NNG)→8354(NNG→HGH)→8289(HGH→XIY)→8290(XIY→HGH)→8353(HGH→NNG)→8360(NNG→XMN)	2019年8月30日 18:50:00	2019年9月1日 00:05:00	15.67	12.5	C

3.2 仿真计算

将所有数据分成10组算例,算例详情见表4.针对10组算例,运用设计的LBBD算法在Gurobi求解器上通过Callback函数求解,并与Gurobi直接求解MIP模型进行对比.实验在Intel(R) Core(TM) i5-9300H CPU,主频2.40 GHz,内存8 GB的计算机上进行,并设置相同的计算资源与终止条件以保证公平对比.

表 4　算例详情

Tab.4　Case details

编号	飞行员数量	周期/d	航班环数量	决策变量数量	约束条件数量
L1	60	10	92	7 258	15 762
L2	60	10	97	7 553	19 821
L3	60	11	104	8 143	19 171
L4	60	20	189	14 751	38 945
L5	60	21	201	15 636	42 944
L6	60	31	293	22 834	62 068
L7	73	31	357	32 924	105 128
L8	73	31	383	34 822	119 141
L9	73	31	390	35 333	118 801
L10	73	31	401	36 136	122 964

使用 epsilon 约束法进行多目标优化时需要预先设置 ε 的数值.由于在一个排班周期内,大部分飞行员个体的总值勤期与平均值勤期的差异通常控制在一定范围内,在此,依据航空公司实际调度经验,令 $\varepsilon = 20$ h,作为公平性底线.求解结果见表 5.

由表 5 可知,相比于 LBBD 求解,Gurobi 直接求解 MIP 模型在相同时间内的求解结果较差,并且随着算例规模的增大,Gurobi 在一定时间内甚至难以找到可行的排班方案,而 LBBD 算法能在短时间内就找到可行解.这得益于其“分解-协调”的求解机制.该算法将复杂的集成模型分解为主问题(航班环指派)和子问题(备份指派),通过迭代求解这两个相对简单的问题,并利用割约束引导搜索方向,避免了直接求解大规模原问题所面临的组合爆炸问题.

如果子问题无可行解,表示在当前主问题的指派方案下,子问题求得的备份方案不可行,即该方案存在中断的风险,此时式(35)作为可行割将切除主问题的解.在算法迭代过程中,产生了多少数量的可行割,则说明 LBBD 子问题否决了多少数量的有中断风险的指派方案.10 组算例迭代过程中可行割产生的频率见图 3.

由图 3 可知,随着算例规模的增大,可行割的产生频率总体呈上升趋势.这表明,对于周期更长、任务更多的排班问题,若仅在常规排班确定后再进行备份指派,则更容易生成存在中断风险的排班方案.所提出的模型通过在排班阶段一体化考虑备份策略的影响,并利用 LBBD 生成可行割,有效排除了有中断风险的指派方案,从而最终获得兼具鲁棒性与可行性的排班结果,既能保证备份飞行员的可用性,又不会影响其后续任务的执行.

3.3　Min-Max 目标与公平性分析

通过 Gurobi 对 Min-Max 目标模型进行兼顾公平性与经济性的多目标优化,再令 Min-Max 目标与值勤期标准差最小化目标的经济成本相近,对算例 L1 进行优化.表 6 对比了算例 L1 中不同优化目标下的排班结果.

表 5　LBBD 算法与 MIP 模型对比

Tab.5　Comparison of LBBD algorithm and MIP model

编号	求解时间/s	Gap/%		目标函数值	
		LBBD	MIP	LBBD	MIP
L1	10	0	1.42	463 322.16	469 986.08
L2	60	0.04	3.46	505 463.49	518 964.08
	99	0.00	2.32	505 463.49	512 939.25
L3	60	0.05	1.49	537 322.51	543 046.57
	117	0.00	0.66	537 322.51	538 491.85
L4	60	0.31	39.7	989 423.99	1 630 917.16
	120	0.18	36.1	988 520.49	1 540 592.00
	300	0.11	6.29	988 066.08	1 049 790.75
L5	60	0.20	—	1 058 672.86	—
	120	0.13	2.31	1 057 931.58	1 080 549.22
	247	0	0.56	1 057 596.03	1 061 588.59
L6	60	3.51	—	1 598 055.45	—
	120	0.23	—	1 551 367.44	—
	300	0.23	1.74	1 551 367.44	1 574 858.15
	600	0.19	0.93	1 550 712.29	1 562 006.75
L7	120	2.51	—	1 909 726.91	—
	300	0.49	0.57	1 873 811.55	1 874 648.80
	600	0.20	0.42	1 868 527.52	1 871 927.97
	1 200	0.14	0.28	1 867 560.81	1 869 239.87
L8	120	4.80	—	2 029 266.24	—
	300	1.29	—	2 026 519.15	—
	600	0.24	—	2 021 999.99	—
	1 200	0.11	—	2 021 088.02	—
L9	120	4.39	4.80	2 123 344.81	2 154 875.31
	300	2.11	1.79	2 091 444.30	2 088 742.89
	600	0.55	1.05	2 060 861.72	2 073 175.93
	1 200	0.08	0.68	2 055 580.54	2 065 405.35
L10	120	1.10	—	2 130 044.09	—
	300	0.89	—	2 127 683.66	—
	600	0.16	—	2 112 942.07	—
	1 200	0.09	—	2 111 570.20	—

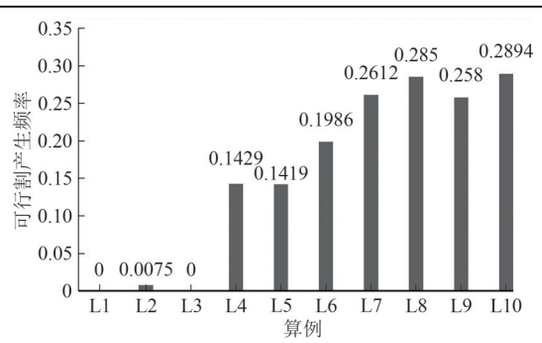


图 3　各算例可行割产生的频率

Fig.3　Frequency of feasibility cuts across different cases

表 6 不同方案下的对比结果

Tab.6 Comparative results under different schemes

公平性目标	经济成本/元	值勤期标准差/h	最大值勤期偏差/h
不考虑公平性	432 561.75	44.93	85.00
Min-Max 目标	468 345.17	16.22	19.28
值勤期标准差最小化目标	468 834.16	12.26	28.00

由表 6 可知：与不考虑公平性的方案相比，Min-Max 目标和值勤期标准差最小化目标的方案在经济成本增加 8.27% 和 8.38% 的情况下，值勤期标准差分别降低了 63.89% 和 72.71%；虽然值勤期标准差最小化目标在整体均衡性上略优于 Min-Max 目标，但 Min-Max 目标使得最大值勤期偏差降低了 77.32%，而值勤期标准差最小化目标使得最大值勤期偏差降低了 67.05%；Min-Max 目标通过直接限制个体值勤期与平均值的最大偏离 μ，有效杜绝了个别飞行员工作量过大或过小的极端情况，使个体的公平性更均衡.

通过 epsilon 约束，决策者可以通过调整 ε 的值控制成本与公平性之间的关系. 在此，针对算例 L6，设置 $\varepsilon\in[2.81, 84.11]$，得到图 4 所示的帕累托前沿. 其中 ε 的下界 2.18 是 μ 的近似最优解，ε 的上界 84.14 是近似最优成本对应的 μ 的近似最优解.

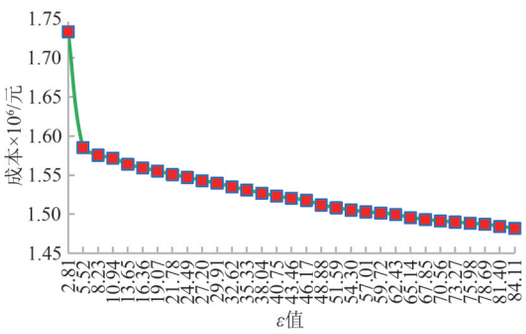


图 4 帕累托前沿

Fig.4 Pareto frontier

由图 4 可知：当 $\varepsilon\in[2.81, 5.52]$ 时，曲线呈现陡峭下降趋势，此时模型受限于严苛的公平性约束，成本处于高位，一旦适度放宽公平约束，成本能实现快速且大幅度的优化；当 $\varepsilon\in(5.52, 84.11]$ 时，曲线趋于平缓，公平性对成本的影响显著减弱. 此时继续通过牺牲公平性来换取成本降低的边际效益较低，优化潜力趋于饱和；决策者能够基于帕累托前沿找到一个兼顾公平性与成本的排班方案.

4 结论

1）相较于在常规飞行员排班方案的基础上进行备份飞行员的指派，考虑备份因素的飞行员排班模型能够排除有中断风险的排班方案，增强了飞行员的排班表的稳定性.

2）相较于 Gurobi 直接求解 MIP 模型，基于逻辑的 Benders 分解算法可以在一定时间内求得更优的排班方案，并且随着算例规模的增大，Gurobi 在一定时间内甚至难以找到可行的排班方案，而基于逻辑的 Benders 分解算法能在短时间内就找到可行解.

3）相较于值勤期标准差最小化目标，Min-Max 目标使得最大值勤期偏差降低了 31.14%，有效提升了排班方案的公平性底线.

4）通过调整 ε 的数值，可以得到帕累托前沿，决策者能够根据实际运行需求找到一个兼顾公平性与成本的排班方案.

研究成果所提供的指派方案，只得到每日可用的备份飞行员，未考虑备份飞行员的具体值班时刻，在后续的研究中可以考虑航班延误传播因素设置备份飞行员的具体值班时间，制定出更加全面的飞行员排班计划.

参考文献(References)：

[1] 孙瑞山，王平. 基于结构方程模型的飞行员疲劳影响因素研究[J]. 安全与环境学报，2022，22(6)：3252－3258.
SUN Ruishan，WANG Ping. Research on the factors influencing pilot fatigue based on structural equation modeling[J]. Journal of Safety and Environment，2022，22(6)：3252－3258.(in Chinese)

[2] DENG B. An improved honey badger algorithm by genetic algorithm and levy flight distribution for solving airline crew rostering problem[J]. IEEE Access，2022，10：108075－108088.

[3] MIRJAFARI M，KOMIJAN A R，SHOJA A. An integrated model of aircraft routing and crew rostering problems to develop fair schedule for the crew under COVID-19 condition[J]. International Journal of Sustainable Aviation，2022，8(2)：162.

[4] DOI T，NISHI T，VOß S. Two-level decomposition-based matheuristic for airline crew rostering problems with fair working time[J]. European Journal of Operational Research，2018，267(2)：428－438.

[5] CHUTIMA P，ARAYIKANON K. Many-objective low-cost airline cockpit crew rostering optimisation[J]. Computers & Industrial Engineering，2020，150：106844.

[6] ZHANG Z Z，ZHOU M C，WANG J H. Construction-based optimization approaches to airline crew rostering problem[J]. IEEE Transactions on Automation Science

and Engineering, 2020, 17(3): 1399－1409.

[7] QUESNEL F, DESAULNIERS G, SOUMIS F. Improving air crew rostering by considering crew preferences in the crew pairing problem[J]. Transportation Science, 2019, 54(1): 97－114.

[8] DE ARMAS J, CADARSO L, JUAN A A, et al. A multi-start randomized heuristic for real-life crew rostering problems in airlines with work-balancing goals[J]. Annals of Operations Research, 2017, 258(2): 825－848.

[9] 谭娜, 李耀华. 基于改进遗传算法的机组指派优化方法研究[J]. 控制工程, 2015, 22(4): 674－678.
TAN Na, LI Yaohua. Study on aircrew assigning optimization based on improved genetic algorithm[J]. Control Engineering of China, 2015, 22(4): 674－678. (in Chinese)

[10] ZHOU S Z, ZHAN Z H, CHEN Z G, et al. A multi-objective ant colony system algorithm for airline crew rostering problem with fairness and satisfaction [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021, 22(11): 6784－6798.

[11] 董宇楠, 梁光胜, 王悦. 通航机组指派模型与算法的研究[J]. 计算机应用研究, 2020, 37(增2): 188－189.
DONG Yunan, LIANG Guangsheng, WANG Yue. Research on assignment model and algorithm of navigation unit[J]. Application Research of Computers, 2020, 37(S2): 188－189. (in Chinese)

[12] BAYLISS C, DE MAERE G, ATKIN J A D, et al. A simulation scenario based mixed integer programming approach to airline reserve crew scheduling under uncertainty[J]. Annals of Operations Research, 2017, 252(2): 335－363.

[13] BAYLISS C, DE MAERE G, ATKIN J A D, et al. Scheduling airline reserve crew using a probabilistic crew absence and recovery model[J]. Journal of the Operational Research Society, 2020, 71(4): 543－565.

[14] SCHROTENBOER A H, WENNEKER R, URSAVAS E, et al. Reliable reserve-crew scheduling for airlines[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2023, 178: 103283.

[15] STOJKOVIĆ M, SOUMIS F, DESROSIERS J. The operational airline crew scheduling problem[J]. Transportation Science, 1998, 32(3): 232－245.

[16] 中华人民共和国交通运输部. 大型飞机公共航空运输承运人运行合格审定规则[EB/OL]. (2024-04-13)[2026-05-27]. https://xxgk.mot.gov.cn/2020/gz/202404/t20240416_4128400.html.
Ministry of Transport of the People's Republic of China. Rules for certification of air carriers operating large aircraft in public air transport[EB/OL]. (2024-04-13)[2026-05-27]. https://xxgk.mot.gov.cn/2020/gz/202404/t20240416_4128400.html. (in Chinese)

[17] 薛锋, 肖恩, 杨颖, 等. 基于多旅行商问题建模的地铁乘务排班计划优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2025, 25(2): 261－272.
XUE Feng, XIAO En, YANG Ying, et al. Optimization of metro crew scheduling plans based on traveling salesman problem modeling[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2025, 25(2): 261－272. (in Chinese)

[18] 王莉莉, 马也. 基于扇区开合的管制员排班优化[J]. 科学技术与工程, 2024, 24(4): 1707－1714.
WANG Lili, MA Ye. Optimization of controller scheduling based on sector opening and closing[J]. Science Technology and Engineering, 2024, 24(4): 1707－1714. (in Chinese)

[19] 张宝成, 胡威, 刘婉纯. 考虑航空公司偏好的协同航路分配优化方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2024, 24(4): 243－252.
ZHANG Baocheng, HU Wei, LIU Wanchun. Optimization method for collaborative route allocation considering airline preferences[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2024, 24(4): 243－252. (in Chinese)

[20] 周倩,吴加洋,周宇航. 融合Epsilon约束与模糊数学规划的多目标粒子群选址优化算法[J]. 数据采集与处理, 2026,41(1):132－146.
Zhou Qian, WU Jiayang, ZHOU Yuhang. Multi-objective particle swarm algorithm for location selection optimization integrating epsilon constraint and fuzzy mathematical programming[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2026,41(1):132－146. (in Chinese)

[21] 王征, 张睿珊, 卢遥. 移动货架仓库拣货任务执行中的货架位置优化方法[J]. 工业工程与管理, 2024, 29(6): 217－226.
WANG Zheng, ZHANG Ruishan, LU Yao. Rack location optimization method in mobile-rack warehouse picking task execution[J]. Industrial Engineering and Management, 2024, 29(6): 217－226. (in Chinese)