

引用格式: 肖立平, 余斌, 焦春荣, 等. 基于瑞利-里兹法的复合材料转子叶片模拟件力学分析与铺层优化[J]. 航空材料学报, 2026, 46(9): 118-132.

XIAO Liping, YU Bin, JIAO Chunrong, et al. Mechanical analysis and layup optimization of simulating specimen for composite rotor blades based on Rayleigh-Ritz method[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2026, 46(9): 118-132.

基于瑞利-里兹法的复合材料转子叶片模拟件力学分析与铺层优化

肖立平^{1,2}, 余斌^{1,2}, 焦春荣³, 王雅娜³,
孙世杰³, 赵海峰^{1,2*}, 焦健^{3*}

(1. 中国科学院大学 航空宇航学院, 北京 100049; 2. 中国科学院空间应用工程与技术中心, 北京 100094; 3. 中国航发北京航空材料研究院 先进复合材料科技重点实验室, 北京 100095)

摘要: 复合材料转子叶片由于质轻、比强度高、比模量大、力学性能可调等优势, 正逐渐替代传统金属件成为航空、能源动力等领域的关键承载部件。明确材料参数、铺层形式等对该类结构承载性能的影响具有重要的工程意义。本工作应用能量法, 提出一种适用于复合材料转子叶片模拟件的刚度、强度分析, 以及铺层优化设计的高效数值计算方法。基于 Rayleigh-Ritz 变分原理, 建立等厚度与变厚度梯度(削层结构)层合梁在不同载荷工况(单一离心场、离心-侧压耦合场)下的平面应力分析模型。应用有限元仿真, 验证理论模型在结构力学性能预测方面的准确性。通过引入高阶多项式位移形函数, 实现了各载荷工况下结构的位移场与应力场的精确预测。最后, 针对单一离心场作用下的变厚度复合材料转子叶片模拟件进行了铺层优化设计。数值分析表明, 该理论模型对结构径向变形量的平均预测误差不高于 6%, 横向变形量的平均预测误差不高于 15%。对于应力分布趋势的预测, 理论计算与仿真值吻合良好。此外, 铺层角度对转子叶片结构的应力与变形量有着较大影响。其中, $[0]_n$ 铺层沿径向的变形量最小, $[0/90]_{ns}$ 与 $[\pm 30]_{ns}$ 对称铺层结构次之, $[\pm 45]_{ns}$ 对称铺层结构变形最大。应力方面, $[0/90]_{ns}$ 对称铺层结构中的 0° 铺层沿纤维方向应力较大, 其他 3 种铺层结构的应力相近。结果表明, 该力学分析模型能够对等厚度、变厚度复合材料转子叶片结构的力学响应进行快速评估。相较于传统方法, 该理论模型能够显著提升计算效率, 在推进复合材料动力构件的优化设计方面具有工程应用价值。

关键词: 复合材料; 转子叶片; 力学分析; 瑞利-里兹法; 铺层优化

doi: 10.11868/j.issn.1005-5053.2024.000192

CSTR: 32420.14.j.issn.1005-5053.2024.000192

中图分类号: V214.8

文献标识码: A

文章编号: 1005-5053(2026)09-0118-15

Mechanical analysis and layup optimization of simulating specimen for composite rotor blades based on Rayleigh-Ritz method

XIAO Liping^{1,2}, YU Bin^{1,2}, JIAO Chunrong³, WANG Yana³,
SUN Shijie³, ZHAO Haifeng^{1,2*}, JIAO Jian^{3*}

(1. School of Aeronautics and Astronautics, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 2. Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China; 3. Key Laboratory of Advanced Composites, AECC Beijing Institute of Aeronautical Materials, Beijing 100095, China)

Abstract: Composite rotor blade becomes one of the important components in the aerospace and energy industries, owing to its advantages of lightweight, high specific strength and modulus, and tunable mechanical properties. Determining the effects of material parameters and layup on structural load-bearing capacity is valuable for engineering application. With energy method, a theoretical model for strength evaluation, stiffness analysis, and layup optimization of this structure are proposed. Based on

Rayleigh-Ritz method, theoretical models about the simulating specimen for composite rotor blade under different loading conditions are established, including the blade solely under centrifugal force and the blade under combined centrifugal force and uniform pressure. The theoretical model is verified by the finite element method (FEM). And a higher order of the trial function induces higher prediction accuracy of the model. Finally, the effects of different layups on the strength and stiffness of the rotor blade simulator with ply drops are evaluated with this model. The results show that the prediction error of the theoretical model in radial deformation is lower than 6%. And for transverse deformation prediction, the error is no higher than 15%. The theoretical analysis aligns well with simulation results in predicting stress distribution. Besides, it shows that the layup significantly influence the mechanical performance of the structure. The deformation in x -direction of the structure with $[0]_n$ layup is the smallest, followed by the structure with $[0/90]_{ns}$ layup and $[\pm 30]_{ns}$ layup. The deformation in x -direction of the structure with $[\pm 45]_{ns}$ layup is the largest. The increase in proportion of 0° plies improves the structural stiffness. As for stress along the principal material axes, the structures with $[0]_n$, $[\pm 30]_{ns}$ and $[\pm 45]_{ns}$ layups have similar magnitude, which are smaller than that of the structure with $[0/90]_{ns}$ layup. The theoretical model proposed in this paper provides a method for efficiently evaluating the mechanical properties of the composite rotor blade. Compared to traditional method, this model can shorten the design period and improve the efficiency, which is helpful for optimal design of composite power components.

Key words: composites; rotor blade; mechanical analysis; Rayleigh-Ritz method; layup optimization

随着工业技术的不断发展,各领域机械装备的性能日益提升,对结构材料提出了新的需求^[1-3]。由于质量轻、比强度与比模量高、热变形小、性能可设计等优势,复合材料在航空航天^[4]、地面交通、新能源以及海上装备等领域的重要性与用量占比日益提升。复合材料转子叶片是工程领域的一类典型构件,常见于风电叶片^[5]、航空发动机叶片^[6]、飞行器旋翼^[7]、船舶桨叶^[8]等组件。在航天器中,也存在承受离心载荷的构件,如人造重力大型空间站^[9]、折展式旋翼着陆减速器^[10]、卫星旋转动平衡结构^[11]等。作为动力系统的核心部件,转子叶片的结构可靠性、工作稳定性以及工作效率至关重要。根据应用场景的不同,转子叶片在实际工况中需承受高压、高速旋转等各类载荷,工作条件恶劣。而复合材料相比于传统金属材料又会引入各向异性、非线性、层合结构复杂性问题,致使复合材料转子叶片的力学分析难度提升。因此,对该结构在实际工况下的力学响应情况进行准确表征是保证结构可靠运行的关键^[12]。

国内外研究学者针对转子叶片的力学性能评估开展了大量研究工作。郭军刚等^[13]针对涡轮转子叶片开展离心拉伸的数值分析,利用有限元分析方法评估叶片高速旋转时产生的拉伸变形与应力分布情况。Boyle等^[14]对陶瓷基复合材料转子叶片进行应力分析,研究旋转速率、杨氏模量等参数对结构应力分布的影响。房友龙等^[15]为明确燃气轮机叶顶间隙变化规律,估算轮盘与叶片的承载性能,通过力学分析的方法定量描述叶片、涡轮盘在

离心力作用下的变形程度。费成巍等^[16]利用有限元与响应面法,描述航空发动机涡轮叶片径向位移的变化规律。此外,邵小军等^[17]对复合材料削层结构进行有限元分析,对结构的应力集中区域进行了识别。综合来看,复合材料转子叶片的传统设计方法存在局限性,基于仿真或试验的设计流程重复性高、操作繁琐,且难以实现结构参数的全局优化。相较之下,基于理论分析模型的评价体系能够实现结构性能的快速评估,提升设计迭代效率。

本工作针对具有对称铺层形式的复合材料转子叶片模拟件,基于经典层合板理论与瑞利-里兹变分原理,建立结构的力学响应分析模型。综合考虑转子叶片的结构特征、装配关系以及实际工况,基于“积木式”评价体系拟定离心场作用下等厚度层合梁、变厚度层合梁,以及离心-侧压耦合场作用下变厚度层合梁3类模拟工况^[18]。在平面应力假设前提下,应用能量法分别构建结构变形量、应力与应变的分析模型。利用该理论模型评估铺层角度对结构宏观承载性能的影响。通过仿真模拟对理论模型的精确性进行验证。这些研究成果可为复合材料转子叶片装配间隙变化规律、强度校核及结构优化设计提供理论依据与参考。

1 基于瑞利-里兹法的理论分析模型

对于航天器旋转部件来说,由于太空环境的高真空,结构主要承受离心力载荷,响应形式为拉应力与径向位移。而对于航空器或航海器的转子叶

片,除高速旋转外,还会受到流体压力,结构需承载离心力与压力的耦合作用,受力形式更为复杂。因此,考虑到应用场景的不同,本工作主要针对两类工况、两种构型的转子叶片受力情况进行分析,具体包括单一离心载荷作用下的等厚度层合板、单一离心载荷作用下的变厚度层合板,以及离心力与压力耦合作用下的变厚度层合板3种。在实际工程应用中,叶片结构复杂,且可能承受非均匀气动载荷(如三维流场压力梯度)以及动态惯性力(转速变化、振动)等复杂载荷。为便于理论模型的构建,在此对叶片几何与工况进行简化。对于叶片几何,简化三维曲率与扭转效应,保留变厚度梯度这一主要结构特征;对于外力载荷,以等转速离心力、均布侧向压力分别模拟离心场与流体压力场的作用;对复合材料构件而言,提出的理论模型应考虑铺层厚度、铺层角度、材料参数、转速、剖面形状等对结构应力分布情况的影响。

复合材料层合板由于铺层方向的差异,导致各单元层的模量不一致,常规计算各向同性材料应力

的方式无法准确求解结构在各载荷作用下的力学响应关系。因此,本工作从能量的角度出发,应用瑞利-里兹法^[19]进行求解。进行理论模型推导前,首先对复合材料结构作如下假设:(1)构件的应力及应变在复合材料本构关系的弹性范围内;(2)层合板各单元层之间粘接良好,变形连续;(3)层合板满足平面应力条件。

1.1 等厚度复合材料层合板

仅考虑离心力作用时,等厚度截面复合材料层合板的铺层示意与受力分析如图1所示(以 $[0/90]_{4s}$ 铺层为例)。一般情况下,转子叶片一端固定在旋转轮盘上。因此,令层合板的底端面固定且到旋转中心轴的距离为 L_r 。全局坐标系 O 的原点位于转轴位置处。为便于计算,在底端面中心建立局部坐标系 O_1 。设层合板的高度方向为 x 轴,厚度堆叠方向为 y 轴, z 轴则平行于旋转轴。等厚度层合板整体作角速率为 ω 的旋转运动。当 L_r 较大时,由高速旋转所产生的向心力作用方向可近似为平行于 x 轴。

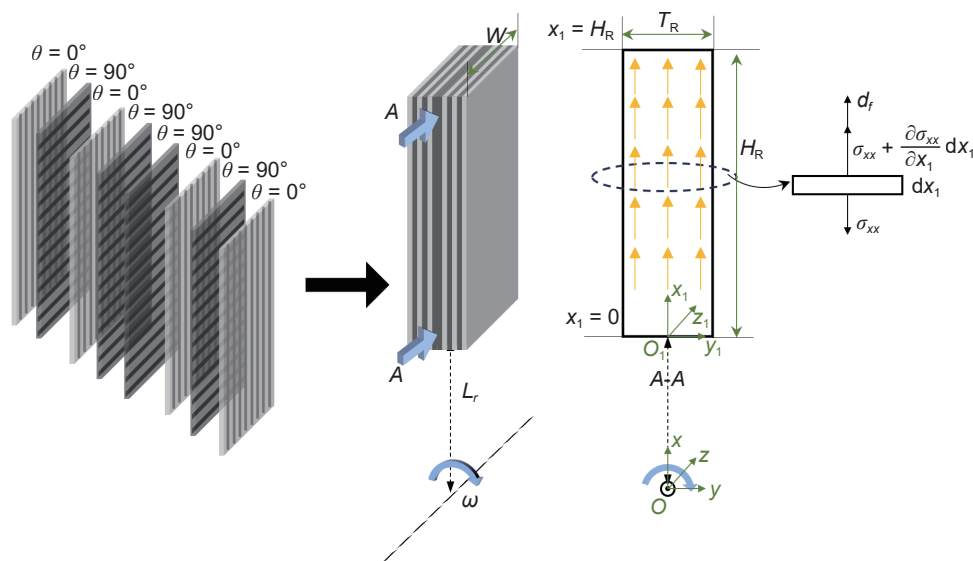


图1 等厚度复合材料层合板在离心载荷作用下的力学分析

Fig. 1 Mechanical analysis of the composite laminate with uniform thickness under centrifugal force

由于层合板中各层板之间的应力不连续,因此从应变的角度进行理论模型的推导。瑞利-里兹法是求泛函极小问题的极小化序列的一种直接方法,依赖于守恒系统的最小势能原理。在用该方法进行求解时,要假设结构位移函数或形状函数的形式,并表达出系统的势能函数,通过计算得到使系统势能函数最小的试函数参数。在应用瑞利-里兹法进行求解时,一般将位移的试函数设为多项式形式,如式(1)所示:

$$\begin{cases} u = \sum_{i=0}^{m_1} a_i X^i \\ v = \sum_{i=0}^{m_2} b_i X^i \end{cases} \quad (1)$$

式中: u 表示纵位移量; v 表示横位移量; m_1 与 m_2 分别表示试函数的阶数; a_i 与 b_i 表示试函数的待定系数。

等厚复合材料层合板在旋转离心力作用下仅发生径向位移。因此,位移函数为式(2):

$$\begin{cases} u_R(x_1) = \sum_{i=0}^{m_1} a_i x_1^i \\ v_R(x_1) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: a_i 为待求的试函数参量; m_1 表示多项式最高阶数; $u_R(x_1)$ 表示在局部坐标系 O_1 下的等厚度复合材料层合板沿 x 方向的位移表达式。由于层合板的底端面固定, 则有式(3):

$$u_R(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0 \quad (3)$$

若仅考虑惯性力作用, 则该系统的势能表示为式(4):

$$\Pi_R^C = U_R^C + V_R^C \quad (4)$$

式中: 下标 R 表示等厚度层合板; 上标 C 表示单一离心力作用; U_R^C 表示单一离心力作用下, 等厚度复合材料层合板的应变能; V_R^C 表示惯性载荷做功。

沿结构 x 方向任取一微元段, 设为 dx_1 。微元 dx_1 的受力如图 1 所示。根据牛顿第二定律, 离心力与质量及加速度成正比关系, 则微元上的惯性载荷为式(5):

$$df_{x_1} = \rho T_R(x_1) W a_n(x_1) dx_1 \quad (5)$$

式中: ρ 为微元的密度; W 为层合板的深度; $T_R(x_1)$ 为微元的厚度。对于等厚度层板, $T_R(x_1) = T_R$; $a_n(x_1) = \omega^2(x_1 + L_T)$ 为微元的向心加速度; df_{x_1} 为微元 dx_1 的惯性载荷, 乘以该微元沿 x 方向的位移 $u_R(x_1)$ 即为微元上惯性载荷做功。对结构整体进行积分, 可用式(6)求得系统内惯性载荷做功的大小:

$$\begin{aligned} V_R^C &= \int df_{x_1} u_R(x_1) \\ &= \int_0^{H_R} \rho T_R W \omega^2(x_1 + L_T) u_R(x_1) dx_1 \end{aligned} \quad (6)$$

在进行复合材料层合板的应变能计算时, 应对各单元层单独计算。由于泊松效应, 某一方向的应力不仅引起加载方向的变形, 还会导致其他方向的变形。因此, 对于正交各向异性单层板, 面内应变能表示为式(7):

$$\begin{aligned} U_p^{(k)} &= \int_V w(\varepsilon) dV \\ &= \iiint_V \left[\frac{1}{2} (\sigma_x^{(k)} \varepsilon_x^{(k)} + \sigma_y^{(k)} \varepsilon_y^{(k)} + \tau_s^{(k)} \gamma_s^{(k)}) \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $w(\varepsilon)$ 为应变能密度函数; $\varepsilon_x^{(k)}$ 、 $\varepsilon_y^{(k)}$ 与 $\gamma_s^{(k)}$ 分别为第 k 层板在 x 方向的应变、 y 方向的应变以及平面内的剪切应变; $\sigma_x^{(k)}$ 、 $\sigma_y^{(k)}$ 与 $\tau_s^{(k)}$ 为第 k 层板所对应的应力。

对于复合材料转子叶片模拟件, x 方向应变可用位移 $u_R(x_1)$ 的一阶导数表示, 见式(8):

$$\varepsilon_x = u_R'(x_1) \quad (8)$$

复合材料叶片的离心力沿 x 方向, 则其他方向的变形可通过泊松比(式(9))作近似计算:

$$\varepsilon_y^{(k)} = -\nu_{xy} \varepsilon_x^{(k)}, \gamma_s^{(k)} = \eta_{xs} \varepsilon_x^{(k)} \quad (9)$$

式中: $\nu_{xy} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}$ 为泊松比, 衡量 x 方向应力所引起的 y 方向的应变; $\eta_{xs} = \frac{\gamma_s}{\varepsilon_x}$ 为剪切耦合系数, 度量 x 方向应力所引起的 x - y 平面内的切应变。

需要注意的是, 层合板结构的变形协调, 因此 ν_{xy} 与 η_{xs} 应当是层合板的工程常数。对于对称铺层复合材料层合板, 有式(10) [20]:

$$\begin{aligned} \bar{E}_x &= \frac{1}{ha_{xx}}, \bar{E}_y = \frac{1}{ha_{yy}}, \bar{G}_{xy} = \frac{1}{ha_{ss}}, \\ \bar{\nu}_{xy} &= -\frac{a_{yx}}{a_{xx}}, \bar{\nu}_{yx} = -\frac{a_{xy}}{a_{yy}}, \bar{\eta}_{sx} = \frac{a_{xs}}{a_{ss}}, \\ \bar{\eta}_{xs} &= \frac{a_{sx}}{a_{xx}}, \bar{\eta}_{ys} = \frac{a_{sy}}{a_{yy}}, \bar{\eta}_{sy} = \frac{a_{ys}}{a_{ss}} \end{aligned} \quad (10)$$

式中: h 为层合板的厚度; $[a]$ 为层合板的柔度矩阵, 由对应刚度矩阵求逆得到。

对于平面应力状态下的单层板, 其材料主方向的应力-应变关系为 $\sigma = Q\varepsilon$ 。其中, Q 是二维刚度矩阵, 与工程常数有关。利用应力转轴公式, 即可求得单层板任意方向的应力-应变关系, 即式(11) [21]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & Q_{xs} \\ Q_{yx} & Q_{yy} & Q_{ys} \\ Q_{sx} & Q_{sy} & Q_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: 转换后的缩减刚度矩阵 $[Q_{xy}]$ 为对称矩阵, 由主方向与 x 轴的夹角 θ (逆时针旋转取正, 反之为负)、主方向刚度 $[Q_{12}]$ 确定。

联立式(8)、(9)、(11), 可进一步得到单层板的应变能函数式(7)中各项的表达式(式(12)):

$$\begin{cases} \sigma_x^{(k)} \varepsilon_x^{(k)} = [Q_{xx} u_R'(x_1) - Q_{xy} \nu_{xy} u_R'(x_1) \\ \quad + Q_{xs} \eta_{xs} u_R'(x_1)] u_R'(x_1) \\ \sigma_y^{(k)} \varepsilon_y^{(k)} = -[Q_{yx} u_R'(x_1) - Q_{yy} \nu_{xy} u_R'(x_1) \\ \quad + Q_{ys} \eta_{xs} u_R'(x_1)] \nu_{xy} u_R'(x_1) \\ \tau_s^{(k)} \gamma_s^{(k)} = [Q_{sx} u_R'(x_1) - Q_{sy} \nu_{xy} u_R'(x_1) \\ \quad + Q_{ss} \eta_{xs} u_R'(x_1)] \eta_{xs} u_R'(x_1) \end{cases} \quad (12)$$

则系统在离心力作用下的总应变能为式(13):

$$U_R^C = W \sum_{k=1}^{N_R} t_k \int_0^{H_R} w(x_1) dx_1 \quad (13)$$

式中: $w(x_1) = \frac{1}{2} (\sigma_x^{(k)} \varepsilon_x^{(k)} + \sigma_y^{(k)} \varepsilon_y^{(k)} + \tau_s^{(k)} \gamma_s^{(k)})$; t_k 表示第 k 层单层板的厚度; N_R 表示等厚度复合材料层合板的层数; W 为层合板的宽度; H_R 为层合板的高度。

联立式(4)、(6)与(13),即可将系统能量表示为与试函数参量 a_i 有关的函数。选取各未知参量,使系统势能取最小值,有式(14):

$$\frac{\partial \Pi_R^C}{\partial a_i} = 0 \quad (14)$$

对于该问题,可得到 m_1 个方程,共包含 m_1 个未知数。求解此多元方程组,便可得到试函数 $u_R(x_1)$ 的表达式。该函数的一阶导数为结构沿加载方向的应变 ε_x 的表达式,力施加方向的应力则可通过式(11)求得。力加载方向的位移、应变与应力的表达式为式(15):

$$\begin{cases} u_R(x_1) = \sum_{i=1}^{m_1} a_i x_1^i \\ \varepsilon_x^C(x_1) = \sum_{i=1}^{m_1} i a_i x_1^{(i-1)} \\ \sigma_x^C(x_1) = Q_{xx} \varepsilon_x^C(x_1) - Q_{xy} \nu_{xy} \varepsilon_x^C(x_1) + Q_{xs} \eta_{xs} \varepsilon_x^C(x_1) \end{cases} \quad (15)$$

1.2 变厚度复合材料层合板

变厚度复合材料层合板又称削层(减层)复合材料结构,通过改变每层的长度来实现厚度的变化。早在20世纪80年代中期,已采用削层结构以减少层压板的厚度^[22]。一方面,变厚度层合板能够

实现根部厚、尖部薄的设计,在机翼蒙皮、直升机螺旋桨等厚度存在变化的部件中得以应用;另一方面,对于开孔、螺栓连接等部位,可以增加铺层数量,以提高孔周围、连接端的强度^[23]。相比于等厚度层合板,变厚度层合板能够节省材料、降低成本,减轻结构质量、提高效率^[24]。此外,变厚度复合结构可以通过铺层结构的变化实现变刚度设计,提高复合材料层合结构的多区域载荷与空间几何适应性^[25]。

变厚度复合材料层合板的剖面厚度变化,其理论模型的推导相对等厚度层合板来说更为复杂。一般情况下,具有削层结构的复合材料层合板往往在外表面做包裹层,采用插层的形式进行铺贴。为简化理论模型的推导,本工作忽略包裹层的影响,将变厚度叶片的铺层近似看作平行堆叠,各层末端与斜面之间的三角区域用基体材料填充。

简化后的变厚度复合材料层合板结构尺寸与受力情况如图2所示。在此考虑两种载荷工况:一是单一离心力作用,主要面向在高真空环境中工作的航天器;二是离心力与均布压力耦合作用,对应的理论模型适用于与流体产生相互作用的航空器、航海器等。

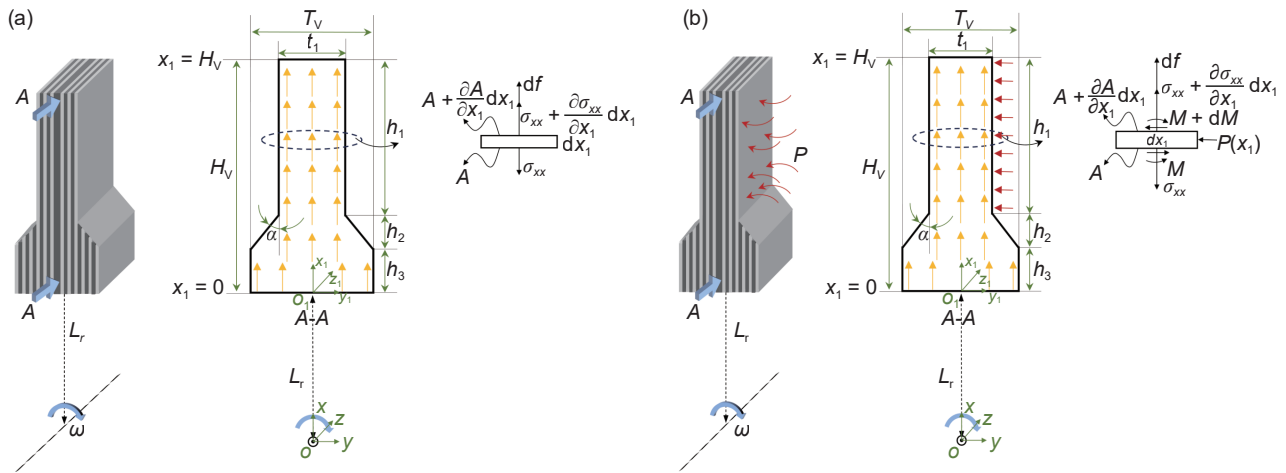


图2 变厚度复合材料层合板的力学分析 (a)单一离心载荷;(b)离心力与均布压力耦合载荷

Fig. 2 Mechanical analysis of composite laminate with ply drops (a) under centrifugal force; (b) under centrifugal force and uniform pressure

1.2.1 单一离心力作用

首先,进行单一离心力作用下的理论模型推导。对于变厚度复合材料层板,位移边界约束与等厚层板一致。设位移形函数(或试函数)为式(16):

$$\begin{cases} u_V(x_1) = \sum_{i=1}^{m_1} a_i x_1^i \\ v_V(x_1) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

在仅考虑离心力作用时,该系统的势能表示为式(17):

$$\Pi_V^C = U_V^C + V_V^C \quad (17)$$

式中:下标V表示变厚度复合材料层合板结构;上标C表示单一离心力作用; U_V^C 表示单一离心力作用下,变厚度复合材料层合板的应变能; V_V^C 表示惯

性载荷做功。

变厚度复合材料转子叶片模拟件微元上惯性载荷的表达式与式(5)一致,其中变厚度层合板的 $T_V(x_1)$ 非常数。由图2可知, $T_V(x_1)$ 为分段函数,以局部坐标系 $\{O_1\}$ 表示,有式(18):

$$T_V(x_1) = \begin{cases} T_V, & 0 \leq x_1 < h_3 \\ T_V - 2(x_1 - h_3)\tan\alpha, & h_3 \leq x_1 \leq H_2 \\ t_1, & H_2 < x_1 \leq H_V \end{cases} \quad (18)$$

式中: $H_2 = h_2 + h_3$; $H_V = h_1 + h_2 + h_3$ 为叶片的总高度; t_1 为叶片薄层部分的厚度; T_V 为叶片厚层部分的厚度; α 为半燕尾角,表示薄层部分向厚层部分过渡时延展方向与 x - z 平面的夹角。

联立式(5)与式(18),可得变厚度复合材料层板受到单一离心力作用时,系统内惯性载荷做功为式(19):

$$\begin{aligned} V_V^C &= \int df_{x_1} u_V(x_1) \\ &= \int_0^{h_3} \rho T_V W \omega^2 (x_1 + L_r) u_V(x_1) dx_1 \\ &\quad + \int_{h_3}^{H_2} \rho [T_V - 2(x_1 - h_3)\tan\alpha] \\ &\quad W \omega^2 (x_1 + L_r) u_V(x_1) dx_1 \\ &\quad + \int_{H_2}^{H_V} \rho t_1 W \omega^2 (x_1 + L_r) u_V(x_1) dx_1 \end{aligned} \quad (19)$$

与等厚度复合材料层合板的理论模型推导类似,对变厚度层板的应变能进行推导时,先逐层推导,然后通过加和求得结构整体的应变能表达式(20):

$$U_V^C = W \sum_{k=1}^{N_V} t_k \int_0^{h_k} \left[\frac{1}{2} (\sigma_x^{(k)} \varepsilon_x^{(k)} + \sigma_y^{(k)} \varepsilon_y^{(k)} + \tau_s^{(k)} \gamma_s^{(k)}) \right] dx_1 \quad (20)$$

式中: h_k 表示第 k 层单元板的高度。与结构厚度 $T_V(x_1)$ 类似, h_k 也可用分段函数(式(21))表示:

$$h_k = \begin{cases} h_3 + \sum_{j=1}^{k-1} \frac{t_j}{\tan\alpha}, & 1 \leq k \leq 0.5(N_V - n_1) \\ H_V, & 0.5(N_V - n_1) < k \leq 0.5(N_V + n_1) \\ H_2 - \sum_{j=0.5(N_V + n_1)+1}^k \frac{t_j}{\tan\alpha}, & 0.5(N_V + n_1) < k \leq N_V \end{cases} \quad (21)$$

式中: n_1 表示薄层部分的总层数; N_V 表示结构的总铺层数。若结构各层厚度一致,大小均为 t_p ,则有 $n_1 = t_1/t_p$, $N_V = T_V/t_p$ 。

联立式(19)与式(20),即可将单一离心力作用下变厚度转子叶片模拟件的系统能量表示为与试函数参量 a_i 有关的函数。按式(14)所示的计算过

程,便可得到该工况下变厚度转子叶片模拟件的纵向位移、应变与应力式(22):

$$\begin{cases} u_V(x_1) = \sum_{i=1}^{m_1} a_i x_1^i \\ \varepsilon_x^C(x_1) = \sum_{i=1}^{m_1} i a_i x_1^{(i-1)} \\ \sigma_x^C(x_1) = Q_{xx} \varepsilon_x^C(x_1) - Q_{xy} \gamma_{xy} \varepsilon_x^C(x_1) + Q_{xs} \eta_{xs} \varepsilon_x^C(x_1) \end{cases} \quad (22)$$

1.2.2 离心力与均布压力耦合作用

考虑拉弯耦合作用下,变厚度复合材料转子叶片模拟件的力学响应情况。离心力与流体压力共同作用下的变厚度转子叶片简化示意图如图2(b)所示。在高速旋转时,转子叶片受到离心力作用会被拉伸,又由于叶片一侧产生压力而导致结构弯曲。这种在横向力和轴向力共同作用下发生弯曲变形的梁,称为纵横弯曲梁^[26]。离心力与流体压力的作用方向相互垂直,横向与纵向的变形量解耦,难以用准确的数学模型描述两者之间的关系。因此,为保证理论模型的可实现性,本工作基于叠加原理,分别计算离心力与流体压力单独作用时结构的变形与内力,然后将两者的计算结果累加,从而求得两类载荷耦合作用时结构的应力分布情况。

单一离心力作用下变厚度复合材料转子叶片模拟件理论模型如前述章节所示。假设作用在结构上的流体压力为均布压力,对于仅受均布压力的变厚度复合材料层合板,设其位移函数为式(23):

$$\begin{cases} u_V(x_1) = 0 \\ v_V(x_1) = \sum_{i=0}^{m_2} b_i x_1^i \end{cases} \quad (23)$$

式中: $v_V(x_1)$ 表示横向位移(沿 y 方向)。对于模拟件这类悬臂梁结构,固定端的位移与转角都为零,有式(24):

$$\begin{cases} v_V(0) = 0 \Rightarrow a_0 = 0 \\ v'_V(0) = 0 \Rightarrow a_1 = 0 \end{cases} \quad (24)$$

均布压力作用时,系统势能表示为式(25):

$$\Pi_V^P = U_V^P + V_V^P \quad (25)$$

式中:下标 V 表示变厚度层合板,上标 P 表示均布压力作用; U_V^P 表示变厚度复合材料层合板的应变能; V_V^P 表示均布压力做功。

假设结构在该工况下的变形为纯弯曲,则中性层一侧为拉伸变形,另一侧为压缩变形。对于梁的纯弯曲变形,在横截面上 (x, y) 处沿 x 方向的应变表示为该点到中性层的距离 $|y|$ 乘以横向位移的二阶

导数^[27], 如式(26):

$$\varepsilon_x^P(x_1, y_1) = \pm |y_1| \frac{d^2 v_V}{dx^2} \quad (26)$$

在此, 对于每一单层板, 取其中面到中性层的距离作为 $|y_1|$ 值。

在均布压力作用下, 结构整体的应变能表达式为式(27):

$$U_V^P = W \sum_{k=1}^{N_V} t_k \int_0^{h_k} \left\{ \frac{1}{2} [\sigma_x^{(k)}(x_1, y_1) \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) + \sigma_y^{(k)}(x_1, y_1) \varepsilon_y^{(k)}(x_1, y_1) + \tau_s^{(k)}(x_1, y_1) \gamma_s^{(k)}(x_1, y_1)] \right\} dx_1 \quad (27)$$

式中: h_k 的表达式与式(21)一致; $\varepsilon_y^{(k)}(x_1, y_1)$ 与 $\gamma_s^{(k)}(x_1, y_1)$ 通过式(9)计算得到。联立式(11)与式(26), 可进一步得到应变能函数(27)中各项的表达式为式(28):

$$\begin{cases} \sigma_x^{(k)} \varepsilon_x^{(k)} = [Q_{xx} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) - Q_{xy} \nu_{xy} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) + Q_{xs} \eta_{xs} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1)] \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) \\ \sigma_y^{(k)} \varepsilon_y^{(k)} = -[Q_{yx} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) - Q_{yy} \nu_{xy} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) + Q_{ys} \eta_{xs} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1)] \nu_{xy} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) \\ \tau_s^{(k)} \gamma_s^{(k)} = [Q_{sx} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) - Q_{sy} \nu_{xy} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) + Q_{ss} \eta_{xs} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1)] \eta_{xs} \varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1) \end{cases} \quad (28)$$

式中: $\varepsilon_x^{(k)}(x_1, y_1)$ 通过式(26)计算得到。

均布压力做功通过微元积分的方式求得。沿结构 x 方向取一微元段 dx_1 , 则微元上的压力大小为式(29):

$$dP_{x_1} = P(x_1) W dx_1 \quad (29)$$

乘以该微元沿 y 方向的位移 $v_V(x_1)$, 即为微元上压力做功。对于均布压力, 有 $P(x_1) = P$, 对结构整体进行积分, 可求得系统内的外力功 V_V^P , 即式(30):

$$V_V^P = \int dP_{x_1} v_V(x_1) = \int_{H_2}^{H_R} P W v_V(x_1) dx_1 \quad (30)$$

积分范围从 H_2 到 H_R 表示均布压力作用在薄层的叶身部分。

联立式(27)与式(30), 即可得到系统势能有关于 b_i 的函数。令各未知参量的取值使得系统势能

最小, 有式(31):

$$\frac{\partial \Pi_V^P}{\partial b_i} = 0 \quad (31)$$

求解上式得到的 $(m_2 - 1)$ 元方程组, 便可得到试函数 $v_V(x_1)$ 的表达式, 对应的横向位移、纵向应变与纵向应力的表达式为式(32):

$$\begin{cases} v_V(x_1) = \sum_{i=2}^{m_2} b_i x_1^i \\ \varepsilon_x^P(x_1, y_1) = \pm |y_1| \sum_{i=2}^{m_2} i(i-1) b_i x_1^{(i-2)} \\ \sigma_x^P(x_1, y_1) = Q_{xx} \varepsilon_x^P(x_1, y_1) - Q_{xy} \nu_{xy} \varepsilon_x^P(x_1, y_1) + Q_{xs} \eta_{xs} \varepsilon_x^P(x_1, y_1) \end{cases} \quad (32)$$

联立式(22)与式(32), 可求得在离心力与均布压力共同作用下变截面复合材料转子叶片模拟件的应力分布, 如式(33):

$$\begin{bmatrix} \sigma_x(x_1, y_1) \\ \sigma_y(x_1, y_1) \\ \tau_s(x_1, y_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x^C(x_1) \\ \sigma_y^C(x_1) \\ \tau_s^C(x_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_x^P(x_1, y_1) \\ \sigma_y^P(x_1, y_1) \\ \tau_s^P(x_1, y_1) \end{bmatrix} \quad (33)$$

2 理论模型验证与分析

2.1 有限元模型设置

为对理论模型进行验证, 构建等厚度与变厚度复合材料转子叶片模拟件的有限元模型。本文选取了碳纤维增强树脂基复合材料(carbon fiber reinforced polymer, CFRP)^[28]与玻璃纤维增强树脂基复合材料(glass fiber reinforced polymer, GFRP)^[29]进行模型验证。其中, CFRP由东丽公司生产的T700S碳纤维与双酚-A环氧树脂制成, 密度为 $1.57 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$; GFRP由Angeloni Group公司生产, 密度为 $1.925 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 。材料具体参数见表1。

有限元模型中, 依据复合材料层合板的单层厚度进行网格划分。所用单元为三维实体, 八节点六面体线性缩减积分单元。在网格划分中, 将有限元模型中所有单元的堆叠方向设置为与实际铺层堆叠方向一致。在铺层堆叠方向, 单元尺寸与单层板厚度相当^[17]。将每一单层板的所有网格单元设置为同一集合, 针对各层分别建立局部坐标系, 根据

表1 复合材料性能参数
Table 1 Material parameters of composites

Material	$\rho/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$	E_{11}/GPa	E_{22}/GPa	E_{33}/GPa	G_{12}/GPa	G_{13}/GPa	G_{23}/GPa	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}	f
CFRP	1.570	132.80	6.70	6.70	3.70	3.70	2.40	0.30	0.30	0.39	0.54
GFRP	1.925	39.2	7.75	7.75	3.41	3.41	2.82	0.29	0.29	0.37	0.50

铺层角度设定材料的主方向。在本模型中,将单层板厚度设置为 0.2 mm,结构的底端面位移约束为 0($U_1=U_2=U_3=0$),且该端面至旋转轴线的距离设为 $L_r=75$ mm。对于受离心力作用的转子叶片,设置载荷类型为旋转体力,转速大小为 2094.4 r/s。对于离心力与流体压力耦合作用的变厚度转子叶片,除旋转体力外,在单侧增加均布压力载荷,大小设置为 0.1 MPa。复合材料的材料参数设置与表 1 保持一致。在该有限元仿真中,仅考虑结构的弹性变形。所建立的有限元模型如图 3 所示。其中,绿色箭头指示旋转体力的方向,紫色箭头代表均布压力。

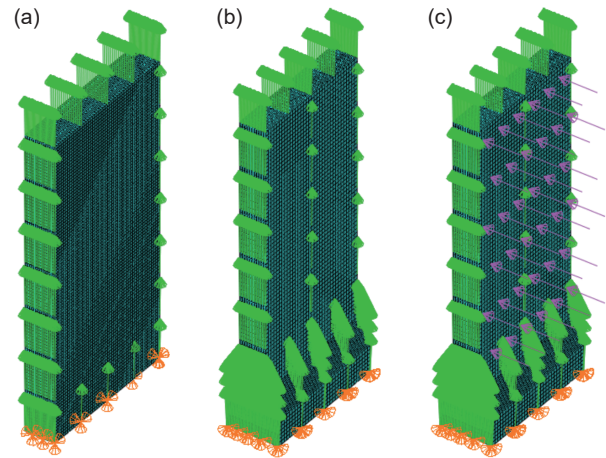


图 3 有限元模型 (a)单一离心力作用下的等厚度复合材料转子叶片;(b)单一离心力作用下的变厚度复合材料转子叶片;(c)离心力与压力耦合作用下的变厚度复合材料转子叶片

Fig. 3 Finite element model (a) composite rotor blade with uniform thickness under centrifugal force; (b) composite rotor blade with ply drop-offs under centrifugal force; (c) composite rotor blade with ply drop-offs under centrifugal force and pressure

为保证仿真的准确性,就网格疏密程度对有限元模型计算结果的影响进行分析。以单一离心力作用下的等厚度与变厚度转子叶片为例,模型网格沿厚度方向的尺寸保持 0.2 mm 不变,将沿径向的

尺寸分别设置为 0.2、0.4、0.6 mm,以计算结果的最大应力变化为判断标准,对比结果如表 2 所示。从分析结果可以看出,在设定的网格尺寸范围内有限元计算具有良好的收敛性,网格划分合理。综合考虑计算精度与效率,选择等厚度有限元模型的网格尺寸为 0.2 mm×0.4 mm,变厚度有限元模型的网格尺寸为 0.2 mm×0.6 mm。

2.2 理论模型验证

2.2.1 层合板单轴拉伸试验

由于离心与均布侧压试验的实施难度较大,在此利用简化的单轴拉伸试验对理论模型以及有限元仿真的准确性进行验证。试验所用层压板由 CF/PEEK 单向预浸带制成,8 层 0°铺层,每层厚度 0.125 mm。所制备的试样如图 4(a)所示,其总长度为 250 mm,厚度 T_R 为 1.085 mm,宽度 $W=14.93$ mm,试验区的长度 $H_R=150$ mm。试样两端增加摩擦片以增大夹持头与试样之间的摩擦力。材料基本参数分别为 $E_{11}=132$ GPa, $E_{22}=E_{33}=12$ GPa, $G_{12}=G_{13}=4$ GPa, $G_{23}=2$ GPa, $\nu_{12}=\nu_{13}=0.4$, $\nu_{23}=0.25$ 。该试验在室温下进行,试验机加载速率设为 2 mm/min。

对于层合板拉伸变形的理论分析,将拉力作为定值,则外力功式(6)退化为 $V_R^C = Fu_R(H)$, F 为作用于层合板的拉力。有限元模型的网格密度设为 0.13 mm×0.3 mm,将模型端面通过 Coupling 与参考点耦合,在参考点施加集中拉力载荷,数值为 6 kN。理论计算、有限元仿真与试验数据的对比曲线如图 4(b)所示。对于 $[0]_8$ 等厚度复合材料层压板,理论及仿真与试验数据吻合良好,误差在 2% 以内。上述结果表明,有限元仿真模型设置合理,具有较高的精确度。为充分验证理论模型在多工况下的适用性,在此应用有限元仿真对各工况复合材料层压板的力学响应进行模拟,作为理论模型的参照。

2.2.2 基于仿真的理论模型验证

对于等厚度转子叶片模拟件,选取 $[0]_{20}$ 、 $[0/$

表 2 网格密度对结构最大应力水平的影响
Table 2 Effect of mesh density on structural maximum stress

Structure	Element size/mm ²	Element number	S_{11} /MPa	S_{22} /MPa
Rotor blade with uniform thickness	0.2×0.2	400000	55.15	3.518
	0.2×0.4	100000	53.18	3.310
	0.2×0.6	44220	52.15	3.220
Rotor blade with ply drop-offs	0.2×0.2	546000	68.38	7.478
	0.2×0.4	135500	67.00	7.205
	0.2×0.6	65620	67.00	7.227

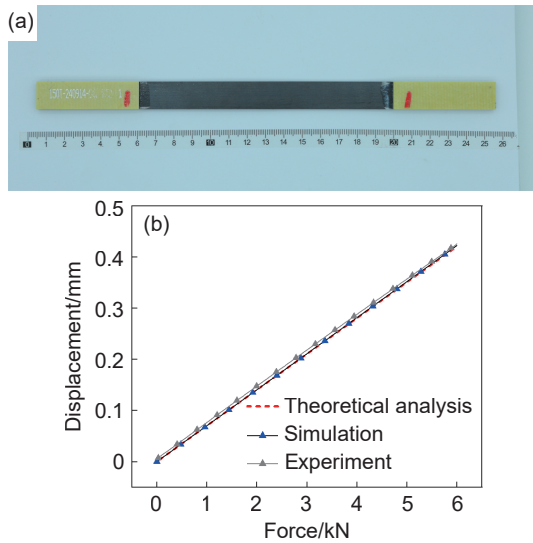


图4 层合板单轴拉伸试样(a)及试验验证(b)

Fig. 4 Uniaxial tensile specimen (a) and test verification (b) for composite laminate

$90]_{10s}$ 以及 $[\pm 45]_{10s}$ 3种对称铺层进行理论模型的验证。该层合板单层厚度为 0.2 mm , 共有 20 层。结构尺寸为 $H_R \times T_R \times W = 40\text{ mm} \times 4\text{ mm} \times 20\text{ mm}$, 单层板编号如图 5(a)所示。

对于变厚度转子叶片模拟件, 同样选取 $[0]_{40}$ 、 $[0/90]_{20s}$ 以及 $[\pm 45]_{20s}$ 3种铺层进行验证。变厚度铺层结构的厚层部分尺寸为 $T_V = 8\text{ mm}$, 薄层部分的厚度为 $t_1 = 4\text{ mm}$, 半燕尾角 $\alpha = 30^\circ$ 。其他结构尺寸为 $h_1 = 40\text{ mm}$, $h_3 = 4\text{ mm}$, $W = 20\text{ mm}$ 。变厚度层合板的层数共有 40 层, 高度为 H_V 的薄层部分有 20 层, 编号为 Ply11~30, 如图 5(b)所示。位移约束及载荷设置与前一节相同, 转速同样设置为 2094.4 rad/s 。

单一离心力、离心力与单侧压力耦合作用下的层合板结构变形对比结果如图 6 所示。对于受离心作用的等厚度转子叶片模拟件, 变形量以结构沿径向(x 方向)位移衡量, 理论与仿真的对比结果如

图 6(a-1)~(a-3)所示。试函数阶数为 $m_1 = 2$ 与 $m_1 = 3$ 时, 变形量的理论计算结果精度相差不大。 $[0]_n$ 、 $[0/90]_{ns}$ 以及 $[\pm 45]_{ns}$ 3种铺层结构的变形量的理论预测误差均较小。单一离心载荷作用下变厚度复合材料转子叶片模拟件的变形如图 6(b-1)~(b-3)所示。对于变截面复合材料层合板, 当试函数阶数达到 5 时, 理论模型的预测效果较好, 理论模型均可较为准确地预测 3 种结构的径向变形, 平均误差不超过 6%。离心力与均布压力耦合作用下的变厚度复合材料转子叶片模拟件变形分析对比结果如图 6(c-1)~(c-3)所示。考虑到此工况下结构的变形模式, 在此取 y 方向位移的绝对值作对比。当试函数阶数 $m_1 = 5$ 、 $m_2 = 10$ 时, 理论预测与仿真较为接近。从仿真结果可以看出, 离心力与压力耦合作用时导致的横向位移比单独压力作用时的小, 即离心力会对结构产生刚化作用。理论模型是在仅考虑压力作用下所求解的横向位移, 因此将理论计算结果与仿真值(仅压力)进行对比。结果表明, $[0]_n$ 、 $[0/90]_{ns}$ 两种铺层结构的位移预测结果与仿真值相比偏小, $[\pm 45]_{ns}$ 则基本相近。横向变形的预测与仿真结果平均误差不超过 15%。

CFRP 与 GFRP 的应力分析对比分别如图 7 与图 8 所示。在此, 取径向应力分量 σ_x 进行对比。结果表明, 对于 CFRP 与 GFRP 两种不同材料, 理论模型的整体预测效果均较好。对于受离心作用的等厚度转子叶片模拟件, 应力分布的理论仿真对比结果如图 7(a-1)~(a-3)及图 8(a-1)~(a-3)所示。由于边界条件的影响, 层合板表面层与中间层的应力值存在差异。因此, 提取第 1 层、第 2 层、第 9 层以及第 10 层的单层板中心对称面的应力与理论值作对比。结果表明, 理论模型对于等厚度复合材料转子叶片的应力分布预测效果良好。由于边界约束的影响^[30], 有限元模型在固定端的应力值偏高, 致使理论与仿真产生细微偏差。理论模型在

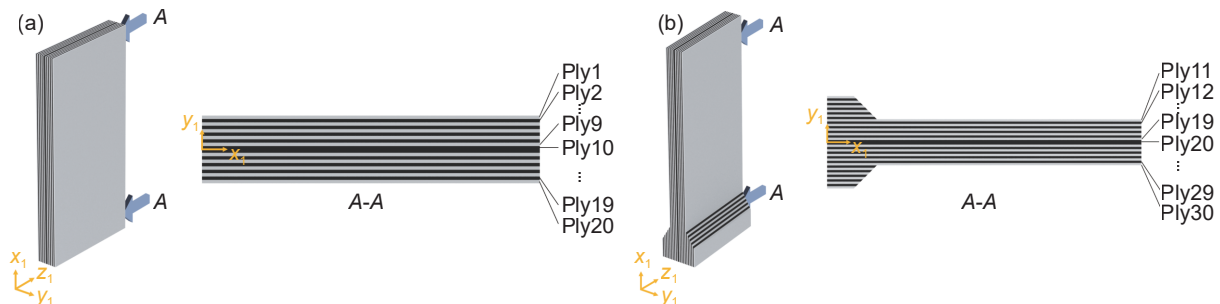


图5 复合材料转子叶片模拟件单层序号设定 (a)等厚度叶片; (b)变厚度叶片

Fig. 5 Ply number setting for composite rotor blade simulating specimen (a) rotor blade simulating specimen with uniform thickness; (b) rotor blade simulating specimen with ply drop-offs

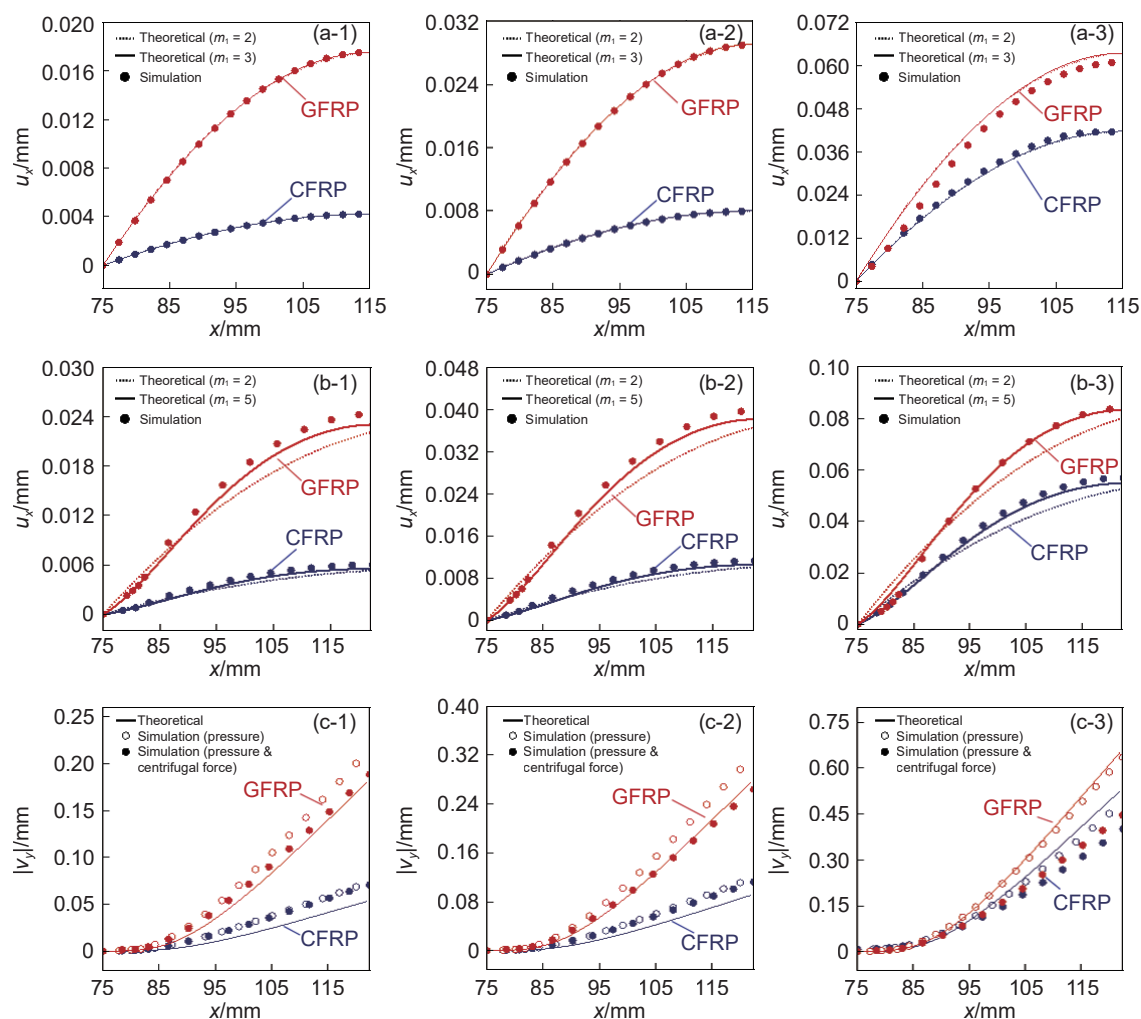


图6 复合材料转子叶片模拟件理论模型验证(变形量) (a)等厚度在单一离心力下;(b)变厚度在单一离心力下;(c)变厚度在离心力与压力耦合作用下;(1) $[0]_n$; (2) $[0/90]_{ns}$; (3) $[\pm 45]_{ns}$

Fig. 6 Verification of theoretical analysis for rotor blade simulating specimen(deformation) (a) equal thickness under a single centrifugal force; (b) variable thickness under a single centrifugal force; (c) variable thickness under the coupling effect of centrifugal force and pressure; (1) $[0]_n$; (2) $[0/90]_{ns}$; (3) $[\pm 45]_{ns}$

靠近固定端位置处低估了结构的应变能,导致应力预测结果偏小、变形量偏大。

CFRP与GFRP变厚度复合材料转子叶片模拟件在单一离心载荷作用下的应力分布分别如图7(b-1)~(b-3)、图8(b-1)~(b-3)所示。选取编号为Ply11、12、19与20的单层板中轴线上的应力值与理论分析进行对比。结果表明,变厚度转子叶片模拟件的应力值呈现出先增大、后减小的趋势,且表面层(Ply11、12)尤为明显。这是由于变厚度截面所引起的几何形状的变化,会在薄层变厚处($x_1=82.5$ mm)产生应力集中。从分析结果可以看出,理论模型能够描述由于截面厚度变化所引起的应力值的变化,但预测的应力集中点的最大值与仿真结果相比要更小,需通过应力集中系数进行一定的修正。

离心力与均布压力耦合作用下的变厚度复合材料转子叶片模拟件CFRP与GFRP应力分析对比结果分别如图7(c-1)~(c-3)、图8(c-1)~(c-3)所示。选取编号为Ply11、12、29与30的单层板中轴线上的应力值与理论分析进行对比。Ply11、12、29、30的应力-坐标变化分别用蓝色、红色、绿色与灰色曲线表示。由于单侧受压,叶片的变形不再是镜像对称。均布压力使得叶片弯曲变形,中性层以上的受拉侧会在离心力作用的基础上再次被拉伸,应力增大;受压侧则变形程度降低,应力减小。

对比结果表明,所提出的理论模型能够较精准地预测复合材料层合梁在旋转离心力作用下的变形与应力分布。从位移、应力的理论与仿真对比可以看出,试函数的阶数对理论模型的预测精度有较大影响,阶数越高,预测精度越高。由于理论模型

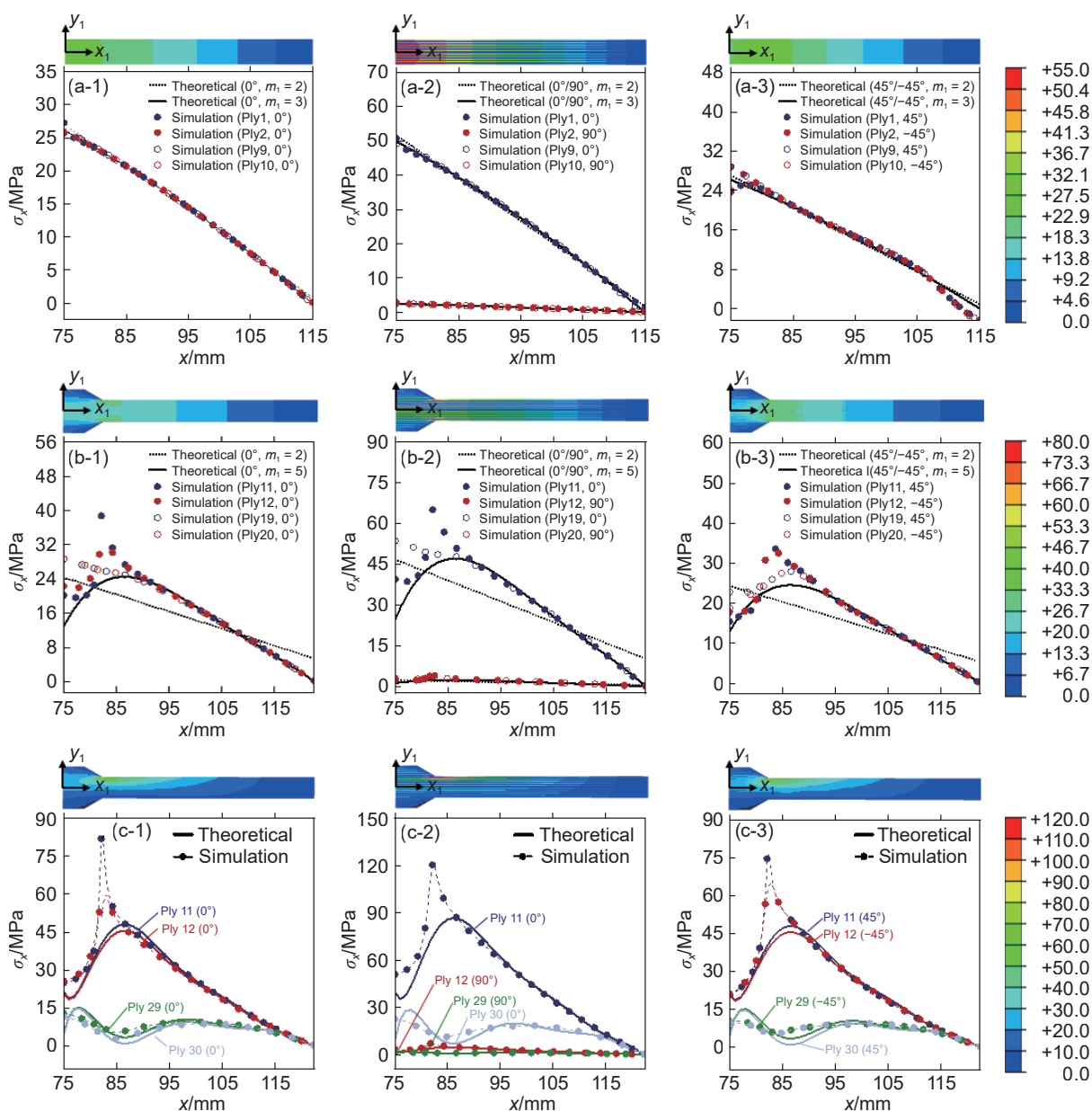


图7 CFRP复合材料转子叶片模拟件理论模型验证(应力) (a)等厚度在单一离心力下;(b)变厚度在单一离心力下;(c)变厚度在离心力与压力耦合作用下;(1) $[0]_n$; (2) $[0/90]_{ns}$; (3) $[\pm 45]_{ns}$

Fig. 7 Verification of theoretical analysis for CFRP rotor blade simulating specimen (stress) (a) equal thickness under a single centrifugal force; (b) variable thickness under a single centrifugal force; (c) variable thickness under the coupling effect of centrifugal force and pressure; (1) $[0]_n$; (2) $[0/90]_{ns}$; (3) $[\pm 45]_{ns}$

无法体现出结构的应力集中效应,对于存在应力集中的区域的分析会存在少许偏差。对于受到离心力与单侧压力耦合作用的结构,基于叠加原理的理论方法可行,但均布压力载荷下复合材料转子叶片模拟件的位移、应力求解精度偏低,致使压力与离心力耦合作用下结构的力学响应预测效果也有所下降。预测精度偏低的原因可能有两点。一方面,在理论模型中,假设均布压力引起的变形模式为纯弯曲,但实际上沿板厚方向存在剪切变形,这种简化的单一方向变形模式近似假设会与实际产生一

定偏离。另一方面,应变通过单层板中心的坐标进行计算,而同一单层板沿厚度方向应变并非常数,这种平均化处理也会造成一定偏差。总体上,基于能量法的理论建模方法可行,前提假设合理,可以较为准确地准确评估该类复合材料结构的形变程度及应力梯度变化规律。

3 复合材料转子叶片模拟件铺层优化设计

对于转子叶片来说,因装配约束、气动外形等

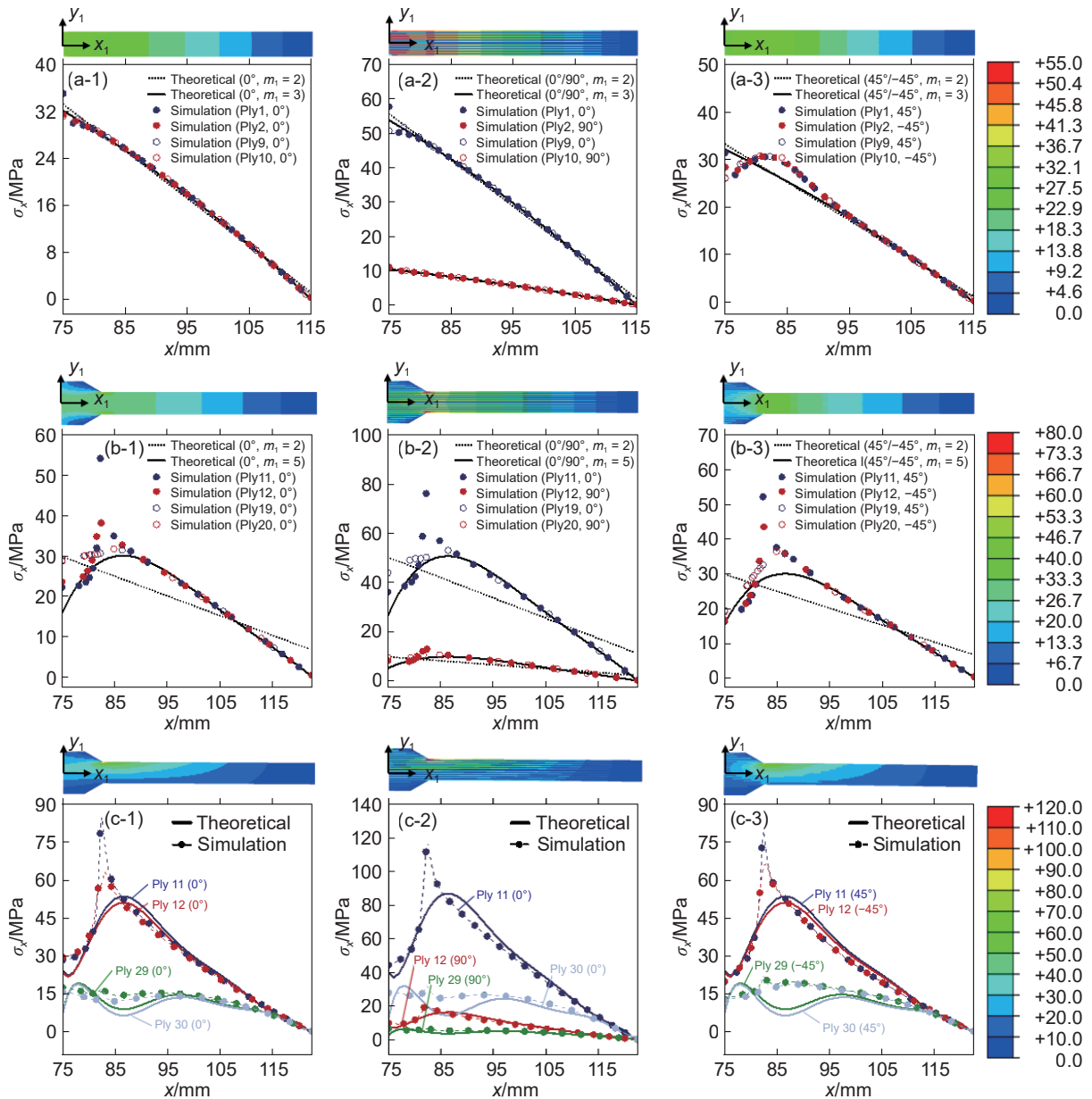


图8 GFRP复合材料转子叶片模拟件理论模型验证(应力) (a)等厚度在单一离心力下;(b)变厚度在单一离心力下;(c)变厚度在离心力与压力耦合作用下;(1) $[0]_n$; (2) $[0/90]_{ns}$; (3) $[\pm 45]_{ns}$

Fig. 8 Verification of theoretical analysis for GFRP rotor blade simulating specimen(stress) (a) equal thickness under a single centrifugal force; (b) variable thickness under a single centrifugal force; (c) variable thickness under the coupling effect of centrifugal force and pressure; (1) $[0]_n$; (2) $[0/90]_{ns}$; (3) $[\pm 45]_{ns}$

条件的约束,其结构参量往往具有较小的设计空间。复合材料具有可设计性,通过调整铺层可改变结构的宏观性能。本工作所提出的理论模型能够快速评估复合材料转子叶片的结构刚度与结构强度,从而给出合理的设计范围。在给定的结构几何外形尺寸条件下,进行铺层设计优化。

针对变厚度碳纤维增强复合材料转子叶片模拟件,以 $[0]_{40}$ 、 $[0/90]_{20s}$ 、 $[\pm 30]_{20s}$ 、 $[\pm 45]_{20s}$ 为例,评估4种不同铺层对结构力学性能的影响。结构尺寸为 $T_V=8$ mm, $t_1=4$ mm, 半燕尾角 $\alpha=30^\circ$,

$h_1=40$ mm, $h_3=4$ mm, $W=20$ mm。外载为离心力,转速大小是 2094.4 r/s。计算结果如图9所示。图中实线为理论计算结果,带圈虚线为仿真结果。从图中可以看出,理论模型能够准确反映不同铺层的差异,评估铺层性能。图9(a)为在离心力作用下,结构沿径向的位移,能够反映结构的刚度。计算结果表明,沿加载方向, $[\pm 45]_{20s}$ 铺层的结构刚度最差,在离心力作用下末端的径向位移大于 0.05 mm; $[0]_{40}$ 铺层的结构刚度最高,最大径向位移仅为 0.005 mm 左右; $[0/90]_{20s}$ 与 $[\pm 30]_{20s}$ 两种铺层的结

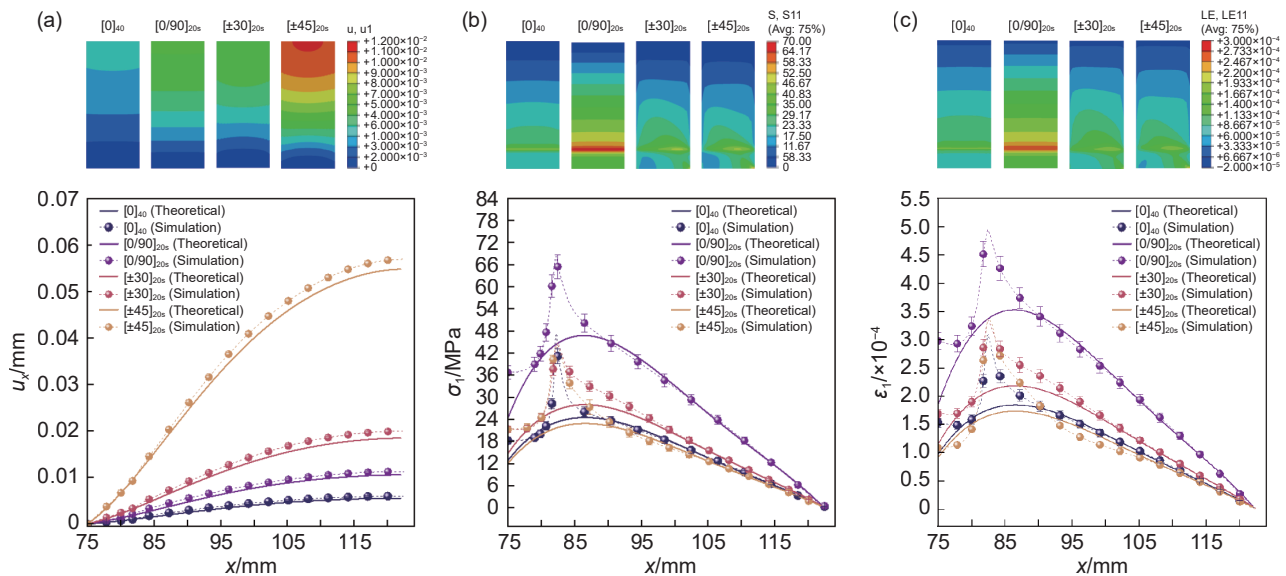


图9 复合材料转子叶片模拟件铺层优化设计 (a)铺层对结构刚度的影响;(b)铺层对结构强度的影响;(c)铺层对结构应变的影响

Fig. 9 Layup optimization of composite rotor blade simulating specimen (a) influences of layup on structural stiffness; (b) influences of layup on structural strength; (c) influences of layup on structural strain

构刚度相近,变形量大小介于 $[0]_{40}$ 与 $[\pm 45]_{20s}$ 两种铺层之间。

结构强度方面,判断材料是否发生破坏的依据是强度准则。最大应力准则和最大应变准则是较早建立的两个经典强度准则^[31]。这两类准则理论认为材料主方向上的应力或应变必须小于各自方向上对应的极限值,否则即发生破坏。本工作以最大应力准则和最大应变准则为例,对变厚度复合材料转子叶片模拟件的结构强度进行分析。

若以最大应力准则为判据,对于纤维方向应力的分布,可通过转换矩阵式(34)求解:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_6 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_s \end{bmatrix} \quad (34)$$

若以最大应变准则为判据,则纤维方向应变的分布大小求解如式(35)所示:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_6 \end{bmatrix} = (T^{-1})^T \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_s \end{bmatrix} \quad (35)$$

图9(b)、(c)所示为结构纤维方向应力与应变的分布情况。取第11层(Ply11)的纤维方向应力与应变进行对比。在离心载荷作用下, $[0/90]_{20s}$ 铺层中 0° 铺层的应力最大,是结构中的主要承力部分;其他3种铺层应力值相近,其中又以 $[\pm 45]_{20s}$ 铺层结构的应力为最小, $[0]_{40}$ 与 $[\pm 30]_{20s}$ 两种铺层的结构应力稍大。应变的变化趋势与应

力类似。

4 结论

(1)针对复合材料转子叶片,基于能量法提出一种综合考虑铺层角度、结构变厚度、以及离心与侧压多场耦合作用的理论分析模型。利用数值模拟验证了理论模型的预测精度,表明其在承载性能分析、铺层优化设计方面具有可靠性。

(2)单轴拉伸试验表明,理论计算和有限元结果与试验数据的误差均小于2%。多工况及CFRP、GFRP两类复合材料的验证结果表明,理论模型对径向变形量的平均预测误差不高于6%,对横向变形量的平均预测误差不高于15%。模型能够较好描述应力沿径向的梯度变化、削层过渡区的应力集中趋势以及侧压引起的拉压非对称特征,但对固定端和削层过渡区的局部峰值应力存在低估。

(3)铺层角度显著影响复合材料转子叶片模拟件的刚度与层内应力分配。在相同几何和离心载荷条件下, $[0]_{40}$ 铺层结构刚度最高, $[\pm 45]_{20s}$ 铺层结构刚度最低, $[0/90]_{20s}$ 与 $[\pm 30]_{20s}$ 铺层结构的变形量介于两者之间且较为接近。纤维方向应力方面, $[0/90]_{20s}$ 铺层中的 0° 层应力最大,其余3种铺层的应力水平相近。由此表明,铺层优化应综合权衡整体变形约束与关键层强度,不可仅以单一刚度或应力指标确定。

参考文献:

- [1] 张卫红, 唐长红. 航空航天装备的轻量化: 挑战与未来[J]. *航空学报*, 2024, 45(5): 1-7.
Zhang W H, Tang C H. Lightweighting of aerospace and aeronautical equipment: challenges and perspectives[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2024, 45(5): 1-7.
- [2] 张磊, 许帅康, 陈洁, 等. 列车车体轻量化设计研究进展[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(24): 177-196.
Zhang L, Xu S K, Chen J, et al. Research progress in lightweight design of train body[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(24): 177-196.
- [3] Seyfried P, Taiss E J M, Calijorne A C, et al. Lightweighting opportunities and material choice for commercial vehicle frame structures from a design point of view[J]. *Advances in Manufacturing*, 2015, 3(1): 19-26.
- [4] 王雅娜, 李天山, 王海润, 等. GE 公司预浸料-熔渗工艺 SiC_f/SiC 复合材料应用研究历程及启示[J]. *航空材料学报*, 2025, 45(2): 1-17.
Wang Y N, Li T S, Wang H R, et al. Application and implications of GE prepreg-melt infiltration process in SiC_f/SiC composites research[J]. *Journal of Aeronautical Materials*, 2025, 45(2): 1-17.
- [5] 李成良, 杨超, 倪爱清, 等. 复合材料在大型风电叶片上的应用与发展[J]. *复合材料学报*, 2023, 40(3): 1274-1284.
Li C L, Yang C, Ni A Q, et al. Application and development of composite materials in large-scale wind turbine blade[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2023, 40(3): 1274-1284.
- [6] 杜昆, 陈麒好, 孟宪龙, 等. 陶瓷基复合材料在航空发动机热端部件应用及热分析研究进展[J]. *推进技术*, 2022, 43(2): 107-125.
Du K, Chen Q H, Meng X L, et al. Advancement in application and thermal analysis of ceramic matrix composites in aeroengine hot components[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2022, 43(2): 107-125.
- [7] 高洪波, 邵天双, 刘向楠, 等. 无人直升机旋翼桨叶设计及动力学特性分析[J]. *航空工程进展*, 2024, 15(3): 151-156.
Gao H B, Shao T S, Liu X N, et al. Rotor blade design and dynamic characteristics analysis of unmanned helicopter[J]. *Advances in Aeronautical Science and Engineering*, 2024, 15(3): 151-156.
- [8] 姚灿, 潘光奇. 玻璃纤维复合材料在某型气垫船垫升风机叶片上的应用研究[J]. *船电技术*, 2024, 44(3): 70-73.
Yao C, Pan G Q. Applied research of glass fiber composite material on a type of hovercraft lift fan blade[J]. *Marine Electric & Electronic Engineering*, 2024, 44(3): 70-73.
- [9] Dastjerdi S, Malikan M, Eremeyev V A, et al. Mechanical simulation of artificial gravity in torus-shaped and cylindrical spacecraft[J]. *Acta Astronautica*, 2021, 179: 330-344.
- [10] Hagen J. Rotor landing technology for crew exploration vehicle earth-to-orbit crew transport[C]//1st Space Exploration Conference: Continuing the Voyage of Discovery. Orlando: AIAA, 2005: AIAA2005-2508.
- [11] 王秋晓, 汪飞, 孔波. 一种改进的卫星旋转载荷动平衡的振动结构[J]. *振动与冲击*, 2016, 35(3): 204-208.
Wang Q X, Wang F, Kong B. Improved vibrational mechanism for dynamic balance of satellite-borne rotating payload[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(3): 204-208.
- [12] 程亚茹, 李湑, 薛辉, 等. 航空发动机叶片表面损伤与检测研究进展[J]. *航空发动机*, 2024, 50(2): 32-44.
Cheng Y R, Li T, Xue H, et al. Research progress on aeroengine blade surface damage and inspection[J]. *Aeroengine*, 2024, 50(2): 32-44.
- [13] 郭军刚, 韩志富, 胡丽国, 等. 涡轮叶片材料非线性应力数值分析[J]. *导弹与航天运载技术*, 2007(6): 40-44.
Guo J G, Han Z F, Hu L G, et al. Numerical stress analysis on turbine blade with nonlinear elasticity[J]. *Missiles and Space Vehicles*, 2007(6): 40-44.
- [14] Boyle R J, Parikh A H, Nagpal V K. Design considerations for ceramic matrix composite high pressure turbine blades[C]//Volume 6: Ceramics; Controls, Diagnostics, and Instrumentation; Education; Manufacturing Materials and Metallurgy. Phoenix: American Society of Mechanical Engineers, 2019: GT2019-91787.
- [15] 房友龙, 刘永葆, 贺星. 离心力作用下涡轮转子的径向变形[J]. *舰船电子工程*, 2011, 31(2): 177-180.
Fang Y L, Liu Y B, He X. Study of the radial elongations of the turbine rotor with the centrifugal effect[J]. *Ship Electronic Engineering*, 2011, 31(2): 177-180.
- [16] 费成巍, 白广忱. 航空发动机涡轮叶片径向变形的概率分析[J]. *航空发动机*, 2012, 38(1): 17-20.
Fei C W, Bai G C. Probabilistic analysis of turbine blade radial deformation for aeroengine[J]. *Aeroengine*, 2012, 38(1): 17-20.
- [17] 邵小军, 岳珠峰, 刘永寿. 对称剖层复合材料结构的有限元分析[J]. *强度与环境*, 2006, 33(1): 9-13.
Shao X J, Yue Z F, Liu Y S. FEM analysis of symmetrical composite structure with ply drop-off[J]. *Structure & Environment Engineering*, 2006, 33(1): 9-13.
- [18] Jayasree N A, Airale A G, Ferraris A, et al. Process analysis for structural optimisation of thermoplastic composite component using the building block approach[J].

- Composites Part B*, 2017, 126: 119-132.
- [19] Kumar Y. The Rayleigh-Ritz method for linear dynamic, static and buckling behavior of beams, shells and plates: a literature review[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(7): 1205-1227.
- [20] Daniel I M, Ishai O. *Engineering Mechanics of Composite Materials*[M]. 2nd ed. Oxford: Oxford University Press, 2006.
- [21] 刘占辉, 杨雄武, 涂博文, 等. 近场动力学在层合复合材料强度及损伤问题中的研究进展[J/OL]. *工程力学* (2024-11-11) [2024-12-11]. <https://link.cnki.net/urlid/11.2595.o3.20241108.1717.051>.
- Liu Z H, Yang X W, Tu B W, et al. Research progress of Peridynamics in strength and damage problems of laminated composites[J/OL]. *Engineering Mechanics* (2024-11-11) [2024-12-11]. <https://link.cnki.net/urlid/11.2595.o3.20241108.1717.051>.
- [22] Diniz C A, Méndez Y, de Almeida F A, et al. Optimum design of composite structures with ply drop-offs using response surface methodology[J]. *Engineering Computations*, 2021, 38(7): 3036-3060.
- [23] 邵小军, 岳珠峰, 王毅, 等. 复合材料大斜削结构压缩试验和损伤模拟研究[J]. *航空材料学报*, 2007, 27(5): 95-100.
- Shao X J, Yue Z F, Wang Y, et al. Compressive experiment and damage simulation studies of composite structure with plies drop-off[J]. *Journal of Aeronautical Materials*, 2007, 27(5): 95-100.
- [24] Mukherjee A, Varughese B. Design guidelines for ply drop-off in laminated composite structures[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2001, 32(2): 153-164.
- [25] 彭翔, 陈轲楠, 王明博, 等. 基于改进堆叠顺序表法的变厚度复合结构铺层序列优化设计[J]. *机械工程学报*, 2024, 60(19): 199-211.
- Peng X, Chen K N, Wang M B, et al. Optimization design of stacking sequence for variable thickness composite structure based on improved stacking sequence table method[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2024, 60(19): 199-211.
- [26] 殷有泉, 邸元. 纵横弯曲中轴力对最大正应力的影响[J]. *力学与实践*, 2016, 38(5): 570-572.
- Yin Y Q, Di Y. Effect of axial force on the maximum normal stress of beam with longitudinal-transverse bending[J]. *Mechanics in Engineering*, 2016, 38(5): 570-572.
- [27] 曾攀. 有限元分析及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- Zeng P. *Finite element analysis and applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [28] Yamamoto G O, Kurisak S, Atobe S, et al. Determination of full elastic constants of carbon fiber in carbon fiber reinforced plastic composites[C]//American Society for Composites 2018, 2018: 1508-1514.
- [29] Balasubramaniam K, Ziaja D, Jurek M, et al. Experimental and numerical analysis of multiple low-velocity impact damages in a glass fibered composite structure[J]. *Materials*, 2021, 14(23): 7268.
- [30] Lee K H, Goel S C, Stojadinovic B. Boundary effects in steel moment connections[C]//Proceedings of 12th World Conference on Earthquake Engineering. New Zealand: WCEE, 2000: 1098.
- [31] De Luca A, Caputo F. A review on analytical failure criteria for composite materials[J]. *AIMS Materials Science*, 2017, 4(5): 1165-1185.

收稿日期: 2024-12-12; 录用日期: 2025-10-20

基金项目: 中国航发集团产学研合作项目(HFZL2022CXY 026-2); 中国航发集团应用创新项目(2023-05-2016-ZB)

通讯作者: 赵海峰(1980—), 男, 博士, 研究员, 研究方向为飞行器结构设计与固体力学, 联系地址: 北京市海淀区邓庄南路9号(100094), E-mail: hfzhao@csu.ac.cn; 焦健(1976—), 男, 博士, 研究员, 研究方向为陶瓷基复合材料, 联系地址: 北京市海81信箱5分箱(100095), E-mail: jian.jiao@biam.ac.cn

(本文责编: 张 琴)