文章编号:1674-2974(2024)08-0078-13 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2024280

# 城轨列车自动驾驶积分反步线性自抗扰控制

岳丽丽[1],王一栋[3],肖宝弟[1,2†],武晓春[1]
(1. 兰州交通大学 自动化与电气工程学院,甘肃 兰州 730070;
2. 北京康吉森交通设备有限公司,北京 101318;
3. 中车南京浦镇车辆有限公司,江苏 南京 210031)

**摘 要**:针对列车在外部干扰和不确定动态下的速度控制问题,设计了融合积分反步法和线性自抗扰的复合控制方案.首先,考虑列车具有强耦合性,为了更加符合列车真实的纵向动力学特性和受力情况,建立了具有时变系数的多质点模型.其次,为了降低参数调节的难度,跟踪微分器和扩张状态观测器均采用线性形式.跟踪微分器用于求取微分信号,同时具有滤波作用.利用跟踪微分器对虚拟控制量进行求导,正好可解决反步法中存在的“微分爆炸”问题.扩张状态观测器用于实时估计总和扰动.此外,利用积分反步法改进了误差反馈控制律,设计了一种积分反步线性自抗扰控制(IBS-LADRC)算法.最后,证明了观测误差的收敛性及闭环系统稳定性.结合杭州地铁6号线AH型动车组参数和实际线路数据进行仿真,并将IBS-LADRC与反步法、线性自抗扰算法、PID控制进行对比,结果表明:IBS-LADRC方法下各动力单元速度误差均处在±0.04 km/h以内,加速度处在±1 m/s$^2$以内,加速度和速度误差均变化较平稳;车钩力相对其他3类方法最小,变化也最平缓,最大车钩力仅为2 320 N;本文控制策略对列车期望速度具有较高的跟踪精度,有利于保证车钩安全,防止车钩断裂,并提高列车运行的安全性、平稳性及乘客舒适度.

**关键词**:自动驾驶;线性自抗扰;积分反步;城轨列车;多质点模型
**中图分类号**:U284.48; **文献标志码**:A

# Integral Back-stepping Linear Active Disturbance Rejection Control for Automatic Operation of Urban Rail Trains

YUE Lili[1],WANG Yidong[3],XIAO Baodi[1,2†],WU Xiaochun[1]
(1. School of Automation and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;
2. Beijing Consen Traffic Equipment Co., Ltd., Beijing 101318, China;
3. CRRC Nanjing Puzhen Co., Ltd., Nanjing 210031, China)

**Abstract**: Aiming at the speed control problem of the train under external disturbance and uncertain dynamics, a composite control scheme combining integral back-stepping (IBS) method and linear active disturbance rejection control (LADRC) is designed. Firstly, considering the strong coupling of the train, a multi-particle model with time-varying coefficients is established to better conform to the real longitudinal dynamic characteristics and force

* **收稿日期**:2023-09-03
**基金项目**:甘肃省科技重点研发计划项目(23YFGA0045),Science and Technology Key R&D Program of Gansu Province(23YFGA0045);中国国家铁路集团有限公司基金资助项目(N2022G012), Project Fund of China National Railway Group Co.,Ltd.(N2022G012)
**作者简介**:岳丽丽(1983—),女,山东莘县人,兰州交通大学副教授,博士
† 通信联系人,E-mail:sherry.xbd@foxmail.com

conditions of the train. Secondly, to reduce the difficulty of parameter adjustment, the tracking differentiator (TD) and the extended state observer (ESO) are in linear form. TD is used to obtain the differential signal and has a filtering effect. The problem of differential explosion in back-stepping method can be solved by using the TD to derive the virtual control quantity. ESO is used to estimate the total disturbance in real-time. In addition, the IBS method is used to improve the error feedback control law, and an integral back-stepping linear active disturbance rejection control (IBS-LADRC) algorithm is designed. Finally, the convergence of the observation error and the stability of the closed-loop system are proved. Combined with the parameters of AH electric multiple units of Hangzhou Metro Line 6 and the actual line data, the simulation comparison is carried out, and the IBS-LADRC is compared with the back-stepping method, LADRC algorithm and PID control.The results show that under the IBS-LADRC method, the velocity error of each power unit is within ±0.04 km/h, the acceleration is within ±1 m/s$^2$, and the acceleration and velocity error change smoothly. The coupler force is the smallest and the change is the most gentle compared with the other three methods, and the maximum coupler force is only 2 320 N. The proposed control strategy has high tracking accuracy for the expected speed of the train, which is conducive to ensuring the safety of the coupler, preventing the coupler from breaking, and improving the safety, stability and passenger comfort of the train operation.

**Key words**: automatic operation; linear active disturbance rejection; integral back-stepping; urban rail trains; multi-particle model

---

列车自动驾驶(automatic train operation, ATO)技术的运用能够提高运营效率、降低能耗、减轻司机负担,同时使出行者的乘车体验得到改善.ATO 系统作为列车自动控制系统的关键子系统之一,负责控制列车的牵引和制动,其最重要的功能是控制列车的速度,这是实现列车自动运行和运营安全的基础[1].因此,如何在复杂环境下实现列车自动驾驶的速度控制显得至关重要.

近年来,ATO 算法引起了理论界和工程界的广泛关注.PID 控制[2]在工程实践和理论研究中应用最广泛,但在车辆参数差异较大、外界强干扰等复杂环境下 PID 鲁棒性差、抗扰能力不能满足要求.由于列车具有强耦合、非线性、参数不确定性等动态特性,系统参数会随着运行环境的变化而改变,动力学模型具有很大的不确定性,使得精确建模变得困难.考虑模型参数不确定性或外部扰动的影响,包括自适应控制、鲁棒控制、滑模控制等方法[3-6]已被用于列车速度控制.为了克服运行过程的不确定性和非线性,模型预测控制[7]也被应用到 ATO 中.

列车为非线性系统,系统参数会随着运行环境的变化而改变,经典的基于模型的控制方法在实际应用中很难适用.目前不依赖模型的控制方法已逐渐被应用于列车速度控制,如无模型自适应控制[8]、自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)[9]、模糊控制[10]、迭代学习控制[11],具有无模型参数限制的优点.文献[8-11]对列车运行取得了突出的控制效果,但大多数主要关注控制系统的稳定性、鲁棒性和准确性;除 ADRC 以外,其余方法大多未考虑外界扰动对系统的影响,当存在扰动时难以得到令人满意的速度控制效果.列车运行环境复杂多变,外界扰动及模型的不确定性对 ATO 控制性能的影响很大.对于列车 ATO 运行,实现速度的精确控制是基础,抗干扰性也应得到关注.

对于控制科学,处理扰动的范式有三类:工业范式、模型范式及抗扰范式.其中抗扰范式是对不确定性和干扰进行主动抑制,其基本观念是从可测变量中估计扰动或扰动的影响,然后控制装置输出控制信号,在扰动影响系统之前补偿扰动的影响.ADRC 技术由韩京清创立[12],其优势在于对总扰动(内外部扰动、未建模动态等不确定性)的估计和实时补偿,兼顾强鲁棒性与抗扰性.鉴于 ADRC 优良的抗干扰性能,众多学者将其应用到列车速度控制.杨杰等[13]利用改进粒子群算法对参数进行优化,解决了非线性 ADRC 参数多、调试困难的问题.王盼盼等[14]针对磁浮列车时滞问题,分解优化了 ADRC 结构并给出了等效模型下的参数调节方法,实现了在不同路段下对速度的精确追踪.刘鸿恩等[15]利用 BP 神经网络对 ADRC 参数进行自适应整定并将其用到永磁磁悬

浮列车的速度控制,提高了鲁棒性、平稳性和精确度.Wang等[16]将ADRC用于货物列车控制并引入人工蜂群算法进行参数整定,验证了ADRC在速度控制中的优越性.文献[9,13-16]均采用非线性形式,参数众多,整定烦琐,使得参数设置和实现在工程上具有挑战性.高志强教授提出线性ADRC(linear active disturbance rejection control, LADRC)[17],引入频域思想提出了参数调节方法,参数物理意义更加明确,极大地促进了LADRC在实际工程中的应用.经典LADRC主要包括线性扩张状态观测(linear extended state observer, LESO)和PD控制器,省略了跟踪微分器(tracking differentiator, TD)环节.另外文献[9,13-16]均采用单质点模型,忽略了车间作用力,较大地偏离列车真实的纵向动力学特性.钩缓装置使动车组各车辆之间实现连挂,列车运行过程中钩缓装置会发生压缩或拉伸,使得车辆之间具有较强的耦合作用,多质点模型更加符合动车组真实运行情况.

反步(back-stepping, BS)法[18]是一种非常适合参数不确定系统的鲁棒控制方法,它使用Lyapunov稳定性理论来设计控制器,同时BS控制器的性能完全取决于系统模型.积分反步法(integral back-stepping, IBS)是对BS的改进,在BS算法中加入了一个积分项,使系统状态快速收敛到参考值并减小稳态误差.

综上,本文基于多质点模型,将反步法与带跟踪微分器的LADRC相结合,利用积分反步法对误差反馈控制律进行改进,设计了积分反步线性自抗扰速度控制算法(IBS-LADRC).该算法在降低反步法对模型依赖性的同时也提高了LADRC的鲁棒性;采用线性形式的跟踪微分器和扩张状态观测器降低了参数调节难度.利用ADRC中的跟踪微分器对虚拟控制量进行求导,也可解决反步法中信号反复解析求导而导致的"微分爆炸"问题.考虑复杂的路况和运行环境,利用真实线路数据进行仿真,验证所提控制方法对城轨动车组列车运行控制的有效性.

## 1 列车动力学建模

动车组多为动力分散型,动力装置分散在多节车厢上,各车厢之间通过车钩缓冲装置实现连挂.动车由多节动车和拖车组成,动车受到牵引力或制动力,拖车仅受制动力,同时相邻车厢之间存在耦合力,多质点模型更符合列车真实受力情况.

### 1.1 运行阻力

列车运行阻力包括基本阻力$f_a$和附加阻力$f_b$.其中基本阻力在列车运行期间一直存在,包括内部部件之间的摩擦、滚动阻力和空气阻力,单位基本阻力计算公式满足Davis方程:

$$f_a(v) = a_0(t) + a_1(t)v + a_2(t)v^2 \tag{1}$$

式中:$a_0$、$a_1$、$a_2$为戴维斯时变系数,它们的值通常由经验常数确定.$a_0$是与列车速度无关的滚动机械阻力系数,$a_1$是滚动摩擦阻力系数,$a_2$是空气阻力系数.

附加阻力依赖线路情况,当列车通过坡道、弯道或隧道时才会产生,其计算公式如下:

$$\begin{cases} f_1 = mg\theta \times 10^{-3} \\ f_2 = mg(600/R) \times 10^{-3} \\ f_3 = mg(0.000\,13S) \times 10^{-3} \end{cases} \tag{2}$$

式中:$m$为单节车厢或单个动力单元的质量,$g$ = 9.8 m/s$^2$为重力加速度,$f_1$为坡道附加阻力,$\theta$为坡度值,$f_2$为弯道附加阻力,$R$为弯道半径,$f_3$为隧道附加阻力,$S$为隧道长度.动车组运行期间总的附加阻力为:$f_b = f_1 + f_2 + f_3$.

### 1.2 车厢间耦合力

缓冲器通过压缩弹性元件来减小冲击力,在弹性元件变形过程中通过摩擦和阻尼来吸收冲击能量,因此钩缓系统可看作"弹性阻尼"结构.对于多质点模型需考虑相邻车厢间的车间耦合力即车钩力$f_d$,相邻第$i$节车辆与第$i+1$节车辆间的耦合力可表示为:

$$f_{di(i+1)} = k_s(x_i - x_{i+1}) + k_d(v_i - v_{i+1}) \tag{3}$$

式中:$k_s$、$k_d$分别为弹性系数和阻尼系数,$x_i$和$v_i$分别为第$i$节车辆的位移和速度.

### 1.3 动力单元动力学建模

动车组可划分为多个动力单元,每个动力单元视为一个质点都包含牵引装置,如图1所示.以中间第$i$个质点为例,纵向受力如图2所示.

质点$i$的动力学模型表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i} \\ (1+\rho)m_i\dot{x}_{2i} = u_i + f_{di(i-1)} - f_{di(i+1)} - f_{ai} - f_{bi} \end{cases} \tag{4}$$

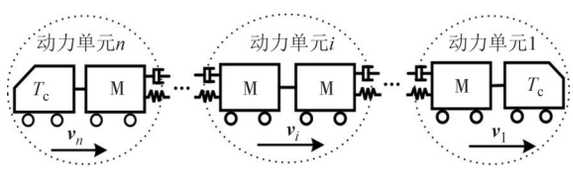



图1 动力单元划分示意图

Fig.1 Schematic diagram of power unit division

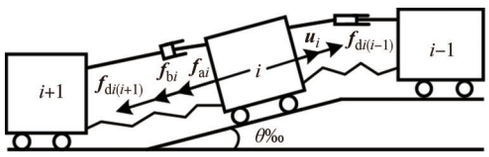



图2　动力单元$i$受力分析

Fig.2　Force analysis of dynamic unit $i$

式中:$x_{1i}$、$x_{2i}$分别为质点$i$的位移、速度状态变量,$\rho$为回转质量系数,$m_i$为质点$i$的质量,$u_i$为质点$i$的牵引/制动力.令:

$$\frac{1}{(1+\rho)m_i}=b_i,\ \frac{f_{di(i-1)}-f_{di(i+1)}-f_{ai}-f_{bi}}{(1+\rho)m_i}=f_{1i} \tag{5}$$

考虑外部扰动的影响,则

$$\begin{aligned}\ddot{x}_{1i}&=f_{1i}+(b_i-b_{0i})u_i+w_i+b_{0i}u_i=\\&f_i+w_i+b_{0i}u_i=F_i+b_{0i}u_i\end{aligned} \tag{6}$$

式中:$w_i$为外部扰动,$b_{0i}$为$b_i$的已知部分也称为补偿因子,$f_i$为由基本阻力、附加阻力、车间耦合力以及参数不确定性引起的内部扰动,$F_i=f_i+w_i$为总扰动.

令$x_{3i}=F_i$,$h_i=\dot{F}_i$,$x_i=[x_{1i}\quad x_{2i}\quad x_{3i}]^{\mathrm{T}}$为扩张状态变量,式(4)对应的扩张状态方程为:

$$\begin{cases}\dot{x}_{1i}=x_{2i}\\\dot{x}_{2i}=F_i+b_{0i}u_i\\\dot{x}_{3i}=h_i\end{cases} \tag{7}$$

将式(7)改写为矩阵形式:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}_i=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{B}_iu+\boldsymbol{M}h\\y_i=\boldsymbol{N}\boldsymbol{x}_i\end{cases} \tag{8}$$

式中:

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix};\ \boldsymbol{B}_i=\begin{bmatrix}0\\b_{0i}\\0\end{bmatrix};\ \boldsymbol{M}=[0\quad 0\quad 1]^{\mathrm{T}};$$

$$\boldsymbol{N}=[1\quad 0\quad 0].$$

### 1.4　多质点模型

综上,在单个动力单元受力分析的基础上,得到列车多质点模型的方程为:

$$\begin{cases}(1+\rho)m_1\dot{v}_1=u_1-k(x_1-x_2)-d(v_1-v_2)-\\\dfrac{m_1g}{1\,000}(a_0(t)+a_1(t)v_1+a_2(t){v_1}^2)-f_{b1}\\\cdots\cdots\\(1+\rho)m_i\dot{v}_i=u_i+k(x_{i-1}-x_i)+d(v_{i-1}-v_i)-\\k(x_i-x_{i+1})-d(v_i-v_{i+1})-\\\dfrac{m_ig}{1\,000}(a_0(t)+a_1(t)v_i+a_2(t){v_i}^2)-f_{bi}\\(i=2,3,\cdots,n-1)\\\cdots\cdots\\(1+\rho)m_n\dot{v}_n=u_n+k(x_{n-1}-x_n)+d(v_{n-1}-v_n)-\\\dfrac{m_ng}{1\,000}(a_0(t)+a_1(t)v_n+a_2(t){v_n}^2)-f_{bn}\\\dot{x}_i=\dot{v}_i(i=1,2,\cdots,n)\end{cases} \tag{9}$$

## 2　积分反步线性自抗扰控制器设计

采用积分反步自抗扰控制器(IBS-LADRC)实现对动车组的速度控制,IBS-LADRC控制框图如图3所示,包括:线性跟踪微分器(LTD)、基于积分反步(IBS)法的反馈控制律$u_0$及线性扩张状态观测器(LESO),融合了线性自抗扰和积分反步法各自的优点.

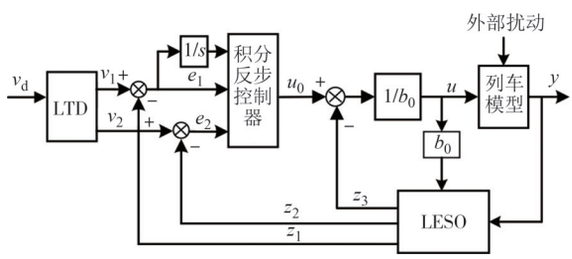



图3　IBS-LADRC控制器框图

Fig.3　Block diagram of IBS-LADRC controller

### 2.1　线性跟踪微分器设计

线性跟踪微分器用来安排过渡过程并求取微分信号,同时具有滤波作用.反步法由于反复求导会产生“微分爆炸”问题,跟踪微分器的引入正好可以有效解决此问题.由于纯微分环节对噪声较敏感且在物理上难以实现,因此常采用高通滤波器实现微分作用.经典微分器也就是一阶高通滤波器,是对纯微分环节的一种近似,传递函数为:

$$D(s)=\frac{y(s)}{r(s)}=\frac{s}{T_ss+1}=\frac{1}{T_s}\left(1-\frac{1}{T_ss+1}\right) \tag{10}$$

从而得到输入信号$r(t)$的微分信号$y(t)$为:

$$y(t)\approx\frac{1}{T_s}[r(t)-r(t-T_s)]\approx\dot{r}(t) \tag{11}$$

式中:$T_s>0$为非常小的时间常数,当$T_s$越小时,输出值$y(t)$就越逼近微分值.如果$r(t)$包含高频噪声分量$n(t)$,则信号输入变为$r(t)+n(t)$,此时

$$\begin{aligned}y(t)&\approx\frac{1}{T_s}[r(t)+n(t)-r(t-T_s)]\approx\\&\dot{r}(t)+\frac{1}{T_s}n(t)\end{aligned} \tag{12}$$

因此,微分估计信号对输入信号中的噪声敏感,噪声放大增益为$1/T_s$,为了解决此问题,对经典微分器进行改进:

$$\dot{r}(t)\approx\frac{r(t-t_1)-r(t-t_2)}{t_2-t_1} \tag{13}$$

式中:$t_1$、$t_2$为时间常数,满足$0<t_1<t_2$.式(13)中的延迟信号分别用惯性环节来实现,从而得到:

$$\frac{y(s)}{r(s)}=\frac{1}{t_2-t_1}\left(\frac{1}{t_1s+1}-\frac{1}{t_2s+1}\right)=\frac{s}{t_1t_2s^2+(t_1+t_2)s+1} \tag{14}$$

式(14)对应的状态方程表达式为:

$$\begin{cases}\dot{\chi}_1(t)=\chi_2(t)\\ \dot{\chi}_2(t)=-\dfrac{1}{t_1t_2}[\chi_1(t)-r(t)]-\dfrac{t_1+t_2}{t_1t_2}\chi_2(t)\\ \chi_2(t)=y(t)\end{cases} \tag{15}$$

可以看出,$t_1t_2$越小$\chi_1$跟踪$r$越快.在式(15)中引入两个可调参数,推导得到动力单元$i$的LTD为:

$$\begin{cases}\dot{\chi}_{1i}(t)=\chi_{2i}(t)\\ \dot{\chi}_{2i}(t)=-k_1\gamma^2[\chi_{1i}(t)-r(t)]-k_2\gamma\chi_{2i}(t)\end{cases} \tag{16}$$

式中:$k_1$、$k_2$为正的常数,$\gamma$为速度因子.

LTD的跟踪与微分误差如下:

$$\begin{cases}e_1(t)=\chi_1(t)-r(t)\\ e_2(t)=\chi_2(t)-\dot{r}(t)\end{cases} \tag{17}$$

结合式(16)和式(17),得到

$$\begin{cases}\dot{e}_1(t)=e_2(t)\\ \dot{e}_2(t)=\gamma^2\left(-k_1e_1(t)-k_2\dfrac{\chi_2(t)}{\gamma}\right)-\ddot{r}(t)=\\ \gamma^2\left(-k_1e_1(t)-k_2\dfrac{e_2(t)+\dot{r}}{\gamma}\right)-\ddot{r}(t)\end{cases} \tag{18}$$

将式(18)改写成矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix}\dot{e}_1(t)\\ \dot{e}_2(t)\end{bmatrix}=\boldsymbol{G}\begin{bmatrix}e_1\\ e_2\end{bmatrix}+\boldsymbol{H}\left[k_2\gamma\dot{r}(t)+\ddot{r}(t)\right] \tag{19}$$

式中:$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -k_1\gamma^2 & -k_2\gamma\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}0\\ -1\end{bmatrix}$.

$\boldsymbol{G}$的特征方程如下:

$$|s\boldsymbol{I}-\boldsymbol{G}|=\begin{vmatrix}s & -1\\ k_1\gamma^2 & s+k_2\gamma\end{vmatrix}=s^2+k_2\gamma s+k_1\gamma^2=0 \tag{20}$$

式(20)的判别式为:

$$\Delta=(k_2^2-4k_1)\gamma^2 \tag{21}$$

当满足条件:$k_2^2-4k_1\geqslant 0$时,可保证$\boldsymbol{G}$为Hurwitz矩阵,当输入信号$r(t)$及其各阶导数有界时,误差系统(19)有界输入有界输出(BIBO)稳定.

### 2.2 线性扩张状态观测器

LESO是BS-LADRC的核心,将总扰动扩张成系统的一个新状态变量,然后利用系统的输入、输出实时估计出扰动信息并设计控制器对其给予补偿.用补偿的方法消除扰动的影响,从而具有抗干扰的作用.

基于式(8),LESO设计如下[19]:

$$\begin{cases}\dot{z}_{1i}=z_{2i}+q_1(x_{1i}-z_{1i})\\ \dot{z}_{2i}=z_{3i}+q_2(x_{1i}-z_{1i})+b_{0i}u_i\\ \dot{z}_{3i}=q_3(x_{1i}-z_{1i})\end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{z}}_i=\boldsymbol{A}\boldsymbol{z}_i+\boldsymbol{B}_iu_i+\boldsymbol{Q}(y_i-\hat{y}_i)\\ \hat{y}_i=\boldsymbol{N}\boldsymbol{z}_i\end{cases} \tag{23}$$

式中:$\boldsymbol{z}_i=[z_{1i}\,z_{2i}\,z_{3i}]^{\mathrm{T}}$为状态变量$\boldsymbol{x}_i=[x_{1i}\,x_{2i}\,x_{3i}]^{\mathrm{T}}$的估计,$\boldsymbol{Q}=[q_1\,q_2\,q_3]^{\mathrm{T}}$为LESO的增益矩阵,观测误差$\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)$为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)=\boldsymbol{x}_i(t)-\boldsymbol{z}_i(t) \tag{24}$$

对式(24)求导得到:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)=\dot{\boldsymbol{x}}_i(t)-\dot{\boldsymbol{z}}_i(t) \tag{25}$$

从而得到:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i(t)=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{QN})\boldsymbol{\varepsilon}_i(t)+\boldsymbol{M}h_i(t) \tag{26}$$

式中:$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{QN}=\begin{bmatrix}-q_1 & 1 & 0\\ -q_2 & 0 & 1\\ -q_3 & 0 & 0\end{bmatrix}$.

$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{QN}$的特征方程如下:

$$\left|s\boldsymbol{I}-(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{QN})\right|=s^3+q_1s^2+q_2s+q_3=0 \tag{27}$$

因为$h_i(t)$有界,为了保证LESO有界输入有界输出稳定,将$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{QN}$的特征根统一配置到$-2w_0$处:

$$s^3+q_1s^2+q_2s+q_3=(s+2w_0)^3 \tag{28}$$

增益系数最终选取为:

$$q_1=6w_0,\ q_2=12w_0^2,\ q_3=8w_0^3 \tag{29}$$

### 2.3 控制律设计

反步法是一种针对非线性系统设计鲁棒控制器的系统方法,反步指的是其设计过程的递归性质.其基本思想是将系统分解成一组嵌套的子系统,子系统个数不超过系统阶数,并为每个子系统设计中间虚拟控制律,一直后退到整个系统,将它们集成起来完成整个控制律的设计[20].通过递归地构造闭环系统的Lyapunov函数获得反馈控制器,在每一步中,设计一个Lyapunov函数来实现每个子系统的收敛性,进而确保整个系统是渐近稳定的.

积分反步法是在传统的反步法基础上添加了跟踪误差的积分项,以此来弥补稳态误差.由于列车为二阶系统,因此列车BS-LADRC控制器的设计基于以下2个步骤:

**步骤1** 首先,将列车动力单元$i$的位移跟踪误差定义为:

$$e_{1i}=x_{1i}-x_{1\mathrm{iref}} \tag{30}$$

式中:$x_{1\mathrm{iref}}$为参考位移,目标是将误差$e_{1i}$收敛到零.

$$\dot{e}_{1i}=\dot{x}_{1i}-\dot{x}_{1i\mathrm{ref}}=x_{2i}-\dot{x}_{1i\mathrm{ref}} \tag{31}$$

现在引入积分项$\delta_{1i}$,用于状态快速收敛到参考值:

$$\delta_{1i}=\int_0^t(x_{1i}-x_{1i\mathrm{ref}})\mathrm{d}t \tag{32}$$

对式(32)求导,得到:

$$\dot{\delta}_{1i}=x_{1i}-x_{1i\mathrm{ref}}=e_{1i} \tag{33}$$

构造Lyapunov函数$V_1$为:

$$V_1=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{2}e_{1i}^2+\frac{\beta_i}{2}\delta_{1i}^2\right] \tag{34}$$

式中:$\beta_i$为积分增益,对式(34)关于时间求导并将式(31)和式(33)代入,得到:

$$\dot{V}_1=\sum_{i=1}^{n}\left(e_{1i}\dot{e}_{1i}+\beta_i\delta_{1i}\dot{\delta}_{1i}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(e_{1i}(\dot{e}_{1i}+\beta_i\delta_{1i})\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(e_{1i}(x_{2i}-\dot{x}_{1i\mathrm{ref}}+\beta_i\delta_{1i})\right) \tag{35}$$

为了让系统稳定,$\dot{V}_1$须满足是半负定的,即$\dot{V}_1\leqslant 0$,令

$$x_{2i}-\dot{x}_{1i\mathrm{ref}}+\beta_i\delta_{1i}=-c_{1i}e_{1i} \tag{36}$$

式中:$c_{1i}$为控制增益,此时

$$\dot{V}_1=\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2\right)\leqslant 0 \tag{37}$$

现在将$x_{2i}$状态视为虚拟控制量并用$\sigma_i$表示,其是下一状态的期望速度,求解式(36)得到:

$$\sigma_i=\dot{x}_{1i\mathrm{ref}}-c_{1i}e_{1i}-\beta_i\delta_{1i} \tag{38}$$

**步骤**2 定义动力单元$i$的速度误差

$$e_{2i}=x_{2i}-\sigma_i \tag{39}$$

根据式(39),式(31)可改写为:

$$\dot{e}_{1i}=e_{2i}+\sigma_i-\dot{x}_{1i\mathrm{ref}} \tag{40}$$

此时

$$\dot{V}_1=\sum_{i=1}^{n}\left(e_{1i}(\dot{e}_{1i}+\beta_i\delta_{1i})\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(e_{1i}(e_{2i}+\sigma_i-\dot{x}_{1i\mathrm{ref}}+\beta_i\delta_{1i})\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(e_{1i}(e_{2i}+\dot{x}_{1i\mathrm{ref}}-c_{1i}e_{1i}-\beta_i\delta_{1i}-\dot{x}_{1i\mathrm{ref}}+\beta_i\delta_{1i})\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(e_{1i}(e_{2i}-c_{1i}e_{1i})\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2+e_{1i}e_{2i}\right) \tag{41}$$

对式(39)求导得到:

$$\dot{e}_{2i}=\dot{x}_{2i}-\dot{\sigma}_i \tag{42}$$

对式(38)求导得到:

$$\dot{\sigma}_i=\ddot{x}_{1i\mathrm{ref}}-c_{1i}\dot{e}_{1i}-\beta_i\dot{\varepsilon}_{1i}=\ddot{x}_{1i\mathrm{ref}}-c_{1i}\dot{e}_{1i}-\beta_i e_{1i} \tag{43}$$

将式(43)代入式(42),得:

$$\dot{e}_{2i}=\dot{x}_{2i}-(\ddot{x}_{1i\mathrm{ref}}-c_{1i}\dot{e}_{1i}-\beta_i e_{1i})=\dot{x}_{2i}-\ddot{x}_{1i\mathrm{ref}}+c_{1i}\dot{e}_{1i}+\beta_i e_{1i} \tag{44}$$

构造第二个Lyapunov函数$V_2$为:

$$V_2=V_1+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{2}e_{2i}^2\right) \tag{45}$$

对式(45)关于时间求导,得

$$\dot{V}_2=\dot{V}_1+\sum_{i=1}^{n}(e_{2i}\dot{e}_{2i})=\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2+e_{1i}e_{2i}+e_{2i}\dot{e}_{2i}\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2+e_{1i}e_{2i}+e_{2i}(\dot{x}_{2i}-\dot{\sigma}_i)\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2+e_{1i}e_{2i}+e_{2i}(b_{0i}u_i+x_{3i}-\dot{\sigma}_i)\right)=\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2+e_{2i}(e_{1i}+b_{0i}u_i+x_{3i}-\dot{\sigma}_i)\right) \tag{46}$$

为了使系统稳定,须满足$\dot{V}_2\leqslant 0$,令

$$e_{1i}+b_{0i}u_i+x_{3i}-\dot{\sigma}_i=-c_{2i}e_{2i} \tag{47}$$

此时

$$\dot{V}_2=\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2-c_{2i}e_{2i}^2\right)\leqslant 0 \tag{48}$$

由式(47)解得$u_i$为:

$$u_i=\frac{\dot{\sigma}_i-e_{1i}-c_{2i}e_{2i}-x_{3i}}{b_{0i}} \tag{49}$$

由于状态$x_{1i}$、$x_{2i}$、$x_{3i}$分别由扩张状态观测器进行估计,因此最终的控制律$u_i$为:

$$\begin{cases}e_{1i}=r-z_{1i}\\ e_{2i}=\dot{r}-z_{2i}\\ \sigma_i=\dot{r}+c_{1i}e_{1i}+\beta_i\delta_{1i}\\ u_i=\dfrac{\dot{\sigma}_i+e_{1i}+c_{2i}e_{2i}-z_{3i}}{b_{0i}}\end{cases} \tag{50}$$

式中:$r$为系统的期望输入.

至此,式(16)中的线性跟踪微分器、式(23)中的线性扩张状态观测器、式(50)中的控制律构成了整个积分反步线性自抗扰控制算法,利用其对列车速度进行跟踪控制.

## 3　稳定性分析

### 3.1　LESO收敛性分析

$\boldsymbol{\varepsilon}=[\varepsilon_1\ \varepsilon_2\ \varepsilon_3]^{\mathrm{T}}$为估计误差,由式(7)与式(22)得到:

$$\begin{cases}\dot{\varepsilon}_1=\dot{x}_1-\dot{z}_1=x_2-z_2-\beta_1(x_1-z_1)=\varepsilon_2-\beta_1\varepsilon_1\\ \dot{\varepsilon}_2=\dot{x}_2-\dot{z}_2=x_3-z_3-\beta_2(x_1-z_1)=\varepsilon_3-\beta_2\varepsilon_1\\ \dot{\varepsilon}_3=\dot{x}_3-\dot{z}_3=\dot{f}-\beta_2(y-z_1)=h-\beta_3\varepsilon_1\end{cases} \tag{51}$$

令 $\eta_i(t)=\varepsilon_i(t)/w_0^{i-1}(i=1,2,3)$，代入式(51)得：

$$\begin{cases}\dot{\eta}_1=-\beta_1\eta_1+w_0\eta_2\\ \dot{\eta}_2=-(\beta_2/w_0)\eta_1+w_0\eta_3\\ \dot{\eta}_3=-(\beta_3/w_0^2)\eta_1+h/w_0^2\end{cases}\tag{52}$$

将选择的增益参数代入式(52)，得：

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}=w_0\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{\eta}+\boldsymbol{B}_1h/w_0^2\tag{53}$$

式中：$\boldsymbol{\eta}=\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\\ \eta_3\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}-6&1&0\\ -12&0&1\\ -8&0&0\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$.

**定理** 1 假定 $h$ 有界，则 $\exists M_i>0(i=1,2,3)$，当 $t\geqslant T$ 时 $|\varepsilon_i(t)|\leqslant M_i$；$M_i$ 和 $w_0$ 有关，且 $\mathrm{d}M_i/\mathrm{d}w_0<0$，其中

$$\begin{cases}M_1=|\varepsilon_1(0)|/w_0^3+|\varepsilon_2(0)|/w_0^4+\\ \quad|\varepsilon_3(0)|/w_0^5+H/8w_0^3,\\ M_2=|\varepsilon_1(0)|/w_0^2+|\varepsilon_2(0)|/w_0^3+\\ \quad|\varepsilon_3(0)|/w_0^4+3H/4w_0^2,\\ M_3=|\varepsilon_1(0)|/w_0+|\varepsilon_2(0)|/w_0^2+\\ \quad|\varepsilon_3(0)|/w_0^3+3H/2w_0\end{cases}\tag{54}$$

**证** 式(53)的解为：

$$\eta(t)=\mathrm{e}^{w_0A_1t}\eta(0)+\int_0^t\mathrm{e}^{w_0A_1(t-\tau)}B_1\frac{h}{w_0^2}\mathrm{d}\tau\tag{55}$$

令

$$q(t)=\int_0^t\mathrm{e}^{w_0A_1(t-\tau)}B_1\frac{h}{w_0^2}\mathrm{d}\tau=\begin{bmatrix}q_1(t)\\ q_2(t)\\ q_3(t)\end{bmatrix}\tag{56}$$

$w_0\boldsymbol{A}_1$ 的特征值为 $-2w_0$(3重)，从而得到：

$$\mathrm{e}^{w_0\boldsymbol{A}_1(t-\tau)}=\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\sum_{k=0}^{2}\frac{(t-\tau)^k}{k!}w_0^k\left(\boldsymbol{A}_1+2\boldsymbol{I}_3\right)^k=\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\begin{bmatrix}\cdot&\cdot&\dfrac{(t-\tau)^2}{2}w_0^2\\ \cdot&\cdot&p_1(\tau)\\ \cdot&\cdot&p_2(\tau)\end{bmatrix}\tag{57}$$

式中：$\boldsymbol{I}_3$ 是3阶单位阵，而

$$\begin{cases}p_1(\tau)=(t-\tau)w_0+2(t-\tau)^2w_0^2\\ p_2(\tau)=1+2(t-\tau)w_0+2(t-\tau)^2w_0^2\end{cases}$$

将式(57)代入式(56)，得到：

$$\begin{cases}q_1(t)=\dfrac{1}{w_0^2}\displaystyle\int_0^t\frac{(t-\tau)^2w_0^2}{2}h(\tau)\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\mathrm{d}\tau\\ q_2(t)=\dfrac{1}{w_0^2}\displaystyle\int_0^tp_1(\tau)h(\tau)\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\mathrm{d}\tau\\ q_3(t)=\dfrac{1}{w_0^2}\displaystyle\int_0^tp_2(\tau)h(\tau)\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\mathrm{d}\tau\end{cases}\tag{58}$$

因为 $h(\tau)$ 有界，则 $\exists H>0$，$|h(\tau)|\leqslant H$，当 $t>0$ 时，根据式(58)得到：

$$|q_1(t)|=\left|\int_0^t\frac{(t-\tau)^2}{2}h(\tau)\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\mathrm{d}\tau\right|\leqslant\int_0^t\left|\frac{(t-\tau)^2}{2}h(\tau)\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\right|\mathrm{d}\tau\leqslant\frac{H}{2}\int_0^t(t-\tau)^2\mathrm{e}^{-2w_0(t-\tau)}\mathrm{d}\tau=\frac{H}{8w_0^3}\left[1-(2w_0^2t^2\mathrm{e}^{-2w_0t}+2w_0t\mathrm{e}^{-2w_0t}+\mathrm{e}^{-2w_0t})\right]<\frac{H}{8w_0^3}\tag{59}$$

同理可得

$$|q_2(t)|<\frac{3H}{4w_0^3},\ |q_3(t)|<\frac{3H}{2w_0^3}\tag{60}$$

因 $w_0A_1$ 的特征值为 $-2w_0$(3重)，故

$$\mathrm{e}^{w_0A_1t}=\mathrm{e}^{-2w_0t}\sum_{k=0}^{2}\frac{t^k}{k!}w_0^k\left(A_1+2I_3\right)^k=\begin{bmatrix}a_{11}(t)&a_{12}(t)&a_{13}(t)\\ a_{21}(t)&a_{22}(t)&a_{23}(t)\\ a_{31}(t)&a_{32}(t)&a_{33}(t)\end{bmatrix}\tag{61}$$

因

$$\lim_{t\to+\infty}\mathrm{e}^{-2w_0t}=0,\ \lim_{t\to+\infty}tw_0\mathrm{e}^{-2w_0t}=0,\ \lim_{t\to+\infty}t^2w_0^2\mathrm{e}^{-2w_0t}=0\tag{62}$$

故 $\lim\limits_{t\to+\infty}a_{ij}(t)=0(i,j=1,2,3)$，所以当 $t\geqslant T$ 时，

$$|a_{ij}(t)|\leqslant1/w_0^3\tag{63}$$

将式(56)与式(61)代入式(55)，得到：

$$\eta(t)=\mathrm{e}^{w_0A_1t}\eta(0)+q(t)=\begin{bmatrix}a_{11}(t)&a_{12}(t)&a_{13}(t)\\ a_{21}(t)&a_{22}(t)&a_{23}(t)\\ a_{31}(t)&a_{32}(t)&a_{33}(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_1(0)\\ \eta_2(0)\\ \eta_3(0)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}q_1(t)\\ q_2(t)\\ q_3(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\eta_1(t)\\ \eta_2(t)\\ \eta_3(t)\end{bmatrix}\tag{64}$$

下面分析各状态变量的估计误差.结合式(63)与式(59)，得到：

$$|\eta_1(t)|\leqslant|a_{11}(t)\eta_1(0)|+|a_{12}(t)\eta_2(0)|+|a_{13}(t)\eta_3(0)|+|q_1(t)|\leqslant\frac{1}{w_0^3}(|\eta_1(0)|+|\eta_2(0)|+|\eta_3(0)|)+\frac{H}{8w_0^3}\tag{65}$$

由 $\eta_i(t)=\varepsilon_i(t)/w_0^{i-1}$ 得到：

$\eta_1(t)=\varepsilon_1(t)$，$\eta_1(0)=\varepsilon_1(0)$，$\eta_2(0)=\varepsilon_2(0)/w_0$，$\eta_3(0)=\varepsilon_3(0)/w_0^2$

并将其代入式(65)，得：

$$|\varepsilon_1(t)| \leqslant \frac{|\varepsilon_1(0)|}{w_0^3} + \frac{|\varepsilon_2(0)|}{w_0^4} + \frac{|\varepsilon_3(0)|}{w_0^5} + \frac{H}{8w_0^3} = M_1 \tag{66}$$

$$\frac{\mathrm{d}M_1}{\mathrm{d}w_0} = -3\frac{|\varepsilon_1(0)|}{w_0^4} - 4\frac{|\varepsilon_2(0)|}{w_0^5} - 5\frac{|\varepsilon_3(0)|}{w_0^6} - \frac{3H}{8w_0^4} < 0 \tag{67}$$

同理可得:

$$|\varepsilon_2(t)| \leqslant M_2,\ \frac{\mathrm{d}M_2}{\mathrm{d}w_0} < 0,\ |\varepsilon_3(t)| \leqslant M_3,\ \frac{\mathrm{d}M_3}{\mathrm{d}w_0} < 0 \tag{68}$$

由式(67)和式(68)可以看出,当总扰动的导数有界时,LESO 估计误差有界,估计误差与观测器带宽 $w_0$ 有关,适当增大 $w_0$ 可减小估计误差.理论上当 $w_0$ 充分大时估计误差接近于零,但此时对噪声较敏感会放大量测噪声.

### 3.2　闭环系统稳定性

对于式(45)所示 Lyapunov 函数,由于 $\beta_i > 0$,对于 $[e_{1i}, e_{2i}] \neq 0$,$V_2 > 0$;在式(50)控制律的作用下,当观测器无扰动估计误差时 $\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2 - c_{2i}e_{2i}^2\right) \leqslant 0$ 可直接保证闭环系统渐进稳定.但由式(68)可知 LESO 实际是存在扰动估计误差的,此时:

$$\begin{aligned}
&\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^{n}\left\{-c_{1i}e_{1i}^2 + e_{2i}(e_{1i} + b_{0i}u_i + x_{3i} - \dot{\sigma}_i)\right\} = \\
&\sum_{i=1}^{n}\left\{-c_{1i}e_{1i}^2 + e_{2i}(e_{1i} + b_{0i}\frac{\dot{\sigma}_i - e_{1i} - c_{2i}e_{2i} + \varepsilon_{3i} - x_{3i}}{b_{0i}} + \right. \\
&\left. x_{3i} - \dot{\sigma}_i)\right\} = \sum_{i=1}^{n}\left\{-c_{1i}e_{1i}^2 + e_{2i}(-c_{2i}e_{2i} + \varepsilon_{3i})\right\} \leqslant \\
&\sum_{i=1}^{n}\left(-c_{1i}e_{1i}^2 - c_{2i}e_{2i}^2 + |M_3 e_{2i}|\right) = \\
&\sum_{i=1}^{n}\left\{-c_{1i}e_{1i}^2 - |e_{2i}|(c_{2i}|e_{2i}| - |M_3|)\right\}
\end{aligned} \tag{69}$$

由于 $M_3$ 为扰动估计误差上界且随着 $w_0$ 的增大而减小,同时 $c_{1i}>0$、$c_{2i}>0$,有界的 $M_3$ 无论多大,在 $c_{2i}$ 足够大的前提下有 $c_{2i}|e_{2i}| > |M_3|$,此时 $\dot{V}_2 \leqslant 0$ 可实现闭环系统稳定.在实际应用时,可调节 $w_0$ 的值使观测器的观测效果较好从而 $M_3$ 较小,此时只需适当取大 $c_{2i}$ 的值,使 $c_{2i}|e_{2i}| > |M_3|$ 从而使系统稳定.

## 4　仿真验证

为了验证本文所设计的 IBS-LADRC 在动车组自动驾驶控制方面的有效性,以杭州地铁 6 号线 4 动 2 拖 6 节编组的 AH 型动车组为仿真对象,具体编组类型为"= Tc - Mp - M - M - Mp - Tc =",首尾两端采用全自动钩缓装置,中间采用半永久钩缓装置,缓冲器均为弹性胶泥型.利用 Simulink 工具搭建控制器模块进行了仿真,将本文控制方法与采用 PD 控制的经典 LADRC、反步控制(BS)及 PID 控制进行对比.AH 型电客车及钩缓装置的主要参数如表 1 与表 2 所示.

**表 1　AH 型动车组参数**

**Tab.1　Parameters of AH EMU**

| 参数名称 | 参数值 | 单位 |
|---|---|---|
| 空载质量(AW0) | Tc: 34 | t |
| | Mp/M: 36 | t |
| 满载质量(AW2) | Tc: 55.6 | t |
| | Mp/M: 59.1 | t |
| 列车总长度 | 120.214 | m |
| 头车长度 | 21.067 | m |
| 中间车长度 | 19.520 | m |
| 列车构造速度 | 115 | km/h |
| 最高运行限速 | 80 | km/h |
| 回转质量系数 | 0.11 | — |
| 单位基本阻力 | $1.08+0.008v+0.000\,96v^2$ | N/kN |
| 最大牵引加速度 | AW2:1.15 | $m/s^2$ |
| | AW0:1.25 | $m/s^2$ |
| 最大制动减速度 | 1.3 | $m/s^2$ |

注:"—"代表无单位

**表 2　钩缓装置参数**

**Tab.2　Parameters of coupling buffer device**

| 参数名称 | 参数值 | 单位 |
|---|---|---|
| 弹性系数 | 7 000 | N/m |
| 阻尼系数 | 252 | N·s/m |
| 纵向压缩屈服强度 | 1 250 | kN |
| 纵向拉伸屈服强度 | 850 | kN |
| 额定行程 | 58 | mm |

将 AH 型动车组划分为 3 个动力单元,每个单元均包含带有牵引机构提供动力的车厢,如图 4 所示.

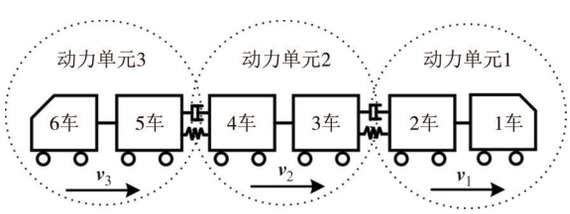



图 4　AH 型动车组动力单元分布

Fig.4　Power unit distribution of AH EMUs

模拟列车在140 s时间内的运行过程,最高运行速度为72 km/h,站间运行里程2 126.5 m,期望速度曲线如图5所示,全程包括2个巡航阶段、2个加速阶段、1个减速阶段.

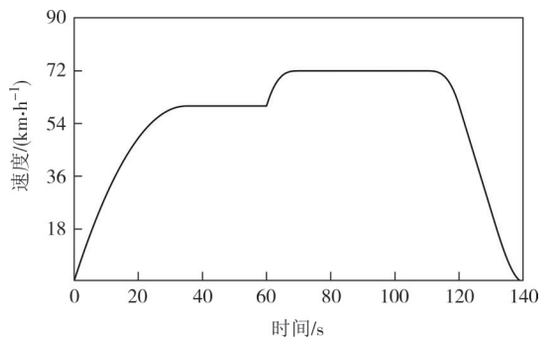



图5 期望速度曲线

Fig.5 Expected velocity curve

为了模拟更加复杂的路况,运行线路包括隧道和高架线路,在高架线路段列车受到阵风的作用,顺风、逆风环境交替变化,用以下方程描述阵风$d(t)$的时变特性:

$$d(t)=\begin{cases}-0.5(1+\cos(t)), 20\leqslant t\leqslant 60\\ 0, \text{其他}\end{cases} \tag{70}$$

实际的列车动力学会随着降雨、阵风、乘客走动等外界环境变化的而改变,致使Davis方程的系数和车厢的质量是时变的.用正余弦时变函数来模拟列车参数的变化,初始参数如表1所示,在初始参数的基础上发生时变,时变系数设置为:

$$\begin{aligned}a_0(t)&=a_0+r_0(t)=1.08+0.11\sin(0.37t)\\ a_1(t)&=a_1+r_1(t)=0.008+0.000\,7\sin(0.37t)\\ a_2(t)&=a_2+r_2(t)=0.000\,96+0.000\,1\sin(0.37t)\end{aligned} \tag{71}$$

假定车厢质量在满载质量(AW2)的基础上变化,因此每个动力单元的时变质量设置为:

$$\begin{aligned}m_1(t)&=114.7+5\sin(0.25t)\\ m_2(t)&=118.2+10\cos(0.25t)\\ m_1(t)&=114.7+6\sin(0.25t)\end{aligned} \tag{72}$$

取外部扰动$w(t)=1.1\sin(0.77t)$,为了验证所设计的IBS-LADRC在复杂路况下对动车组的控制性能,选取如图6所示的某站间真实线路数据.

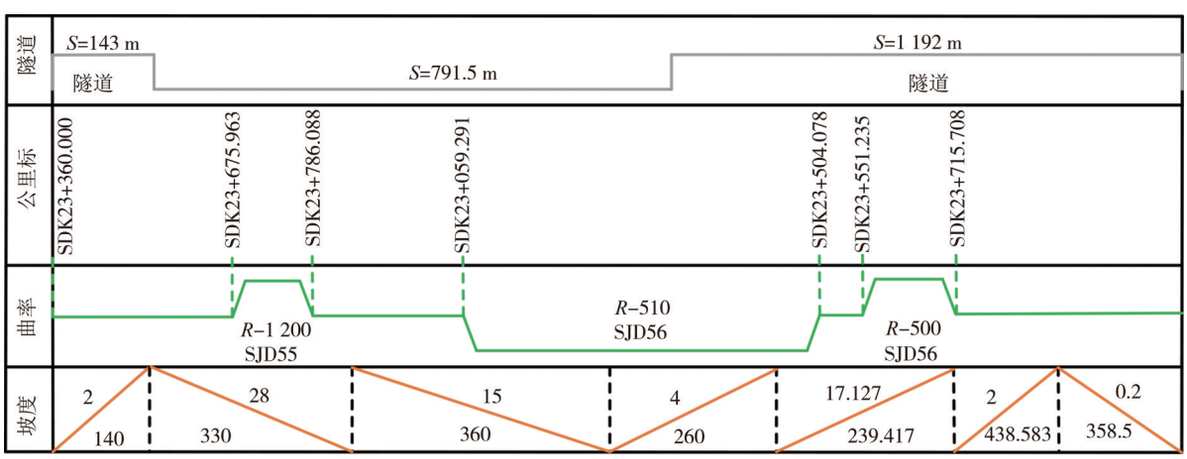



图6 线路状况

Fig.6 Road condition

### 4.1 IBS-LADRC控制器仿真

首先,验证本文所设计的IBS-LADRC控制算法对于动车组列车控制的有效性.经过调试,3个动力单元的控制器参数最终选取如表3所示.

表3 IBS-LADRC控制器参数

Tab.3 Parameters of IBS-LADRC controller

| 动力单元 | $k_1$ | $k_2$ | $\gamma$ | $w_0$ | $\beta$ | $c_1$ | $c_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1.41 | 200 | 450 | 1 000 | 245 | 36 |
| 2 | 1 | 1.76 | 200 | 450 | 830 | 245 | 36 |
| 3 | 1 | 1.41 | 200 | 450 | 1 000 | 245 | 36 |

IBS-LADRC控制策略下3个动力单元的速度与位移跟踪效果如图7和图8所示.IBS-LADRC能够使动车组按照目标速度曲线和位移曲线运行.图9为各动力单元的速度跟踪误差,虽然在运行过程中动车组的系数是时变的,但速度跟踪误差相对较小,除个别时刻外,速度误差曲线整体变化较光滑、无振荡,表明IBS-LADRC能够有效地抵消时变系数对城轨列车运行的不利影响.整体速度误差处在[-0.035 4, 0.036 1] km/h内,在60 s处各动力单元速度误差突增,是由于目标速度曲线不光滑导致的;动力单元2

的速度误差略大.图 10 为各动力单元位移跟踪误差,全程最大位移误差为0.20 m,末时刻的位移误差能够体现停车精度,在末时刻140 s处各动力单元的位移误差几乎为零,说明停车精度较好.

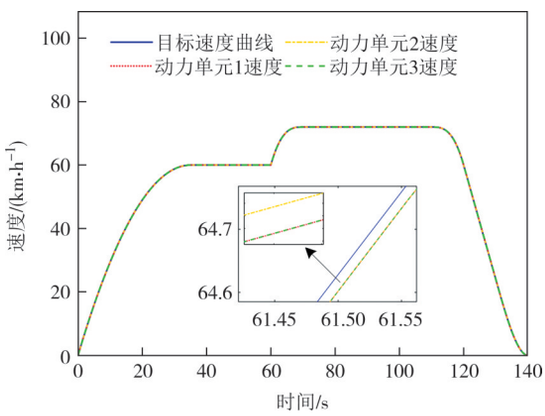



图 7　IBS-LADRC速度跟踪曲线

Fig.7　Velocity tracking curve of IBS-LADRC

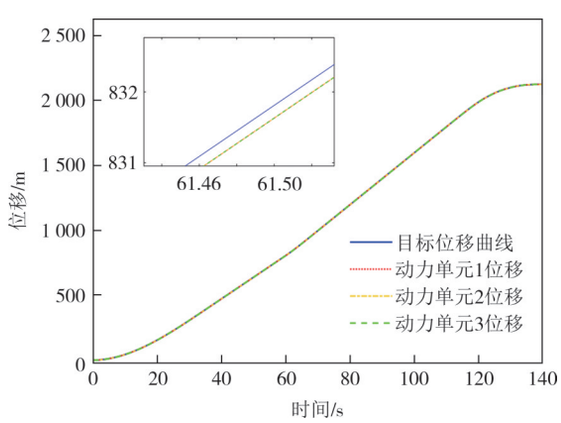



图 8　IBS-LADRC位移跟踪曲线

Fig.8　Displacement tracking curve of IBS-LADRC

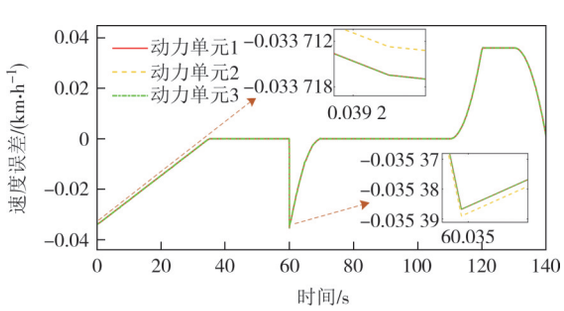



图 9　IBS-LADRC速度跟踪误差

Fig.9　Velocity tracking error of IBS-LADRC

图 11 为车钩力变化情况,最大车钩力约为 2 kN,无论是拉钩力还是压钩力均处在最大压缩/拉伸屈服强度以内.同时车钩力的整体变化趋势也相对平滑,车钩力振荡较小,有利于保证车钩安全、防止车钩断裂.

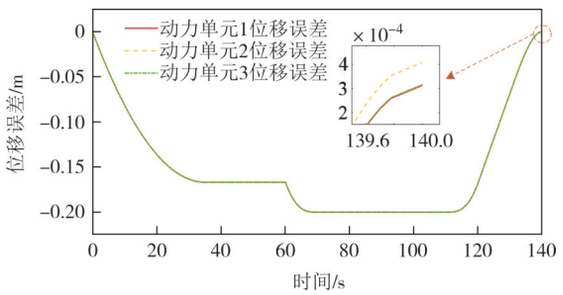



图 10　位移跟踪误差

Fig.10　Displacement tracking error of IBS-LADRC

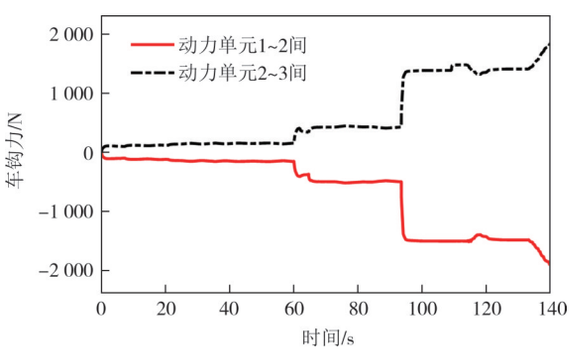



图 11　车钩力变化

Fig.11　Change of coupler force

由于LESO用于对总扰动进行估计补偿,其扰动观测能力体现了系统的抗扰能力,也影响动车组的实际速度控制精度,仿真中将车间耦合力项、时变基本阻力项、附加阻力项、阵风及外部扰动归结为总扰动,其估计效果如图 12 所示.LESO 整体上能比较精确地估计总扰动,在约 20 s 处估计误差突增,是由于运行环境突变导致的.

### 4.2　控制性能对比分析

为了进一步体现本文控制方法的优势,将经典LADRC、BS 反步控制、PID 与本文 IBS-LADRC 控制方法进行仿真对比.

1)LADRC 控制器:LADRC 与 IBS-LADRC 的区别仅在于反馈控制律 $u_0$,LADRC 的反馈控制律采用的是PD控制,具体形式为

$$u_0 = k_p(r - z_1) + k_d(\dot{r} - z_2) \tag{73}$$

2)BS反步控制器:

$$u = (\dot{\sigma} + e_1 + c_2 e_2)/b \tag{74}$$

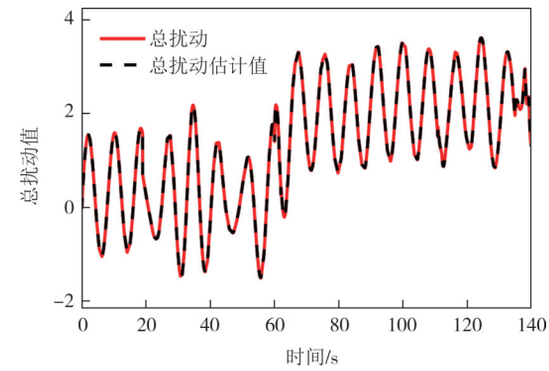
式中:$\sigma = \dot{r} + c_1 e_1 + \beta\delta_1$.

3)PID 控制器:

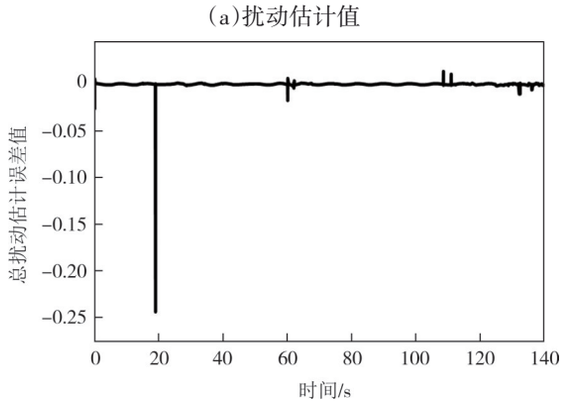
$$u = k_p e(t) + k_i \int e(t)\mathrm{d}t + k_d \dot{e}(t) \tag{75}$$

对于以上3类控制方法,参数选取如表4所示.

以动力单元1为例,经典LADRC、BS及PID不同




(a)扰动估计值




(b)扰动估计误差

图 12 扰动估计效果

Fig.12 Effect of disturbance estimation

方法下的速度误差对比如图 13 所示,各性能指标对比见表 5. 表 5 中,IAE 和 RMSE 指标的计算公式如式(76)和式(77)所示:

$$\mathrm{IAE}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left|v_{\mathrm{d}}(t)-v_k(t)\right| \tag{76}$$

表 4 不同方法的控制器参数

Tab.4 Controller parameters of different methods

| 控制方法 | 参数选取 |
|---|---|
| LADRC | 动力单元 1:$k_{\mathrm{p}}$=400,$k_{\mathrm{d}}$=40;<br>动力单元 2:$k_{\mathrm{p}}$=361,$k_{\mathrm{d}}$=38;<br>动力单元 3:$k_{\mathrm{p}}$=200,$k_{\mathrm{d}}$=40 |
| BS | 动力单元 1:$c_1$=240,$c_2$=32,$\beta$=2 000;<br>动力单元 2:$c_1$=240,$c_2$=32,$\beta$=830;<br>动力单元 3:$c_1$=240,$c_2$=32,$\beta$=2 000 |
| PID | 动力单元 1:$k_{\mathrm{p}}$=30,$k_{\mathrm{i}}$=0.319,$k_{\mathrm{d}}$=606.546;<br>动力单元 2:$k_{\mathrm{p}}$=33,$k_{\mathrm{i}}$=0.721,$k_{\mathrm{d}}$=720.546;<br>动力单元 3:$k_{\mathrm{p}}$=125.815,$k_{\mathrm{i}}$=11.313,$k_{\mathrm{d}}$=9.403 |

$$\mathrm{RMSE}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(v_{\mathrm{d}}(t)-v_k(t))^2} \tag{77}$$

式中:$N$为动力单元数量,$k$代表第$k$个动力单元,$T$为运行总时间.

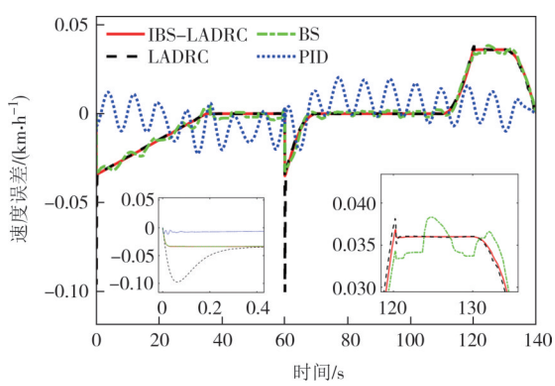



图 13 不同方法下的速度跟踪误差对比

Fig.13 Comparison of speed tracking errors under different methods

表 5 性能指标对比

Tab.5 Comparison of performance indicators

| 控制器 | 最大正速度误差/(km·h$^{-1}$) | 最大负速度误差/(km·h$^{-1}$) | 速度误差绝对值积分(IAE) | 均方根速度误差(RMSE) |
|---|---|---|---|---|
| PID | 0.021 | −0.022 | 1.209 | 0.010 89 |
| BS | 0.036 | −0.034 | 1.552 | 0.017 05 |
| LADRC | 0.038 | −0.101 | 1.442 | 0.017 23 |
| IBS-LADRC | 0.036 | −0.035 | 1.440 | 0.016 91 |

由图 13 与表 5 可知:虽然 PID 控制下速度误差范围最小,但时变扰动和时变参数的存在导致其速度误差存在明显的振荡,不利于列车的平稳运行,舒适性最差,这也说明其抗扰能力最差.反步控制下的速度误差虽较 PID 振荡小,但相较 LADRC 和 IBS-LADRC 仍存在明显波动;LADRC 和 IBS-LADRC 的速度误差整体变化趋势较平滑几乎无振荡,但 IBS-LADRC 的最大速度误差比 LADRC 更小.从放大图可看出,相比于 LADRC,IBS-LADRC 在 120 s 左右处的速度误差略小,初始误差及 60 s 左右处的误差明显小于 LADRC 方法下的.

不同控制策略下的位移误差对比如图 14 所示.虽然 PID 方法下的位移误差范围最小,但末时刻的位移误差明显最大,停车精度最低.LADRC 和 IBS-LADRC 方法下的末时刻位移误差最小几乎趋于零,停车精度较高.

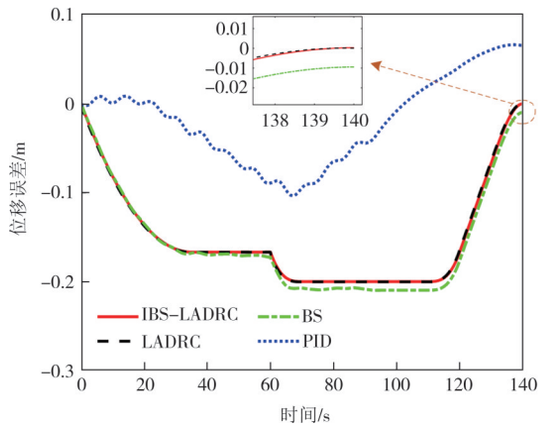



图 14　不同方法下的位移跟踪误差对比

Fig.14　Comparison of displacement tracking errors under different methods

图 15 为不同控制方法下的加速度变化情况对比,加速度变化情况可体现乘客舒适度.PID 方法下加速度变化范围最大为[-1,1.327 2] m/s$^2$,在初始启动阶段加速度较大,达到了 1.327 2 m/s$^2$,在 60 s 左右处加速度也最大,达到了 1.142 m/s$^2$,舒适度最差.LADRC 控制策略下加速度范围为[-1,1.115] m/s$^2$,60 s 左右处的加速度也大于 1 m/s$^2$,舒适度欠佳.BS 方法下加速度虽处在[-1,1] m/s$^2$之间变化,在某些目标匀速时段其他方法加速度保持不变而 BS 方法存在明显的波动,舒适度同样欠佳.IBS-LADRC 方法下加速度处在[-1,1] m/s$^2$之间,舒适性较好[8],整体变化较平缓有利于动车组的平稳运行.

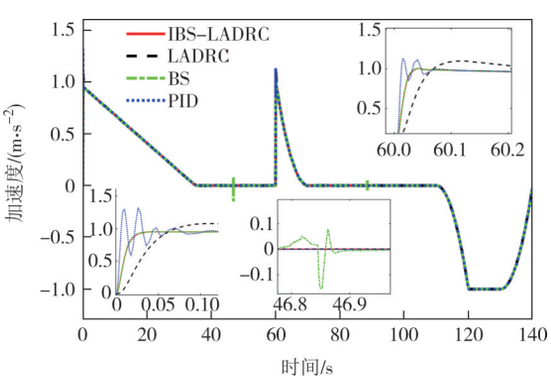



图 15　不同方法下的加速度变化对比

Fig.15　Comparison of acceleration changes under different methods

图 16 为不同控制方法下的车钩力变化对比,PID 方法下车钩力变化范围最大,最大车钩力较大.IBS-LADRC 方法下,车钩力变化范围最小变化趋势也最平缓,这有利于保证车钩安全,防止车钩断裂,提升列车运行的安全性、平稳性.

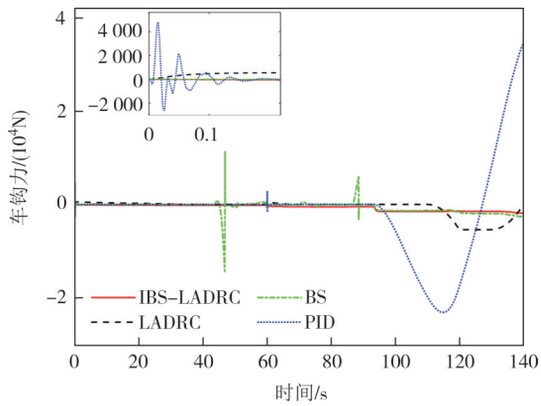



图 16　不同方法下的车钩力变化对比

Fig. 16　Comparison of coupler force changes under different methods

## 5　结 论

1) 考虑列车具有强耦合、非线性、参数不确定性等动态特性,建立了具有时变系数的多质点模型,提出了列车速度 IBS-LADRC 控制策略,利用 TD 对虚拟控制量进行求导,解决了反步法中存在的“微分爆炸”问题.

2) IBS-LADRC 控制方法可精确控制列车速度,速度误差处在(-0.036, 0.040) km·h$^{-1}$间.相较于 PID、BS 及 LADRC,IBS-LADRC 的抗扰能力更强,并且速度误差及加速度整体变化趋势更加平稳,提高了动车组运行的平稳性及乘客舒适度.车间耦合力处在钩缓装置最大压缩/拉伸屈服强度以内并且振荡较小,有利于保证车钩安全,防止车钩断裂.LESO 可精确估计由车间耦合力项、时变基本阻力项、附加阻力项、阵风及外部扰动构成的总扰动,并对其进行补偿.

3) 相较于传统 NLADRC 列车速度控制策略,IBS-LADRC 在结合积分反步法与线性自抗扰两者优点的同时减少了可调参数,可在复杂路况下实现速度的精确跟踪,具有工程应用参考价值.

## 参考文献

[1] YUAN H, HUANG D Q, LI X F. Adaptive speed tracking control for high speed trains under stochastic operation environments[J]. Automatica, 2023, 147: 110674.

[2] HAVAEI P, ALI SANDIDZADEH M. Intelligent-PID controller design for speed track in automatic train operation system with heuristic algorithms[J]. Journal of Rail Transport Planning & Management, 2022, 22: 100321.

[3] MAO Z H, YAN X G, JIANG B, et al. Adaptive fault-tolerant sliding-mode control for high-speed trains with actuator faults and uncertainties[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(6): 2449-2460.

[4] YAO X M, PARK J H, DONG H R, et al. Robust adaptive nonsingular terminal sliding mode control for automatic train operation [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 49(12): 2406-2415.

[5] 李德仓,孟建军,胥如迅,等. 强风下高速列车滑膜自适应鲁棒$H_\infty$控制方法[J]. 铁道学报,2018,40(7):67-73.
LI D C, MENG J J, XU R X, et al. Sliding mode adaptive robust $H_\infty$ control method for high-speed train under strong wind conditions [J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40(7): 67-73. (in Chinese)

[6] 李中奇,黄琳静,周靓,等. 高速列车滑模自抗扰黏着控制方法[J]. 交通运输工程学报,2023,23(2):251-263.
LI Z Q, HUANG L J, ZHOU L, et al. Sliding mode active disturbance rejection adhesion control method of high-speed train [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2023, 23(2): 251-263. (in Chinese)

[7] 贾超,徐洪泽,王龙生. 基于多质点模型的列车自动驾驶非线性模型预测控制[J]. 吉林大学学报(工学版),2020,50(5):1913-1922.
JIA C, XU H Z, WANG L S. Nonlinear model predictive control for automatic train operation based on multi-point model [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2020, 50(5): 1913-1922. (in Chinese)

[8] 李中奇,周靓,杨辉. 高速动车组数据驱动无模型自适应控制方法[J]. 自动化学报,2023,49(2):437-447.
LI Z Q, ZHOU L, YANG H. Data-driven model-free adaptive control method for high-speed electric multiple unit [J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(2): 437-447. (in Chinese)

[9] 连文博,刘伯鸿,李婉婉,等. 基于自抗扰控制的高速列车自动驾驶速度控制[J]. 铁道学报,2020,42(1):76-81.
LIAN W B, LIU B H, LI W W, et al. Automatic operation speed control of high-speed train based on ADRC [J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42(1): 76-81. (in Chinese)

[10] CAO Y, MA L C, ZHANG Y Z. Application of fuzzy predictive control technology in automatic train operation [J]. Cluster Computing, 2019, 22(6): 14135-14144.

[11] 何之煜,徐宁. 基于自适应迭代学习控制的列车自动驾驶算法[J]. 交通运输系统工程与信息,2020,20(2):69-75.
HE Z Y, XU N. Automatic train operation algorithm based on adaptive iterative learning control theory [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2020, 20(2): 69-75. (in Chinese)

[12] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56 (3): 900-906.

[13] 杨杰,陈昱圻,王盼盼. 基于改进粒子群算法的列车速度跟踪自抗扰控制器设计[J]. 铁道学报,2021,43(7):40-46.
YANG J, CHEN Y Q, WANG P P. Design of active disturbance rejection controller for train speed tracking based on improved particle swarm optimization [J]. Journal of the China Railway Society, 2021, 43(7): 40-46. (in Chinese)

[14] 王盼盼,杨杰,邹吉强,等. 基于改进自抗扰控制器的磁浮列车速度跟踪控制研究[J]. 铁道科学与工程学报,2023,20(1):310-320.
WANG P P, YANG J, ZOU J Q, et al. Design maglev train speed tracking system based on improved active disturbance rejection controller[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2023, 20(1): 310-320. (in Chinese)

[15] 刘鸿恩, 邹吉强, 杨杰. ADRC参数自整定的永磁磁浮列车速度鲁棒控制[J]. 铁道科学与工程学报 , 2023, 20(9): 3500-3510.
LIU H E, ZOU J Q, YANG J. Robust speed control of permanent magnet maglev trains with self-tuning of ADRC parameters [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2023, 20(9): 3500-3510. (in Chinese)

[16] WANG B, YANG J, JIAO H N, et al. Design of auto disturbance rejection controller for train traction control system based on artificial bee colony algorithm [J]. Measurement, 2020, 160: 107812.

[17] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C]//Proceedings of the 2003 American Control Conference. Denver, CO, USA. IEEE, 2003: 4989-4996.

[18] LIU W Z, DUAN G R, HOU M Z. High-order command filtered adaptive backstepping control for second- and high-order fully actuated strict-feedback systems [J]. Journal of the Franklin Institute, 2023, 360(6): 3989-4015.

[19] 杨杰, 秦耀, 汪永壮, 等. 永磁电磁混合型磁浮球的改进滑模控制方法[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2023, 50(4): 200-209.
YANG J, QIN Y, WANG Y Z, et al. Improved sliding control method for permanent magnet electromagnetic hybrid magnetic levitation ball [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(4): 200-209. (in Chinese)

[20] 皇金锋, 张世欣, 杨艺. 基于扩张状态观测器的单电感双输出Buck变换器滑模解耦控制[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2023, 50(2): 138-149.
HUANG J F, ZHANG S X, YANG Y. Sliding mode decoupling control of single inductor dual output buck converter based on extended state observer [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(2): 138-149. (in Chinese)