

基于改进变步长最小均方算法的 自适应滤波器设计

孔垂锐¹, 陈凤仙¹, 虞忠明^{2†}, 张宇², 孙燕磊¹, 赵春燕¹, 夏巍¹

(1. 云南电网有限责任公司曲靖马龙供电局, 云南 曲靖 655100; 2. 昆明理工大学电力工程学院, 云南 昆明 650500)

摘 要:针对目前定步长和变步长最小均方(Least Mean Square, LMS)算法在设计低通滤波器时面临稳态精度和响应速度二者无法同时保障的问题,设计了一种基于改进变步长LMS算法的自适应滤波器。为获得较高的稳态精度和响应速度,该算法设计过程中引入了改进双曲正切函数用以实现对步长因子及误差信号的连续调节。利用MATLAB/Simulink仿真软件对改进变步长LMS算法下的自适应滤波器进行仿真验证。结果表明,在该算法下设计的滤波器不仅能够响应速度快,而且还能获得较高的稳态精度。

关键词:自适应滤波器;变步长LMS算法;双曲正切函数

中图分类号: TN713

文献标识码: A

Adaptive Filter Design Based on Modified Variable Step Size Least Mean Square Algorithm

KONG Chuirui¹, CHEN Fengxian¹, YU Zhongming^{2†}, ZHANG Yu²,

SUN Yanlei¹, ZHAO Chunyan¹, XIA Wei¹

(1. Malong Power Supply Bureau of Yunnan Power Grid Corporation, Qujing, Yunnan 655100, China;

2. Faculty of Electric Power Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China)

Abstract: This paper presents an approach that tackles a significant challenge in low-pass filter design achieving both high steady-state accuracy and rapid response speed using actual fixed and variable step size Least Mean Square (LMS) algorithms. The approach proposes the design an adaptive filter based on an enhanced variable step size LMS algorithm is then detailed. The integration of an improved hyperbolic tangent function within the algorithm's design allows for the continuous adjustment of both the step size factor and the error signal, consequently enhancing steady-state accuracy and response speed. The effectiveness of the proposed adaptive filter is simulated and validated using MATLAB/Simulink simulation software. Results indicate the filter's efficiency, demonstrating not only a rapid response speed but also a high degree of steady-state accuracy.

Key words: adaptive filter; variable step size LMS algorithm; hyperbolic tangent function

随着电能应用范围的日益扩张,电力系统出现的谐波问题也变得日益突出。谐波是电力系统中一种非常普遍的现象,其主要来源是电力电子器件和非线性电性质的设备的大量使用^[1-2]。由于电

力系统中的谐波信号具有高度的频谱特性,这会影响到电力系统中电能的传输和质量,甚至在严重情况下会引发电力事故。因此,研究电力系统的谐波治理问题显得尤为重要。

收稿日期: 2023-09-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52307204); 云南电网公司科技项目(YNKJXM20220053)

作者简介: 孔垂锐(1983—),男,云南宣威人,工程师,研究方向: 电能质量分析与控制。

† 通信联系人, E-mail: yuzhgm@sina.com

谐波治理的前提是能够快速、精确地检测出谐波。基于瞬时无功功率理论的 i_p-i_q 谐波检测法可以很好地检测出三相电路中的谐波电流。该方法通过对电压和电流进行矩量理论计算,得到电流中的谐波分量^[3-5]。由于该算法具有检测方法简单、实时性强、精确度高等优点,并且不需要频域转换,因此被广泛应用于谐波检测。当谐波检测完成后,为实现对系统谐波的治理,就需要设计相应的滤波器。而滤波器设计的研究焦点主要是响应速度和稳态精度两个方面。对此,国内外学者进行了大量研究^[6-15]。起初,实际应用中通常采用由电抗器和电容器组成的“无源型”滤波器来减小谐波。然而,这种滤波器通常只适用于静态补偿,当电源阻抗随系统结构和运行条件的变化而发生改变时,会严重影响其滤波性能^[6]。同时,无源滤波器与电源阻抗之间容易发生串联或并联谐振。为克服上述问题,日本泰野幸彦等首次研制出“有源型”谐波补偿器,其补偿率可达 80% 以上^[7]。然而,在实际的配电系统中,有源滤波器经常出现由瞬态变化引起的不平衡负荷导致的不平衡电流,在进行谐波检测时也面临较大困难。后来,重庆大学罗世国等提出了一种自适应检测方法,该方法基本克服了传统检测方法的缺陷^[8],然而却面临动态响应速度较慢的缺陷。文献[9]~[11]为解决基于瞬时无功功率传统检测法中低通滤波器(Low-pass filter, LPF)存在稳态精度低和响应速度慢的问题,引入了自适应分析理论,并构造了自适应滤波器来替代 LPF。虽然该方法可在一定程度上提高滤波的检测精度和响应速度。然而,由于这些文献^[8-11]在设计滤波器时均采用定步长最小均方(Least Mean Square, LMS)算法,步长因子固定为常数,调节灵活性较差,算法计算时需要更多的步数,导致系统响应速度慢;功率在目标值附近波动较大,与期望值差距较大,因此,造成稳态精度无法达到要求。对此,有文献提出了变步长 LMS 算法。针对响应速度不够快的问题,文献[12]提出一种基于反余切函数的变步长 LMS 算法,该算法根据当前误差的特征自适应地更新步长以优化算法的响应速度。文献[13]提出一种基于对数函数改进的新型 LMS 算法,该算法避免了指数运算,从而大幅降低了计算量,提高了响应速度。针对稳态精度不理想的问题,文献[14]利用洛伦兹(Lorentz)函数进行步长调节,该算法减小了功率在目标值附近的波动。文

献[15]提出一种基于正态分布曲线的变步长 LMS 自适应滤波算法,并对参数取值对算法性能的影响进行了分析,使算法的稳态精度得到了一定改善。然而,这些算法^[12-15]都存在步长因子调节不够合理、功率波动较大的缺点。此外,这些变步长 LMS 算法还面临着响应速度和稳态精度无法同时保障的问题。

综上,针对上述问题,本文采用改进双曲正切函数对变步长 LMS 算法对变步长因子进行改进,使其能有效克服传统 LMS 算法存在的缺点。通过滤波器输出误差的大小变化动态调节步长因子,从而同时提高滤波稳态精度和响应速度。

1 基于 LMS 算法的自适应滤波器设计

基于 LMS 算法的自适应滤波器按照步长来划分可分为定步长 LMS 算法下的自适应滤波器和变步长 LMS 算法下的自适应滤波器。接下来将分别对这两种自适应滤波器进行介绍,并在其基础上对自适应滤波器作进一步改进。

1.1 定步长 LMS 算法下的自适应滤波器

自适应滤波器通常是一种能够自我调节的数字滤波器,具有良好的滤波性能和实时性。相比传统低通滤波器,自适应滤波器能够更加精确地反映电力系统中的谐波情况,特别是高频谐波。在自适应滤波器的研究中,最核心的部分是自适应算法的选择。目前,最常用的自适应算法是 LMS 自适应算法^[16]。该算法不需要先验知识,仅需要通过参考信号和实际信号之间的差值计算产生误差,并通过不断迭代来更新滤波器的权值,从而实现自适应滤波的目的。对于自适应滤波器结构的选择,通常采用横向 FIR(Finite Impulse Response)结构进行研究,该结构具有较好的滤波性能和实时性。在该结构中,每个权值都被看作一个滤波器的系数,而系数的选择对滤波器的性能有着重要影响。因此,在设计自适应滤波器时,需要选择合适的系数以达到最佳的滤波效果。

基于 LMS 算法的自适应滤波器原理如图 1 所示。通过该图可以看到,自适应滤波器的输入为原始信号,滤波器的输出为消除谐波分量后的信号。为实现自适应滤波,需要建立滤波器的模型和误差函数,并通过不断迭代更新滤波器的系数。经过多次迭代,滤波器的系数将逐渐趋于稳定,从而

实现对谐波信号的消除。

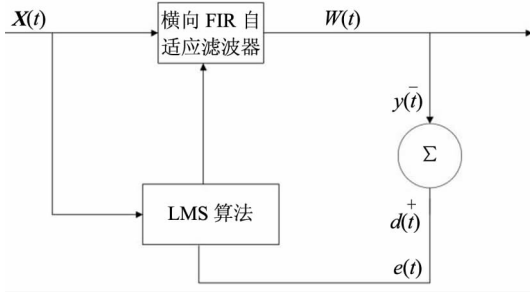


图1 基于LMS算法的自适应滤波器

上图中, $X(t)$ 表示一组输入信号矢量:

$$\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n-1}(t), x_n(t)]^T \quad (1)$$

$\mathbf{W}(t)$ 表示对应的权值系数向量且有:

$$\mathbf{W}(t) = [w_1(t), w_2(t), \dots, w_{n-1}(t), w_n(t)]^T \quad (2)$$

$y(t)$ 表示输出信号的值,由式(3)可以得出:

$$y(t) = \sum_{i=1}^n w_i(t)x_i(t) = \mathbf{W}^T(t)\mathbf{X}(t) \quad (3)$$

$d(t)$ 表示系统期望信号值; $e(t)$ 表示误差信号,其值的大小为期望信号和输出信号的差值, $E(\cdot)$ 表示均方差值。其表达式为:

$$e(t) = d(t) - y(t) = d(t) - \mathbf{W}^T(t)\mathbf{X}(t) \quad (4)$$

于是,可进一步求得其均方差值为:

$$J = E[e^2(t)] = E[d^2(t)] - 2E[d(n)\mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)] + E[\mathbf{W}^T(n)\mathbf{X}(n)\mathbf{X}^T(n)\mathbf{W}(n)] \quad (5)$$

利用最速下降算法,求得权值迭代表达式为:

$$\mathbf{W}(t+1) = \mathbf{W}(t) - \mu \nabla(J) \quad (6)$$

式中, μ 表示步长因子,其值为一个正实数。

$\nabla(J)$ 表示 LMS 算法下的瞬时梯度值。

在最速下降算法^[17]中,要得到系统的最佳维纳解,首先需要得到期望信号与输入信号的值。当期望信号未知时,需要估计梯度向量的值。LMS 自适应算法作为最速下降法中的一种,通常使用一次采样获得的误差平方替代最速下降法中使用的均方差值,即,使用 $e^2(t)$ 代替 $E(e^2(t))$ 对瞬时梯度值进行计算。于是,LMS 算法下的瞬时梯度值 $\nabla^\wedge(J)$ 为:

$$\nabla^\wedge(J) = \frac{\partial[e^2(t)]}{\partial \mathbf{W}(t)} = 2e(t) \frac{\partial[e(t)]}{\partial \mathbf{W}(t)} = -2e(t)\mathbf{X}(t) \quad (7)$$

由式(6)和式(7)可得新的权值迭代公式为:

$$\mathbf{W}(t+1) = \mathbf{W}(t) + 2\mu e(t)\mathbf{X}(t) \quad (8)$$

结合式(3)至式(8),可得 LMS 自适应算法的迭代关系如下:

$$\begin{cases} y(t) = \mathbf{W}^T(t)\mathbf{X}(t) \\ e(t) = d(t) - y(t) \\ \mathbf{W}(t+1) = \mathbf{W}(t) + 2\mu e(t)\mathbf{X}(t) \end{cases} \quad (9)$$

在 $i_p - i_q$ 谐波检测算法中,使用基于 LMS 算法下的自适应滤波器代替传统的低通滤波器进行滤波。

下面以 P 轴电流 i_p 为例进行分析,其滤波器原理如图 2 所示。

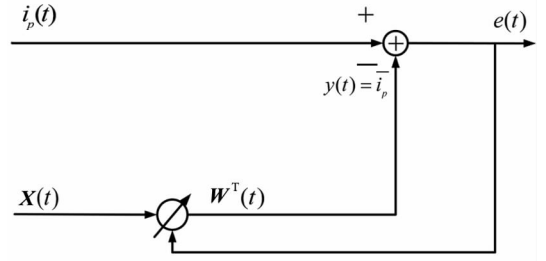


图2 $i_p - i_q$ 谐波检测法中 LMS 自适应滤波器原理图

由于 LMS 自适应滤波器的目的是提取出有功电流 i_p 中的直流分量,因此,可设定输入信号矢量的值为一个常数,即,可设为 $\mathbf{X}(t) = [1, 1, \dots, 1]^T$ 。有功电流 i_p 的值则对应着系统期望信号的值 $d(t)$, $\bar{i}_p$ 的值对应着输出信号的值 $y(t)$, 误差信号 $e(t)$ 的值则为 i_p 与 $\bar{i}_p$ 的差值。运用 $i_p - i_q$ 谐波检测法,可得 LMS 算法下的迭代关系式如下:

$$\begin{cases} \bar{i}_p = \mathbf{W}^T(t)\mathbf{X}(t) \\ e(t) = i_p - \bar{i}_p \\ \mathbf{W}(t+1) = \mathbf{W}(t) + 2\mu e(t) \end{cases} \quad (10)$$

1.2 变步长 LMS 算法下的自适应滤波器

由于定步长 LMS 自适应滤波器滤波精度和响应速度受步长因子 μ 的影响较大,当 μ 的取值较大时滤波器的响应速度会得到提高,但稳态误差也会增大。同时,当 μ 的取值较小时,滤波器的稳态精度会得到提高但其响应速度会变慢。故理想的步长因子 μ 的取值应该是在离最佳值较远的时候取值较大,而离最佳值较近的时候取值较小^[14]。基于此,文献[15]提出了一种洛伦兹函数进行步长的调节,该函数的表达式为:

$$\mu(t) = \alpha \lg \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{e(t)e(t+1)}{\delta^2} \right] \quad (11)$$

式中,参数 α 用来控制步长因子 μ 的收敛速度, δ 用来控制函数的形状。根据式(11)中各种参数对函数的影响不同,设定式(11)中的参数 $\alpha =$

0.19, 参数 $\delta = 0.01$, 得到洛伦兹函数的图像如图 3 所示。

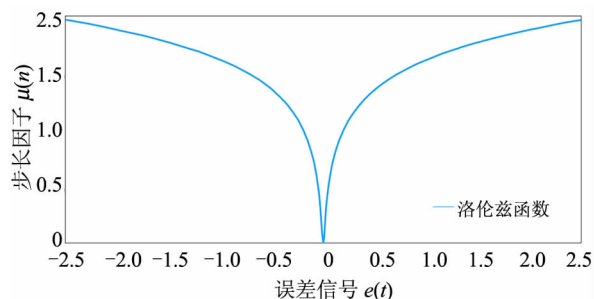


图 3 洛伦兹函数的图像

由图 3 可以看出,该函数在其误差较大的时候能获得较大的步长因子,但是在误差接近 0 的时候其步长因子变化率较快,从而导致算法的稳定性较差且容易发生振荡。此外,这种函数结构太过复杂,实现起来也较为不易。因此,本文设计一种双曲正切函数来将步长因子和误差函数结合在一起。该函数表达式为:

$$\mu(t) = \beta \frac{1 - \exp(-\alpha |e(t)|^\delta)}{1 + \exp(-\alpha |e(t)|^\delta)} \quad (12)$$

式中,参数 β 用于控制该函数的取值范围,参数 α 与 δ 用来控制该函数的形状变化。

根据式(12)中各个参数对函数的影响不同,设定双曲正切函数中 $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\delta = 2$ 。同时,与不同步长因子调节函数进行比较,如图 4 所示。

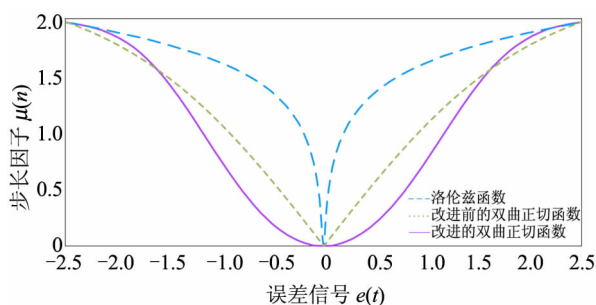


图 4 不同步长因子调节函数对比

由图 4 可以看出,在误差较大时,即离最佳值较远的阶段,这三种函数下的步长因子都可以达到最大值。随着误差的减小,即离最佳值较近的区域,洛伦兹函数及改进前的双曲正切函数对应的步长因子变化率较快,而改进后的双曲正切函数的步长因子变化率较为缓慢,且在距离最佳值较近的区域,改进后的双曲正切函数所对应的步长因子的值也相对较小。这表明,改进双曲正切函数的平滑性及连续性更好。

基于上述理论分析,相比于洛伦兹函数及改进前的双曲正切函数,使用改进双曲正切函数将步长因子和误差信号结合在一起的性要更优。故本文采用改进双曲正切函数变步长 LMS 自适应滤波器进行滤波。同时,为保证算法的稳定性,对步长因子 μ 的取值范围进行如下约束:

$$\mu = \begin{cases} \mu_{\min}, & \mu(t) < \mu_{\min} \\ \mu(t), & \mu_{\min} < \mu(t) < \mu_{\max} \\ \mu_{\max}, & \mu(t) \geq \mu_{\max} \end{cases} \quad (13)$$

一般情况下, $\mu_{\max}$ 选择为不大于 1 的正数,而 $\mu_{\min}$ 的选择只需要满足收敛速度和保证其算法的稳定性要求即可。在式(13)中,步长因子 μ 的取值上限为 β 。

2 仿真分析

使用 MATLAB/Simulink 仿真软件分别对传统自适应滤波器、基于洛伦兹函数的变步长 LMS 自适应滤波器、基于双曲正切函数的变步长 LMS 自适应滤波器以及本文提出的改进变步长 LMS 自适应滤波器分别进行仿真验证,并将仿真结果进行对比分析。

设定电网中的三相电压为 220 V/50 Hz,负载侧接三相不控整流桥带阻感性负载,其中,负载电阻 $R = 10 \Omega$,电感 $L = 0.001 \text{ H}$ 。此外,取 $\mu_{\max} = 0.1$, $\mu_{\min} = 0.001$ 。以负载侧所产生的谐波电流为检测对象,三相电流波形如图 5 所示。

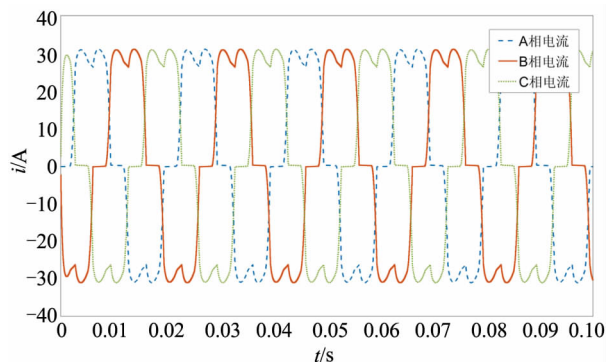


图 5 三相负载侧待检测电流

在 i_p-i_q 谐波检测法中,当采用低通滤波器进行滤波时,低通滤波器的截止频率会对谐波检测的精度和响应速度造成影响,当选用较小的截止频率时,能保证较高的稳态精度但是其响应速度会降低。选用较大的截止频率时,响应速度会增快但是其稳态精度会降低。因此,需要通过选用不同截止频率的滤波器进行对比研究,从而得到最佳截止频率。图 6 为不同截止频率所对应的 i_p 的直流分量。

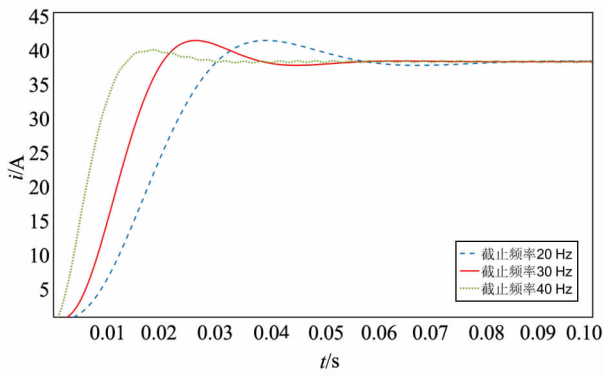
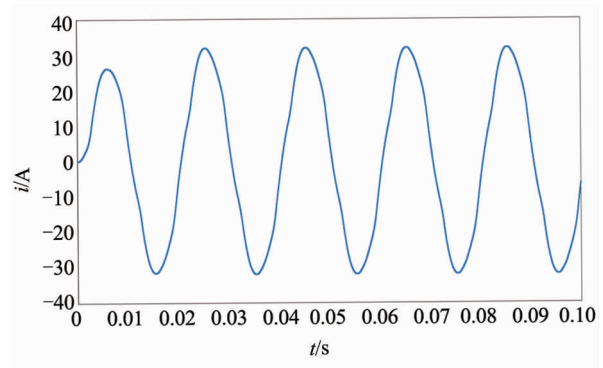


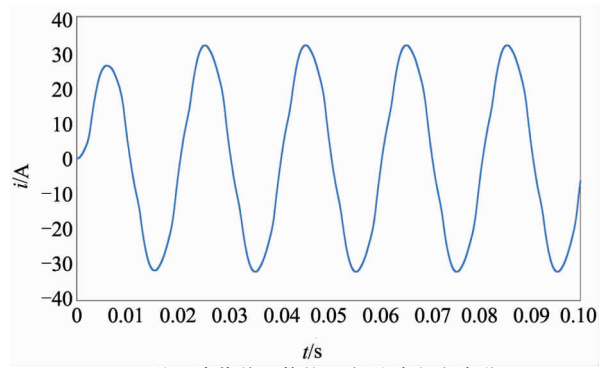
图 6 不同截止频率下的 i_p 的直流分量

从图 6 中可以看出,当截止频率为 20 Hz 时,其纹波较小,即稳态失调最低,但响应速度最慢。截止频率为 40 Hz 时,响应速度较快,但是其纹波较多,即稳态失调较为严重。当截止频率为 30 Hz 时,能同时保证响应速度和稳态精度都较高。

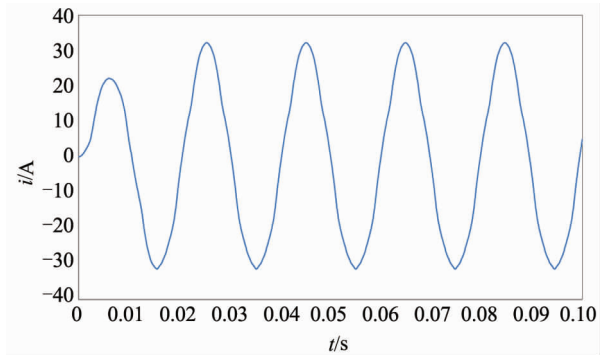
确定低通滤波器的最优参数后,并将其应用于 i_p-i_q 谐波检测法中。同时,对基于传统自适应滤波器、Lorentzian 函数的变步长自适应滤波器、双曲正切函数变步长自适应滤波器以及本文所提的改进双曲正切函数变步长自适应滤波器的滤波性能进行比较。波形如图 7 (a)~(d) 所示。图 (a)~(d) 分别为在这四种不同滤波器下的 i_p-i_q 谐波检测法所检测出的 A 相基波电流。



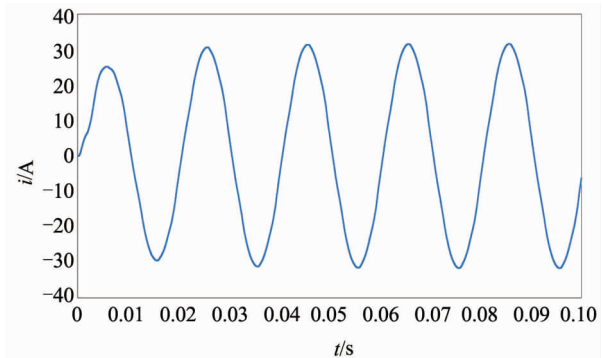
(a) 基于传统自适应滤波器的 A 相基波电流波形



(b) 基于洛伦兹函数的 A 相基波电流波形



(c) 基于双曲正切函数的 A 相基波电流波形



(d) 基于改进的双曲正切函数的 A 相基波电流波形

图 7 不同自适应低通滤波器下的 A 相基波电流

由图 7(a)可以看出,采用传统低通自适应滤波器进行滤波时,大概需要 0.055 s 才能使检测到的 A 相基波电流达到稳态。基于洛伦兹函数及双曲正切函数的变步长自适应滤波器和本文提出的改进的双曲正切函数的自适应滤波器则大概需要 0.015 s 达到稳态。因此,后三种自适应滤波器的响应速度较快。

此外,从图 7(b)、(c)可以看出,基于洛伦兹函数和双曲正切函数的变步长自适应滤波器检测出的 A 相基波电流并不是理想的正弦波,带有一定程度的畸变。而通过图 7(d)不难看出,使用改进双曲正切函数的自适应滤波器则可得到较为光滑的理想基波电流曲线。接着,分别对这四种不同滤波器下检测出的 A 相基波电流的谐波含量进行对比,如表 1 所示。

表 1 A 相基波电流中的谐波含量				
滤波器类型	A	B	C	D
谐波含量	2.66%	3.22%	1.91%	1.49%

表 1 中,滤波器 A 为定步长自适应低通滤波器,滤波器 B 为基于洛伦兹函数的变步长自适应滤波器,滤波器 C 为基于双曲正弦函数的变步长自适应滤波器,滤波器 D 为本文采用的改进双曲

正切函数的变步长自适应滤波器。从表 1 可以看出,在 i_p-i_q 谐波检测法中使用改进的双曲正切函数变步长自适应滤波器进行滤波时,其基波电流的谐波含量最低。这表明本文所设计的自适应滤波器的滤波效果优于其他三种滤波器。由此可知,本文所设计自适应滤波器使得基波电流曲线更加光滑,更加趋近标准正弦波,同时谐波含量更少。因此,其稳态精度比其他三种滤波器要更好。

综上所述,改进双曲正切函数变步长自适应滤波器在响应速度和稳态精度上都优于其他三种滤波器,因此,能够很好地保证谐波电流的稳态精度和响应速度。

3 结 论

为解决低通滤波器无法同时获得较高稳态精度和较快响应速度的问题,本文对基于瞬时无功率理论的 i_p-i_q 谐波检测算法中的低通滤波器进行了改进。设计了一种改进双曲正切函数的变步长自适应滤波器。构造出效果更好的约束函数和步长因子关系模型,通过不断迭代调整滤波器的权值,从而实现了自适应滤波。最后与传统自适应低通滤波器、洛伦兹函数的变步长自适应低通滤波器和基于双曲正切函数的变步长自适应低通滤波器进行比较,验证所设计自适应滤波器具有更高的稳态精度和响应速度,可以保证谐波检测的实时性和精确性,在响应速度大致相同的条件下,其稳态精度更高。

此外,本文提出的改进双曲正切函数变步长自适应滤波器滤波在 i_p-i_q 谐波检测算法中具有良好的实用性和应用价值,可以为电力系统中的谐波检测提供一种新的解决方案。

参考文献

[1] 夏雯,李振华. 电力系统谐波分析方法综述[J]. 通信电源技

术,2018,35(3):27—29.

[2] 丁稳房,毛雨阳,徐岸非. 针对不平衡电网的谐波检测新方法[J]. 电网与清洁能源,2022,38(5):71—78.

[3] 王清亮,应欣峰,宋曦,等. 基于 i_p-i_q 法的改进谐波电流检测方法[J]. 电子测量技术,2022,45(6):72—78.

[4] 严静,邵振国. 电能质量谐波监测与评估综述[J]. 电气技术,2020,21(7):1—7.

[5] 吴作勋,郑书河,李传栋. 基于 i_p-i_q 法和 APF 的海洋牧场分布式电源谐波检测与抑制方法研究[J]. 中国农机化学报,2021,42(12):162—167.

[6] 吴昊,方旭光,贾立忠,等. 应用多级有源滤波系统的分布式电源谐波治理[J]. 浙江电力,2020,39(1):35—40.

[7] TAKEDA M, IKEDA K, TERAMOTO A, et al. Harmonic current and reactive power compensation with an active filter[J]. 19th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1988:1174—1179.

[8] 罗世国,侯振程. 一种谐波及无功电流的自适应检测方法[J]. 电工技术学报,1993(3):42—46.

[9] 陈兆岭,刘国海,杨晨星,等. 提高谐波电流检测性能的 LMS/LMF 自适应滤波器[J]. 仪器仪表学报,2013,34(5):1036—1042.

[10] 孙嘉兴. 基于瞬时无功功率的电力有源滤波器研究[D]. 沈阳:辽宁工业大学,2017.

[11] 吴雷,郭亚洲. 基于自适应分析的瞬时无功率谐波检测方法[J]. 电力电子技术,2015,49(5):87—89.

[12] 张展,冷全超,王维,等. 基于反余切函数的变步长 LMS 谐波检测算法[J]. 传感器与微系统,2022,41(9):144—147+155.

[13] 茹国宝,黄燕,郭英杰,等. 基于对数函数的新变步长 LMS 算法[J]. 武汉大学学报(理学版),2015,61(3):295—298.

[14] 孙曙光,刘建强,杜太行,等. 一种基于自适应滤波器的改进 i_p-i_q 无功电流检测方法[J]. 电测与仪表,2018,55(5):22—27.

[15] 马凯,王平波,武彩. 一种基于正态分布曲线的变步长 LMS 算法[J]. 计算机仿真,2019,36(9):295—299.

[16] 王兆安,李民,卓放. 三相电路瞬时无功功率理论的研究[J]. 电工技术学报,1992(3):55—59+39.

[17] SANT A. Shunt active power filtering with reference current generation based on dual second order generalized integrator and LMS algorithm[J]. Energy Reports, 2022, 8: 886—893.