

文章编号: 1003-1421(2026)09-0047-12

引用格式: 熊泽麒, 景云, 范家乐. 高铁快运货物分配与无人机取件协同优化研究[J]. 铁路运输与经济, 2026, 48(9): 47-58.

XIONG Zeqi, JING Yun, FAN Jiale. Collaborative Optimization of High Speed Railway Express Cargo Allocation and Drone Pickup[J]. Railway Transport and Economy, 2026, 48(9): 47-58.

高铁快运货物分配与无人机取件协同优化研究

熊泽麒¹, 景云^{1, 2}, 范家乐¹

(1. 北京交通大学 交通运输学院, 北京 100044; 2. 北京交通大学 智慧高铁系统前沿科学中心, 北京 100044)

摘要: 聚焦无人机取件辅助高铁快运的低空高铁联运模式, 研究“最初一公里”货物分配与无人机路径协同优化方法, 以提升整体物流时效。构建双层规划模型: 上层为快递与高速铁路列车的动态指派问题, 以最小化快递装车等待时间为目标, 调用 Gurobi 求解器求解; 下层为带时间窗和容量约束的无人机路径优化问题, 以最小化无人机飞行时间为目标, 应用列生成算法与标号法精确求解。通过传递时间窗与添加不可行性割实现上下层模型的迭代协同优化。基于北京南站 75 趟开行列车与模拟的 257 件快递的算例显示: 每小时运输一批快递时, 快递平均装车等待时间约 34 min, 无人机每架次飞行时间约 18 min, 量化了无人机取件效率; 当列车时段容量由 5 提至 10 单位, 总等待时间缩短 14.3%, 无人机架次仅增 1 次, 验证了模型在时效与资源间的平衡能力。多情景对比与算法验证表明, 本研究结果可为高铁快运“最初一公里”的协同运营提供有力支撑。

关键词: 高铁快运; 低空经济; 路径优化; 最初一公里; 列生成算法

中图分类号: U15; U29 **文献标识码:** A **DOI:** 10.16668/j.cnki.issn.1003-1421.20251105004

Collaborative Optimization of High Speed Railway Express Cargo Allocation and Drone Pickup

XIONG Zeqi¹, JING Yun^{1, 2}, FAN Jiale¹

(1. School of Traffic and Transportation, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. Frontiers Science Center for Smart High-Speed Railway Systems, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Focusing on the integrated low-altitude and high speed railway (HSR) transport mode in which drone pickup assists HSR express, this paper investigated a collaborative optimization method for “first-mile” cargo allocation and drone routing to improve overall logistics timeliness. A bi-level programming model was constructed. The upper-level model addressed the dynamic assignment problem of express parcels to HSR trains, with the objective of minimizing the waiting time for parcel loading. The Gurobi solver was called to solve this problem. The lower-level model was formulated as a drone routing problem with time windows and capacity constraints. With the objective of minimizing the total drone flight time, a column generation algorithm combined with a labeling method was applied to obtain an exact solution. Iterative collaborative optimization between the upper-and lower-level models was achieved by transferring time windows and adding

收稿日期: 2025-11-05

通信作者: 景云(1981—), 男, 陕西宝鸡人, 北京交通大学交通运输学院教授。

基金项目: 国家自然科学基金联合基金项目(U2368212); 中国铁路北京局集团有限公司自然科学基金横向项目(2025BK01)

infeasibility cuts. A case study based on 75 departing trains from Beijing South Railway Station and 257 simulated express parcels shows that when parcels are transported in hourly batches, the average waiting time for parcel loading is approximately 34 minutes, and the average flight time per drone sortie is approximately 18 minutes, quantifying the efficiency of drone pickup. When train capacity per time slot increases from 5 to 10 units, total waiting time is reduced by 14.3% with only one additional drone flight, demonstrating the model's effectiveness in balancing timeliness and resource utilization. Multi-scenario comparisons and algorithm verification underline the value of this study in supporting the collaborative operation of the "first mile" in HSR express.

Keywords: High Speed Railway Express; Low-Altitude Economy; Route Optimization; First Mile; Column Generation Algorithm

0 引言

随着无人机技术的快速发展,低空物流正成为高铁快运的有益补充。2024年12月,运送血液的无人机从浙江省血液中心起飞,降落于杭州东站,物资随即搭乘G7449次列车,在2 h内运输至台州市,实现了“低空+高铁”跨城联运。作为一种低空经济在铁路场景下的新兴应用,这类“低空+铁路”联运服务通过优化物流流程实现了降本增效,能够有效降低运输链的碳排放^[1]。

相比传统快递模式,高铁快运具有快速、安全、低成本、准时等优势,拓展当日达等高端快递产品能显著提升其核心竞争力^[2]。现有的高铁快运跨城当日达产品,通常采用公路运输将客户与高铁站连接,即城市内部的取送件服务由专属物流车辆或众包快递^[3]来承担,时效性受地面交通影响。Zhen等^[4]将高铁快运的关键决策提取为运输资源安排和货运流量分配问题,运输资源安排指合理安排高速铁路货运方式,货运流量分配聚焦于分配不同交付时间及OD对的货流,以高铁快运利润最大化为目标,构建两阶段随机整数线性规划模型;Wang等^[3]以高铁快运联合众包配送实现城际快递门到门运输为背景,即快递员负责“最初一公里”取件和“最后一公里”配送,建立综合数学模型联合优化铁路货运分配与公路众包路径;高如虎等^[5]将全天分成多个阶段,针对制定新阶段计划时滞留及到达车站的快运箱,以是否增开高速铁路货运专列为切入点,研究配装方案及货运专列时刻表优化;徐光明等^[6]构建载客动车组客货共运模式下的两阶段随机规划模型,第一阶段确定列车运输能力分配计划,第二阶段确定随机需求下高铁快递装运方案。

以无人机配送为核心的低空物流,通过避开地

面交通、优化配送路线等方式,重塑短途货物运输模式,在近几年成为研究热点。Garg等^[7]指出无人机“最后一公里”配送较传统配送更高效、更经济、更具有环境可持续性。Macrina等^[8]将无人机配送路径问题分为带无人机的旅行商问题(TSP-D)、带无人机的车辆路径问题(VRP-D)、无人机配送问题(DDP)以及带无人机的载运车辆问题(CVP-D),前两类问题由货车或无人机进行交付,后2类只使用无人机交付。Pina-Pardo等^[9]研究了无人机再补给的动态旅行商问题,该问题基于单辆货车动态路径,实时接收从仓库派出的无人机补给新订单。Deng等^[10]和Wang等^[11]研究货车无人机协同配送的车辆路径问题,前者关注配送行程时间的不确定性,为客户节点设置访问时间窗,以最小化服务延迟为目标;后者提出客户随机需求只在实际访问时才确定,引入货车和无人机同步补货策略,开发混合启发式算法。钟导峰等^[12]针对中长距离应急投送需求,融合公路、铁路与无人机运力,构建“火车-卡车-无人机”协同运输机制,设计K-means聚类-变邻域模拟退火两阶段路径优化框架。

与无人机“最后一公里”配送问题的研究热度相比,无人机“最初一公里”取件问题则鲜有人关注。Gómez-Lagos等^[13]定义了考虑取件与配送的无人机路径问题(PDDRP),采用3种建模形式建立不同的混合整数规划模型,设计使用CPLEX精确算法与启发式算法求解。Giménez-Palacios等^[14]指出在物流过程中,最初一公里取货,即将货物从零售商运送到仓库或配送中心,仍然效率低下。

高铁快运主要有利用载客动车组大件行李处、座椅后空间、快递柜的捎带运输模式,动车组预留货运车厢模式,高速铁路确认车模式及高速铁路货运专列模式。重点研究其中适用于小批量、高时效

快递的载客动车组捎带模式。该模式下货物的主干运输依赖于按时刻表开行的高速铁路列车,“最初一公里”的取件效率直接影响货物能搭乘的高速铁路车次。考虑高速铁路运行频次,取件延误几分钟可能错过列车,造成1 h等待,而配送延误则无此放大效应。因此,“最初一公里”取件在时效性指标上的重要程度高于“最后一公里”配送。

既有研究多聚焦于无人机“最后一公里”配送,对其在高铁快运“最初一公里”取件中的应用关注不足。本研究将无人机“最初一公里”取件服务引入高铁快运,构建无人机取件辅助高铁快运的低空高铁联运模式,研究无人机将小件快递货物从服务节点取至高铁站的过程中,考虑列车装载容量的货物分配问题与带高速铁路时刻表约束的无人机路径问题。构建双层规划模型,上层货物分配问题建模为整数规划,使用Gurobi求解器求解;下层为带有容量限制、时间窗限制的车辆路径问题(CVRPTW),建模为混合整数规划,使用Dantzig-Wolfe分解及列生成算法等方法精确求解;上下层通过传递时间窗与反馈不可行性割实现协同优化。基于北京南站高速铁路时刻表,使用模拟算例验证模型可行性。主要创新点如下。①研究视角上,聚焦“最初一公里”取件与高速铁路时刻表的强耦合关系;②建模方法上,构建基于时间窗动态传递的双层规划模型,实现货物分配与路径优化的协同决策;③算法设计上,融合列生成与标号法,实现对下层复杂约束路径问题的精确求解。

1 问题描述

考虑采用无人机取件辅助高铁快运的低空高铁联运模式。以高铁站为中心,在无人机服务的区域内分布若干个取件节点 $i \in V$,每个节点 i 均有一组不同目的地的货物即快递 P_i ,组织多架有容量限制的无人机 $d \in D$,将快递取至高铁站,采取载客动车组捎带形式,通过高铁列车 $h \in H$ 运输至相应目的地,中途不进行中转。

将上述模式拆分为2部分问题。问题一为如何为快递分配高铁列车,节点 i 的每个快递 $p \in P_i$ 用 $p = \{t_p^{arr}, w_p, f_p^{des}\}$ 来表征, t_p^{arr} 表示快递 p 的到达时刻, w_p 表示占用的容量, f_p^{des} 表示目的地。同样的,每

趟列车 $h \in H$ 用 $h = \{t_h^{dep}, c_{train}, f_h^{des}\}$ 来表征, t_h^{dep} 表示列车 h 的出发时刻, c_{train} 表示货运容量, f_h^{des} 表示目的地。若将快递 p 分配给列车 h ,需要满足列车的出发时刻晚于快递的到达时刻、列车的剩余容量足够装载快递以及快递的目的地包含于列车的经停站及终到站,即时间、容量与目的地3项条件。问题二为如何为无人机安排取件路径,每条路径从高铁车站出发,访问若干取件节点后返回车站。每个节点 i 有总占用容量为 w_i 的快递待取,且可访问的时间窗为 $[t_i^{earliest}, t_i^{latest}]$ 。同时为避免无人机航线干扰,限制每个取件节点只能被无人机访问一次,可归结为带有容量限制、时间窗限制的车辆路径问题。

这2部分问题通过节点时间窗耦合在一起。快递的到达时刻直接确定节点 i 的最早访问时间 $t_i^{earliest}$,快递所分配列车的出发时刻间接确定最晚访问时间 t_i^{latest} 。当节点的时间窗过于紧迫,将导致无人机无可行路径,需要调整紧迫节点的快递分配方案,无人机取件路径调整示意图如图1所示。图1a红色包裹分配到了临近发车的列车,节点时间窗紧迫无法访问,图1b将该包裹调整分配至更晚出发的列车,使得路径3可以在该节点时间窗内成功取件。

2 双层规划

上层模型基于快递的可分配列车集合,以最小化快递装车等待时间为目标,将快递分配至集合中的某一趟列车;确定分配方案后,下层节点 i 的最晚访问时间由该节点快递被分配列车的出发时间决定。下层模型基于快递分配方案,以最小化无人机取件飞行时间为目标,生成无人机取件路径,需满足访问节点的时间窗约束及载货容量约束;若下层问题无可行解,则生成一条不可行性割(Infeasibility cut),通过快递 p 禁止分配的高铁列车集合 H_p^{for} 记录,在上层模型中更新约束,以剔除当前导致冲突的快递分配方案。

2.1 符号定义与模型假设

符号定义如表1所示。

为方便建模,提出以下假设。

(1) 每个取件节点的快递一次性取完,即有 $w_i \leq c_{drone}$ 。该假设基于高铁快运“小批量、高效”的场景,单节点单次订单聚集量通常有限。在实际

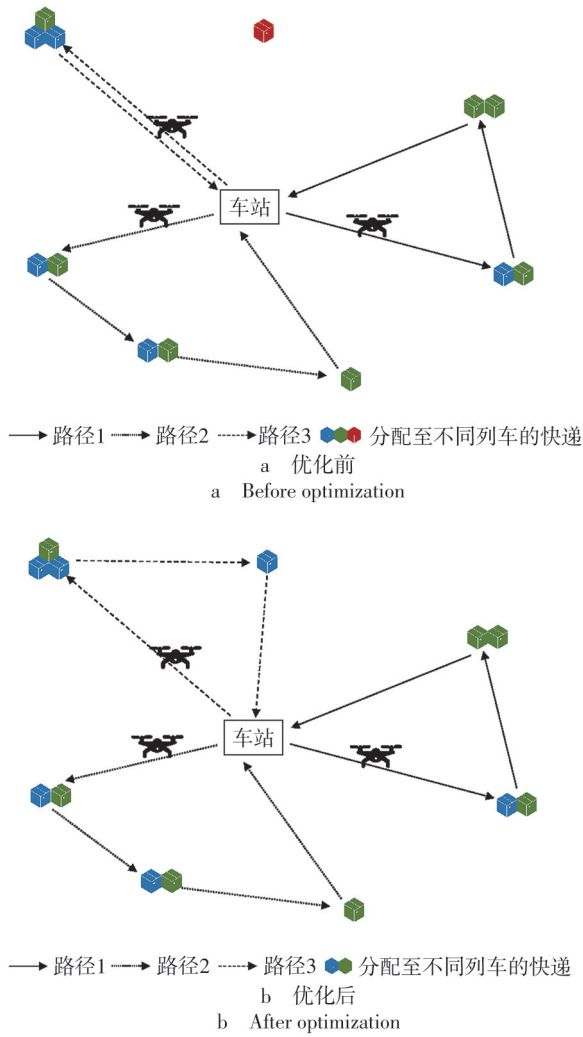


图1 无人机取件路径调整示意图

Fig.1 Schematic diagram of drone pickup route adjustment

运营中,若某节点货量超出单机容量,可将其视为多个位于同一坐标的虚拟子节点,每个子节点货量不超过无人机容量。

(2) 对于位置确定的2个节点 i, j ,无人机飞行时间 τ_{ij} 恒定,不受载货量、天气的影响。该假设基于本研究聚焦于高铁-无人机协同调度机制而非飞行动力学本身,在轻载运输与良好天气的典型场景下,飞行时间主要取决于固定航距与巡航速度,波动范围有限。

(3) 列车的货运容量相同,无人机的载货容量相同。

(4) 将全天运营时间划分为若干个离散的规划时段(如每小时一段)。假设每个时段内产生的所有快递订单在该时段起始时刻 T 统一到达,并即刻进

表1 符号定义
Tab.1 Symbol definitions

类型	符号	定义
集合	V	节点集合, $V = V' \cup \{0, n+1\}$, V' 为 n 个取件节点集合, 顶点0和 $n+1$ 分别表示路径起点与终点(均为高速铁路车站)
	A	弧集, $A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$
	P	快递订单集合, $p \in P$
	P_i	节点 i 的快递订单集合, $P_i \subseteq P$
	H	高铁列车集合, $h \in H$
	H_p	快递 p 可分配的高铁列车集合, $H_p \subseteq H$
	H_p^{for}	快递 p 禁止分配的高铁列车集合, $H_p^{for} \subseteq H$
	D	无人机集合, $d \in D$, $ D $ 表示无人机数量
	R	无人机可行路径集合, $r \in R$
参数	T	时段起始时刻
	t_p^{arr}	快递 p 的到达时刻
	w_p	快递 p 占用的容量
	f_p^{des}	快递 p 的目的地
	w_i	节点 i 快递占用的总容量
	t_h^{dep}	列车 h 的出发时刻
	c_{train}	列车的时段内货运容量
	f_h^{des}	列车 h 的目的地
	c_{drone}	无人机的载货容量
	τ_{ph}	快递 p 从到达节点至装载上列车 h 的装车等待时间, min
	τ_{ij}	无人机从节点 i 到 j 的飞行时间, min
	s_i	节点 i 的服务时间, min
	τ_{max}	无人机单次任务最长工作时间, 包含节点服务时间, min
	τ_r	路径 r 的无人机飞行时间, min
	a_{ri}	0-1 参数, 路径 r 访问节点 i 为1, 否则为0
	b_{rij}	0-1 参数, 路径 r 访问弧 (i, j) 为1, 否则为0
	x_{ph}	0-1 变量, 快递 p 分配至车次 h 为1, 否则为0
	λ_r	0-1 变量, 在最优解中使用路径 r 为1, 否则为0
	y_{ij}	0-1 变量, 无人机访问弧 (i, j) 为1, 否则为0
	t_i	无人机访问节点 i 的时刻
	z_i	无人机访问节点 i 时剩余的载货容量
中间变量	t_i^{latest}	节点 i 的最晚访问时刻
	ρ_i	节点 i 的时间紧迫度

行该批次的货物分配与无人机路径优化。此假设对应于实际运营中按周期(如每小时)集结订单、集中调度的模式。

2.2 上层模型

确定快递 p 可分配的列车集合, 定义满足目的地一致与时间限制的备选集 H_p 。

$$H_p = \{h \in H | f_h^{des} = f_p^{des}, t_h^{dep} > t_p^{arr}\} \quad (1)$$

将快递分配问题建模为整数规划模型。

$$\min \sum_{p \in P} \sum_{h \in H} \tau_{ph} x_{ph} \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{h \in H_p} x_{ph} = 1 \quad \forall p \in P \quad (3)$$

$$\sum_{h \in H_p^{\text{for}}} x_{ph} \leq 0 \quad \forall p \in P \quad (4)$$

$$\sum_{p \in P} w_p x_{ph} \leq c_{\text{train}} \quad \forall h \in H \quad (5)$$

$$x_{ph} \in \{0, 1\} \quad \forall p \in P, \forall h \in H \quad (6)$$

目标函数(2)为最小化快递装车等待时间；约束(3)确保快递分配到唯一的列车；约束(4)为下层路径问题反馈的不可行性割，禁止快递分配到限制列车；约束(5)表示列车载货量不超过其货运容量；约束(6)定义了变量的取值范围。为最小化等待时间，模型优先将快递分配至备选集中发车最早的车次。

2.3 下层模型

2.3.1 主问题

参考文献[15]，应用 Dantzig-Wolfe 分解方法将无人机路径问题构建为混合整数规划模型，定义主问题如下。

$$\min \sum_{r \in R} \tau_r \lambda_r \quad (7)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{r \in R} a_{ri} \lambda_r = 1 \quad \forall i \in V' \quad (8)$$

$$\sum_{r \in R} \lambda_r \leq |D| \quad (9)$$

$$\lambda_r \in \{0, 1\} \quad \forall r \in R \quad (10)$$

目标函数(7)为最小化路径无人机飞行时间；约束(8)确保每个取件节点仅被一架无人机访问；约束(9)限制最多使用 $|D|$ 架无人机；约束(10)定义了决策变量的取值范围。

2.3.2 定价子问题

由于无人机相同，定价子问题即为寻找一架无人机的访问节点集和访问路线，并最小化相应路径的检验数。该检验数来源于 Dantzig-Wolfe 分解中对偶理论的应用。令 π_i 和 σ 分别为约束(8)和(9)对应的对偶变量，则路径变量 λ_r 的检验数 $\bar{\tau}_r$ 可表示如下。

$$\bar{\tau}_r = \tau_r - \sum_{i \in V'} a_{ri} \pi_i - \sigma = \sum_{(i, j) \in A} \tau_{ij} b_{rij} - \sum_{i \in V'} a_{ri} \pi_i - \sigma = \sum_{(i, j) \in A} \bar{\tau}_{ij} b_{rij} \quad (11)$$

若检验数 $\bar{\tau}_r < 0$ ，表明将该路径加入主问题有利

于降低其目标函数值；引入 b_{rij} 将路径检验数转化为计算弧 (i, j) 的修正时间成本 $\bar{\tau}_{ij} = \tau_{ij} - \frac{\theta_i}{2} - \frac{\theta_j}{2}$ ，其中

$$\theta_k = \begin{cases} \pi_k & k \in V' \\ \sigma & k \in \{0, n+1\} \end{cases} \quad (12)$$

式(11)推导过程：若路径 r 访问了节点 i ，即 $a_{ri} = 1$ ，则存在 $b_{rij} = b_{rli} = 1$ ，其中 $j \in V' \cup \{n+1\}$ ， $l \in V' \cup \{0\}$ ，表示节点 i 分别作为起点、终点的弧被路径 r 访问；根据式(12)，存在 $\bar{\tau}_{ij} = \tau_{ij} - \frac{\pi_i}{2} - \frac{\pi_j}{2}$ ， $\bar{\tau}_{li} = \tau_{li} - \frac{\pi_l}{2} - \frac{\pi_i}{2}$ ，相加得到式(11)中的 $-\pi_i$ ；注意到每条路径均经过节点 0 和 $n+1$ ，因此存在 2 个 $-\frac{\sigma}{2}$ ，相加得到式(11)中的 $-\sigma$ 。引入修正时间成本利于描述定价子问题，通过对偶变量直观反映访问节点的“价值”，从而生成有效路径。

引入 y_{ij} 表示无人机是否访问了弧 (i, j) ，则定价子问题可定义如下。

$$\min \sum_{(i, j) \in A} \bar{\tau}_{ij} y_{ij} \quad (13)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in V' \cup \{0\}} y_{ji} = \sum_{j \in V' \cup \{n+1\}} y_{ij} \leq 1 \quad \forall i \in V' \quad (14)$$

$$t_i + \tau_{ij} + s_i \leq t_j + (t_i^{\text{latest}} + \tau_{ij} + s_i)(1 - y_{ij}) \quad \forall (i, j) \in A \quad (15)$$

$$t_0 \sum_{j \in V' \cup \{0\}} y_{ji} \leq t_i \leq t_i^{\text{latest}} \sum_{j \in V' \cup \{n+1\}} y_{ij} \quad \forall i \in V' \quad (16)$$

$$t_{n+1} \leq t_0 + \tau_{\text{max}} - s_{n+1} \quad (17)$$

$$z_j + w_i \leq z_i + (z_0 + w_i)(1 - y_{ij}) \quad \forall (i, j) \in A \quad (18)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (19)$$

$$t_i \geq 0, 0 \leq z_i \leq c_{\text{drone}} \quad \forall i \in V \quad (20)$$

目标函数(13)表示最小化路径时间成本；约束(14)为流量平衡约束，确保无人机进入取件节点 i 的次数与离开次数相等，且不超过一次；约束(15)定义了无人机访问节点的時刻；约束(16)确保满足节点的时间窗约束，其中起点处 t_0 为阶段开始時刻 T ；约束(17)限制无人机的工作时间不超过 τ_{max} ；约束(18)定义了无人机访问节点时剩余的载货容量，其中起点处 z_0 为无人机的最大载货量 c_{drone} ；约束(19)和(20)定义了决策变量的取值范围。

2.3.3 动态时间窗

上层模型求解将快递分配至可行车次，得到

x_{ph}^* , 计算下层模型节点 i 的最晚访问时间。

$$t_i^{\text{latest}} = \min \{ t_h^{\text{dep}} | h \in H, p \in P_i, x_{ph}^* = 1 \} - \quad (21)$$

$$\tau_{i, n+1} - s_i - s_{n+1} \quad \forall i \in V'$$

t_i^{latest} 为节点 i 快递分配的最早车次发车时刻减去无人机返程时间与服务时间。实际情况中, 当节点 i 时间窗紧迫时, 无人机访问节点 i 后直接返回。定义节点 i 的时间窗紧迫度 ρ_i 。

$$\rho_i = \frac{t_i^{\text{latest}} - (T + \tau_{0i} + s_i + \tau_{i, n+1} + s_{n+1})}{t_i^{\text{latest}} - T} \quad \forall i \in V' \quad (22)$$

在上述时间窗约束下求解无人机路径, 若无可行解, 则识别时间窗冲突节点 i^* 。

$$i^* = \arg \min \rho_i \quad \forall i \in V' \quad (23)$$

找出时间窗最紧迫的节点 i^* (若不止一个则选择快递数量 $|P_i|$ 较大者), 将该节点分配至最早发车列车的快递分配方案 $x_{p^*h^*}$ 设定为不被允许, 通过将式(24)

$$x_{p^*h^*} \leq 0 \quad (24)$$

添加至上层模型的不可行性割约束, 并更新快递 p 禁止分配的高铁列车集合 H_p^{for} , 使得该节点快递分配至更晚车次。更新 x_{ph}^* 后重新计算 t_i^{latest} , 直至下层模型可行。

3 求解算法

3.1 双层规划主算法

双层规划主算法流程图如图2所示。上层快递分配问题调用Gurobi求解器求解, 确定最优分配方案; 下层模型基于分配方案, 调用列生成算法生成满足时间窗约束的无人机配送路径。通过迭代反馈机制, 上层模型根据下层路径优化生成的不可行性割, 逐步排除冲突解, 最终实现全局可行解, 并获取整数最优解。

3.2 列生成算法

下层模型采用列生成算法解决无人机路径优化问题。受限主问题(RMP)通过线性松弛形式选择最优路径组合, 定价子问题利用标号法生成负检验数路径。通过主问题与子问题的交替求解, 逐步逼近原问题的最优解。

受限主问题将0-1变量松弛为连续变量。

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{r \in R} \tau_r \lambda_r \\ \text{s.t.} \quad & (8) - (9) \end{aligned} \quad (25)$$

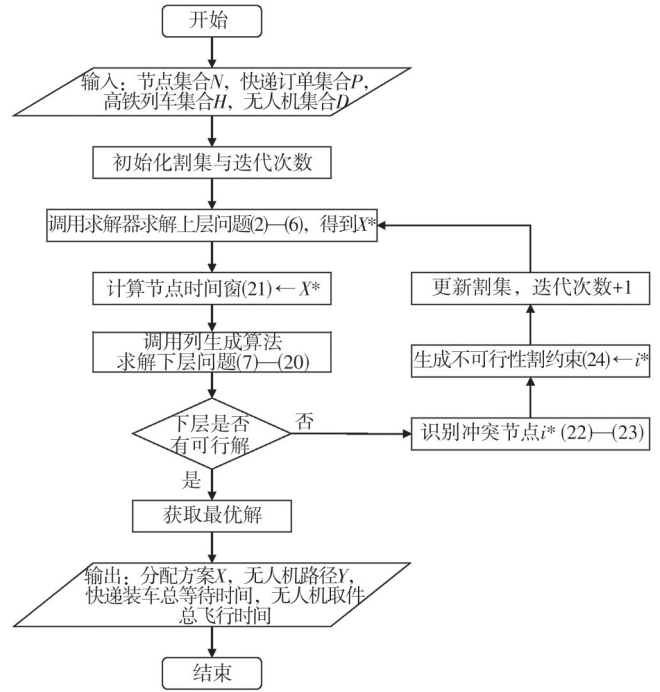


图2 双层规划主算法流程图

Fig.2 Flowchart of bilevel programming master algorithm

$$\lambda_r \geq 0, \quad \forall r \in R$$

定价子问题(11)–(20)调用标号法路径生成算法求解。列生成通过不断求解受限主问题获得对偶变量, 将其传递至定价子问题以生成检验数为负的新路径, 加入RMP中重复求解, 直至无负检验数路径, 达到线性松弛最优。列生成算法流程图如图3所示。

3.3 标号法路径生成算法

标号法用于求解定价子问题, 通过多维状态空间动态规划生成满足时间、容量约束的无人机路径。每个标签记录当前节点的到达时间、剩余容量、累计修正成本及访问历史。应用支配规则剪枝劣质标签, 确保算法在多项式时间内找到最优路径。

定义标签结构如下。

$$L = (v_i, t_i, z_i, \bar{\tau}_i, r_i) \quad (26)$$

式中: v_i 为当前节点; t_i 为访问时间; z_i 为访问时剩余容量; $\bar{\tau}_i$ 为累计修正时间成本; r_i 为路径访问序列。

定义状态转移方程如下。

$$\begin{cases} t_j = t_i + \tau_{ij} + s_i \\ z_j = z_i - w_i \\ \bar{\tau}_j = \bar{\tau}_i + \bar{\tau}_{ij} \end{cases} \quad (27)$$

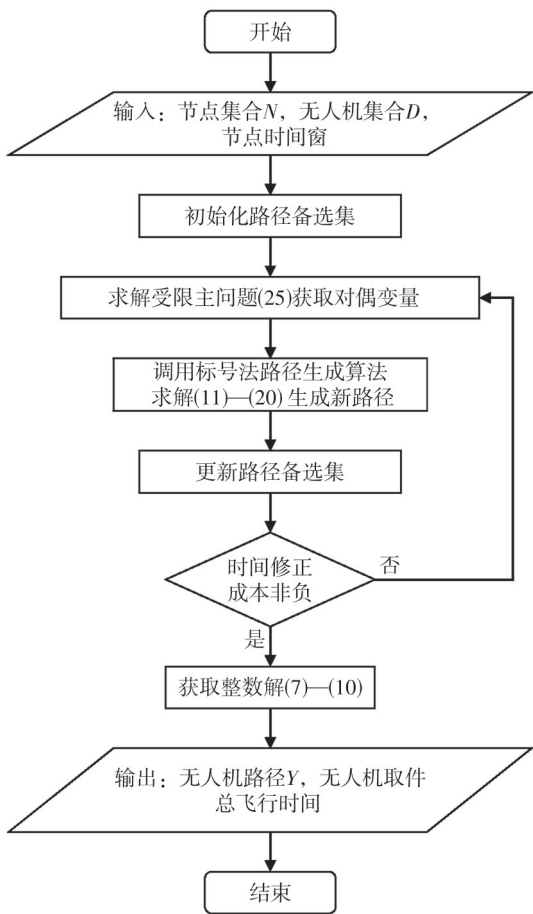


图3 列生成算法流程图
Fig.3 Flowchart of column generation algorithm

定义支配规则为, 标签 L_1 支配 L_2 当且仅当 $t_1 \leq t_2$, $z_1 \geq z_2$, $\bar{\tau}_1 \leq \bar{\tau}_2$, 此规则用于在标号法扩展过程中剪枝那些在时间、容量、成本等维度均不优于其他标签的路径, 从而大幅减少搜索空间, 保证算法效率。

标号法路径生成算法流程图如图4所示。

4 算例

4.1 数据准备

依据2024年第3季度北京南站的京沪高速铁路(北京南—上海虹桥)、京津城际铁路(北京南—滨海)列车时刻表, 选取开点在9:00—19:00, 到站为天津站、上海虹桥站及青岛站的共计75趟载客列车, 其中天津站35列、上海虹桥站29列、青岛站11列, 作为可供捎带快递的列车集合。忽略北京南站附近区域的地理现实因素, 以北京南站为中心, 模拟设置9个供无人机取件的快递服务节点坐标, 节点距

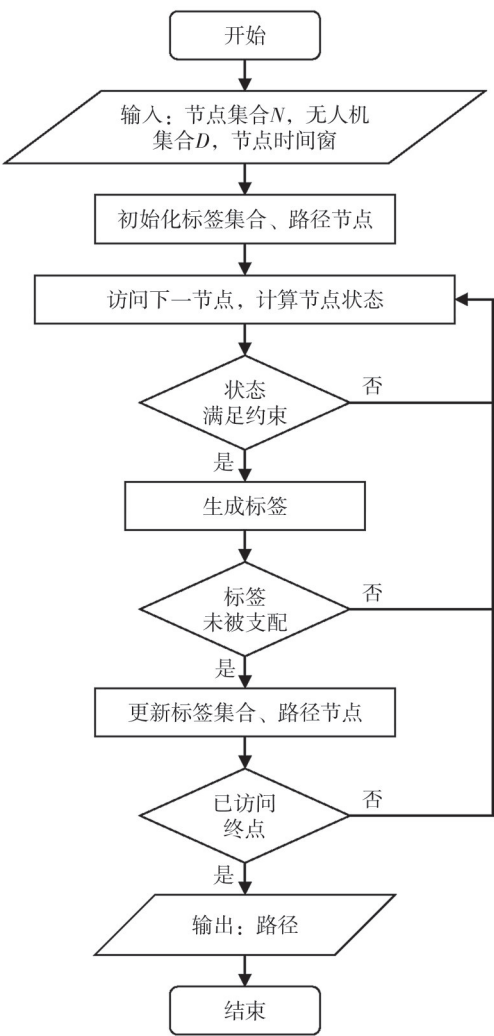


图4 标号法路径生成算法流程图
Fig.4 Flowchart of labeling method-based path generation algorithm

车站平均距离为4 km, 列车及节点数据示意表如表2所示。无人机参数如表3所示。其中载货容量“1单位”对应一个标准高铁快运包裹, 其基准规格定义为: 长宽高之和 ≤ 80 cm且重量 ≤ 5 kg。

为模拟区域高铁快运的实际订单场景, 简化参数设置形成快递订单数据示意表如表4所示。将

表2 列车及节点数据示意表
Tab.2 Schematic diagram of train and node data

列车序号	车次	开点	到站	节点编号	横坐标/km	纵坐标/km	备注
1	G5	9:00	上海虹桥站	0	0	0	北京南站
2	C2007	9:10	天津站	1	2	3	取件节点
3	C2213	9:16	天津站	2	4	2	取件节点
.....							
75	C2025	18:46	天津站	9	2	-3	取件节点

表3 无人机参数
Tab.3 Drone Parameters

数量	载货容量	飞行速度/(km/h)	续航时间/min	节点服务时间/min
9	5	30	60	3

表4 快递订单数据示意表
Tab.7 Schematic diagram of parcel order data

快递序号	到达时刻	目的地	到达节点
1	8:00	青岛站	5
2	8:00	天津站	7
.....			
22	9:00	青岛站	2
.....			
257	17:00	天津站	8

8:00—17:00 每小时划分为1个计划时段,共10个时段。每时段开始时统一处理该时段内到达的快递订单,进行分配与路径优化。该划分旨在与高铁列车发车节奏相匹配,并适应无人机60 min续航的作业周期。设定每个时段到达订单数服从参数 $\lambda = 25$ 泊松分布。对于每个订单,首先依均匀分布随机指定快递目的地,候选集为{天津站,上海虹桥站,青岛站},随后依均匀分布随机分布至9个服务节点之一。该设定旨在构建一个可控、可重复的基准测试环境。为保持节点快递不超出无人机单次载货容量,规定任一节点在1个时段内最多接收5笔订单,每笔订单占用容量为1单位。若节点已满,则重新选择,直至满足约束。

4.2 模型求解

4.2.1 基准情形

列车每时段货运容量为10单位。基准情形快

递分配结果如表5所示,基准情形无人机路径优化结果如图5所示。计算得到快递总装车等待时间为8 761 min,平均装车等待时间约为34 min;无人机总飞行时间为1 348 min,9架无人机共计出动76架次,每架次约为18 min。快递分配结果中,部分车次的载货量超过10,原因为当前时段快递分配至下一时段列车,尤其青岛站方向的列车数量较少,快递有滞留情况。无人机路径优化结果中,多节点路径占比为15.8%,原因为节点时间窗紧迫,多数情况下无人机访问单节点后立即折返。

4.2.2 对比情形

(1) 对比情形1。列车每时段货运容量为5单位,其余与基准情形相同。计算得到快递总等待时间为10 220 min,平均等待时间约为40 min;无人机总飞行时间为1 335 min,共计出动75架次。3个目的地使用的车次数量较基准情形均有增多,原因为列车容量减少导致快递分配于多个车次。青岛站方向出现载货量超过10的列车,表明有快递滞留到了第3个时段。多节点路径占比增至17.3%,原因为快递滞留致使节点时间窗松弛,访问紧急度下降。

(2) 对比情形2。快递由分布于9个节点改为分布于20个节点,保持节点距车站平均距离不变,其余与基准情形相同。求解出对比情形2无人机路径优化结果如图6所示。计算得到快递总等待时间为1 041 min,平均等待时间约为41 min;无人机总飞行时间为1 601 min,共计出动85架次。相比于基准情形,无人机总飞行时间与快递总装车等待时间明显增长,多节点路径占比增至41.2%,原因为

表5 基准情形快递分配结果
Tab.8 Parcel allocation results under baseline scenario

快递序号	分配车次	占用容量	目的地
2, 6, 8, 9, 15, 17, 19	C2007	7	天津站
112, 117, 121, 123, 125, 126, 130, 131, 132, 133	C2013	10	
136, 138, 143, 147, 148, 150, 151	C2015	7	
27, 31, 33, 36, 41, 43, 45, 47, 49	C2215	9	
70, 76, 77	C2219	3	
68, 74	C2221	2	
86, 88, 89, 100, 107, 109, 110	C2223	7	
171, 173, 177	C2239	3	
183, 184, 188, 192, 195, 198, 201, 209, 210	C2245	9	
213, 214, 221, 224, 228, 229	C2247	6	
235, 237, 238, 239, 246, 247, 248, 249, 250, 257	C2255	10	
234, 251, 252, 254	C2257	4	
4, 5, 10, 13, 14, 18	G5	6	上海虹桥站
29	G7	1	

续表

快递序号	分配车次	占用容量	目的地
120, 122, 124, 128, 134	G11	5	
186, 187, 194, 196, 197, 199, 203, 208, 211, 216, 217, 220, 225, 227, 230	G19	15	
28, 32, 34, 46	G119	4	
58, 61, 63, 64, 66, 72, 75, 78, 79, 83	G123	10	
54, 82	G125	2	
84, 85, 87, 96, 97, 99, 105, 106, 111	G127	9	
139, 142, 146, 157	G139	4	
140, 149, 153, 154, 155, 158	G141	6	
160, 161, 164, 165, 166, 167, 168, 175, 176, 180	G145	10	
159, 179	G147	2	
182, 204	G149	2	
232, 233, 241, 243, 244, 253, 255	G161	7	
1, 3, 7, 11, 12, 16, 20, 21, 23, 24, 25, 26, 30, 35, 37, 38, 39, 50	G1063	18	青岛站
22, 40, 42, 44, 48, 52, 53, 55, 56, 57, 59, 60, 62, 65, 81	G1065	15	
91, 92, 93, 94, 95, 98, 101, 102, 103, 108	G1067	10	
90, 104, 113, 114, 115, 116, 118, 119, 127, 129	G1069	10	
135, 137, 141, 144, 145, 152, 156	G1071	7	
185, 189, 190, 191, 193, 200, 202, 205, 206, 207	G1075	10	
181, 212, 215, 218, 219, 222, 223, 226, 231	G1077	9	
236, 240, 242, 245, 256	G1079	5	
51, 67, 69, 71, 73, 80	G205	6	
162, 163, 169, 170, 172, 174, 178	G209	7	

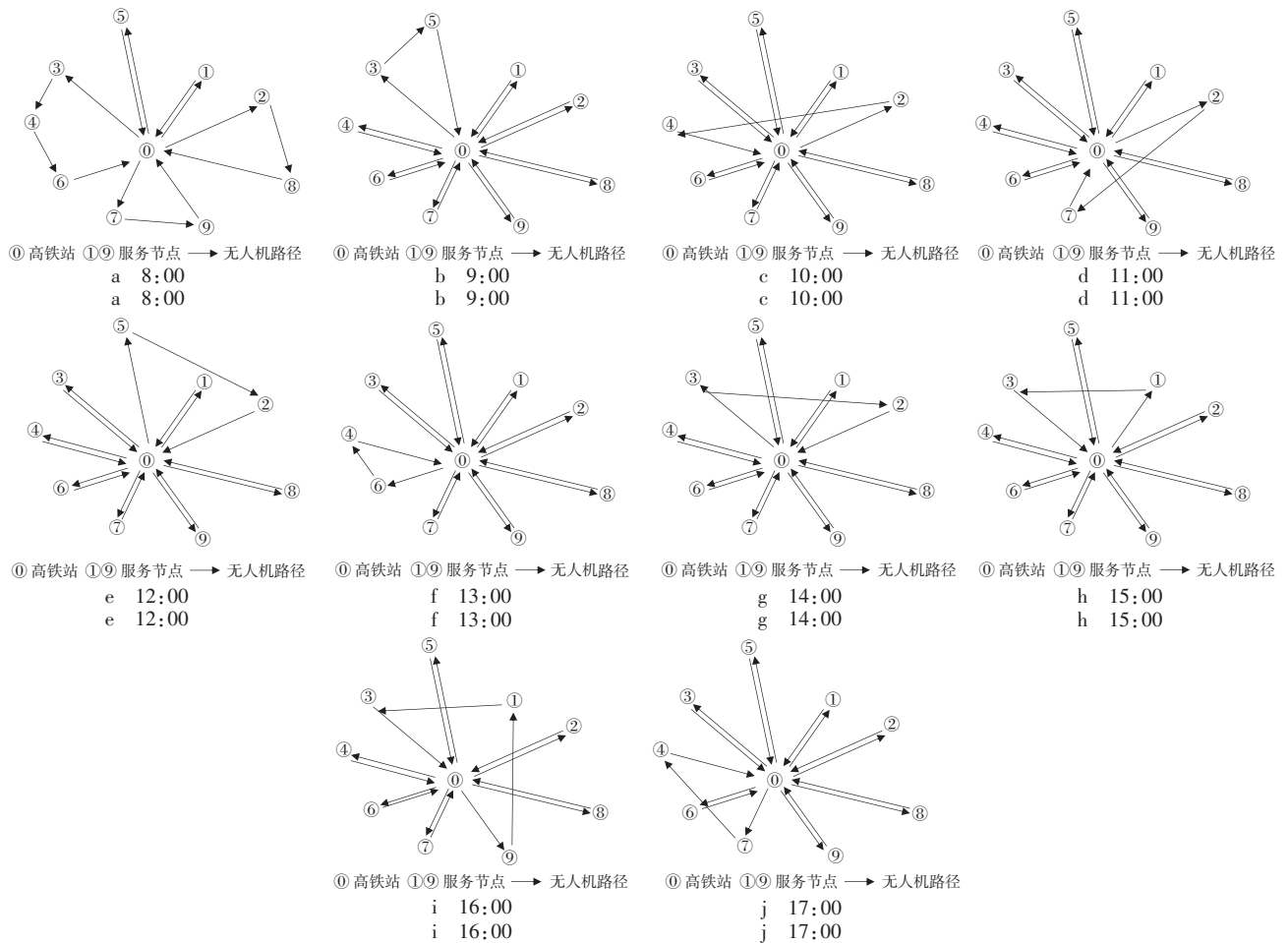


图5 基准情形无人机路径优化结果

Fig.5 Drone route optimization results under baseline scenario

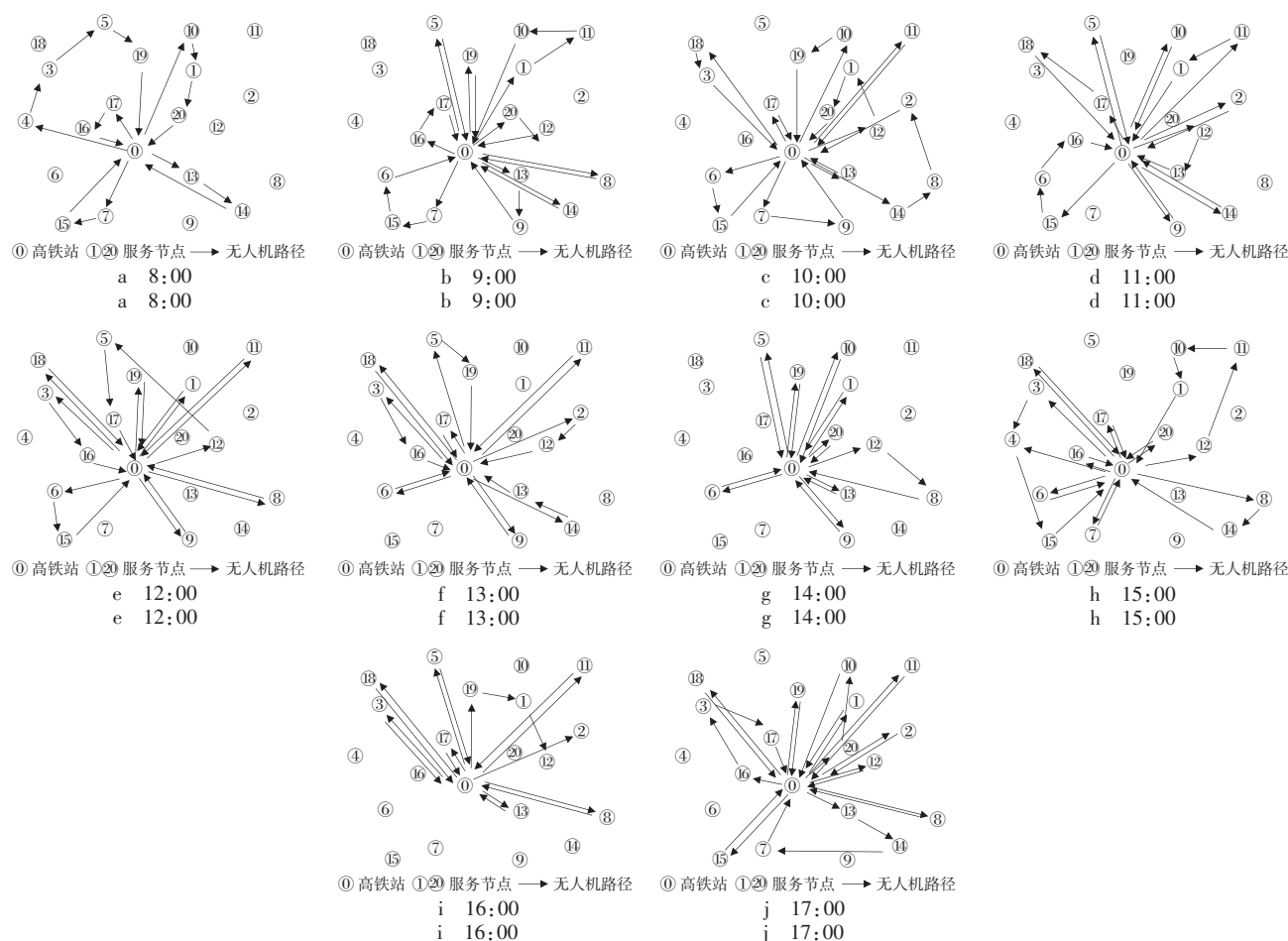


图6 对比情形2无人机路径优化结果

Fig.6 Drone route optimization results under comparative scenario 2

取件节点数量增加而无人机数量不变,且时间窗约束不满足致使快递分配至更晚列车。

4.3 灵敏度分析

(1) 无人机数量灵敏度分析如图7所示。固定时段快递为25件,增加无人机数量。快递平均装车等待时间随无人机数量增加而下降,9节点场景下达到8架,20节点场景下达到15架后趋于稳定;无人机总飞行时间则随数量增加而上升,后趋于饱和。表明资源投入存在边际效益递减,路径优化稳定后新增无人机不再承担有效任务。

(2) 节点分布灵敏度分析如图8所示。无人机数量少于10架时,9节点布局下的快递平均等待时间普遍短于20节点布局;当无人机数量多于10架时,结果则相反。表明节点分布对系统性能的影响并非孤立存在,而是受到无人机资源的显著调节。二者共同作用,决定了系统的瓶颈在于路径效率抑

或在于时间窗冲突。

4.4 算法对比

为验证本研究协同优化框架的有效性,将所提方法与2种基准方法进行对比。①顺序优化法,即两阶段求解,上层以最小化等待时间为目标分配快递,下层再在固定分配下求解路径,无迭代反馈;②单层Gurobi求解,将上下层模型合并为大规模混合整数规划模型,直接调用Gurobi求解器求解。

所有实验均在同一计算环境中进行,具体配置如下:AMD Ryzen 9 7945HX 处理器(16物理核心,32逻辑线程)、16G内存、windows11操作系统、Gurobi版本12.0.2、Python 3.13。为公平对比,所有方法均采用20节点、时段订单25件的标准算例,固定无人机数量为9架,列车容量为10单位。单层Gurobi求解设置时间限制为3600s,MIP gap设为1%,算法性能对比如表6所示。

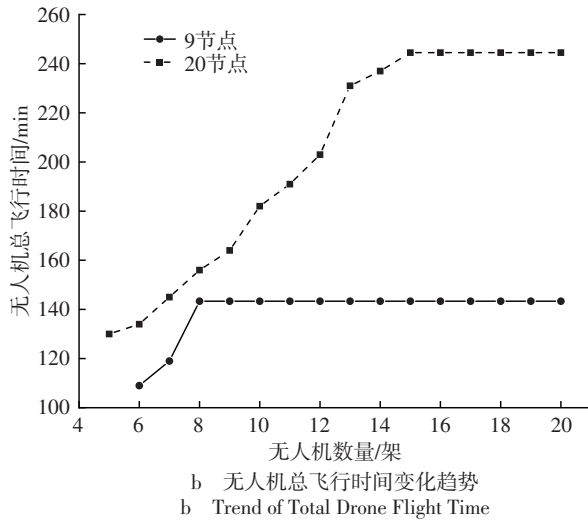
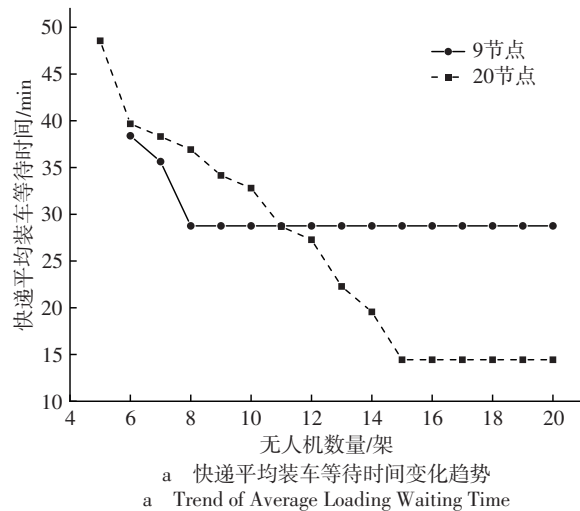


图7 无人机数量灵敏度分析

Fig.7 Sensitivity analysis on number of drones

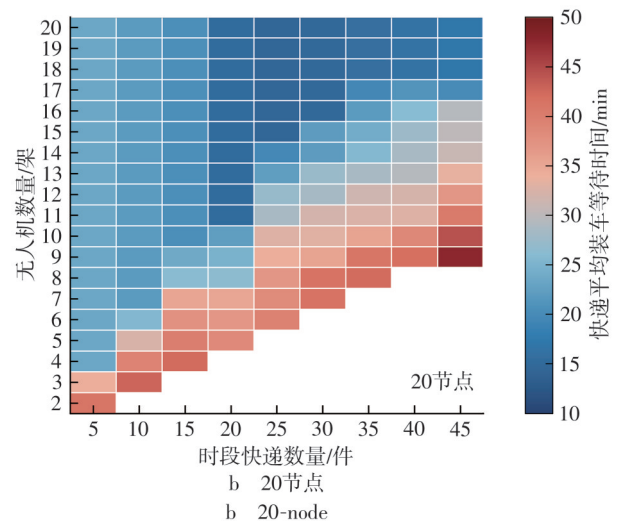
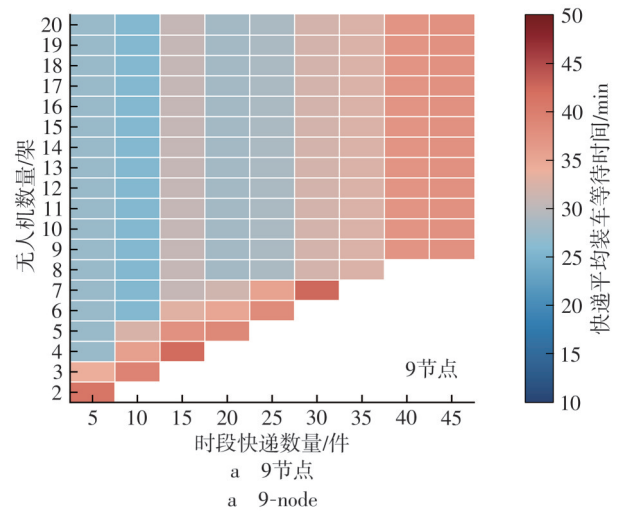


图8 节点分布灵敏度分析

Fig.8 Sensitivity analysis on node distribution

表6 算法性能对比

Tab.6 Algorithm performance comparison

方法	总成本	快递平均装车等待时间/min	无人机总飞行时间/min	计算时间/s	求解状态
本研究协同优化	1 018	34.2	164	1	最优解
顺序优化法	1 200	42.5	138	180	需额外调整
单层Gurobi求解	1 190	42.5	128	3 600	未证明最优性

(1) 与顺序优化法对比。本研究方法总成本降低约15%。顺序优化法由于缺乏协同,下层多次出现路径不可行,需引入额外规则处理,最终解在时效与成本上均次于本研究方法。证明了时间窗迭代反馈协同机制的必要性与优越性。

(2) 与单层Gurobi求解对比。即便对于中等规模(20节点)问题,单层模型也因变量和约束数量激增无法在3 600 s内证明最优性。本研究的双层分解算法在秒级内获得高质量解,凸显了其求解效率与处理复杂耦合约束的能力。

5 结论

(1) 提出了无人机取件辅助高铁快运的低空高铁联运模式,并构建同时考虑列车时刻表、货量匹配与无人机时空窗约束的双层规划框架,实现货物分配与路径决策的协同优化;设计了融合列生成与标号法的迭代算法,有效实现上层整数规划与下层CVRPTW的精确协同求解。

(2) 基于北京南站运营数据的算例验证了模型的有效性。结果表明,适度提升列车容量可在仅增

加1个无人机架次的情况下,使系统总等待时间缩短14.3%,平均等待时间由40 min降至34 min,体现了模型在时效提升与资源节约间的良好平衡能力。

(3) 揭示了系统内在的耦合机理与决策规律:上层运力配置决定节点时间窗的紧张程度,进而影响下层无人机路径的结构。例如,当取件节点由9个扩展至20个时,无人机多节点路径占比由15.8%提升至41.2%。通过多情景对比与算法验证进一步发现,研究提出的协同优化框架能够通过迭代反馈机制,克服传统顺序决策的局限性,实现系统整体性能的优化。

本研究基于“飞行时间恒定”“快递统一到达”等假设,旨在简化模型并聚焦协同机制。未来研究可进一步放宽假设,如考虑飞行时间波动、快递动态到达等。此外,实际运营中需纳入空域管制、电池续航等现实约束。模型亦可扩展至“最后一公里”配送与中转作业场景,以实现全程物流协同优化。

参考文献:

- [1] 刘佳雯,王镠莹,沈通,等.国内外低空经济发展及其在铁路领域的应用场景研究[J].铁道运输与经济,2025,47(10):30-43.
LIU Jiawen, WANG Liuying, SHEN Tong, et al. Low-Altitude Economy Development in China and Abroad and Its Application Scenarios in Railways[J]. Railway Transport and Economy, 2025, 47(10): 30-43.
- [2] 刘启钢,丁小东,周凌云,等.高铁快运市场定位及产品谱系设计[J].铁道运输与经济,2016,38(2):12-16.
LIU Qigang, DING Xiaodong, ZHOU Lingyun, et al. Market Positioning and Product Spectrum Design of High Speed Railway Express[J]. Railway Transport and Economy, 2016, 38(2): 12-16.
- [3] WANG X W, ZHEN L, WANG S A. Optimizing an Express Delivery Mode Based on High Speed Railway and Crowd-Couriers[J]. Transport Policy, 2024, 159: 157-177.
- [4] ZHEN L, FAN T Y, LI H L, et al. An Optimization Model for Express Delivery with High Speed Railway[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2023, 176: 103206.
- [5] 高如虎,牛惠民,杨喜梅.面向时变需求的高铁快运专列时刻表和配装方案综合优化研究[J].交通信息与安全,2020,38(4):122-131.
GAO Ruhu, NIU Huimin, YANG Ximei. Coordinating Train Timetable and Demand Assignment for Express Delivery with High Speed Railway with Time-Dependent-Oriented Demand[J]. Journal of Transport Information and Safety, 2020, 38(4): 122-131.
- [6] 徐光明,郭婧,周培澜,等.考虑随机需求的高铁快递运输计划优化方法[J].铁道科学与工程学报,2024,21(2):444-455.
XU Guangming, GUO Jing, ZHOU Peilan, et al. Optimization Method for the High Speed Railway Express Delivery Considering Stochastic Demand[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2024, 21(2): 444-455.
- [7] GARG V, NIRANJAN S, PRYBUTOK V, et al. Drones in Last-Mile Delivery: A Systematic Review on Efficiency, Accessibility, and Sustainability[J]. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 2023, 123: 103831.
- [8] MACRINA G, DI PUGLIA PUGLIESE L, GUERRIERO F, et al. Drone-Aided Routing: A Literature Review[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 120: 102762.
- [9] PINA-PARDO J C, SILVA D F, SMITH A E, et al. Dynamic Vehicle Routing Problem with Drone Resupply for Same-Day Delivery[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2024, 162: 104611.
- [10] DENG M H, LI Y B, DING J P, et al. Stochastic and Robust Truck-and-Drone Routing Problems with Deadlines: A Benders Decomposition Approach[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2024, 190: 103709.
- [11] WANG F L, LI H Q, XIONG H X. Truck-Drone Routing Problem with Stochastic Demand[J]. European Journal of Operational Research, 2025, 322(3): 854-869.
- [12] 钟导峰,尹传忠,梁亚莉,等.应急物资“火车-卡车-无人机”协同运输优化[J].铁道运输与经济,2025,47(8):40-50,58.
ZHONG Daofeng, YIN Chuazhong, LIANG Yali, et al. Optimization of Train-Truck-Drone Cooperative Transportation for Emergency Supplies[J]. Railway Transport and Economy, 2025, 47(8): 40-50, 58.
- [13] GÓMEZ-LAGOS J, ROJAS-ESPINOZA B, CANDIA-VÉJAR A. On a Pickup to Delivery Drone Routing Problem: Models and Algorithms[J]. Computers & Industrial Engineering, 2022, 172: 108632.
- [14] GIMÉNEZ-PALACIOS I, PARREÑO F, ÁLVAREZ-VALDÉS R, et al. First-Mile Logistics Parcel Pickup: Vehicle Routing with Packing Constraints under Disruption[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2022, 164: 102812.
- [15] 殷允强,王杜娟,余玉刚.整数规划:基础、扩展及应用[M].北京:科学出版社,2022.

(责任编辑 汪沁莹)