文章编号:1674-2974(2026)04-0041-11 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2026265

不完美信道下STAR-RIS联合协作干扰辅助的鲁棒安全通信

李安[1,2†],王智伟[1,2]
(1. 南昌大学 信息工程学院,江西 南昌 330031;
2. 先进信号处理与智能通信江西省重点实验室,江西 南昌 330031)

摘 要:针对窃听者的被动特性导致的信道状态信息(channel state information,CSI)不完美问题,引入外部友好干扰节点降级窃听信道质量,提出了一种可同时传输和反射智能超表面(simultaneously transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surface,STAR-RIS)联合协作干扰辅助的双侧单用户多窃听下行通信系统的鲁棒物理层安全优化方法.以系统最坏情况下最大化系统的和保密速率(sum secrecy rate,SSR)为优化目标,联合优化基站/干扰节点发射波束成形向量和STAR-RIS传输/反射系数矩阵.由于原始优化问题为多个变量相互耦合的非凸优化问题,提出一种联合交替优化(alternative optimization,AO)、半正定松弛(semidefinite relaxation,SDR)和S-procedure的高效迭代算法,求解得到原问题的次优解.仿真结果表明,与基准方案相比,所提的鲁棒方案能显著提升系统的保密性能.

关键词:安全通信;干扰;可同时传输和反射智能超表面;交替优化;鲁棒方案;和保密速率

中图分类号:TN918 **文献标志码**:A

STAR-RIS and cooperative jamming assisted robust secure communication under imperfect channels

LI An[1,2†],WANG Zhiwei[1,2]
(1. School of Information Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China;
2. Jiangxi Provincial Key Laboratory of Advanced Signal Processing and Intelligent Communications, Nanchang 330031, China)

Abstract: Aiming at the issue of imperfect channel state information (CSI) caused by the passive nature of eavesdroppers, this paper introduces an external friendly jammer to degrade the quality of the eavesdropper channels and proposes a robust physical layer security optimization method for a downlink communication system with dual-sided single user and multiple eavesdroppers, assisted by a simultaneously transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surface (STAR-RIS) and cooperative jamming. The objective is to maximize the system's sum secrecy

* **收稿日期**:2025-02-05
基金项目:赣鄱俊才支持计划——主要学科学术和技术带头人培养计划资助项目(20232BCJ22005), Gan-Po Talent Support Program—Funding Project for the Training of Academic and Technical Leaders in Major Disciplines (20232BCJ22005);国家自然科学基金资助项目(62341120), National Natural Science Foundation of China (62341120);江西省自然科学基金资助项目(20242BAB26016), Natural Science Foundation of Jiangxi Province (20242BAB26016)
作者简介:李安(1980—),女,湖南邵阳人,南昌大学教授,博士
† 通信联系人,E-mail: lian@ncu.edu.cn

rate (SSR) under the worst-case scenario, by jointly designing the beamforming vectors at the base station (BS) and the jammer, as well as the transmit/reflection coefficient matrix of the STAR-RIS. Since the formulated optimization problem is a non-convex problem with multiple coupled variables, an efficient iterative algorithm is developed by leveraging alternative optimization (AO), semidefinite relaxation (SDR), and the S-procedure to obtain a suboptimal solution. Simulation results demonstrate that the proposed robust scheme significantly enhances the secrecy performance of the system compared with baseline schemes.

Key words: secure communication; jamming; simultaneously transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surface (STAR-RIS); alternative optimization (AO); robust scheme; sum secrecy rate (SSR)

为提高系统吞吐量、频谱效率和能效等方面的性能优势，可重构智能超表面(reconfigurable intelligent surface, RIS)应运而生，且有望成为未来第六代(sixth-generation, 6G)无线网络的关键技术[1]. RIS利用其低成本且无源的反射元件可以提供额外的自由度，尤其在面向物理层安全方面，RIS的出现为提高系统的安全性能提供了新的范例[2-5]. 具体来说，通过适当调整RIS元件的相移，其反射信号可以与来自其他路径的信号在合法者处相干叠加以提升合法者的接收信号质量，且抵消窃听者接收到的信号，降低窃听者的可达速率[6]. 例如，Yu等[7]研究了在所有信道状态信息(channel state information, CSI)完美已知情况下，多天线基站(base station, BS)与单天线接收者在存在窃听者的情况下安全通信场景，利用块坐标下降法(block coordinate descent, BCD)和微分最大化技术，联合优化基站发射波束形成和RIS相移，证明了RIS的引入可以有效提高系统的物理层安全性能. Arzykulov等[8]研究了利用RIS和人工噪声协同改善无线网络安全性能，即在满足用户服务质量的前提下，利用RIS的优势最大化系统的保密速率.

然而，上述RIS辅助的物理层安全模型都假设基站完美已知所有的CSI. 在实际应用中，由于信道环境复杂多变，且窃听者可能随机分布于任何位置，基站难以通过发送导频信号等方法准确获取窃听者的完美CSI. 特别是由于RIS的无源被动特性，与RIS相关的级联信道的CSI更是难以精确获得. 因此，雷维嘉等[9]研究了基站估计的CSI与真实的CSI存在误差时，RIS辅助多用户下行通信系统的物理层安全传输策略，目的是探求最坏情况下最大化系统的保密速率，并提出了Charnes-Cooper变换和交替迭代算法解决上述问题. Hong等[10]考虑了RIS辅助无线通信系统中的鲁棒安全传输设计，针对基站-RIS-用户的级联信道不完美CSI，提出了基于交替优化(alternating optimization, AO)、惩罚松弛法和半正定松弛(semidefinite relaxation, SDR)技术的次优迭代算法，实现在中断概率约束下最小化基站的发射功率. Li等[11]探讨了一种稳健的波束形成设计，建立所有信道的有界CSI误差模型，利用基于AO的量化迭代算法解决所构建的非凸混合整数问题，确保了用户的服务质量(quality of service, QoS). 然而，实际系统中，RIS的两侧都会有信号接收者，由于RIS只能将信号反射到同一侧的用户，而不能实现RIS传输侧的信号覆盖，这严重限制了RIS在实际应用场景中部署的灵活性.

Xu等[12]针对RIS的部署缺陷问题，提出了同时透射和反射的可重构智能表面(simultaneously transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surface, STAR-RIS)的概念，它不仅具有RIS反射信号的功能，还兼有传输信号的功能，可以实现全空间360°的信号覆盖. 也就是说，位于STAR-RIS两侧的用户都可以收到来自STAR-RIS的信号，克服了传统RIS(conventional RIS, CRIS)部署的不足. 面向不同应用，Mu等[13]提出了三种STAR-RIS的工作模式：能量分割、模式切换和时间切换. 其中能量分割模式在硬件中的实现难度低于时间切换，且性能超过模式切换[14]. 面向STAR-RIS辅助的安全通信，Fang等[15]研究了STAR-RIS辅助的多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)安全下行通信系统，其中用户和窃听者分别位于STAR-RIS的传输侧和反射侧，通过BCD和拉格朗日对偶等方法联合优化STAR-RIS波束形成以最大化系统的保密性能.

上述研究中均假设CSI完美已知，然而在实际场景中，类似RIS辅助的安全通信，信道估计误差和量化误差会导致不完美的CSI估计，尤其是由于STAR-RIS和窃听者的被动特性，难以精确获取窃听者的完美CSI. 针对信道不确定性影响，Xiao等[16]在BS仅已知窃听者统计信道状态信息的条件下，引入STAR-RIS，提出了一种鲁棒的联合主/被动波束形成策略，以增强多天线毫米波系统的物理层安全性能，并进一步扩展到全空间可能存在窃听者的场景，通过联合优化波束成形与相移矩阵，最大化系统加权和保密速率[17]. Zhou等[18]则面向存在多个潜在窃听与恶意干扰的环境，研究了在窃听者CSI不完美且干扰策略未知情况下的鲁棒波束形成方法，以最小化系统发射功率. Shen等[19]针对存在一个多天线窃听者，且其信道状态信息完美已知或不完美已知两种情况，面向STAR-RIS辅助的安全MIMO系统，提出了一种鲁棒的联合波束形成设计方法，以最小化系统发射功率. 尽管如此，目前针对不完美CSI条件下STAR-RIS辅助物理层安全的研究报道还非常有限，尤其是结合经典协作干扰进一步降级窃听信道质量的研究.

基于上述动机，本文主要研究了在窃听者CSI不完美已知的情况下，STAR-RIS辅助多输入单输出(multiple input single output，MISO)下行安全通信. 同时为了干扰窃听者以提高系统的保密性能，首次引入一个多天线的外部友好干扰节点降级窃听节点的接收信号质量. 考虑有界窃听信道误差模型，联合优化BS发射波束、Jammer发射波束和STAR-RIS传输/反射系数矩阵，最大化系统的和保密速率(sum secrecy rate，SSR). 由于目标函数中多个变量高度耦合，且约束多为复杂的非凸形式，因此该问题是一个非凸问题. 针对此问题，首先利用AO算法将原始问题分解成两个子问题：BS的波束形成和Jammer的干扰向量优化子问题和STAR-RIS的传输/反射系数矩阵优化子问题，然后针对子问题利用SDR技术和S-procedure使其变成凸问题. 两个子问题交替迭代优化直至收敛逼近全局最优解.

1　系统模型

考虑一个STAR-RIS辅助的MISO下行安全通信系统场景，如图1所示，BS向合法用户 U_{t} 和 U_{r} 发送机密信息，而 U_{t} 和 U_{r} 的附近分别有 K 个窃听者Eves(分别用 $E_{\mathrm{t},k}$ 和 $E_{\mathrm{r},k}$ 表示传输区和反射区的第 k 个窃听者，其中 $k \in \mathcal{K} \triangleq \{1, 2, \cdots, K\}$)试图窃听附近用户的传输信息. 所有用户和Eves均配备单个天线，BS则配备 N 根天线. 假设由于复杂的环境，基站与 U_l 和 $E_{l,k}$ 之间的直连信道被阻断，其中 $l \in \{\mathrm{t}, \mathrm{r}\}$. 因此引入具有 M 个单元的STAR-RIS，在BS与用户 U_l 之间建立级联信道，增强合法用户的通信性能，但同时也可能使靠近用户的窃听者 $E_{l,k}$ 能够接收到由STAR-RIS传输或反射的私密信号. 同时，为了干扰窃听者Eves以提高系统的SSR，引入一个配备了 J 个天线的外部友好干扰节点Jammer，在BS传输信号的同时发送友好干扰信号.

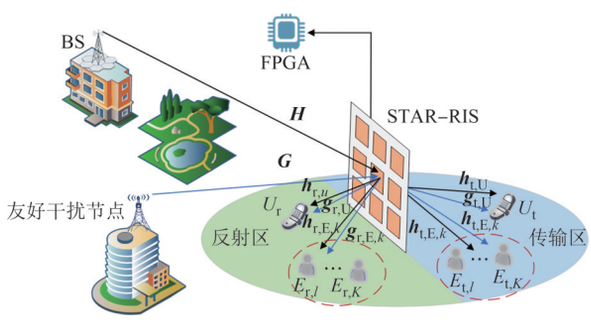

图1　STAR-RIS辅助的MISO下行安全通信系统模型

Fig.1　STAR-RIS-assisted MISO downlink secure communication system model

将BS到STAR-RIS、Jammer到STAR-RIS的信道分别表示为 $\boldsymbol{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$、$\boldsymbol{G} \in \mathbb{C}^{M \times J}$，从BS传输经过STAR-RIS到用户 U_l 和窃听者 $E_{l,k}$ 的信道分别用 $\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{U}} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 和 $\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示，而通过STAR-RIS从Jammer传输到用户和窃听的信道分别用 $\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{U}} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 和 $\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示.

假设STAR-RIS和用户 U_l 之间的CSI在BS和友好Jammer处均可获得. 然而，由于窃听者Eves通常会隐藏其位置以避免被检测，其具体位置通常具有不确定性，这导致了信道估计不准确和量化误差的存在，使得BS和Jammer难以准确获取Eves的CSI. 为深入研究这一更为实际的场景，本文考虑了最坏情况下的信道不确定性模型，并且采用有界CSI误差模型表征CSI的不确定性，即满足：

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k} = \bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k} + \Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k},\ \left\|\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\right\|_2 \leqslant \delta_{l,\mathrm{E},k} \\
&\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k} = \bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k} + \Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k},\ \left\|\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\right\|_2 \leqslant \chi_{l,\mathrm{E},k} \\
&\Omega_{l,\mathrm{B},\mathrm{E},k} = \{\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k} \in \mathbb{C}^{M \times 1},\ \left\|\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\right\|_2 \leqslant \delta_{l,\mathrm{E},k}\} \\
&\Omega_{l,\mathrm{J},\mathrm{E},k} = \{\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k} \in \mathbb{C}^{M \times 1},\ \left\|\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\right\|_2 \leqslant \chi_{l,\mathrm{E},k}\}
\end{aligned} \tag{1}$$

式中：$\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$和$\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}\mathbb{C}^{M\times 1}$分别表示BS/Jammer对其经过STAR-RIS到$E_{l,k}$的信道系数的估计值，$\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$和$\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k} \in \mathbb{C}^{M\times 1}$分别表示相应的信道不确定性估计误差. 集合$\boldsymbol{\Omega}_{l,\mathrm{B},\mathrm{E},k}$和$\boldsymbol{\Omega}_{l,\mathrm{J},\mathrm{E},k}$分别包含了BS/Jammer经过STAR-RIS到窃听者$E_{l,k}$的所有可能的信道估计误差，其中$\delta_{l,\mathrm{E},k}$和$\chi_{l,\mathrm{E},k}$分别表示BS和Jammer已知的不确定性区域的半径.

鉴于STAR-RIS实际硬件成本和性能等问题，本文选用ES协议作为STAR-RIS的工作模式. 设q_m为第m个STAR-RIS单元接收到的信号，$m \in \mathcal{M} \triangleq \{1, 2, \cdots, M\}$，则该单元的传输信号和反射信号可以分别表示为$r_m^{\mathrm{t}} = \sqrt{\alpha_m^{\mathrm{t}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_m^{\mathrm{t}}} q_m$和$r_m^{\mathrm{r}} = \sqrt{\alpha_m^{\mathrm{r}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_m^{\mathrm{r}}} q_m$，其中$\alpha_m^{\mathrm{t}} \in [0,1]$和$\alpha_m^{\mathrm{r}} \in [0,1]$分别为第$m$个单元的传输系数和反射系数的幅度，$\phi_m^{\mathrm{t}} \in [0, 2\pi]$和$\phi_m^{\mathrm{r}} \in [0, 2\pi]$分别为其对应的相移角. 值得注意的是，对于每个STAR-RIS单元，其传输相移和反射相移是相互独立的，但由于能量守恒定律，其幅值具有耦合关系. 因此，STAR-RIS的传输系数和反射系数满足[11]：

$$\alpha_m^{\mathrm{t}} + \alpha_m^{\mathrm{r}} = 1, \forall m \in \mathcal{M} \tag{2}$$

相应的传输系数矩阵和反射系数矩阵分别表示为$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{t}} = \mathrm{diag}(\sqrt{\alpha_1^{\mathrm{t}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_1^{\mathrm{t}}}, \sqrt{\alpha_2^{\mathrm{t}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_2^{\mathrm{t}}}, \cdots, \sqrt{\alpha_M^{\mathrm{t}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_M^{\mathrm{t}}})$和$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{r}} = \mathrm{diag}(\sqrt{\alpha_1^{\mathrm{r}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_1^{\mathrm{r}}}, \sqrt{\alpha_2^{\mathrm{r}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_2^{\mathrm{r}}}, \cdots, \sqrt{\alpha_M^{\mathrm{r}}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_M^{\mathrm{r}}})$. 令BS发送的信号为$\boldsymbol{x}_{\mathrm{B}} = \sum_l \boldsymbol{w}_l \boldsymbol{s}_l$，$l \in \{\mathrm{t}, \mathrm{r}\}$，Jammer发送的干扰信号为$\boldsymbol{x}_{\mathrm{J}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{s}_{\mathrm{J}}$，其中$\boldsymbol{w}_l \in \mathbb{C}^{N\times 1}$和$\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}} \in \mathbb{C}^{J\times 1}$分别为BS和Jammer的预编码矢量，$\boldsymbol{s}_l$和$\boldsymbol{s}_{\mathrm{J}}$分别表示独立的有用信号和干扰信号，均服从均值为0，方差为1的正态分布. 考虑到系统功耗的限制，设$P_{\max}$为系统的峰值总功率，即满足$\sum_l \boldsymbol{w}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}_l + \boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}} \leqslant P_{\max}$，其中上标H表示矩阵的共轭转置. 因此，$U_l$和$E_{l,k}$的接收信号可以分别表示为：

$$\Gamma_{l,\mathrm{U}} = \frac{\left|(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{H})\boldsymbol{w}_l\right|^2}{\left|(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{H})\boldsymbol{w}_{l'}\right|^2 + \left|\left(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{G}\right)\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}\right|^2 + \sigma^2} \tag{3}$$

$$\Gamma_{l,\mathrm{E},k} = \frac{\left|(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{H})\boldsymbol{w}_l\right|^2}{\left|(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{H})\boldsymbol{w}_{l'}\right|^2 + \left|(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{G})\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}\right|^2 + \sigma^2} \tag{4}$$

式中：$\boldsymbol{\Phi}_l$为STAR-RIS传输系数矩阵或反射系数矩阵；l、$l' \in \{\mathrm{t}, \mathrm{r}\}$，$l' \neq l$；$\sigma^2$为高斯白噪声的方差.

本文的目标是通过联合优化基站发射波束形成，Jammer的发射波束形成和STAR-RIS的系数矩阵，以最大化系统的SSR. 因此，系统的SSR最大的优化问题可以表示为：

$$\begin{aligned}
&\max_{\boldsymbol{w}_l, \boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}, \boldsymbol{\Phi}_l} \sum\nolimits_l [B\log_2(1+\Gamma_{l,\mathrm{U}}) - \max_{k\in\mathcal{K}} B\log_2(1+\Gamma_{l,\mathrm{E},k})] \\
&\text{s.t. C1: } \sum\nolimits_l \boldsymbol{w}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}_l + \boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}} \leqslant P_{\max} \\
&\quad \text{C2: } \alpha_m^l \in [0,1], \phi_m^l \in [0, 2\pi), l \in \{\mathrm{t}, \mathrm{r}\}, m \in \mathcal{M} \\
&\quad \text{C3: } \forall \Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k} \in \boldsymbol{\Omega}_{l,\mathrm{B},\mathrm{E},k}, \forall \Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k} \in \boldsymbol{\Omega}_{l,\mathrm{J},\mathrm{E},k}, k \in \mathcal{K}
\end{aligned} \tag{5}$$

式中：B是系统工作带宽；C1表示系统的总功率约束；C2表示STAR-RIS的传输系数和反射系数约束；C3是由于信道不确定性引起的约束. 显然，由于优化问题式(5)中的目标函数包含多个高度耦合的变量，且约束条件中包含多个非凸约束. 因此，该问题是一个非凸优化问题.

2 问题求解

由于直接求解优化问题式(5)十分困难，本节提出一种联合AO、SDR和S-procedure的高效迭代算法，用于求解问题式(5).

具体而言，原始问题被分解为两个子问题：子问题1为优化BS和Jammer的波束形成向量(称为“主动波束形成”)；子问题2为优化STAR-RIS的传输和反射系数矩阵(称为“被动波束形成”). 为简化求解过程，对每个子问题，首先采用SDR技术对约束条件进行松弛处理，随后利用S-procedure将因CSI不完美引入的非凸约束转化为确定性的线性矩阵不等式. 最终，通过交替优化两个凸子问题，不断迭代直至算法收敛.

2.1 主动波束优化

首先，固定STAR-RIS的传输和反射系数矩阵优化BS和Jammer的波束形成向量. 令$\boldsymbol{H}_{l,\mathrm{U}} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}})\boldsymbol{H}$和$\boldsymbol{G}_{l,\mathrm{U}} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}})\boldsymbol{G}$，通过引入辅助变量$\boldsymbol{\theta}_l = [r_1^l, r_2^l, \cdots, r_M^l]^{\mathrm{H}}$，可得$\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{H} = \boldsymbol{\theta}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{l,\mathrm{U}}$，$\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Phi}_l\boldsymbol{G} = \boldsymbol{\theta}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{l,\mathrm{U}}$. 令$\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}} = \boldsymbol{\theta}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{l,\mathrm{U}}$，$\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}} = \boldsymbol{\theta}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{l,\mathrm{U}}$，$\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}} = \bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{U}}\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}$，$\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}} = \bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{U}}\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{W}_l = \boldsymbol{w}_l\boldsymbol{w}_l^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}^{\mathrm{H}}$，其中$\boldsymbol{W}_l \succcurlyeq 0$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}} \succcurlyeq 0$. 该引入导致了非凸秩1约束$\mathrm{rank}(\boldsymbol{W}_l) = \mathrm{rank}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}) = 1$，采用SDR技术松弛该约束. 因此，式(5)可以改写为：

$$\max_{\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}} \frac{B}{\ln 2}\left\{\ln\left[1+\frac{\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_l)}{\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_{l'}+\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})+\sigma^2}\right]-\max_{k\in\mathcal{K}}\ln\left[1+\frac{\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l)^{\mathrm{H}}}{\boldsymbol{C}_{l,\mathrm{E},k}}\right]\right\}$$

$$\text{s.t. C1: } \sum\nolimits_l \mathrm{Tr}(\boldsymbol{W}_l)+\mathrm{Tr}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})\leqslant P_{\max}$$

$$\text{C2: } \forall\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,\mathrm{B},\mathrm{E},k},\ \forall\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,\mathrm{J},\mathrm{E},k},k\in\mathcal{K} \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{C}_{l,\mathrm{E},k}=\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l)^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l)^{\mathrm{H}}+\sigma^2$.显然,式(6)中的变量依然高度耦合,且目标函数仍具有非凸特性.

接下来将通过引用引理1处理该问题.

引理1[20]:存在关于变量λ、v的函数$\Psi(\lambda)=-\lambda v+\ln\lambda+1$,对于$\forall\lambda>0$,有:

$$-\ln v=\max_{\lambda>0}\Psi(\lambda) \tag{7}$$

且$\lambda=1/v$是满足引理1取得上界的最优解.

为方便应用引理1,令:

$$v_{l,\mathrm{U}}=\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_{l'})+\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})+\sigma^2 \tag{8}$$

$$v_{l,\mathrm{E},k}=\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l)^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l)^{\mathrm{H}}+\sigma^2+\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l)^{\mathrm{H}} \tag{9}$$

且令$\bar{\Gamma}_{l,\mathrm{U}}\triangleq\ln(1+\Gamma_{l,\mathrm{U}})$,$\bar{\Gamma}_{l,\mathrm{E},k}\triangleq\ln(1+\Gamma_{l,\mathrm{E},k})$,结合式(8)和式(9),根据引理1,则有:

$$\bar{\Gamma}_{l,\mathrm{U}}=\ln\left\{\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_l)+[\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_{l'}+\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})]+\sigma^2)-\ln([\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_{l'})+\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})]+\sigma^2\right\}=\max_{\lambda_{l,\mathrm{U}}>0}\Psi_{l,\mathrm{U}}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{U}}) \tag{10}$$

$$\bar{\Gamma}_{l,\mathrm{E},k}=\ln(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2+\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k})-\ln(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)=\min_{\lambda_{l,\mathrm{E},k}}\Psi_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{E},k}) \tag{11}$$

式中:

$$\Psi_{l,\mathrm{U}}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{U}})=-\lambda_{l,\mathrm{U}}[\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_{l'})+\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})+\sigma^2]+\ln\lambda_{l,\mathrm{U}}+1+\ln\left[\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_l)+\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_{l'})+\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})+\sigma^2\right] \tag{12}$$

$$\Psi_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{E},k})=\lambda_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2+\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k})-\ln\lambda_{l,\mathrm{E},k}-1-\ln(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2) \tag{13}$$

将式(10)与式(11)代入式(6)中,利用Sion's极大极小值定理[21],且引入松弛变量t_l,则可以得到:

$$\max_{\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{U}},\lambda_{l,\mathrm{E},k},t_l}\sum\nolimits_l\frac{B}{\ln 2}[\Psi_{l,\mathrm{U}}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{U}})-t_l]$$

$$\text{s.t. C1: } \sum\nolimits_l\mathrm{Tr}(\boldsymbol{W}_l)+\mathrm{Tr}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})\leqslant P_{\max}$$

$$\text{C2: } \boldsymbol{W}_l\succcurlyeq 0,\boldsymbol{W}_{l'}\succcurlyeq 0,\ \boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\succcurlyeq 0$$

$$\text{C3: } \Psi_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{E},k})\leqslant t_l$$

$$\text{C4: } \forall\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,\mathrm{B},\mathrm{E},k},\forall\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,\mathrm{J},\mathrm{E},k},k\in\mathcal{K}$$

$$\text{C5: } t_l\geqslant 0,\lambda_{l,\mathrm{U}}\geqslant 0,\lambda_{l,\mathrm{E},k}\geqslant 0 \tag{14}$$

考虑到式(14)中还有不确定性信道引起的非凸约束C3和C4未解决,因此式(14)的问题仍然是一个包含无穷多个二次不等式的不确定非凸问题,下面进一步解决C3和C4.为便于推导,引入松弛变量$A_{l,\mathrm{E},k}$,$B_{l',\mathrm{E},k}$和$J_{l,\mathrm{E},k}$,以有效处理该信道不确定性.

$$\begin{cases}A_{l,\mathrm{E},k}\succcurlyeq\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ B_{l',\mathrm{E},k}\leqslant\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ J_{l,\mathrm{E},k}\leqslant\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\end{cases} \tag{15}$$

将式(15)代入式(14)中的约束C3,则约束C3可被等价转换为如下凸约束:

$$\Psi_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{E},k})\leqslant\lambda_{l,\mathrm{E},k}(A_{l,\mathrm{E},k}+B_{l',\mathrm{E},k}+J_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)-\ln(\lambda_{l,\mathrm{E},k})-1-\ln(B_{l',\mathrm{E},k}+J_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2) \tag{16}$$

接下来,利用引理2即S-procedure方法[22]将式(14)中的约束C4从无限多个不确定性问题转化为有限个不等式.

引理2[22]:对变量$\boldsymbol{x}\in\mathbb{C}^{M\times M}$的二次函数$y_i(x)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Lambda}_i\boldsymbol{x}+2\mathrm{Re}\{\boldsymbol{a}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\}+o_i,i\in\{1,2\}$,其中$\boldsymbol{\Lambda}_i\in\mathbb{C}^{M\times M}$,$\boldsymbol{a}_i\in\mathbb{C}^{M\times 1}$,且$o_i\in\mathbb{R}$.条件$y_1(x)\leqslant 0\Rightarrow y_2(x)\leqslant 0$成立,当且仅当存在$x\succcurlyeq 0$,使得:

$$\tau\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_1 & \boldsymbol{a}_1\\ \boldsymbol{a}_1^{\mathrm{H}} & o_1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Lambda}_2 & \boldsymbol{a}_2\\ \boldsymbol{a}_2^{\mathrm{H}} & o_2\end{bmatrix}\succcurlyeq 0 \tag{17}$$

为了利用引理2,需对式(1)与式(15)分别构建$y_1(x)$与$y_2(x)$,根据式(1)可知,由于$\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\in\mathbb{C}^{M\times 1}$,即满足$\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{I}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}-\delta_{l,\mathrm{E},k}^2\leqslant 0$,$l\in(\mathrm{t},\mathrm{r})$,其中$\boldsymbol{I}$为$M$阶单位矩阵.令$y_{1,l}(x)=\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}-\delta_{l,\mathrm{E},k}^2$,且根据式(15)中第一个不等式令$y_{2,l}(x)=\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}-A_{l,\mathrm{E},k}$.则根据引理2,当且仅当$\boldsymbol{x}_{l,\mathrm{E},k}=\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\succcurlyeq 0$,有以下等价线性矩阵不等式(linear matrix inequalities,LMI):

$$\boldsymbol{N}_{1,l,\mathrm{E},k}=\begin{bmatrix}\tau_{1,l,\mathrm{E},k}\boldsymbol{I}-\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}} & -\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ -\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}} & \alpha_{1,l,\mathrm{E},k}\end{bmatrix}\succcurlyeq 0 \tag{18}$$

式中:$\alpha_{1,l,\mathrm{E},k}=-\tau_{1,l,\mathrm{E},k}\delta_{l,\mathrm{E},k}^2-\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}+A_{l,\mathrm{E},k}$.

类似地，式(15)中的第二、三个不等式可以转换为以下等价LMI：

$$\boldsymbol{N}_{2,l',\mathrm{E},k}=\begin{bmatrix}\tau_{2,l',\mathrm{E},k}\boldsymbol{I}+\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ \boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}} & \alpha_{2,l',\mathrm{E},k}\end{bmatrix}\succcurlyeq 0$$
$$\boldsymbol{N}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}=\begin{bmatrix}\tau_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}\boldsymbol{I}+\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}} & \boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\\ \boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}} & \alpha_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}\end{bmatrix}\succcurlyeq 0 \tag{19}$$

式中：$\alpha_{2,l',\mathrm{E},k}=-\tau_{2,l',\mathrm{E},k}\delta_{l,\mathrm{E},k}^2+\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}-B_{l',\mathrm{E},k}$，$\alpha_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}=-\tau_{\mathrm{J},l,k}\chi_{l,\mathrm{E},k}^2+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}-J_{l,\mathrm{E},k}$.

综合式(16)、式(18)和式(19)，式(14)可以转化为：

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},A_{l,\mathrm{E},k},B_{l',\mathrm{E},k},J_{l,\mathrm{E},k},\lambda_{l,\mathrm{U}},\lambda_{l,\mathrm{E},k},t_l}\ \sum_l\frac{B}{\ln 2}\left[\Psi_{l,\mathrm{U}}(\boldsymbol{W}_l,\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}},\lambda_{l,\mathrm{U}})-t_l\right]\\ &\text{s.t. C1: }\sum_l\mathrm{Tr}(\boldsymbol{W}_l)+\mathrm{Tr}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})\leqslant P_{\max}\\ &\quad\text{C2: }\boldsymbol{W}_l\succcurlyeq 0,\boldsymbol{W}_{l'}\succcurlyeq 0,\ \boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\succcurlyeq 0\\ &\quad\text{C3: }\lambda_{l,\mathrm{E},k}(A_{l,\mathrm{E},k}+B_{l',\mathrm{E},k}+J_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)-\\ &\qquad\ln(\lambda_{l,\mathrm{E},k})-1-\ln(B_{l',\mathrm{E},k}+J_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)\leqslant t_l\\ &\quad\text{C4: }t_l\geqslant 0,\lambda_{l,\mathrm{U}}\geqslant 0,\ \lambda_{l,\mathrm{E},k}\geqslant 0\\ &\quad\text{C5: }\boldsymbol{N}_{1,l,\mathrm{E},k}\succcurlyeq 0,\boldsymbol{N}_{2,l',\mathrm{E},k}\succcurlyeq 0,\boldsymbol{N}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}\succcurlyeq 0,k\in\mathcal{K}\end{aligned} \tag{20}$$

显然，式(20)的问题对于$(\boldsymbol{w}_l,\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}})$或$(\lambda_{l,\mathrm{U}},\lambda_{l,\mathrm{E},k})$是凸约束，但由于两组变量之间存在耦合关系，因此仍需对$(\boldsymbol{w}_l,\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}})$和$(\lambda_{l,\mathrm{U}},\lambda_{l,\mathrm{E},k})$联合求解以获得最优解，这可以通过交替优化的方法实现.具体而言，首先固定$(\boldsymbol{w}_l,\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}})$，则根据引理1可以得到$\lambda_{l,u}$的最优解$\lambda_{l,u}^*$为：

$$\lambda_{l,\mathrm{U}}^*=\frac{1}{\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{W}_{l'})+\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})+\sigma^2} \tag{21}$$

为得到$\lambda_{l,\mathrm{E},k}$的最优解$\lambda_{l,\mathrm{E},k}^*$，针对窃听信道的不完美CSI特性，利用引理1，优化$\lambda_{l,\mathrm{E},k}$的问题写为：

$$\begin{aligned}&\max_{\lambda_{l,\mathrm{E},k}}\\ &\left\{-\lambda_{l,\mathrm{E},k}\left[\max_{\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}}(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}-\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k})+\right.\right.\\ &\left.\left.\min_{\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)\right]+\ln(\lambda_{l,\mathrm{E},k})+1\right\}\\ &\text{s.t.(1)}\end{aligned} \tag{22}$$

为求解式(22)的问题，需要首先处理无穷多个二次不等式的不确定非凸问题，即

$$\begin{cases}\Im_{l,\mathrm{E},k}=\max\limits_{\Delta\mathbf{h}_{l,\mathrm{E},k}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Q}_l(\boldsymbol{W}_l-\boldsymbol{W}_{l'})\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ \qquad\text{s.t. }\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\leqslant\delta_{l,\mathrm{E},k}^2\\ \Im_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}=\min\limits_{\Delta\mathbf{g}_{l,\mathrm{E},k}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2\\ \qquad\text{s.t. }\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\leqslant\chi_{l,\mathrm{E},k}^2\end{cases} \tag{23}$$

式(23)是一个条件极值问题.为简化表达式，定义$\bar{\boldsymbol{W}}_l=\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_l\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}$，$\bar{\boldsymbol{W}}_{l'}=\boldsymbol{Q}_l\boldsymbol{W}_{l'}\boldsymbol{Q}_l^{\mathrm{H}}$，$\bar{\boldsymbol{F}}_l=\boldsymbol{P}_l\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{P}_l^{\mathrm{H}}$，利用拉格朗日数乘法和KKT条件求解，可得：

$$\begin{cases}\Im_{l,\mathrm{E},k}=\mathrm{Tr}\left[\tilde{\boldsymbol{W}}_l\left(\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}\bar{\boldsymbol{h}}_{l,E,k}^{\mathrm{H}}+\delta_{l,\mathrm{E},k}^2\boldsymbol{I}+\right.\right.\\ \qquad\left.\left.2\delta_{l,\mathrm{E},k}\sqrt{\dfrac{\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{W}}_l\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}}{\mathrm{Tr}(\tilde{\boldsymbol{W}}_l)}}\boldsymbol{I}\right)\right]\\ \Im_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}=\mathrm{Tr}\left[\bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{J}}\left(\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}+\chi_{l,\mathrm{E},k}^2\boldsymbol{I}-\right.\right.\\ \qquad\left.\left.2\chi_{l,\mathrm{E},k}\sqrt{\dfrac{\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{J}}\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}}{\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{J}})}}\boldsymbol{I}\right)\right]\end{cases} \tag{24}$$

式中：$\tilde{\boldsymbol{W}}_l=\bar{\boldsymbol{W}}_l-\bar{\boldsymbol{W}}_{l'}$. 将式(24)代入式(22)中并结合引理1结论，可得$\lambda_{l,\mathrm{E},k}$的闭式解为

$$\lambda_{l,\mathrm{E},k}^*=\frac{1}{\Im_{l,\mathrm{E},k}+\Im_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}+\sigma^2} \tag{25}$$

将式(21)和式(25)求得的最优闭式解$(\lambda_{l,\mathrm{U}}^*,\lambda_{l,\mathrm{E},k}^*)$代入式(20)，则给定$(\lambda_{l,\mathrm{U}}^*,\lambda_{l,\mathrm{E},k}^*)$，式(20)的目标函数和约束均为关于$(\boldsymbol{w}_l,\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}})$的凸函数，因此可以借助标准的凸优化工具求解.对求得的$\boldsymbol{W}_l$和$\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}}$，如果$\mathrm{rank}(\boldsymbol{W}_l)=\mathrm{rank}(\boldsymbol{F}_{\mathrm{J}})=1$，则通过特征值分解的方法可以直接得到$\boldsymbol{w}_l$和$\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}$，否则，采用高斯随机化恢复$\boldsymbol{w}_l$和$\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}$的近似解.因此，基于式(21)、式(25)和式(20)不断循环交替求解，直至收敛，从而得到主动波束形成向量$(\boldsymbol{w}_l,\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}})$的局部最优解.

2.2 被动波束优化

基于上一节求得的$\boldsymbol{w}_l$和$\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}$，本节求解STAR-RIS的传输和反射系数矩阵$\boldsymbol{\Phi}_l,l\in\{\mathrm{t},\mathrm{r}\}$.为简化式(5)的问题，同样利用辅助变量$\boldsymbol{\theta}_l=[r_1^l,r_2^l,\ldots,r_M^l]^{\mathrm{H}}$，令$\boldsymbol{\Theta}_l=\boldsymbol{\theta}_l\boldsymbol{\theta}_l^{\mathrm{H}}$，$\boldsymbol{\Theta}_l\succcurlyeq 0$，且$\mathrm{rank}(\boldsymbol{\Theta}_l)=1$，同时令$\hat{\boldsymbol{Q}}_l=\mathrm{diag}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}_l)^{\mathrm{H}}$，$\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{w}_{l'})^{\mathrm{H}}$，$\hat{\boldsymbol{P}}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}})^{\mathrm{H}}$，$\hat{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}=\boldsymbol{H}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{w}_l\boldsymbol{w}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}$，$\hat{\boldsymbol{H}}_{l',\mathrm{U}}=\boldsymbol{H}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{w}_{l'}\boldsymbol{w}_{l'}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}$，$\hat{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}=\boldsymbol{G}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{G}_{l,\mathrm{U}}^{\mathrm{H}}$，应用SDR技术松弛秩1约束，则被动波束优化子问题可写为：

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{\Theta}_l}\frac{B}{\ln 2}\left\{\ln\left[1+\frac{\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)}{\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{H}}_{l',\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\sigma^2}\right]-\right.\\ &\qquad\left.\max_{k\in\mathcal{K}}\ln\left[1+\frac{\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l)^{\mathrm{H}}}{\hat{C}_{l,\mathrm{E},k}}\right]\right\}\\ &\text{s.t. C1: }\textstyle\sum_l\boldsymbol{\Theta}_l(m,m)=1,\forall m\in M\\ &\quad\text{C2: }\boldsymbol{\Theta}_l\succcurlyeq 0,\forall m\in M\\ &\quad\text{C3: }\forall\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,\mathrm{B},\mathrm{E},k},\ \forall\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,\mathrm{J},\mathrm{E},k},k\in\mathcal{K}\end{aligned} \tag{26}$$

式中：$\hat{C}_{l,\mathrm{E},k}=\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'})^{\mathrm{H}}+(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})^{\mathrm{H}}+\sigma^2$.

显然,式(26)的目标函数与约束条件均不是凸函数,难以直接求解.与2.1节的处理方法类似,首先,为满足引理1的条件,令:

$$\begin{cases}\hat{v}_{l,\mathrm{U}}=\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{H}}_{l',\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\sigma^2\\ \hat{v}_{l,\mathrm{E},k}=\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l)^{\mathrm{H}}+\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'})^{\mathrm{H}}+\\ (\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})^{\mathrm{H}}+\sigma^2\end{cases}\tag{27}$$

则根据引理1,式(26)的目标函数中的用户速率和窃听者的速率可分别表示为:

$$\begin{cases}\hat{\Psi}_{l,\mathrm{U}}(\boldsymbol{\Theta}_l,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}})=-\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}}[\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{H}}_{l',\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\sigma^2]+\\ \ln\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}}+1+\ln(\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{H}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{H}}_{l',\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\\ \mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\sigma^2)\\ \hat{\Psi}_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{\Theta}_l,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k})=\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l)^{\mathrm{H}}+\\ \boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'})^{\mathrm{H}}+(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})^{\mathrm{H}}+\sigma^2)-\\ \ln(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'})^{\mathrm{H}}+(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})\boldsymbol{\Theta}_l(\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}})^{\mathrm{H}}+\sigma^2)-\\ \ln\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}-1\end{cases}\tag{28}$$

将式(28)代入式(26),同时类似地,为解决因引理1的使用而导致的目标函数中的极大极小值问题及其不平滑形式,参照2.1节中的处理方法,引入Sion's定理和松弛变量$\hat{t}_l$,则可写为:

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{\Theta}_l,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}},\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k},\hat{t}_l}\sum\nolimits_l\frac{B}{\ln 2}[\hat{\Psi}_{l,\mathrm{U}}(\boldsymbol{\Theta}_l,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}})-\hat{t}_l]\\ &\text{s.t. C1: }\sum\nolimits_l\boldsymbol{\Theta}_l(m,m)=1,\forall m\in M\\ &\quad\text{C2: }\hat{t}_l\geqslant\hat{\Psi}_{l,\mathrm{E},k}(\boldsymbol{\Theta}_l,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k})\\ &\quad\text{C3: }\forall\Delta\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,B,\mathrm{E},k},\forall\Delta\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\in\Omega_{l,J,\mathrm{E},k},k\in\mathcal{K}\\ &\quad\text{C4: }\hat{t}_l\geqslant 0,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}}\geqslant 0,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}\geqslant 0\end{aligned}\tag{29}$$

由于窃听信道的不完美CSI特性,式(29)仍然呈现出非凸的形式,难以直接求解.为此,引入辅助变量$\hat{A}_{l,\mathrm{E},k}$、$\hat{B}_{l',\mathrm{E},k}$和$\hat{J}_{l,\mathrm{E},k}$,即

$$\begin{cases}\hat{A}_{l,\mathrm{E},k}\geqslant\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ \hat{B}_{l',\mathrm{E},k}\leqslant\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ \hat{J}_{l,\mathrm{E},k}^{\theta}\leqslant\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\end{cases}\tag{30}$$

将式(30)代入式(29)的约束条件C2,可得:

$$\begin{aligned}&\hat{t}_l\geqslant\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}(\hat{A}_{l,\mathrm{E},k}+\hat{B}_{l',\mathrm{E},k}+\hat{J}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)-\\ &\ln(\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k})-1-\ln(\hat{B}_{l',\mathrm{E},k}+\hat{J}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)\end{aligned}\tag{31}$$

同样,利用引理2,得到式(29)的等价LMI为:

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{N}}_{1,l,\mathrm{E},k}&=\begin{bmatrix}\hat{\tau}_{1,l,\mathrm{E},k}\boldsymbol{I}-\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_l^{\mathrm{H}} & -\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ -\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l & \hat{\alpha}_{1,l,\mathrm{E},k}\end{bmatrix}\succcurlyeq 0\\ \hat{\boldsymbol{N}}_{2,l',\mathrm{E},k}&=\begin{bmatrix}\hat{\tau}_{2,l',\mathrm{E},k}\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}^{\mathrm{H}} & \hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}\\ \boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}^{\mathrm{H}} & \hat{\alpha}_{2,l',\mathrm{E},k}\end{bmatrix}\succcurlyeq 0\\ \hat{\boldsymbol{N}}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}&=\begin{bmatrix}\hat{\tau}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}\boldsymbol{I}+\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{H}} & \hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}\\ \boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{H}} & \hat{\alpha}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}\end{bmatrix}\succcurlyeq 0\end{aligned}\tag{32}$$

式中:$\hat{\alpha}_{1,l,\mathrm{E},k}=-\hat{\tau}_{1,l,\mathrm{E},k}\delta_{l,\mathrm{E},k}^2-\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_l^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}+\hat{A}_{l,\mathrm{E},k}$,
$\hat{\alpha}_{2,l',\mathrm{E},k}=-\hat{\tau}_{2,l',\mathrm{E},k}\delta_{l,\mathrm{E},k}^2+\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{h}_{l,\mathrm{E},k}-\hat{B}_{l',\mathrm{E},k}$,
$\hat{\alpha}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}=-\hat{\tau}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}\chi_{l,\mathrm{E},k}^2+\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}_{l,\mathrm{E},k}-\hat{J}_{l,\mathrm{E},k}$.

综合式(31)和式(32),式(29)可转化为:

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{\Theta}_l,\hat{A}_{l,\mathrm{E},k},\hat{B}_{l',\mathrm{E},k},\hat{J}_{l,\mathrm{E},k},\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}},\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k},\hat{t}_l}\sum\nolimits_l\frac{B}{\ln 2}[\hat{\Psi}_{l,\mathrm{U}}(\boldsymbol{\Theta}_l,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}})-\hat{t}_l]\\ &\text{s.t. C1: }\sum\nolimits_l\boldsymbol{\Theta}_l(m,m)=1,\forall m\in M\\ &\quad\text{C2: }\lambda_{l,\mathrm{E},k}(\hat{A}_{l,\mathrm{E},k}+\hat{B}_{l',\mathrm{E},k}+\hat{J}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)-\ln(\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k})-\\ &\qquad 1-\ln(\hat{B}_{l',\mathrm{E},k}+\hat{J}_{l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)\leqslant\hat{t}_l\\ &\quad\text{C3: }\hat{\boldsymbol{N}}_{1,l,\mathrm{E},k}\succcurlyeq 0,\hat{\boldsymbol{N}}_{2,l',\mathrm{E},k}\succcurlyeq 0,\hat{\boldsymbol{N}}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}\succcurlyeq 0,k\in\mathcal{K}\\ &\quad\text{C4: }\hat{t}_l\geqslant 0,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}}\geqslant 0,\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}\geqslant 0\end{aligned}\tag{33}$$

显然,式(33)对于$\boldsymbol{\Theta}_l$或$(\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}},\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k})$是凸约束,但由于两组变量之间存在耦合关系,同2.1节利用交替优化法联合求解$(\boldsymbol{w}_l,\boldsymbol{f}_{\mathrm{J}})$和$(\lambda_{l,\mathrm{U}},\lambda_{l,\mathrm{E},k})$的方法一致,即首先固定$\boldsymbol{\Theta}_l$,根据引理1,$\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}}$的最优解为$\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}}^{*}=1/\left[\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{H}}_{l',\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\mathrm{Tr}(\hat{\boldsymbol{G}}_{l,\mathrm{U}}\boldsymbol{\Theta}_l)+\sigma^2\right]$.为方便求解$\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}$,先定义$\hat{\boldsymbol{\Theta}}_l=\hat{\boldsymbol{Q}}_l\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_l^{\mathrm{H}}$,$\bar{\boldsymbol{\Theta}}_l=\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{Q}}_{l'}^{\mathrm{H}}$和$\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_l=\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{\Theta}_l\hat{\boldsymbol{P}}^{\mathrm{H}}$,应用拉格朗日乘子法并结合KKT条件和引理1可以得到$\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}$的闭式解$\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}^{*}=1/(\hat{\Im}_{l,\mathrm{E},k}+\hat{\Im}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}+\sigma^2)$,其中

$$\begin{cases}\hat{\Im}_{l,\mathrm{E},k}=\mathrm{Tr}\left[\bar{\boldsymbol{\Theta}}_l\left(\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}+\delta_{l,\mathrm{E},k}^2\boldsymbol{I}+2\delta_{l,\mathrm{E},k}\sqrt{\frac{\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{\Theta}}_l\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}}{\mathrm{Tr}(\bar{\boldsymbol{\Theta}}_l)}}\boldsymbol{I}\right)\right]\\ \hat{\Im}_{\mathrm{J},l,\mathrm{E},k}=\mathrm{Tr}\left[\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_l\left(\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}+\chi_{l,\mathrm{E},k}^2\boldsymbol{I}-2\chi_{l,\mathrm{E},k}\sqrt{\frac{\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_l\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}}{\mathrm{Tr}(\tilde{\boldsymbol{\Theta}}_l)}}\boldsymbol{I}\right)\right]\end{cases}\tag{34}$$

式中:$\bar{\boldsymbol{\Theta}}_l=(\hat{\boldsymbol{\Theta}}_l-\bar{\boldsymbol{\Theta}}_l)$.

基于所求得的$\hat{\lambda}_{l,\mathrm{U}}^{*}$和$\hat{\lambda}_{l,\mathrm{E},k}^{*}$,代入式(33)中,转化为关于$\boldsymbol{\Theta}_l$的标准凸问题,可以直接利用CVX工具求

解得到 $\boldsymbol{\Theta}_l$. 若 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{\Theta}_l)=1$,则通过特征值分解的方法直接得到 $\boldsymbol{\theta}_l$,否则,采用高斯随机化恢复 $\boldsymbol{\theta}_l$ 的近似解.最后依次迭代求解 $(\hat{\lambda}^*_{l,\mathrm{U}},\hat{\lambda}^*_{l,\mathrm{E},k})$ 和 $\boldsymbol{\theta}_l$ 直至收敛获得式(26)的近似解.

综合上述主动波束优化和被动波束优化得到的 $(\boldsymbol{w}_l,\boldsymbol{w}_{l'},\boldsymbol{f}_\mathrm{J})$ 与 $(\boldsymbol{\theta}_l,\boldsymbol{\theta}_{l'})$,并对两个子问题进行交替更新直至收敛,以获得式(5)的次优解.所提出的联合AO、SDR和S-procedure的整体迭代算法如表1所示.

表1 算法1:联合AO、SDR和S-procedure的SSR最大化算法

Tab.1 Algorithm 1: SSR maximization algorithm combining AO, SDR and S-procedure

输入: $P_{\max}$, 收敛精度 ε,最大迭代次数 $n_{\max}$, 初始值 $\boldsymbol{w}_\mathrm{r}^{(0)}$、$\boldsymbol{w}_\mathrm{t}^{(0)}$、$\boldsymbol{f}_\mathrm{J}^{(0)}$、$\boldsymbol{\theta}_\mathrm{r}^{(0)}$、$\boldsymbol{\theta}_\mathrm{t}^{(0)}$, 迭代次数 $n=0$.

循环:

(1)固定 $\boldsymbol{\theta}_\mathrm{r}^{(n)}$、$\boldsymbol{\theta}_\mathrm{t}^{(n)}$, 通过交替求解式(21)、式(25)和式(20), 获得最优 $\lambda^*_{l,\mathrm{U}}$ 和 $\lambda^*_{l,\mathrm{E},k}$, 并更新 $\boldsymbol{w}_\mathrm{r}^{(n+1)}$, $\boldsymbol{w}_\mathrm{t}^{(n+1)}$, $\boldsymbol{f}_\mathrm{J}^{(n+1)}$.

(2)固定 $\boldsymbol{w}_\mathrm{r}^{(n+1)}$、$\boldsymbol{w}_\mathrm{t}^{(n+1)}$、$\boldsymbol{f}_\mathrm{J}^{(n+1)}$, 通过交替迭代计算式(34)和求解式(33)的问题, 获得最优 $\hat{\lambda}^*_{l,\mathrm{U}}$ 和 $\hat{\lambda}^*_{l,\mathrm{E},k}$, 并更新 $\boldsymbol{\theta}_\mathrm{r}^{(n+1)}$, $\boldsymbol{\theta}_\mathrm{t}^{(n+1)}$.

(3)计算式(5)的目标函数值 $C_{\max}^{(n+1)}$, 且更新 $n=n+1$.

直到: $C_{\max}^{(n+1)}-C_{\max}^{(n)}\leqslant\varepsilon$, 或者满足 $n>n_{\max}$ 则退出循环, 否则返回步骤(1).

输出:次优解 $\boldsymbol{w}_\mathrm{r}^*$, $\boldsymbol{w}_\mathrm{t}^*$, $\boldsymbol{f}_\mathrm{J}^*$, $\boldsymbol{\theta}_\mathrm{r}^*$, $\boldsymbol{\theta}_\mathrm{t}^*$ 和 $C_{\max}^*$.

3 仿真结果及分析

本节通过仿真实验验证了本文所提出的STAR-RIS联合协同干扰辅助的鲁棒安全通信算法(称为"STAR-RIS, 鲁棒")的可行性和有效性.为贴近现实场景, 考虑三维笛卡尔坐标系,其中BS和Jammer分别位于(0,0,2)和(0,10,2)(单位为m),STAR-RIS位于(50,10,0),$N=8$,$M=20$. STAR-RIS两侧的单天线用户 U_r 和 U_t 分别位于(50,5,0)和(50,-5,0)处,而 U_r 和 U_t 附近的 $K=2$ 个窃听者 $E_{\mathrm{r},k}$ 和 $E_{\mathrm{t},k}$ 分别随机位于以(50,10,0)和(50,-10,0)为圆心、半径为3 m的圆内.

本文考虑和STAR-RIS相关的所有信道均为莱斯信道,信道衰落包括大尺度衰落和小尺度衰落.因此与STAR-RIS相关的信道模型为 $\boldsymbol{h}=\sqrt{L_0 d^{-\alpha}}\left[\sqrt{\beta/(1+\beta)}\boldsymbol{h}^{\mathrm{LoS}}+\sqrt{1/(1+\beta)}\boldsymbol{h}^{\mathrm{NLoS}}\right]$, 其中 $\sqrt{L_0 d^{-\alpha}}$ 是大尺度衰落;L_0 表示单位参考距离处的路径损耗;α 和 d 分别表示路径损耗指数和相关链路距离;$\sqrt{\beta/(1+\beta)}\boldsymbol{h}^{\mathrm{LoS}}+\sqrt{1/(1+\beta)}\boldsymbol{h}^{\mathrm{NLoS}}$ 是小尺度衰落;$\boldsymbol{h}^{\mathrm{LoS}}$ 表示视距(line-of-sight, LoS)传输分量;$\boldsymbol{h}^{\mathrm{NLoS}}$ 表示非视距(non-line-of-sight, NLoS)传输分量;β 是莱斯因子.除指定说明外,仿真参数设置为 $L_0=-30$ dB, $\beta=5$, $\alpha_{\mathrm{B,S}}=\alpha_{\mathrm{J,S}}=\alpha_{\mathrm{S,U}}=\alpha_{\mathrm{S,E}}=2.2$, $\sigma^2=-95$ dBm.

为了定量评估由有界CSI误差模型所描述的信道不确定性程度, 定义 $\delta_{l,\mathrm{E},k}=\kappa_{l,\mathrm{E},k}\left\|\left(\bar{\boldsymbol{h}}_{l,\mathrm{E},k}\right)\right\|_2$, $\chi_{l,\mathrm{E},k}=\mu_{l,\mathrm{E},k}\left\|\left(\bar{\boldsymbol{g}}_{l,\mathrm{E},k}\right)\right\|_2$. 其中, $\kappa_{l,\mathrm{E},k}$ 和 $\mu_{l,\mathrm{E},k}$ 为相关信道的归一化CSI误差, 表示CSI不确定性水平, $l\in\{\mathrm{t},\mathrm{r}\}$. 在本章中, 如果没有特殊声明, $\kappa_{l,\mathrm{E},k}=\mu_{l,\mathrm{E},k}=0.01$, 收敛阈值固定为 $\varepsilon=10^{-3}$.

为了验证所提出的"STAR-RIS, CJ, 鲁棒"方案的性能优势, 本节将与四种基准方案的性能进行比较和分析. 基准方案1:"STAR-RIS, CJ, 非鲁棒",该方案未考虑窃听信道的信道估计误差;基准方案2:"STAR-RIS, NCJ, 鲁棒", 即没有Jammer的鲁棒方案;基准方案3:"CRIS, CJ, 鲁棒", CRIS的鲁棒方案;基准方案4:"CRIS, CJ, 非鲁棒", CRIS的非鲁棒方案. 其中CRIS表示两块仅反射的RIS都部署在与STAR-RIS相同的位置, 并且都只有 $M/2$ 个单元[13]. 值得注意的是, 文中也给出了CSI完美已知条件下性能曲线(称为"STAR-RIS, CJ, 完美CSI"方案)作为性能上界,量化信道不确定性带来的性能代价.

图2展示了不同方案下系统的和保密速率(SSR)随总发射功率预算 $P_{\max}$ 变化的关系,其中 $M=20$, $N=J=8$.可以看出,所有方案的和保密速率均随着 $P_{\max}$ 增加而提升,然而,所提出的"STAR-RIS, CJ, 鲁棒"方案能取得最好的安全性能,而"CRIS, CJ, 非鲁棒"方案的性能最差.此外,所提出的"STAR-RIS, CJ,鲁棒"方案的性能明显优于"STAR-RIS, NCJ, 鲁棒"方案和"CRIS, CJ, 鲁棒"方案. 这主要是因为Jammer的引入能够有效降低窃听者的接收信号质量, 同时STAR-RIS的双自由度特性不仅改善了合法接收端的信噪比, 还有效减少了信息泄漏. 这充分说明了在存在信道估计误差情况下引入STAR-

RIS进行鲁棒处理的重要性,以及协作干扰优化对提升系统安全性能的关键作用.

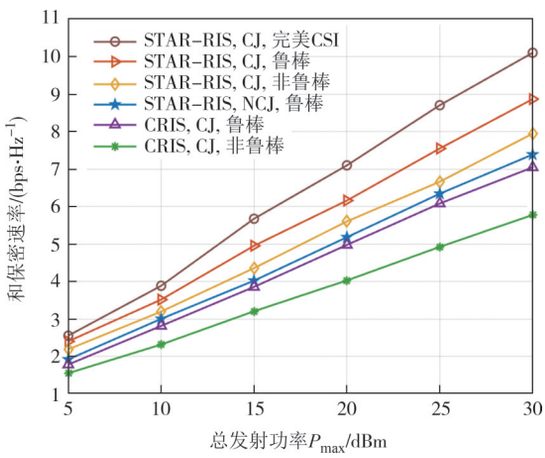

图 2　不同 P_{max} 对系统SSR的影响

Fig.2　Effects of different P_{max} on system SSR

图 3 给出了不同方案下系统的SSR随STAR-RIS单元数量 M 的变化关系，其中 P_{max} = 15 dBm，$N = J = 8$. 从图3中可以看出，所有方案的保密性能随着STAR-RIS的单元数量的增加而提升，这是因为更多单元的STAR-RIS能够提供更高的空间自由度，从而为用户创造更强的级联信道，同时有效抑制窃听者的窃听速率. 此外，图3还显示，当 M 超过一定值(如34)后，系统的SSR增长趋于平缓. 这是因为单一变量对系统SSR的提升作用是有限的，其他因素(如BS功率、Jammer的干扰)对系统性能的影响逐渐占据主导地位.

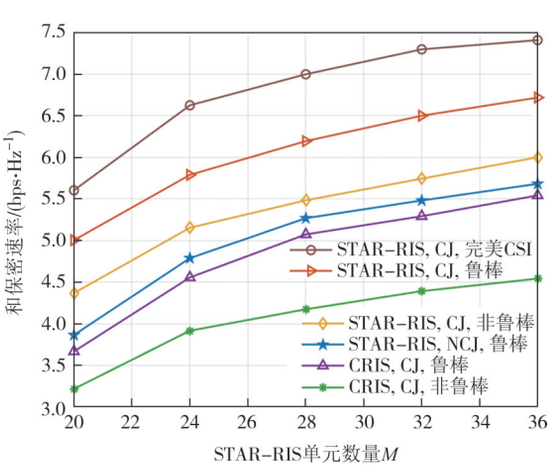

图 3　不同 M 对系统SSR的影响

Fig.3　Effect of different M on the system SSR

图 4 给出了BS的天线数量 N 对系统的SSR的影响，其中 P_{max} = 15 dBm. 不难看出，随着 N 的增加，所有方案的保密性能都逐渐增加，这是因为天线数量越多，BS的有源波束形成增益就越强，可利用的自由度也更多，从而能够更精准地控制有用波束和干扰波束.

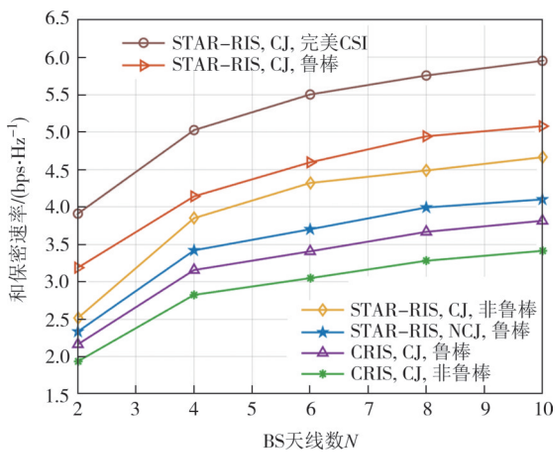

图 4　不同 N 对系统SSR的影响

Fig.4　Effect of different N on the system SSR

图5进一步展示了算法1的收敛性，并比较了在不同STAR-RIS单元数量 M 与BS/Jammer天线数量 N 和 J 下的迭代次数，其中 P_{max}=15 dm. 从图5中可以看出，不论 M、N 或 J 增加，系统的保密性能均增大. 然而，更多的单元或天线数量也会导致算法复杂度的增加，从而延长算法收敛所需的迭代次数. 此外，在相同参数条件下，所提出的“STAR-RIS, CJ, 鲁棒”方案的迭代次数与“STAR-RIS, CJ, 非鲁棒”方案相差无几，但所提出方案实现了显著更高的保密性能. 这表明本文所提出的方案不仅在安全性能方面具有优势，同时在算法复杂度上也表现出较好的竞争力.

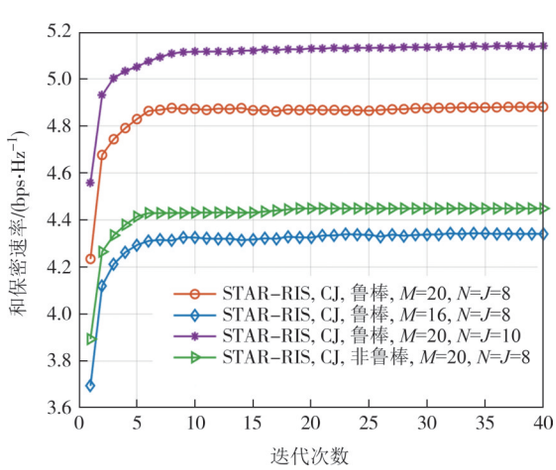

图 5　不同 M、N 与 J 下算法的收敛性

Fig.5　Convergence of the algorithm for different M, N and J

图6展示了BS发射功率 P_B 与Jammer发射功率 P_J 随系统总发射功率预算 P_{max} 的变化关系. 从图6中

可以发现,随着系统总发射功率预算增大,P_B和P_J均呈现递增的趋势.这是因为总功率增大时,系统需要提高BS的发射功率,以增强合法用户的信号接收质量,并且增大Jammer功率以更有效地降低窃听者的接收信噪比,从而减少信息泄漏,保证信息传输的安全性.值得注意的是,随着总发射功率增加,P_B/P_J持续减小并趋于稳定.这表明在小功率场景下,Jammer仅需分配更低比例的功率即可显著抑制窃听者的窃听.而在大功率场景下,P_J所占的比例缓慢增大,并在$P_{max} \geqslant 28$ dBm时,P_J与P_B的比值趋于稳定状态.这表明系统通过动态调整功率分配比例,扩大主信道与窃听信道间的差异,提升系统的物理层安全性能.

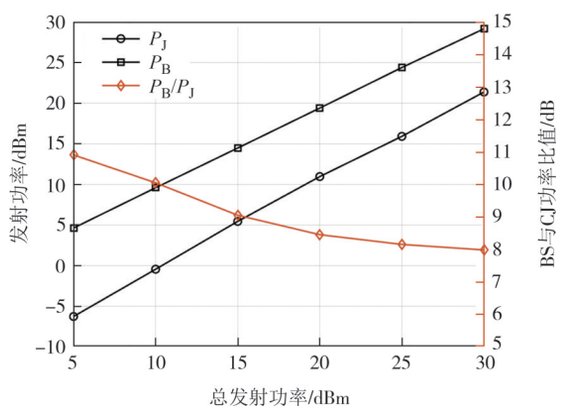

图6 P_{max}对P_B和P_J及P_B/P_J的影响

Fig.6 Impact of different P_{max} on P_B, P_J as well as P_B/P_J

4 结 论

针对STAR-RIS到窃听者信道的不完美性,引入外部干扰节点恶化窃听信道质量,通过联合优化BS和Jammer的波束形成向量和STAR-RIS的传输和反射系数矩阵,以最大化系统的和保密速率.然而,所构建的原始问题因变量高度耦合且包含复杂约束,属于非凸优化问题,难以直接使用常规凸优化工具解决.为此,本文提出了一种STAR-RIS辅助MISO下行鲁棒物理层安全方法,采用联合AO、SDR和S-procedure的高效迭代算法,先通过AO算法将问题分解为两个子问题,分别采用SDR松弛技术和S-procedure方法对两个子问题进行凸估计,并对两个子问题依次交替求解,直至算法收敛.仿真结果表明,与四种基准方案相比,本文所提出的方案能够显著提高系统的保密性能.

参考文献

[1] PAN C H, REN H, WANG K Z, et al. Reconfigurable intelligent surfaces for 6G systems: principles, applications, and research directions [J]. IEEE Communications Magazine, 2021, 59(6): 14-20.

[2] ALAKOCA H, NAMDAR M, ALDIRMAZ-COLAK S, et al. Metasurface manipulation attacks: potential security threats of RIS-aided 6G communications [J]. IEEE Communications Magazine, 2023, 61(1): 24-30.

[3] YU M, CHU J J, LIU R, et al. Active RIS empowered secure MISO systems: AN and RIF approaches [C]//2024 IEEE 100th Vehicular Technology Conference (VTC2024-Fall), October 7-10, 2024, Washington, DC, USA. IEEE, 2024: 1-5.

[4] CUI M, ZHANG G C, ZHANG R. Secure wireless communication via intelligent reflecting surface [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(5):1410-1414.

[5] WEI L, WANG K Z, PAN C H, et al. Secrecy performance analysis of RIS-aided communication system with randomly flying eavesdroppers [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(10):2240-2244.

[6] WANG Q, ZHOU F H, HU R Q, et al. Energy efficient robust beamforming and cooperative jamming design for IRS-assisted MISO networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(4): 2592-2607.

[7] YU X H, XU D F, SCHOBER R. Enabling secure wireless communications via intelligent reflecting surfaces [C]//2019 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), December 9-13, 2019, Waikoloa, HI, USA. IEEE, 2020:1-6.

[8] ARZYKULOV S, CELIK A, NAURYZBAYEV G, et al. Artificial noise and RIS-aided physical layer security: optimal RIS partitioning and power control [J].IEEE Wireless Communications Letters, 2023, 12(6):992-996.

[9] 雷维嘉, 翟泽旭, 雷宏江, 等. 不准确CSI下智能反射表面辅助的多用户系统物理层安全方案设计[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(7):2299-2308.
LEI W J, ZHAI Z X, LEI H J, et al. Design of physical layer security scheme for intelligent reflecting surface assisted multi-user system with imperfect CSI [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2022, 44(7):2299-2308.(in Chinese)

[10] HONG S, PAN C H, REN H, et al. Robust transmission design for intelligent reflecting surface-aided secure communication systems with imperfect cascaded CSI [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(4):2487-2501.

[11] LI H, LI A, WU Q Q, et al. QoS-guaranteed robust beamforming design for IRS-aided secure multi-user transmit network [C]//2024 IEEE Wireless Communications and

Networking Conference (WCNC), April 21-24, 2024, Dubai, United Arab Emirates. IEEE, 2024: 1-6.

[12] XU J Q, LIU Y W, MU X D, et al. STAR-RISs: simultaneous transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surfaces[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(9):3134-3138.

[13] MU X D, LIU Y W, GUO L, et al. Simultaneously transmitting and reflecting (STAR) RIS aided wireless communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(5): 3083-3098.

[14] LIU Y W, MU X D, XU J Q, et al. STAR: simultaneous transmission and reflection for 360° coverage by intelligent surfaces[J]. IEEE Wireless Communications, 2021, 28(6): 102-109.

[15] FANG S S, CHEN G J, ABDULLAH Z, et al. Intelligent omni surface-assisted secure MIMO communication networks with artificial noise[J]. IEEE Communications Letters, 2022, 26(6): 1231-1235.

[16] XIAO H, HU X Y, LI A, et al. STAR-RIS enhanced joint physical layer security and covert communications for multi-antenna mmWave systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(8): 8805-8819.

[17] XIAO H, HU X Y, LI A, et al. Robust full-space physical layer security for STAR-RIS-aided wireless networks: eavesdropper with uncertain location and channel[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2025, 24(9):7206-7220.

[18] ZHOU T, XU K, HU G J, et al. Robust beamforming design for STAR-RIS-assisted anti-jamming and secure transmission[J]. IEEE Transactions on Green Communications and Networking, 2024, 8(1):345-361.

[19] SHEN M, LEI X F, ZHOU X Y, et al. STAR-RIS assisted secure MIMO communication networks: transmit power minimization for perfect and imperfect CSI [J]. IEEE Transactions on Communications, 2025, 73(3):1487-1500.

[20] LI Q, HONG M Y, WAI H T, et al. Transmit solutions for MIMO wiretap channels using alternating optimization[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(9): 1714-1727.

[21] LE X Y, WANG J. A two-time-scale neurodynamic approach to constrained minimax optimization [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2017, 28(3):620-629.

[22] BOYD S P, VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. Cambridge:Cambridge University Press, 2004.