

共振态复合系数与有效力程展开的研究*

康现伟[†] 于硕颖 汪泽强(北京师范大学核科学与技术学院, 射线束技术教育部重点实验室, 100875, 北京;
北京市科学技术研究院, 辐射技术研究所, 100875, 北京)

摘要 通过复合系数方法探讨了强子内部组分的占比, 结果表明共振态的复合系数可定量描述某些奇特强子态的内部结构; 确定了基于总宽度和复合系数关系式、Flatté 参数化的理论方法、近阈共振态的谱函数这 3 种不同方法; 基于 Flatté 参数化的有效力程进行展开, 探讨了奇特共振态相关的散射长度和有效力程, 并以轻标量介子 $f_0(980)$ 为例进行了相应的计算以及讨论分析.

关键词 奇特强子态; 复合系数; Flatté 参数化; 谱函数; 有效力程展开

中图分类号 O572.2

DOI: 10.12202/j.0476-0301.2022154

0 引言

非微扰意义下奇特强子态的性质和内部结构是粒子物理的前沿课题之一. 近年来随着实验的发展, LHCb、Belle、BaBar、BES III 等实验组织陆续发现了一系列奇特强子态的候选者, 并且更加精确地测量了它们的质量和宽度. 作为四夸克态的有力候选, BES III 发现了 $Z_c(3900)$ 粒子^[1]; LHCb 发现了衰变道 $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K^- p$ 中的 $P_c(4380)$ 、 $P_c(4450)$, 以及奇特四夸克态 T_{cc}^+ , 它们是五夸克态的有力候选^[2]. 这些都引起了学界的广泛讨论^[3]. 除了“紧致”的多夸克态外, 一些束缚能较弱的近阈奇特态也可能是分子态, 如 $f_0(980)$ 、 $a_0(980)$ 、 $\Lambda(1405)$ 、 $X(3872)$ 、 $Z_b(10610)$ 、 $Z_b(10650)$ 等.

奇特强子态相较于标准模型内的强子态而言, 其内部结构和性质更为复杂. 理论方面, 尽管有学者已采用有效场论、势模型、格点量子色动力学(LQCD)等多种方法进行了研究, 但对于它们的内部结构与性质所知依然甚少, 甚至充满争议. 系统地研究奇特强子态有助于理解低能量子色动力学(QCD)理论、多夸克现象与禁闭理论等, 这对强子物理乃至粒子物理的发展具有重大意义.

1 复合系数关系与衰变宽度

根据实验或理论所给出的共振态极点参数, 计算各衰变道的衰变宽度、耦合常数与复合系数, 可进一步研究近阈奇特强子态的内部结构和组分性质. 令: X 、 Z 分别为复合系数和基本系数, 对于束缚态, Z 为重整化常数^[4]; X 、 Z 均为正实数, 且 <1 . 对于共振态情形, X 和 Z 变成了复数, 此时采用文献 [5] 中所提到的复合系数算法, 其给出的值也为正实数且 <1 , 满足复合系数的概率解释. 共振态的组分复合系数^[5]

$$X_i = |\gamma_i|^2 \left| \partial G_i(s) / \partial s \right|_{s=s_R}, \quad (1)$$

式中: i 为第 i 个道; γ_i 为共振态与第 i 个道的耦合常数; $G_i(s)$ 为第 i 个道的 2 点格林函数; s 为 Mandelstam 变量; s_R 为 s 平面中的极点位置, 且 $s_R = (m_R - i\Gamma_R/2)^2$, 其中 m_R 和 Γ_R 分别表示共振态的质量和宽度. γ_i 可以从 T 矩阵在极点位置 s_R 的留数中得到, 即

$$\gamma_i^2 = -\lim_{s \rightarrow s_R} (s - s_R) T(s)_{ii}. \quad (2)$$

格林函数 $G_i(s)$ 在维数正规化下可表示为^[6]

$$G_i(s) = \frac{1}{16\pi^2} \left(\left(a_i(\mu) + \ln \frac{m_{i2}^2}{\mu^2} - \frac{\Delta + s}{s} \ln \frac{m_{i2}}{m_{i1}} + \frac{p_i}{\sqrt{s}} \ln(s - \Delta + 2\sqrt{s}p_i) \right) + \right. \\ \left. \ln(s + \Delta + 2\sqrt{s}p_i) - \ln(-s + \Delta + 2\sqrt{s}p_i) - \ln(-s - \Delta + 2\sqrt{s}p_i) \right), \quad (3)$$

式中: $\Delta = m_{i1}^2 - m_{i2}^2$, m_{i1} 、 m_{i2} 分别为第 i 个道中第 1、2 个粒子的质量; p_i 表示第 i 道的三维动量, $p_i(s) = ((s - (m_1 +$

* 国家自然科学基金资助项目(11805012)

[†] 通信作者: 康现伟(1987—), 男, 副教授, 博士生导师. 研究方向: 强子物理与味物理. E-mail: xwkang@bnu.edu.cn

收稿日期: 2022-05-08

$$m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)/2\sqrt{s}.$$

式(3)中的 $a_i(\mu) + \ln \frac{m_i^2}{\mu^2}$ 项不依赖于 s , 因而对 s 求导结果为 0.

考虑 2 道情况时, 根据 s 复平面上 p_1 、 p_2 虚部的正负号不同, 可以定义 $2^2 = 4$ 个黎曼叶 (Riemann sheet, RS).

$$\begin{aligned} \text{RS I: } & \text{Im } p_1 > 0, \text{Im } p_2 > 0, \\ \text{RS II: } & \text{Im } p_1 < 0, \text{Im } p_2 > 0, \\ \text{RS III: } & \text{Im } p_1 < 0, \text{Im } p_2 < 0, \\ \text{RS IV: } & \text{Im } p_1 > 0, \text{Im } p_2 < 0. \end{aligned}$$

类似地, 对于 n 道情况, 相应地有 2^n 个 RS. 对于近阈共振态的极点而言, 通常学者们最为关心的是处在与物理叶 (RS I) 相连的非物理叶上的那些, 对于 2 道情况即为 RS II 和 RS III.

文献 [5] 中详细讨论了式 (1) 的适用条件, 要求其共振态须处于与物理叶相连的非物理 RS 上. 为此, 研究需要将 RS I 上的解析延拓到 RS II、RS III、RS IV. 利用割线与连续性条件可得

$$\begin{aligned} G_i^I(s + i\epsilon) &= G_i^I(s - i\epsilon) = \\ G_i^I(s + i\epsilon) - 2j\text{Im}G_i^I(s + i\epsilon) &= G_i^I(s + i\epsilon) + \frac{i}{8\pi} \cdot \\ & \left(\left((s + i\epsilon - (m_1 + m_2)^2) \right) \left(s + i\epsilon - (m_1 - m_2)^2 \right) \right) / \\ & (s + i\epsilon)^2)^{1/2}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 j 为衰变道标签. 故此, 在 RS I 中采用 $G_1^I(s)$ 、 $G_2^I(s)$; RS II 中采用 $G_1^{\text{II}}(s)$ 、 $G_2^I(s)$; RS III 中采用 $G_1^{\text{II}}(s)$ 、 $G_2^{\text{II}}(s)$; RS IV 中采用 $G_1^I(s)$ 、 $G_2^{\text{II}}(s)$.

2 道情况下, 总复合系数可表示为

$$\begin{aligned} X &= X_1 + X_2 = |\gamma_1|^2 \left| \partial G_1(s) / \partial s \right|_{s=s_R} + \\ & |\gamma_2|^2 \left| \partial G_2(s) / \partial s \right|_{s=s_R}. \end{aligned} \quad (5)$$

一般地, 第 1 道 (质量较轻) 的阈值与共振态质量距离较远, 其衰变分宽度可写为标准形式:

$$\Gamma_1 = |\Gamma_1|^2 p_1 / 8\pi m_R^2, \quad (6)$$

式中 p_1 是在 $s = m_R^2$ 下的三维动量大小.

对于接近共振态质量的第 2 衰变道, 标准形式不再适用, 需要考虑共振态的宽度效应, 即

$$\Gamma_2 = \frac{|\gamma_2|^2}{16\pi^2} \int_{m_1+m_2}^{m_R+2\Gamma_R} dW \frac{p_2(W^2)}{W^2} \frac{\Gamma_R}{(m_R - W)^2 + \Gamma_R^2/4}, \quad (7)$$

式中 $p(W^2)$ 是 W^2 的函数. 在文献 [7] 中, 为研究 $P_c(4450)$ 中 $\chi_{c1} p$ 分量的复合系数, 所采用的积分上限为 $m_R + 2\Gamma_R$, 即 $n=2$, 该区域通常被认为是共振态的物理信号区间 [7-9]. 本文同样采用 $m_R + 2\Gamma_R$ 作为积分上限.

在质心系中 p_2 的正负号取决于极点所处的 RS, 极点处于 RS II 和 RS III 时其正负号恰好相反. 考虑到 RS III 其极点位置对应于 $m_R - i\Gamma_1/2 - i\Gamma_2/2$, RS II 则对应于 $m_R - i\Gamma_1/2 + i\Gamma_2/2$. 由于动量 p_2 正负号的变化, 从极点位置得到的总宽度也发生相应变化. 当极点位于 RS III 时, 总衰变宽度为 $\Gamma_2 + \Gamma_1$ 相加; 当极点位于 RS II 时, 则为 $\Gamma_1 - \Gamma_2$. 因此总衰变宽度

$$\begin{aligned} \Gamma_R &= |\gamma_1|^2 \frac{p_1 m_R^2}{8\pi m_R^2} \pm \\ & \frac{|\gamma_2|^2}{16\pi^2} \int_{m_1+m_2}^{m_R+2\Gamma_R} dW \frac{p(W^2)}{W^2} \frac{\Gamma_R}{(m_R - W)^2 + \Gamma_R^2/4}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中: $p(W^2)$ 是 W^2 的函数; 正负号的情况分别对应于 RS III 和 RS II.

极点在 RS II 时, 第 1 道的分支比

$$r_{\text{exp}} = 1 - \frac{\Gamma_2}{\Gamma_R} = \frac{\Gamma_R - \Gamma_2}{\Gamma_R} = \frac{\Gamma_1 - 2\Gamma_2}{\Gamma_R}. \quad (9)$$

相应地, 对于一个极点在 RS III 时其分支比

$$r_{\text{exp}} = 1 - \frac{\Gamma_2}{\Gamma_R} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_R}. \quad (10)$$

根据式 (5)、(8) 以及总复合系数、总衰变宽度的值, 可求出 $|\gamma_1|$ 和 $|\gamma_2|$, 进而得到每个衰变道所对应的分 Γ_i 与 X_i . 同理通过采用更直接的分支比 r_{exp} 作为输入量来替换式 (5), 也可以相应地给出每个道的复合系数和耦合常数.

2 Flatté 参数化与裸态谱密度函数

第 1 章所谈到的方法需要为积分上限给定 n 值, Flatté 参数化可以克服这点, 且不需要加入其他输入量. Flatté 参数化下共振态传播子为 $1/D(E)^{[10]}$, 而

$$D(E) = E - E_f + i \frac{\tilde{\Gamma}_1}{2} + \frac{i}{2} g_2 \sqrt{2\mu_m E}, \quad (11)$$

式中: E 为质心系总能量与第 2 道阈值的差值; μ_m 为约化质量, $\mu_m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$; E_f 为常数; g_i 为第 i 道裸耦合常数的绝对值平方. 第 1 道裸宽度 $\tilde{\Gamma}_1$ 可以用 g_1 表示, 即

$$\tilde{\Gamma}_1 = p_1 g_1 / 8\pi m_R^2. \quad (12)$$

Flatté 参数化包含了 E_f 、 $\tilde{\Gamma}_1$ 、及 g_2 这 3 个自由参数, 其可由极点的位置、分支比或 X 确定. 变量 E 在极点处: $E_R = M_R - i\Gamma_R/2$, 其中 M_R 为共振态质量与阈值的差值. 当 $D(E_R) = 0$ 时, 共振态极点的位置为

$$E_R - E_f + \frac{i}{2} \tilde{\Gamma}_1 = -\frac{i}{2} g_2 \sqrt{2\mu_m E_R}. \quad (13)$$

将式(13)的 2 边同时开平方,并求解二次代数方程,可得 2 个根,经验证可知 2 个根给出的物理结果一致.引入相角

$$\phi = \arctan(\tilde{\Gamma}_1 / (2E_f - \mu_m g_2^2 / 4)). \quad (14)$$

经过计算可得:

$$M_R = \Gamma_R^2 \cot\left(\phi \left(2 - \left(\frac{2\tilde{\Gamma}_1 \tan \frac{\phi}{2}}{\Gamma_R}\right)^2\right) / 2\right) / 4\tilde{\Gamma}_1, \quad (15)$$

$$\Gamma_R = \tilde{\Gamma}_1 - \sigma \left(2\mu_m g_2^2 \tilde{\Gamma}_1 \left|\tan \frac{\phi}{2}\right|\right)^{1/2}, \quad (16)$$

式中: $\sigma = \pm 1$ 对应极点处于 RS III 和 RS II 的情况; 3 个未知自由参数 E_f 、 $\tilde{\Gamma}_1$ 及 ϕ 还需要分支比或者总复合系数作为输入量来确定. 将共振态在极点处 $1/D(E)$ 的留数定义为

$$\beta = \left| \lim_{E \rightarrow E_R} (E - E_R) / D(E) \right| = 1 / \left(\left| 1 + i g_2 (\mu_m / 2E_R)^{1/2} \right| \right) = \sqrt{8u} / \left(2\mu_m g_2^2 + 8u + 4\sigma g_2 \left((2\mu_m (u - 2M_R))^{1/2} \right) \right)^{1/2}, \quad (17)$$

式中 $u \equiv (4M_R^2 + \Gamma_R^2)^{1/2}$. 裸耦合常数 g_i 与物理耦合常数 γ_i 可以通过 β 联系起来, 即

$$|\gamma_1|^2 = g_1 \beta, |\gamma_2|^2 = 8m_{th}^2 g_2 \beta, \quad (18)$$

式中: g_2 的系数由式 (11) 的归一化条件得到; $m_{th} = m_{i1} + m_{i2}$, 为第 i 个道的阈值质量. 由式 (6) ~ (7) 可知: 宽度正比于 $|\gamma_i|^2$, 从而裸宽度和物理宽度之间的关系为 $\Gamma_1 = \beta \tilde{\Gamma}_1$, 因此, 当取 r_{exp} 作为输入值时, 有

$$r_{exp} = \frac{1}{\Gamma_R} (\Gamma_1 - 2\Gamma_2) = r\beta - 2(1 - r_{exp}). \quad (19)$$

在 RS III 中, r_{exp} 和 r 之间有

$$r_{exp} = r\beta = \frac{\sqrt{2u}(2\sqrt{u-2M_R} + g_2\sigma\sqrt{2\mu_m})}{\sqrt{u-2M_R}(2\mu_m g_2^2 + 8u + 4\sigma g_2\sqrt{2\mu_m}(u-2M_R))^{1/2}}, \quad (20)$$

由此建立 Flatté 参数化下所有重要的方程式. 当给定极点位置与总复合系数或 r_{exp} , 结合式 (15)、(5) 或 (19) 即可确定所有的 Flatté 参量, 并得出每个衰变道的复合系数、耦合常数以及衰变宽度.

通过计算可发现共振态处在 RS II 时, 其裸宽度 $\tilde{\Gamma}_1$ 的值较物理总宽度的值要大, 这一点在文献 [10] 里也有具体体现; 文献 [11] 以 $f_0(980)$ 和 $a_0(980)$ 为例, 计算了所有可能的结果与误差, 并对复合系数进行了系统的讨论. 结果表明, 对于 $f_0(980)$, 其介子-介子成分

占主导地位, 而 $a_0(980)$ 的介子-介子成分占次主导地位.

3 裸态谱密度函数及其有效力程展开

本章利用近阈值共振态的谱密度函数 $\omega(E)$ 来计算复合系数^[10], 它代表基本态的能量概率分布函数. 结合式 (11) 所给的 Flatté 传播子的形式, 可把阈值附近的非弹性散射振幅表示为

$$F_{K\bar{K}} = -\frac{1}{2k} \cdot \frac{g_2 \sqrt{2\mu_m E}}{E - E_f + i \frac{\tilde{\Gamma}_1}{2} + \frac{i}{2} g_2 \sqrt{2\mu_m E} + O(m^2 E / \beta^2)}. \quad (21)$$

忽略高阶项 $O(m^2 E / \beta^2)$ 的贡献, 将共振态的 m_R 定义为分母实部为 0 的量, 有

$$m_R = m_{th} + E_R, E_R - E_f + \frac{g_2 E_R \theta(E)}{2} \sqrt{-2\mu_m E_R} = 0, \quad (22)$$

式中 $\theta(E)$ 表示赫维赛德单位阶跃函数. 由此可得阈值附近的谱密度函数式为

$$\omega(E) = \frac{1}{2\pi} \cdot (\tilde{\Gamma}_1 + g_2 \sqrt{2\mu_m E} \theta(E)) \left(\left(E - E_f - \frac{1}{2} g_2 \sqrt{-2\mu_m E} \theta(-E) \right)^2 + \frac{1}{4} (\tilde{\Gamma}_1 + g_2 \sqrt{2\mu_m E} \theta(E))^2 \right). \quad (23)$$

对式 (23) 的共振态物理信号区间进行积分, 记为 W_R , 表示在共振态中找到基本态的概率^[10]

$$W_R = \int_{-A}^{+A} dE \omega(E). \quad (24)$$

文献 [10] 对 $f_0(980)$ 、 $a_0(980)$ 这 2 个粒子, 取 $A = 50$ MeV, 这是不合理的. 事实上还应考虑 W_R 对 A 的依赖性.

结合 Flatté 参数化和有效力程展开, 研究复合系数和散射长度、有效力程之间的关系. 对于 2 道情况的 RS II, s -波振幅的有效力程展开形式为

$$T_{II}(E) = 1 / \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r k^2 - i k \right). \quad (25)$$

位于 RS III 情况时为

$$T_{III}(E) = 1 / \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r k^2 + i k \right), \quad (26)$$

式中: a 为散射长度; r 为有效力程. 式 (25)、(26) 规定 k 的虚部 > 0 , 即 $\text{Im } k > 0$, 在非相对论情况下, 在质心系中三维动量 $k = \sqrt{2\mu_m E}$.

忽略高阶项 $O(m^2 E / \beta^2)$, 结合式 (25), 对式 (21) 所给 Flatté 参数化形式下的散射振幅作有效力程展

开, 可得 RS II 的散射长度 a 和有效力程 r 分别为:

$$a = -g_2/2(E_f - i\tilde{\Gamma}_1/2); \quad r = -2/\mu_m g_2. \quad (27)$$

由此可见, 在 Flatté 参数化形式下散射长度变成了复数, 而有效力程为负实数.

以 $f_0(980)$ 为例, 对于极点参数, 本文采用文献 [12] 的结果, 它是由一组类似 Roy-like 方程的 GKP 方程得到的: 该极点处于 RS II, $m_R = (996 \pm 7) \text{ MeV}$, $\Gamma_R = 50^{+20}_{-12} \text{ MeV}$. 利用式 (27), 并结合相关参数可计算出在不同 r_{exp} 取值下的散射长度和有效力程 (表 1).

表 1 对应于不同 r_{exp} 的复合系数 X 、 $1 - W_R$ 、 a 以及 r

介子	r_{exp}	X	$1 - W_R$	a	r
				fm	
$f_0(980)$	0.52 ^[13]	0.51	0.76	0.45–1.15i	–1.78
	0.68 ^[14]	0.38	0.58	0.32–0.94i	–3.12
	0.75 ^[15]	0.29	0.50	0.18–0.78i	–4.64

注: 这些结果相应于文献 [11] 的平均值.

由表 1 可知: 随着 r_{exp} 的增大, X 和 a 的绝对值减小; r 为负, 且其绝对值增大. 通过对比 X 和 r 可发现, $-r$ 较大预示着裸态成分占比较大, 相反则介子-介子成分大, 文献 [10] 也给出了相同的结果. 如果考虑质量和宽度所带来的误差, 则 X 和 $1 - W_R$ 在误差范围内是一致的^[11]. 最终 X 、 a 以及 r 的大小只依赖于对 r_{exp} 的精确测量.

4 结语

本文阐述了利用复合系数、衰变宽度关系式, Flatté 参数化, 裸态谱密度函数这 3 种方法计算共振态各衰变道的复合系数. 以极点信息、总衰变宽度和总复合系数 (或分支比) 为输入量, 采用这类方法可定量研究共振态的内部结构; 利用有效力程展开研究了共振态的散射长度和有效力程; 以 $f_0(980)$ 为例进行了相关计算及结果分析.

5 参考文献

[1] ABLIKIM M, ACHASOV M N, AI X C, et al. Observation of a charged charmoniumlike structure in $e^+e^- \rightarrow \pi^+ \pi^- J/\psi$ at $s = 4.26 \text{ GeV}$ [EB/OL]. (2013-05-07)[2022-04-22]. <https://arxiv.org/abs/1303.5949>

[2] AAIJ R, ADEVA B, ADINOLFI M, et al. Observation of J/ψ p resonances consistent with pentaquark states in Λ [0

over b] $\rightarrow J/\psi K^- p$ decays[J]. Physical Review Letters, 2015, 115(7): 072001

[3] AAIJ R, ABDELMOTTELEB A S W, BETETA C A, et al. Observation of an exotic narrow doubly charmed tetra quark [EB/OL]. (2021-09-03)[2022-04-23]. <https://arxiv.org/abs/2109.01038>, 2021

[4] WEINBERG S. Elementary particle theory of composite particles[J]. Physical Review, 1963, 130(2): 776

[5] GUO Z H, OLLER J A. Probabilistic interpretation of compositeness relation for resonances[J]. Physical Review D, 2016, 93(9): 096001

[6] GUO Z H, OLLER J A, DE ELVIRA J R. Chiral dynamics in form factors, spectral-function sum rules, meson-meson scattering and semilocal duality[J]. Physical Review D, 2012, 86(5): 054006

[7] MEIBNER U G, OLLER J A. Testing the χ_{c1} p composite nature of the $P_c(4450)$ [J]. Physics Letters B, 2015, 751: 59

[8] DIAS J M, TOLEDO G, ROCA L, et al. Unveiling the $K_1(1270)$ double-pole structure in the $B^- \rightarrow J/\psi \rho^- K^-$ and $B^- \rightarrow J/\psi K^{*-} \pi^-$ decays[J]. Physical Review D, 2021, 103(11): 116019

[9] BARU V, HANHART C, KALASHNIKOVA Y S, et al. Interplay of quark and meson degrees of freedom in a near-threshold resonance[J]. The European Physical Journal A, 2010, 44(1): 93

[10] BARU V, HAIDENBAUER J, HANHART C, et al. Evidence that the $a_0(980)$ and $f_0(980)$ are not elementary particles[J]. Physics Letters B, 2004, 586: 53

[11] WANG Z Q, KANG X W, OLLER J A, et al. Analysis on the composite nature of the light scalar mesons $f_0(980)$ and $a_0(980)$ [EB/OL]. (2013-05-07)[2022-04-30]. <https://arxiv.org/abs/1303.5949>

[12] GARCIA-MARTIN R, KAMIŃSKI R, PELAEZ J R, et al. Precise determination of the $f_0(600)$ and $f_0(980)$ pole parameters from a dispersive data analysis[J]. Physical Review Letters, 2011, 107(7): 072001

[13] AUBERT B, BARATE R, BONA M, et al. Dalitz plot analysis of the decay $B^\pm \rightarrow K^\pm K^\pm K^\mp$ [J]. Physical Review D, 2006, 74(3): 032003

[14] OLLER J A, OSET E. Chiral symmetry amplitudes in the S -wave isoscalar and isovector channels and the $\sigma, f_0(980), a_0(980)$ scalar mesons[J]. Nuclear Physics A, 1997, 620(4): 438

[15] ABLIKIM M, BAI J Z, BAN Y, et al. Partial wave analysis of $\chi_{c0} \rightarrow \pi^+ \pi^- K^+ K^-$ [J]. Physical Review D, 2005, 72(9): 092002

Analysis on the composite nature of exotic state and its effective range expansion

KANG Xianwei YU Shuoying WANG Zeqiang

(The Key Laboratory of Beam Technology of Ministry of Education, College of Nuclear Science and Technology,
Beijing Normal University, 100875, Beijing, China;
The Institute of Radiation Technology, Beijing Academy of Science and Technology, 100875, Beijing, China)

Abstract The proportion of internal components of hadrons is discussed by the composite coefficient method, and the results show that the composite coefficients of the resonance can quantitatively describe the internal structure of some exotic hadron states. Three different methods were determined, namely, the relationship between the total width and the composite coefficient, the theoretical method of Flatté parameterization, and the spectral function of the near-threshold resonance. Combining effective range expansion and Flatté parameterization, the scattering length and effective range related to the exotic resonance are discussed, and the corresponding calculation and discussion are carried out by taking the light scalar meson $f_0(980)$ as an example.

Keywords exotic states; compositeness coefficient; Flatté parameterization; spectral function; effective range expansion

【责任编辑: 陆有忠】