

多段变性 Pascal 蜗线齿轮传动特性分析

陶德华^{1*} 王 英² 曹振新¹ 李 凝¹ 胡礼广¹ 宣仲义¹ 蒋洪奎¹

1. 浙江师范大学行知学院工学院, 金华, 321100

2. 宁波大学机械工程与力学学院, 宁波, 315211

摘要:为得到不同传动特性的 Pascal 蜗线齿轮机构, 基于二段变性 Pascal 蜗线齿轮生成机理构建多段变性 Pascal 蜗线齿轮机构。将 Pascal 蜗线曲线划分成 N 段, 并在每一区段内引入不同的变性系数, 由此获得多段变性 Pascal 蜗线。基于几何图学构建该曲线数学方程。将多段变性 Pascal 蜗线曲线应用于齿轮机构, 得到一种变速传动的非圆齿轮机构, 并构建该类型齿轮机构传动数学模型。为便于优化设计, 编制了多段变性 Pascal 蜗线齿轮机构可视化设计平台, 分析了变性系数对 Pascal 蜗线族齿轮的影响, 总结了变性系数选取准则。分析了三段变性 Pascal 蜗线齿轮机构的传动特性和多段变性 Pascal 蜗线齿轮在压力机上的应用。研究发现: 在不同区段内引入不同的变性系数, 可获得不同的传动特性; 且分段数量越多, 可调节性越强, 获得的传动特性种类越多。

关键词: Pascal 蜗线齿轮; 多段变性; 传动比; 压力角; 重合度

中图分类号: TH132.424

DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2025.03.011

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Analysis of Transmission Characteristics of Multi-stage Denatured Pascal Worm Gears

TAO Dehua^{1*} WANG Ying² CAO Zhenxin¹ LI Ning¹ HU Liguang¹

XUAN Zhongyi¹ JIANG Hongkui¹

1. School of Engineering, Xingzhi College Zhejiang Normal University, Jinhua, Zhejiang, 321100

2. Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University, Ningbo, Zhejiang, 315211

Abstract: In order to obtain the Pascal worm gear mechanisms with different transmission characteristics, a multi-stage denatured Pascal worm gear mechanism was constructed based on 2 stage denatured Pascal worm gear generation mechanism. Pascal worm curve was divided into N segments, and different denatured coefficients were introduced in each segment, and the multi-stage denatured Pascal worm lines were obtained. The mathematical equation of the curve was constructed based on geometric graphics. The multi-stage denatured Pascal worm lines were applied to the gear mechanisms to obtain a non-circular gear mechanism for variable speed transmission, and a mathematical model of this type of gear mechanisms was constructed. A multi-stage denatured Pascal worm line gear mechanism visual design platform was compiled for facilitating the optimization of the design, the effects of denatured coefficient on Pascal worm gear were analyzed, and the selection criteria of denatured coefficient were summarized. The transmission characteristics of 3 stage denatured Pascal worm gear mechanisms were analyzed, and multi-stage denatured Pascal worm gear was applied on the presses. Results show that different transmission characteristics may be obtained by introducing different denaturation coefficients in different sections, and the larger the number of segments, the stronger the adjustability, and the more types of transmission characteristics may be obtained.

Key words: Pascal worm gear; multi-stage denaturation; transmission ratio; pressure angle; coincidence

0 引言

非圆齿轮^[1]是一种非线性、可实现变速传动的常见机构, 其中 Pascal 蜗线齿轮机构^[2]广泛应

用于需要变速传动的装置^[3]内。目前对 Pascal 蜗线齿轮机构的研究主要集中于 Pascal 蜗线齿轮、变性 Pascal 蜗线齿轮、高阶 Pascal 蜗线齿轮和高阶变性 Pascal 蜗线齿轮这几类 Pascal 蜗线族齿轮, 而其中的变性齿轮仅限于二段变性 Pascal 蜗线齿轮。

任廷志等^[4]提出了主动轮向径按照余弦运动规律变化的余弦齿轮机构, 并对其基本参数的设

收稿日期: 2024-05-05

基金项目: 浙江省教育厅一般科研项目(Y202249437); 金华市公益性技术应用研究项目(2022-4-069; 2021-4-362); 宁波市重大科技攻关暨“揭榜挂帅”项目(2022Z063); 宁波市北仑区关键核心技术攻关项目(2022001)

计过程和传动特性进行了分析。刘永平等^[5]对 Pascal 蜗线齿轮机构传动特性进行了分析,并对齿廓进行虚拟加工仿真。陶德华等^[6]对高阶二段变性 Pascal 蜗线齿轮进行传动特性分析,并对影响传动规律的各设计参数进行研究总结。余俊等^[7]利用有限元分析软件对蜗线齿轮进行模态分析,并分析了影响蜗线齿轮固有频率的设计参数。

以上类型的 Pascal 蜗线族齿轮由于设计参数数量较少,不能很好地满足复杂的传动工况需求。本文在二段变性原理的基础上,提出将节曲线分割成 N 段^[8]并引入不同的变性系数,获得传动特性调整灵活性更强的多段变性 Pascal 蜗线齿轮;利用数值分析的方法构建齿轮副节曲线及其传动特性数学模型;编制了可视化设计平台^[9];研究了变性系数对 Pascal 蜗线族非圆齿轮的影响;研究三段变性 Pascal 蜗线齿轮副的节曲线形状及其传动特性,并将多段变性 Pascal 蜗线齿轮用于驱动压力机,凸显多段变性 Pascal 蜗线齿轮的可行性及其优势。

1 多段变性 Pascal 蜗线曲线

1.1 Pascal 蜗线曲线

图 1 所示为 Pascal 蜗线曲线生成原理,将该曲线应用于非圆齿轮机构领域,获得一种特殊运动规律的变速传动机构。由图 1 可知:Pascal 蜗线是以 $(b/2,0)$ 为圆心、 $b/2$ 为半径长,在该圆上任意一点沿其向径方向与此点距离为 l 的点的轨迹。根据几何图学可知,该点轨迹 r (Pascal 蜗线曲线)的表达式为

$$r = b \cos \theta + l \tag{1}$$

式中: b 为发生圆直径; θ 为转角; l 为展长。

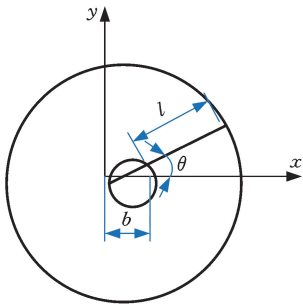


图 1 Pascal 蜗线曲线
Fig.1 Pascal worm curve

1.2 二段变性 Pascal 蜗线曲线

目前常见的变性非圆齿轮主要是二段变性的。图 2 中 1 为基 Pascal 蜗线。在极角 $\varphi = \pi$ 位置将其分割成两段,在曲线 $\varphi \in (0, \pi)$ 区段内引入变性系数 m_{11} ,可将原本两段极角 $\varphi \in (0, \pi)$ 和 $\varphi \in (\pi, 2\pi)$ 调整为两段新极角 $\varphi_1 \in (0, \pi/m_{11})$

和 $\varphi_2 \in (\pi/m_{11}, 2\pi)$ 。通过改变极角可获得变性后的 Pascal 蜗线(图 2 中 2 为 $m_{11} = 2$ 时的变性 Pascal 蜗线)。若设第二段曲线的变性系数为 m_{12} ,则引入的变性系数 m_{11} 和 m_{12} 需满足以下条件:

$$\left. \begin{aligned} m_{11} &> 1/2 \\ \frac{\pi}{m_{11}} + \frac{\pi}{m_{12}} &= 2\pi \end{aligned} \right\} \tag{2}$$

1.基 Pascal 蜗线 2.变性 Pascal 蜗线

图 2 二段变性 Pascal 蜗线曲线

Fig.2 The 2 stage denatured Pascal worm curve

1.3 多段变性 Pascal 蜗线曲线

为满足更多的传动功能需求,在二段变性 Pascal 蜗线节曲线的基础上,将连续封闭的 Pascal 蜗线分割成 N 段($N \geq 3$),如图 3 所示。图中每一段 Pascal 蜗线分别引入一个变性系数 $m_{1i}(i \in [1, N])$,通过改变 m_{1i} 的数值,即可获得不同的 Pascal 蜗线曲线。

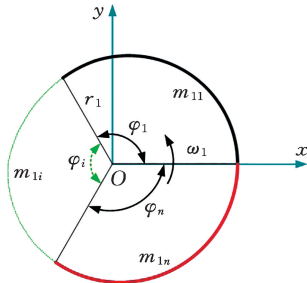


图 3 多段变性 Pascal 蜗线曲线

Fig.3 Multi-stage denatured Pascal worm curve

根据几何图形和数值分析可建立多段变性 Pascal 蜗线曲线数学方程:

$$r_1(\varphi_1) = \begin{cases} b \cos(m_{11} \varphi_1) + l & \varphi_1 \in [0, 2\pi/(Nm_{11})) \\ b \cos(m_{12}(\varphi_1 - \frac{2\pi}{Nm_{11}}) + \frac{2\pi}{N}) + l & \varphi_1 \in [\frac{2\pi}{Nm_{11}}, \sum_{i=1}^2 \frac{2\pi}{Nm_{1i}}) \\ \vdots \\ b \cos(m_{1N}(2\pi - \varphi_1) + \frac{2\pi(N-1)}{N}) + l & \varphi_1 \in [\sum_{i=1}^{N-1} \frac{2\pi}{Nm_{1i}}, 2\pi] \end{cases} \tag{3}$$

式中: r_1 为多段变性 Pascal 蜗线向径; φ_1 为多段 Pascal 蜗

线转角; m_{1i} 为多段变性 Pascal 蜗线上第 i 分段的变性系数; m_{1N} 为最后一段变性系数; N 为总共的分段数。

为保证多段变性 Pascal 蜗线曲线封闭,各段变性系数 m_{1i} 需满足以下条件:

$$\left. \begin{aligned} m_{1i} &> 1/N \\ \sum_{i=1}^N \frac{2\pi}{m_{1i}} &= 2\pi N \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

多段变性 Pascal 蜗线齿轮节曲线在分段处连续验证:当 $\varphi_1=0$ 和 $\varphi_1=2\pi$ 时,根据式(3) 可得两位置节曲线向径 $r_1(0)=r_1(2\pi)=b+l$;当 $\varphi_1=\sum_{j=1}^i \frac{2\pi}{Nm_{1i}}$ 时, $r_1(j+1)=r_1(j)=b\cos(\frac{2\pi j}{N})+l$, j 为 Pascal 蜗线分段中的第 j 段。

2 多段变性 Pascal 蜗线齿轮机构

将多段变性 Pascal 蜗线曲线应用于齿轮机构中,将曲线作为齿轮节曲线可构建出多段变性 Pascal 蜗线齿轮副机构,如图 4 所示。

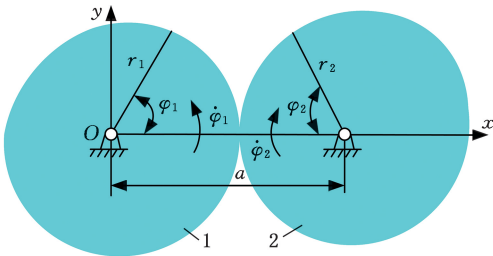


图 4 多段变性 Pascal 蜗线齿轮副

Fig.4 Multi-stage denatured Pascal worm gear pair

2.1 多段变性 Pascal 蜗线副节曲线方程的建立

为便于建立多段变性 Pascal 蜗线副节曲线方程,以主动轮转动中心 O 为原点建立坐标系 Oxy 。主动轮节曲线方程即为 Pascal 蜗线曲线方程(式(3))。根据齿轮啮合原理及传动特性^[10] 可知,从动非圆齿轮节曲线 2 方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} r_2(\varphi_2) &= a - r_1(\varphi_1) \\ \varphi_2(\varphi_1) &= \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}} d\varphi_1 = \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1(\varphi_1)}{a - r_1(\varphi_1)} d\varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中: r_2 为从动轮节曲线向径; φ_2 为从动轮转角; a 为齿轮副中心距。

在各段变性系数 m_{1i} 满足式(4)的前提下,根据非圆齿轮节曲线封闭性条件^[11] 可知,多段变性 Pascal 蜗线齿轮副能够实现准确传动需要满足以下条件:

$$\frac{2\pi}{n_2} = \int_0^{2\pi} \frac{r_1(\varphi_1)}{a - r_1(\varphi_1)} d\varphi_1 = \int_0^{\frac{2\pi}{Nm_{11}}} \frac{[b\cos(m_{11}\varphi_1) + l]}{a - [b\cos(m_{11}\varphi_1) + l]} d\varphi_1 + \sum_{i=2}^N \int_{\sum_{j=1}^{i-1} \frac{2\pi}{m_{1j}}}^{\sum_{j=1}^i \frac{2\pi}{m_{1j}}} [b\cos(m_{1i}(\varphi_1 - \sum_{k=1}^i \frac{2\pi}{Nm_{1k}}) +$$

$$\frac{2\pi(i-1)}{N}) + l] \{a - [b\cos(m_{1i}(\varphi_1 - \sum_{k=1}^i \frac{2\pi}{Nm_{1k}}) + \frac{2\pi(i-1)}{N}) + l]\}^{-1} d\varphi_1 \quad (6)$$

式中: k 用于计数分段, $k=1,2,\dots,i$ 。

利用数值分析和一维搜寻的优化方法先确定中心距 a 的取值区间,然后利用黄金分割法在确定的区间中获得精确的中心距 a 的数值。由式(6) 求得中心距后代入式(5) 即可得到从动轮节曲线方程,其中从动轮转角 φ_2 可通过梯形法求解得到。

2.2 凹凸性判别

为在多段变性 Pascal 蜗线曲线上范成出完整齿廓,需保证所设计非圆齿轮节曲线外凸,即保证曲线上各处曲率半径满足以下条件:

$$\rho = \frac{[r^2 + (\frac{dr}{d\varphi})^2]^{3/2}}{r^2 + 2(\frac{dr}{d\varphi})^2 - r \frac{d^2r}{d\varphi^2}} \geq 0 \quad (7)$$

式中: φ 表示对应曲线的转角。

经推导计算,主动轮节曲线保证外凸的条件需满足 $1+i_{12}+i_{12}''\geq 0$;从动轮节曲线保证外凸的条件为 $1+i_{12}+(i_{12}')^2-i_{12}i_{12}''\geq 0$,将传动比 i_{12} 、传动比等式对 φ_1 求一阶导数得到的 i_{12}' 和传动比等式对 φ_1 求二阶导数得到的 i_{12}'' 代入主、从动轮节曲线凹凸判定条件中即可判断凹凸性^[12]。

2.3 传动比

由于多段变性 Pascal 蜗线齿轮副各位置向径比是时变的,因此其齿轮副传动比也是时变的^[13]。根据齿轮副啮合传动理论,建立多段变性 Pascal 蜗线齿轮副传动比 i_{12} 数学模型:

$$i_{12}(\varphi_1) = \frac{a - r_1(\varphi_1)}{r_1(\varphi_1)} = \begin{cases} \frac{a - [b\cos(m_{11}\varphi_1) + l]}{b\cos(m_{11}\varphi_1) + l} & \varphi_1 \in [0, 2\pi/(Nm_{11})) \\ \frac{a - [b\cos(m_{12}(\varphi_1 - \frac{2\pi}{Nm_{11}}) + \frac{2\pi}{N}) + l]}{b\cos(m_{12}(\varphi_1 - \frac{2\pi}{Nm_{11}}) + \frac{2\pi}{N}) + l} & \varphi_1 \in [\frac{2\pi}{Nm_{11}}, \sum_{i=1}^2 \frac{2\pi}{Nm_{1i}}) \\ \vdots \\ \frac{a - [b\cos(m_{1N}(2\pi - \varphi_1) + \frac{2\pi(N-1)}{N}) + l]}{b\cos(m_{1N}(2\pi - \varphi_1) + \frac{2\pi(N-1)}{N}) + l} & \varphi_1 \in [\sum_{i=1}^{N-1} \frac{2\pi}{Nm_{1i}}, 2\pi] \end{cases} \quad (8)$$

2.4 压力角

圆柱齿轮齿廓在节圆上的压力角等于刀具齿

廓的齿形角 α_0 , 等于 20° , 而多段变性 Pascal 蜗线齿轮节曲线是变化的, 齿廓上的压力角并不相同。根据机构学理论, 非圆齿轮啮合点处的压力角 α_{12} 为从动轮在啮合点处的绝对速度 v_2 的方向和此时此啮合点的法向力 F 方向间的夹角^[14]。图 5 中齿廓右侧为此时的工作侧, 其压力角大小可表示为

$$\alpha_{12} = \mu_1 + \alpha_0 - \pi/2 \tag{9}$$

式中: μ_1 为节曲线在啮合点 P 处的切线正向与齿轮向径间夹角。

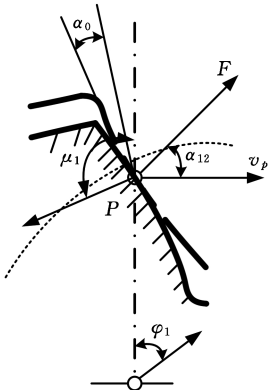


图 5 右侧齿廓作为工作廓线时的压力角

Fig.5 Pressure angle when right tooth profile as working profile

根据几何学, 将多段变性 Pascal 蜗线齿轮传动比方程(式(8))和传动比等式对 φ_1 求一阶导数得到的 i'_{12} 代入下式:

$$\tan \mu_1 = \frac{r_1(\varphi_1)}{dr_1(\varphi_1)/d\varphi_1} = -\frac{i_{12} + 1}{i'_{12}} \tag{10}$$

利用数值分析求解可得 μ_1 值。

2.5 齿轮副重合度

齿轮机构的传动是通过齿轮副间的齿廓交替啮合来实现的。为满足齿轮连续传动的要求, 齿轮副的重合度 ϵ 需大于或等于许用值 $[\epsilon]$ 。齿轮副重合度是评判齿轮传动特性优劣的重要指标之一^[15]。

非圆齿轮副啮合时的重合度 ϵ 为轮齿啮合时的有效啮合线长度和基圆齿距的比值, 如图 6 所示。由于非圆齿轮节曲线上各点曲率半径不同, 因此, 非圆齿轮副啮合时的重合度是时变的。其中基圆齿距为 $P_b = \pi m \cos \alpha_0$, $\alpha_0 = 20^\circ$ 。 u_1 为齿轮啮合接触点 P 和主动轮齿顶与啮合线交点 A 间距离, u_2 为齿轮啮合接触点 P 和从动轮齿顶与啮合线交点 B 间距离, 计算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \sqrt{(\rho_1 + h_{a1})^2 - (\rho_1 \cos \alpha_0)^2} - \rho_1 \sin \alpha_0 \\ u_2 &= \sqrt{(\rho_2 + h_{a2})^2 - (\rho_2 \cos \alpha_0)^2} - \rho_2 \sin \alpha_0 \end{aligned} \right\} \tag{11}$$

式中: ρ_1 为主动轮节曲线在啮合接触点 P 处的曲率半径;

ρ_2 为从动轮节曲线在啮合接触点 P 处的曲率半径; h_{a1} 为主动轮齿顶高; h_{a2} 为从动轮齿顶高。

非圆齿轮副重合度为

$$\epsilon = \frac{u_1 + u_2}{\pi m \cos \alpha_0} \tag{12}$$

式中: m 为齿轮模数。

非圆齿轮副重合度是时变的, 计算量大, 利用编程语言计算可快速得到结果。

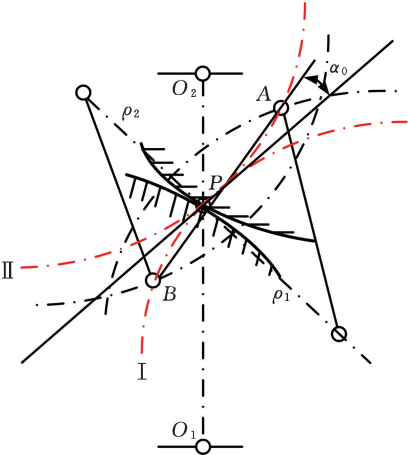


图 6 多段变性 Pascal 蜗线齿轮副重合度

Fig.6 Contact ratio of multi-stage denatured Pascal worm gear pair

3 可视化平台编制及应用

为分析多段变性 Pascal 蜗线齿轮形状及其传动特性, 在建立的数学模型的基础上, 利用 MATLAB 建立可视化分析设计软件, 如图 7 所示。

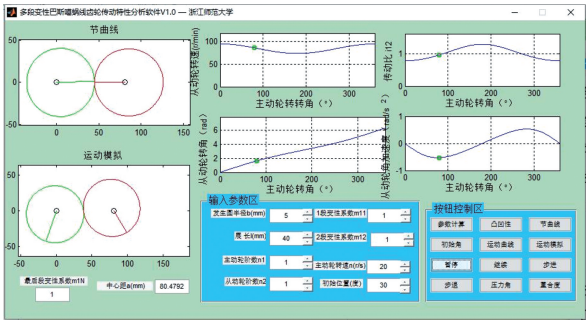


图 7 多段变性 Pascal 蜗线齿轮机构可视化设计平台

Fig.7 Visual design platform of multi-stage denatured Pascal worm gear mechanism

3.1 可视化平台功能分析

图 8 为该可视化设计平台的功能流程图。设计者可在设计平台界面输入 Pascal 蜗线齿轮参数和各段变性原理参数, 通过按钮控制的方式实时输出相关参数, 包括多段变性 Pascal 蜗线齿轮压力角曲线、重合度曲线、传动比曲线和从动轮的运动特性, 并进行多段变性 Pascal 蜗线齿轮节曲线运动模拟, 初步验证设计的合理性及准确性, 并将

设计计算结果保存。若输入设计参数的输出结果并不满足设计要求,则可实时调节相关设计参数进行优化设计。

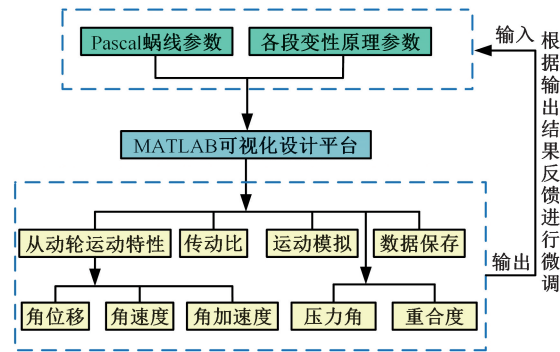


图 8 可视化设计平台功能流程图

Fig.8 Functional flowchart of visual design platform

3.2 各段变性系数 m_{li} 影响分析

为分析变性系数 m_{li} 对多段 Pascal 蜗线齿轮的影响,选择基础参数一致的未引入变性系数的 Pascal 蜗线齿轮和在各段引入不同变性系数 m_{li} 的四段变性 Pascal 蜗线齿轮进行对比。

变性系数 m_{li} 对极角的影响列于表 1。通过改变各区段极角的方式获得多段变性 Pascal 蜗线齿轮节曲线(图 9)。图 9 中 r_0 为未变性 Pascal 蜗线齿轮节曲线, r_1 为在各区段引入变性系数后的节曲线。变性系数对齿轮传动比的影响如图 10 所示。可知:

表 1 极角变化

Tab.1 Polar angle change

区段($b = 5\text{ mm}, l = 40\text{ mm}$)	极角 / ($^\circ$)	
	未引入前	引入后
第一区段 $m_{11} = 1$	90°	90
第二区段 $m_{12} = 0.8$	90	112.5
第三区段 $m_{13} = 1.2$	90	75
第四区段 $m_{14} = 12/11$	90	82.5

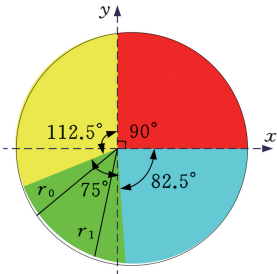


图 9 变性系数对节曲线的影响

Fig.9 Effect of denatured coefficient on curve

1) 在第一区段内引入 $m_{11} = 1$ 后,该区段各点向径不变,各向径极角不变,两者传动比变化趋势一致,但传动比数值受到引入的不为 1 的多段变性系数 m_{li} 影响,引入的多段变性系数影响齿轮中心距,改变相应位置的主、从动轮向径比;

2) 在第二区段内引入小于 1 的变性系数后,

该区段内向径保持不变,向径对应极角扩大至原来的 $1/m_{li}$ 倍,传动比曲线变化趋缓,变化速度由引入的变性系数决定,且该区段内的传动比曲线极值向后移动;

3) 在第三区段内引入大于 1 的变性系数后,该区段内向径保持不变,向径对应极角缩小至原来的 $1/m_{li}$,传动比曲线变化加速,变化速度由引入的变性系数决定,且该区段内的传动比曲线极值向前移动。

为保证节曲线封闭,各区段变性系数需满足式(4),因此,末段变性系数取决于其余区段的变性系数。在各区段向径保持不变的情况下,通过引入变性系数改变各区段极角,以获得不对称的节曲线形状,从而获得不同的传动特性。

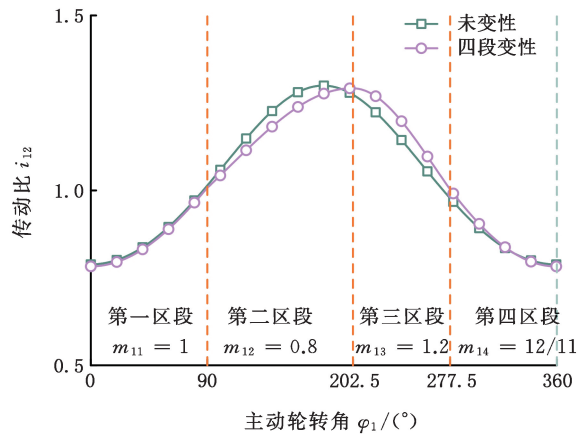


图 10 变性系数对传动比的影响

Fig.10 Effect of denatured coefficient on transmission ratio

3.3 各段变性系数 m_{li} 的选取依据

1) 保证多段变性 Pascal 蜗线曲线在各分段处连续,需保证各段变性系数 $m_{li} > 1/N$,若某一区段变性系数小于或等于 $1/N$ 时,曲线在相应区段会出现不连续的情况。

2) 为保证多段变性 Pascal 蜗线曲线不出现内凹现象,选取的变性系数 m_{li} 应当保证曲线各点曲率半径始终大于或等于 0,即满足式(7)。

3) 工况需求齿轮传动在某段区间内快速传动,则在该区段内引入大于 1 的变性系数;若要求慢速传动,则引入小于 1 的变性系数。为保证节曲线封闭,在其他区段变性系数确定的情况下,最后设计的区段内的变性系数需适应其余区段。

4 实例分析

4.1 三段变性 Pascal 蜗线齿轮副特性

为研究三段变性 Pascal 蜗线齿轮传动特性,选取一组设计参数:发生圆直径 b 为 5 mm,展长 l

为 40 mm, 齿轮模数 m 为 4, 第一段变性系数 m_{11} 为 1, 第二段变性系数 m_{12} 为 2, 保证节曲线的封闭, 由式(4) 得第三段变性系数 m_{13} 为 2/3, 主、从动轮阶数为 1, 即一个传动周期内, 齿轮副传动比平均值为 1。通过编制的设计软件得到该组参数下的三段变性 Pascal 蜗线齿轮节曲线, 并利用范成法生成齿廓, 如图 11 所示。

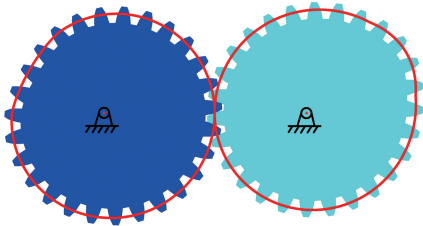


图 11 三段变性 Pascal 蜗线齿轮

Fig.11 The 3 stage denatured Pascal worm gear

图 12 为该组设计参数下的三段变性 Pascal 蜗线齿轮副一个传动周期内的齿轮副传动比曲线、压力角曲线和齿轮副重合度曲线。该组设计参数下的齿轮副传动比在 $[0.831, 1.354]$ 范围变动, 变动规律与引入的变性系数 m_{1i} 有关; 压力角变化范围为 $[6.996^\circ, 32.792^\circ]$, 最大压力角小于齿轮自锁时的最大允许压力角 65° ; 重合度变化范围为 $[1.562, 1.614]$, 整个传动内重合度最小值为 1.562, 高于一般机械设备对于齿轮副的许用值 $[\epsilon_\alpha]$ 。

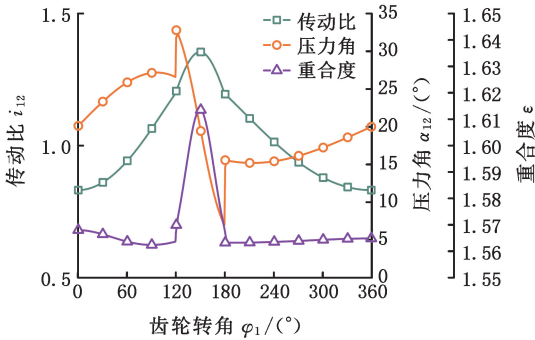


图 12 三段变性 Pascal 蜗线齿轮传动特性

Fig.12 Transmission characteristics of 3 stage denatured Pascal worm gear

为验证建立的数学模型的准确性, 利用三维实体建模软件 SolidWorks 建立三段变性 Pascal 蜗线齿轮副, 并利用 Motion 进行模拟仿真运动, 将虚拟仿真所得三段变性 Pascal 蜗线齿轮副传动比曲线与理论计算所得传动比曲线进行对比分析, 如图 13 所示, 由图可知, 传动比曲线趋势基本吻合, 初步验证了所建立的多段变性 Pascal 蜗线齿轮数学模型及传动特性数学模型的准确性。

虚拟仿真得到的传动比曲线与理论计算得到的传动比曲线不完全重合的原因主要有以下几

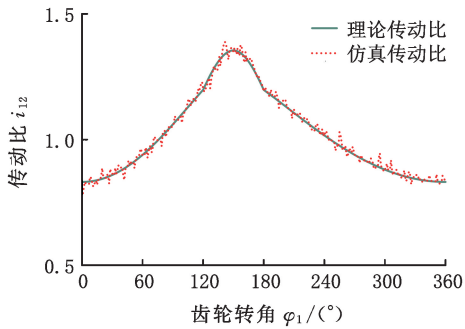


图 13 理论传动比曲线和仿真传动比曲线

Fig.13 Theoretical and simulation results of transmission ratio

点: ① 齿廓计算不够精确, 在啮合传动过程中, 齿间出现间隙; ② 轮齿建模过程中采用软件自带样条曲线拟合, 存在建模误差。

4.2 Pascal 蜗线族齿轮驱动对心式曲柄滑块式压力机对比分析

图 14 为 Pascal 蜗线族齿轮副驱动对心式曲柄滑块式压力机的机构简图, 其工作原理为: 动力源由主轴 O_1 传入, 驱动固连其上的主动多段 Pascal 蜗线族齿轮 1 做匀速转动, 通过齿廓啮合, 将动力传递给从动非圆齿轮 2, 由于非圆齿轮副的不规则的传动特性, 从动非圆齿轮 2 做变速转动, 由于曲柄 3 与从动非圆齿轮 2 固连在同一根轴上, 因此两者运动特性一致, 然后通过连杆 4, 将动力传递至滑块 5, 滑块 5 做往复运动。

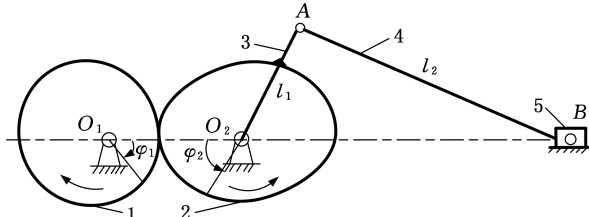


图 14 多段变性 Pascal 蜗线齿轮驱动压力机

Fig.14 Press driven by multi-stage denatured Pascal worm gear

根据几何数学可知滑块的位移数学模型:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2(\varphi_1) &= \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i_{12}} d\varphi_1 = \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1(\varphi_1)}{a - r_1(\varphi_1)} d\varphi_1 \\ s &= \sqrt{l_2^2 - l_1^2 \sin^2 \varphi_2} + l_1 \cos \varphi_2 - (l_2 - l_1) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: s 为滑块位移; l_1 为曲柄长度; l_2 为连杆长度。

图 15 为 Pascal 蜗线齿轮(未变性)、二段变性 Pascal 蜗线齿轮和多段变性 Pascal 蜗线齿轮分别驱动对心式曲柄滑块式压力机时的滑块位移曲线, 对比分析可知:

1) Pascal 蜗线齿轮(未变性) 驱动时, 对心式滑块机构推程和回程占比为 1:1, 无急回特性; 而二段变性 Pascal 蜗线齿轮和多段变性 Pascal 蜗线齿轮驱动时, 均可以使滑块具备急回特性, 在一定

程度上可提高压力机的工作效率；

2) 二段变性 Pascal 蜗线齿轮驱动时, 滑块的推程和回程阶段的运动规律较为单一, 而多段变性 Pascal 蜗线驱动时, 通过调节分段数及各分段内的变性系数可使滑块在推程的前半段(空推程段) 快速移动, 在靠近加工零件前, 慢速前进, 实现低速锻压, 在一定程度上提升产品品质。

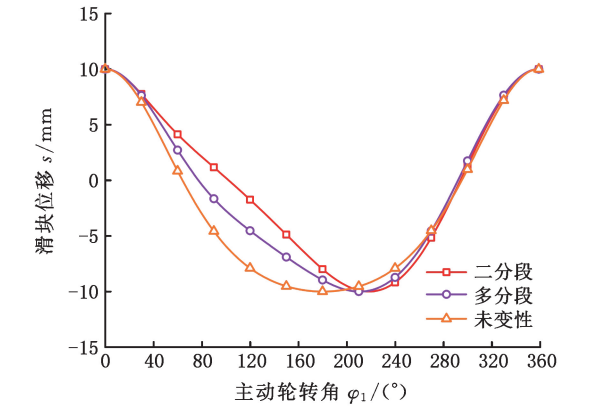


图 15 位移曲线对比

Fig.15 Comparison of displacement curves

综上, 对于多段变性 Pascal 蜗线齿轮副的设计, 分段数量越多, 可调变性系数数量越多, 得到的节曲线形状越接近自由节曲线; 只要引入各段的变性系数 m_{li} 合适, 设计出的非圆齿轮机构在满足设计要求的基础上可具备良好的传动特性。

5 结论

1) 由二段变性 Pascal 蜗线齿轮演化原理推导出多段变性 Pascal 蜗线齿轮生成机理, 通过在每一段引入相应变性系数, 理论上可获得能够实现无数不同传动特性的 Pascal 蜗线齿轮机构, 此生成机理可为其他类型非圆齿轮的拓展设计提供借鉴意义。

2) 建立了多段变性 Pascal 蜗线齿轮机构可视化设计平台, 为该类型非圆齿轮副的优化设计提供了便捷的设计手段。

3) 分析了多段变性 Pascal 蜗线齿轮传动特性, 表明不同区间引入不同的变性系数可获得不同的传动特性; 分段数量越多, 可引入的变性系数越多, 节曲线形状越趋近于自由节曲线, 齿轮传动特性可调节性越强。

4) 对比多段变性 Pascal 蜗线齿轮、二段变性 Pascal 蜗线齿轮和未变性 Pascal 蜗线齿轮分别驱动对心式曲柄滑块式压力机时位移曲线可知, 多段变性 Pascal 蜗线齿轮能够更好地满足锻压工艺要求。

参考文献:

[1] 李渤海, 陈定方. 非圆齿轮设计、制造、检测及应用[J]. 机械工程学报, 2020, 56(9):55-72.
LI Botao, CHEN Dingfang. Design, Manufacture, Inspection and Application of Non-circular Gears[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(9):55-72.

[2] 刘永平, 吴序堂, 李鹤岐. 常见的凸封闭节曲线非圆齿轮副设计[J]. 农业机械学报, 2007, 38(6): 143-146.
LIU Yongping, WU Xutang, LI Heqi. Study on some Common Close Convex Pitch Curves of Non-circular Gear Pair[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007, 38(6): 143-146.

[3] WANG Ying, CHEN Jianneng, TAO Honglian, et al. Modeling and Analysis of Traverse Mechanism with Eccentric Gear and Conjugated Two-lobed Non-circular Gear[J]. Textile Research Journal, 2017, 87(17):2106-2116.

[4] 任廷志, 刘才. 节曲线向径按余弦规律变化的齿轮与非圆齿轮共轭的研究[J]. 机械工程学报, 2004, 40(10):181-184.
REN Tingzhi, LIU Cai. Study on the Gear which Its Pitch Curve is Changed as Cosine Rule Conjugate with the Non-circular Gear[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(10):181-184.

[5] 刘永平, 孟鹏飞. Pascal 蜗线型齿轮的啮合特性及数字制造技术研究[J]. 制造技术与机床, 2011(12):90-93.
LIU Yongping, MENG Pengfei. Study on Meshing Characteristic and Digital Manufacturing Technology of Pascal Curve Gears[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2011(12):90-93.

[6] 陶德华, 李凝, 宣仲义, 等. 高阶变性 Pascal 蜗线齿轮生成机制分析[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2024, 43(3):45-53.
TAO Dehua, LI Ning, XUAN Zhongyi, et al. Analysis of Generation Mechanism of High-order Deformed Pascal Snail Line Non-circular Gears[J]. Journal of Xihua University (Natural Science Edition), 2024, 43(3):45-53.

[7] 余俊, 刘永平, 章慧成, 等. 蜗线齿轮有限元模态分析[J]. 机械设计与制造, 2015(12):139-141.
YU Jun, LIU Yongping, ZHANG Huicheng, et al. Modal Analysis of the Limacon Gear by FEM[J]. Machinery Design & Manufacture, 2015(12):139-141.

[8] HAN Jiang, LIU Youyu, LI Dazhu, et al. External High-order Multistage Modified Elliptical Helical Gears and Design Procedure of Their Gear Pairs[J].

Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2016, 230(16):2929-2939.

[9] ZHAO H C, CHEN J N, XU G H. Design Methodology and Characteristic Analysis of High-order Mutil-segment Deformed Eccentric Non-circular Gear[J]. Facta Universitatis Series: Mechanical Engineering, 2024, 22(2):217-234.

[10] XU Hao, FU Tianwen, SONG Peng, et al. Computational Design and Optimization of Non-circular Gears[J]. Computer Graphics Forum, 2020, 39(2):399-409.

[11] 叶军, 陈建能, 赵雄, 等. 一种新型类偏心圆非圆齿轮设计及其应用[J]. 中国机械工程, 2018, 29(5):565-571.

YE Jun, CHEN Jianneng, ZHAO Xiong, et al. Design and Applications of Generalized Eccentric Noncircular Gears[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(5):565-571.

[12] 陶德华, 王英, 陈建能, 等. 脉动血流发生器非圆齿轮-曲柄滑块式驱动机构设计与分析[J]. 中国机械工程, 2017, 28(16):1914-1920.

TAO Dehua, WANG Ying, CHEN Jianneng, et al. Design and Analysis of Non-circular Gear Slider-crank Mechanisms Used as Driver for Pulsating Blood Flow Generators[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(16):1914-1920.

[13] 赵宏平, 郭彩芬. 一种匀变非圆齿轮设计方法及其传动特性研究[J]. 机械传动, 2021, 45(11):109-115.

ZHAO Hongping, GUO Caifen. Research of a Design Method of Uniform Non-circular Gear and Its Transmission Characteristic [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(11):109-115.

[14] 郝壮壮, 张庆春, 胡云波, 等. 齿面摩擦和几何偏心对含变位直齿轮啮合刚度的影响研究[J]. 中国机械工程, 2023, 34(23):2812-2823.

HAO Zhuangzhuang, ZHANG Qingchun, HU Yunbo, et al. Research on Influences of Tooth Friction and Geometric Eccentricity Errors on Mesh Stiffness of Profile Shifted Spur Gear Pairs [J]. China Mechanical Engineering, 2023, 34(23):2812-2823.

[15] DOONER D B, MUNDO D. Unloaded Transmission Error and Instantaneous Gear Ratio for Non-circular Gears with Misalignments[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 170:104728.

(编辑 王旻玥)

作者简介:陶德华*,男,1993年生,讲师。研究方向为异性齿轮传动技术。E-mail:taodehua@zjnu.edu.cn.

本文引用格式:
陶德华,王英,曹振新,等.多段变性 Pascal 蜗线齿轮传动特性分析[J]. 中国机械工程,2025,36(3):475-482.

TAO Dehua, WANG Ying, CAO Zhenxin, et al. Analysis of Transmission Characteristics of Multi-stage Denatured Pascal Worm Gears[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(3):475-482.

(上接第 474 页)

[24] SU Yongxiang, CHANG Yuchong, CHEN Guang, et al. Study on Friction and Wear Properties of Cast Iron Material in Line Contact Condition Based on Free Abrasive Grinding Experiment[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 124(10):3275-3292.

[25] EVANS C J, PARKS R E, RODERICK D J, et al. Rapidly Renewable Lap: Theory and Practice [J]. CIRP Annals, 1998, 47(1):239-244.

[26] 刘静莉. 考虑工件-磨料-抛光垫接触状态的硬质合金化学机械抛光机理研究[D]. 湘潭:湘潭大学, 2020.

LIU Jingli. Study on Chemical Mechanical Polishing Mechanism of Cemented Carbide Considering the Contact State of Workpiece-abrasive-polishing Pad[D]. Xiangtan: Xiangtan University, 2020.

[27] ZHAO Yongwu, CHANG L. A Micro-contact and Wear Model for Chemical-mechanical Polishing of Silicon Wafers[J]. Wear, 2002, 252(3/4):220-226.

[28] HECKER R L, LIANG S Y. Predictive Modeling of Surface Roughness in Grinding[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2003, 43(8):755-761.

(编辑 王旻玥)

作者简介:丁嘉豪,男,1999年生,硕士研究生。研究方向为球面滚子滚动面精密研磨。E-mail:1158119750@qq.com。陈光* (通信作者),男,1983年生,副教授、博士研究生导师。研究方向为轴承滚动体精密加工,航空材料加工机理及工艺。E-mail:guangchen@tju.edu.cn.

本文引用格式:
丁嘉豪,陈光,苏涌翔,等.往复运动对轴套式球面滚子研磨表面创成的影响[J]. 中国机械工程,2025,36(3):463-474.

DING Jiahao, CHEN Guang, SU Yongxiang, et al. Effects of Reciprocating Motions on Surface Formation Mechanism of Axial Sleeve Typed Lapping of Spherical Rollers[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(3):463-474.