•水利与土木工程•

DOI:10.12454/j.jsuese.202501007

本刊网刊

不同来流条件下弯道床面切应力分布机制研究

胡呈维[1,2],栾华龙[1,2],渠　庚[1,2]

(1.水利部长江重点实验室,湖北 武汉 430010;2.长江科学院 河流研究所,湖北 武汉 430010)

摘　要:急弯河段床面切应力分布是控制弯道冲淤格局的关键因素。然而,对于弯道二次流与主流耦合如何塑造床面切应力的空间分布,哪些过程在工程尺度上可以忽略,仍缺少定量研究。本文结合高精度三维试验与数值模拟结果,在柱坐标系下对水深平均切向与径向动量方程进行逐项分解与量级评估。分析表明,床面切应力的主控机制来自主流输运与环流输运的耦合:切向动量收支中,主流输运项与环流输运项长期占主导,纵向水面坡降仅在几何曲率突变附近出现局部增强;径向动量收支主要由径向输运项与横向水面比降项决定,环流输运次之。两套方程中雷诺应力项始终处于最小量级,说明在本文工况下床面切应力不依赖紊动项的贡献。弗劳德数Fr在0.12～0.21范围内,各物理项相对量级序列保持稳定,仅随流况同步放大,表明床面切应力分配对Fr变化不敏感。此外,针对本文研究的相对曲率H/R'(H、R'分别为水槽平均水深、弯道中心线曲率半径)较大的急弯,二次环流与表层分离流耦合作用会在30°～90°弯道段凸岸附近形成窄而强的高切应力带,其峰值约为周围区域的两倍;二维模型若仍采用床面常数阻力系数,将系统性低估该危险带切应力并高估纵向平均流速。基于动量分析,本文提出阻力系数应随H/R'(并结合相关紊动强度)渐进变化取值,为急弯河段二维模拟修正、护岸布置与河道整治设计提供了定量依据。

关键词:弯曲河段;床面剪切力;动量输运;弯道环流;数值模拟

中图分类号:TV147　　**文献标志码:**A　　**文章编号:**2096-3246(2026)06-0231-13

弯曲型河流在全球范围内分布广泛,尤其在冲积平原的中下游河段[1–6]。在水动力与泥沙输移的持续作用下,弯曲型河流呈现显著的平面摆动与纵向迁移特征。弯道的形态演变源于水流对河床及河岸的塑造作用[7–12],其中,床面切应力作为量化水流冲刷强度的关键参数,不仅决定了河床物质的起动与输运阈值,更是塑造河道纵剖面形态与平面几何特征的主导动力因子[13–14]。因此,深入研究弯道床面切应力的空间分布规律及其动力学机制,对于揭示河流地貌自组织演化原理、指导涉河工程安全设计具有双重科学价值[15]。

早期研究通常将弯道几何进行理想化处理,并从理论上推导床面切应力分布公式[16–18]。然而,为求解RANS方程组,不同学者对边界条件做出了不同程度的简化,导致这些公式仅适用于实验室标准弯道或几何形态较简单的天然河段,难以直接推广到一般弯曲河流。随着计算机技术的发展,数值模拟技术逐渐成为研究弯道床面切应力的重要手段。已有研究比较了不同湍流模型在切应力计算上的差异,模型类型涵盖雷诺时均模型[19–21]、大涡模型[22–25]和分离涡模型[26]。总体来看,这些研究更关注弯道几何或水力条件等外部因素对切应力的影响,而对弯道内部三维水动力特性及其作用机理探讨相对不足。

弯道三维水流最典型的特征是螺旋流,其在断面上的投影即环流。由于弯道环流的存在,弯道的水流结构会更加复杂,这将直接影响弯道边界切应力的分布及大小[27–31]。例如,环流的动量输运会改变切向流速沿垂线的分布,产生最大流速点下沉等现象[33–35]。切向流速的变化又会反作用于弯道环流,二者形成复杂的非线性耦合[3,35]。由于床面切应力与近底流速梯度成正比,环流的动量输运将使切应力方向偏离水深平均流速方向。要弄清这一偏离的幅度与成因,必须利用动量方程,量化不同因素的贡献。

在定量揭示动量输运机制方面,Blanckaert等[35]

收稿日期:2025－12－30　　**修回日期:**2026－02－02　　**网络出版日期:**2026－03－16

基金项目:国家自然科学基金项目(52579058;42376166)

作者简介:胡呈维(1990—),男,高级工程师.研究方向:河流泥沙动力学.E-mail:314461806@qq.com.

逐项分析柱坐标系下的切向动量方程，指出断面环流引起的平流动量输运是弯道流速及床面切应力横向再分布的重要机制。进一步的理论分析表明，环流动量输运不仅与相对曲率 H/R'（H、R'分别为水槽平均水深、弯道中心线曲率半径）有关，还受到水流阻力和切向流速横向梯度的共同影响。Termini[36]采用类似思路，建立了描述横向流对切向流速垂向平均值影响的经验关系式，但其仅考虑 H/R'并假设二者为线性关系，适用范围局限于其实验槽，对不同几何形态或宽深比的弯道并不适用。迄今仍缺乏系统、定量地揭示弯道三维水动力因子对切应力分布影响的研究。

针对上述问题，本研究采用试验与数值模拟相结合的方法：首先，在180°弯道水槽中开展低弗劳德数条件下的水力学试验，获取选定横断面的三维流速分布；其次，建立相应的数值模型，模拟相同工况下的三维流场结构；最后，通过声学多普勒流速仪（ADV）实测数据验证数值模拟的可靠性，基于高精度三维流场数据，定量分解柱坐标系下水深平均切向和径向动量方程各物理项，阐明不同水动力因子在切应力分布中的作用，重点解析环流对床面切应力的影响机理。

1 理论基础

N–S方程是描述不可压缩牛顿流体运动的最基本的方程组。因本研究主要关注弯道切应力平面分布，所以只需用到柱坐标下的连续方程和水平方向的两个动量方程。对于渐变流，垂向动量方程中的惯性作用和扩散作用可以忽略不计[37]，垂向的动量方程退化为 $g+\rho^{-1}\partial p/\partial z\approx 0$（其中，$g$为重力加速度，$\rho$为水体密度，$p$为水压强，$z$为计算点的垂向坐标），该方程的解析解为：

$$p=\rho g(z_s-z) \tag{1}$$

式中，z_s为自由水面高程。

将式(1)代入柱坐标系下的N–S方程组[38]后，可以得到s方向连续、动量和n方向动量方程分别为：

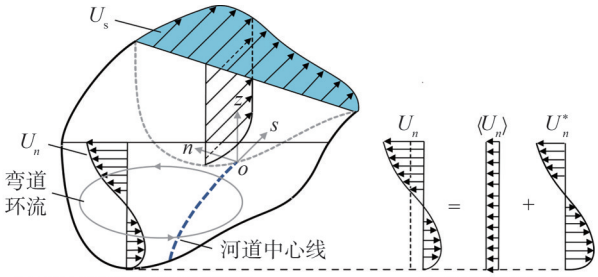
$$\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{u}_s}{\partial s}+\frac{\partial \boldsymbol{u}_n}{\partial n}+\frac{\partial \boldsymbol{u}_z}{\partial s}+\frac{\boldsymbol{u}_n}{n+R'}=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}_s}{\partial t}+\frac{1}{1+n/R'}\boldsymbol{u}_s\frac{\partial \boldsymbol{u}_s}{\partial s}+\boldsymbol{u}_n\frac{\partial \boldsymbol{u}_s}{\partial n}+\boldsymbol{u}_z\frac{\partial \boldsymbol{u}_s}{\partial z}+\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\boldsymbol{u}_n\boldsymbol{u}_s}{R'}=-\frac{1}{1+n/R'}g\frac{\partial z_s}{\partial s}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{\tau}_s}{\partial s} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}_n}{\partial t}+\frac{1}{1+n/R'}\boldsymbol{u}_s\frac{\partial \boldsymbol{u}_n}{\partial s}+\boldsymbol{u}_n\frac{\partial \boldsymbol{u}_n}{\partial n}\tau_n+\boldsymbol{u}_z\frac{\partial \boldsymbol{u}_n}{\partial z}-\frac{\boldsymbol{u}_s\boldsymbol{u}_s}{R'}=-g\frac{\partial z_s}{\partial n}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{\tau}_n}{\partial n} \tag{4}$$

式(2)～(4)中：$\boldsymbol{u}_i$为瞬时速度，$i=s,n,z$，其中，s轴沿水槽中心线方向布置，起点设置于弯道进口断面，n轴为横向坐标，正方向指向弯曲中心的一侧，始终垂直于s轴所在的切线方向；$\frac{1}{1+n/R'}$为拉梅系数；$\boldsymbol{\tau}_s$、$\boldsymbol{\tau}_n$分别为s、n方向的切应力；t为时间。

弯道水流运动概化图如图1所示。图1中，$\langle\cdot\rangle$表示积分平均值，U_i为时均流速分量，U_i^*为时均流速相对于其所在垂线水深平均值的偏差。本研究采用基于弯道几何形态构建的局部三维坐标系（图1(a)）。



(a) 正交曲线坐标系示意图　　(b) 横向速度分解

图1 弯道水流运动概化图

Fig. 1 Generalized diagram of flow motion in curved channels

鉴于本研究针对恒定流条件，控制方程组中的非恒定项均为0。

将式(1)分别乘以$\boldsymbol{u}_s$和$\boldsymbol{u}_n$后，再分别代入式(3)、(4)，即可得到适用于渐变流的s、n方向动量方程分别为：

$$\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\partial(\boldsymbol{u}_s\boldsymbol{u}_s)}{\partial s}+\frac{\partial(\boldsymbol{u}_n\boldsymbol{u}_s)}{\partial n}+\frac{\partial(\boldsymbol{u}_z\boldsymbol{u}_s)}{\partial z}+\frac{2}{1+n/R'}\cdot\frac{\boldsymbol{u}_n\boldsymbol{u}_s}{R'}=-\frac{1}{1+n/R'}g\frac{\partial z_s}{\partial s}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{\tau}_s}{\partial s} \tag{5}$$

$$\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\partial(\boldsymbol{u}_s\boldsymbol{u}_n)}{\partial s}+\frac{\partial(\boldsymbol{u}_n\boldsymbol{u}_n)}{\partial n}+\frac{\partial(\boldsymbol{u}_z\boldsymbol{u}_n)}{\partial z}+\frac{2}{1+n/R'}\cdot\frac{\boldsymbol{u}_n^2-\boldsymbol{u}_s^2}{R'}=-g\frac{\partial z_s}{\partial n}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial \boldsymbol{\tau}_s}{\partial n} \tag{6}$$

在对式(5)和(6)沿z方向进行积分前，需要确定积分的边界条件。对于水槽底部边界，流速应为0。

$$(\boldsymbol{u}_s)_{z'}=(\boldsymbol{u}_n)_{z'}=(\boldsymbol{u}_z)_{z'}=0 \tag{7}$$

式中，$(\boldsymbol{u}_s)_{z'}$、$(\boldsymbol{u}_n)_{z'}$、$(\boldsymbol{u}_z)_{z'}$分别为水槽底部切向、径向和垂向流速分量。

自由表面是一个可以流动的边界，自由表面的位置本身也是未知的，需要求解。在自由表面上且位于(s,n)坐标处的流体质点$z=z_s(s,n,t)$，对t求导，可得到：

$$\frac{\mathrm{d}z_s}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{u}_z=\frac{\partial z_s}{\partial t}+\frac{1}{1+n/R'}\boldsymbol{u}_s\frac{\partial z_s}{\partial s}+\boldsymbol{u}_n\frac{\partial z_s}{\partial n} \tag{8}$$

先对式(5)、(6)进行时间平均（得到RANS形式），然后再沿z方向积分，再结合边界条件式(7)、(8)，得到水深积分的动量方程式分别为：

$$\frac{\boldsymbol{\tau}_{bs}}{\rho}=-\left[\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\partial}{\partial s}\left(\int_{z''}^{z_s}U_sU_s\,\mathrm{d}z\right)+\frac{\partial}{\partial n}\left(\int_{z''}^{z_s}U_nU_s\,\mathrm{d}z\right)+\frac{2}{1+n/R'}\cdot\frac{1}{R'}\left(\int_{z''}^{z_s}U_nU_s\,\mathrm{d}z\right)\right]-\frac{1}{1+n/R'}gh\frac{\partial z_s}{\partial s}-$$
$$\left[\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\partial}{\partial s}\left(\int_{z''}^{z_s}\overline{u_s'u_s'}\,\mathrm{d}z\right)+\frac{\partial}{\partial n}\left(\int_{z''}^{z_s}\overline{u_n'u_s'}\,\mathrm{d}z\right)+\frac{2}{1+n/R'}\cdot\frac{1}{R'}\left(\int_{z''}^{z_s}\overline{u_n'u_s'}\,\mathrm{d}z\right)\right] \tag{9}$$

$$\frac{\boldsymbol{\tau}_{bn}}{\rho}=-\left[\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\partial}{\partial s}\left(\int_{z''}^{z_s}U_sU_n\,\mathrm{d}z\right)+\frac{\partial}{\partial n}\left(\int_{z''}^{z_s}U_nU_n\,\mathrm{d}z\right)+\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{1}{R'}\int_{z''}^{z_s}(U_n^2-U_s^2)\,\mathrm{d}z\right]-gh\frac{\partial z_s}{\partial n}-$$
$$\left[\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{\partial}{\partial s}\left(\int_{z''}^{z_s}\overline{u_s'u_n'}\,\mathrm{d}z\right)+\frac{\partial}{\partial n}\left(\int_{z''}^{z_s}\overline{u_n'u_n'}\,\mathrm{d}z\right)+\frac{1}{1+n/R'}\cdot\frac{1}{R'}\int_{z''}^{z_s}(\overline{u_n'u_n'}-\overline{u_s'u_s'})\,\mathrm{d}z\right] \tag{10}$$

式(9)、(10)中：u_i'为脉动流速分量；$\overline{u_i'u_j'}$为雷诺应力，$j=s,n,z$；$\boldsymbol{\tau}_{bs}$、$\boldsymbol{\tau}_{bn}$分别为床面s、n方向的切应力；h为积分处水深，z''为水槽底部高程。

此外，基于胡呈维等[37]处理方法，将横断面流速进行分解：

$$U_i=\langle U_i\rangle+U_i^* \tag{11}$$

采用该方法，弯道横断面流速(U_n,U_z)被分解为横向流动$(\langle U_n\rangle,0)$与环流(U_n^*,U_z)。式(9)、(10)经过变形后得到：

$$\boldsymbol{\tau}_{bs}=T_{scs}+T_{scsc}+T_{s\mathrm{Rs}}+T_{s\mathrm{grav}} \tag{12}$$

$$\boldsymbol{\tau}_{bn}=T_{ncs}+T_{ncsc}+T_{n\mathrm{Rs}}+T_{n\mathrm{grav}} \tag{13}$$

式(12)、(13)中，T_{ics}为U_s、U_n对水流动量的输运，T_{icsc}为环流对水流动量的输运，$T_{i\mathrm{Rs}}$为紊动速度场对紊动动量输运的时间平均效果，$T_{i\mathrm{grav}}$为压差力作用项。

式(12)右边各项分别为：

$$\begin{cases}T_{scs}=-\rho\left[\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{\partial}{\partial s}(\langle U_sU_s\rangle h)+\dfrac{\partial}{\partial n}(\langle U_n\rangle\langle U_s\rangle h)+\dfrac{2}{1+n/R'}\cdot\dfrac{1}{R'}(\langle U_n\rangle\langle U_s\rangle h)\right],\\ T_{scsc}=-\rho\left[\dfrac{\partial}{\partial n}(\langle U_n^*U_s^*\rangle h)+\dfrac{2}{1+n/R'}\cdot\dfrac{1}{R'}(\langle U_n^*U_s^*\rangle h)\right],\\ T_{s\mathrm{Rs}}=-\rho\left[\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{\partial}{\partial s}\langle\overline{u_s'u_s'}\rangle h+\dfrac{\partial}{\partial n}\langle\overline{u_n'u_s'}\rangle h+\dfrac{2}{1+n/R'}\cdot\dfrac{1}{R'}\langle\overline{u_n'u_s'}\rangle h\right],\\ T_{s\mathrm{grav}}=-\rho gh\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{\partial z_s}{\partial s}\end{cases} \tag{14}$$

式(13)等号右边各项分别为：

$$\begin{cases}T_{ncs}=-\rho\left[\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{\partial}{\partial s}(\langle U_sU_n\rangle h)+\dfrac{\partial}{\partial n}(\langle U_nU_n\rangle h)+\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{1}{R'}(\langle U_n\rangle^2-\langle U_s\rangle^2)h\right],\\ T_{ncsc}=-\rho\left[\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{\partial}{\partial s}(\langle U_s^*U_n^*\rangle h)+\dfrac{\partial}{\partial n}(\langle U_n^*U_n^*\rangle h)+\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{1}{R'}(\langle U_n^*U_n^*\rangle-\langle U_s^*U_s^*\rangle)h\right],\\ T_{n\mathrm{Rs}}=-\rho\left[\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{\partial}{\partial s}\langle\overline{u_s'u_n'}\rangle h+\dfrac{\partial}{\partial n}\langle\overline{u_n'u_n'}\rangle h+\dfrac{1}{1+n/R'}\cdot\dfrac{1}{R'}(\langle\overline{u_n'u_n'}\rangle-\langle\overline{u_s'u_s'}\rangle)h\right],\\ T_{n\mathrm{grav}}=-\rho gh\dfrac{\partial z_s}{\partial n}\end{cases} \tag{15}$$

2　室内180°弯道水流试验

2.1　物理模型

试验在180°弯道水槽(图1)中进行。该水槽主体结构为透明亚克力板材构建的连续流道，包含直线过渡区与弯道试验段两大区域。其中，直线过渡区分为上下游对称布置的3.5 m等截面直道，分别承担来流稳定与出流缓冲功能；核心试验区为半圆形弯曲流道，半径1.2 m。流道截面呈矩形，宽深尺寸为400 mm×300 mm。弯道段弯曲度R'/B(B为水槽宽度)达到3.0，属于强弯曲流动范畴。

流体动力系统采用闭环设计，通过耐压管路连接首尾储水单元，配置变频离心泵组实现流量无级调节，配合高精度电磁式流量传感器构建数字化测控体系。为确保试验段来流稳定，在进水过渡区设置了蜂窝状整流格栅，可有效消除大尺度涡旋并实现流速均匀化。

2.2　试验条件及数据测量

表1为试验3组工况的水力与几何参数，包括流量Q、流速U、水深H、底坡S_s、弗劳德数Fr、雷诺数Re及几何参数等关键数据。由于水槽弯道段中心线的平均水面比降(S_h)沿程变化较小，可近似认为沿程不变[18]，取平均值，即$S_h=(Z_{in}-Z_{out})/L$，其中，Z_{in}与Z_{out}分别为试验弯道段入口与出口断面中心位置的水位值，L为弯道中心线长度。C_f为无量纲Chézy系数，定义为$C_f^{-1/2}=U/\sqrt{gR_hS_h}$，$R_h$为断面平均水力半径。

考虑到天然弯道形态及水流条件存在显著差异，因此，水槽试验设计基于关键无量纲参数(如Re、Fr、R'/B等)进行相似性控制，这些参数可有效表征天然河

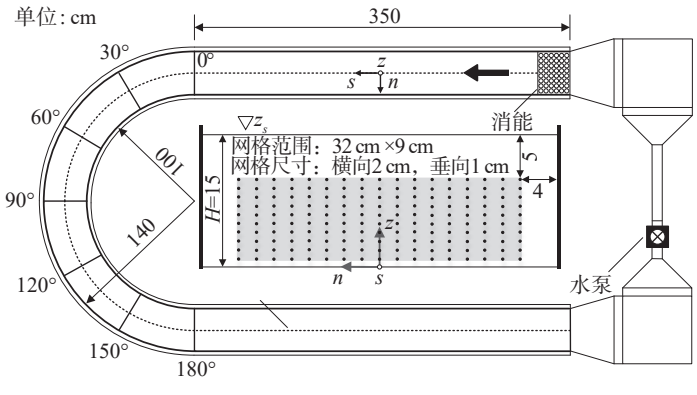
表1 试验水力与几何条件

Tab. 1 Geometric and hydraulic conditions in the experiments

工况	Q/(L·s^{-1})	U/(m·s^{-1})	H/m	S_h/‰	S_s/‰	R'/m	B/m	Fr	Re/10^4	$C_f^{-1/2}$	$C_f^{-1}\cdot H\cdot B^{-1}$
1	9	0.15	0.15	1.00	0.8	1.2	0.4	0.12	2.3	3.9	5.7
2	12	0.20	0.15	1.33	0.8	1.2	0.4	0.16	3.0	4.5	7.7
3	15	0.25	0.15	1.51	0.8	1.2	0.4	0.21	3.8	5.3	10.6

流水力与几何特性。具体相似性准则可参见胡呈维[37–38]、Hu[39]等的系统分析。

试验弯道水槽平面图和全景照片如图2所示。本研究采用ADV进行三维流速测量，测量参数设置如下：采样频率为200 Hz，单次采样时长为60 s。测量断面沿弯道中心线以30°间隔均匀布设，共计7个断面（0°～180°）。测点网格采用垂向分层结构，水平覆盖32.0 mm，垂向覆盖9.5 mm。试验布置测线9条，分别在n=±16 cm，n=±12 cm，n=±8 cm，n=±4 cm与n=0 cm处，相邻测点水平间距1 cm。



(a) 水槽平面图



(b) 全景照片

图2 试验弯道水槽平面图和全景照片

Fig. 2 Planar layout and physical prototype of the experimental channel configuration

3 弯道水流数值模拟

3.1 数学模型方程

针对弯道水流中显著的紊动各向异性和多环流结构，本研究采用雷诺应力模型（RSM）与流体体积法（VOF）耦合的三维数学模型。胡呈维[37–38]等对不同紊流闭合模型的适用性进行了系统比较，结果表明：传统涡黏模型受各向同性涡黏系数假设的限制，容易高估凹岸环流的强度及空间范围；RSM通过直接求解各雷诺应力分量的输运方程，能够更好地描述弯道水流的紊动各向异性及环流结构。因此，模型以连续方程和雷诺平均动量方程描述水流运动，结合雷诺应力输运方程、紊动能及其耗散率方程实现紊流闭合，并采用VOF方法通过气液两相体积分数追踪自由水面，以反映弯道内三维流动与水面变化。具体控制方程及相关说明参见胡呈维[37–38]等相关研究。

3.2 计算方法及计算条件

1）计算方法

控制方程离散基于有限体积法。在求解过程中，压力与速度场的耦合计算通过PISO算法完成，该算法能有效处理非稳态流动问题。对于压力场的求解，选用PRESTO离散格式以提高复杂流动区域的压力梯度计算精度。动量方程、湍动能及其耗散率的离散均采用QUICK格式，该格式具有3阶精度优势。气液两相流的界面捕捉通过Geo–Reconstruct算法实现，该算法能精确重构相界面形态。时间项离散采用1阶隐式格式。相态定义中空气为主相，水为次相。

2）模型初始条件和边界条件选择

针对RSM–VOF耦合模型易发散的问题，提出了两阶段初始化方案。第1阶段采用标准湍动能k–耗散率ε模型进行稳态计算，待流场充分发展且残差降至10^{-4}量级后，将获得的稳定流场作为第2阶段的初始条件。边界条件的设置充分考虑了实际物理约束：自由液面采用压力入口边界，水槽进、出口处分别设定质量进口边界和压力出口边界。所有固壁边界均采用无滑移条件，近壁区流动采用标准壁面函数法处理，以确保边界层流动的准确模拟。

3.3 计算网格划分

计算模型采用六面体结构网格（图3），网格沿流动方向梯度加密：直线段网格较疏，弯道区域渐密至最小尺度。气液交界面（图3(c)）实施分区加密，气相保持基础密度，液相重点加。

壁面边界处理采用标准壁面函数法，首层网格节点严格布置在对数律适用区间。根据湍流模型层级

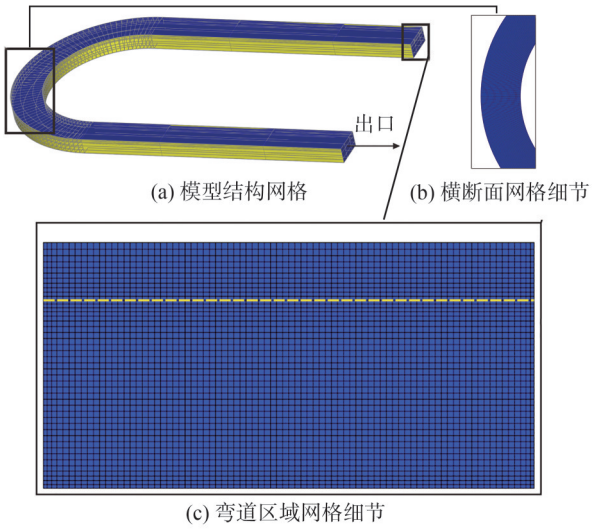


图3　水槽模型网格结构

Fig. 3　Structured mesh configuration of the flume model

差异，无量纲壁面距离y^+的取值标准有所不同：双层模型要求$y^+\geq11.5$，而本研究采用的三层模型则需满足$y^+\geq30.0$的基本条件。最终构建的网格系统包含4 190 208个计算单元（网格A方案），其横截面网格分布为83×47。这种网格配置既保证了近壁区流动特征的准确捕捉，又有效控制了整体计算规模。

3.4　网格无关性验证

为了验证计算结果与网格划分的无关性，构建加密网格B（6 083 364单元，横断面分辨率为100×55），其单元总量为网格A的1.45倍。取Fr=0.16工况下90°断面进行对比分析，计算结果如图4所示。图4中，$U_s^*=U_s/U$，$U_n^*=10U_n/U$，$U_z^*=30U_z/U$。该结果证实计算解已达到网格收敛阈值（三维速度的决定系数R^2均大于0.99），因此，后续分析采用网格A即可确保计算精度与效率的平衡。

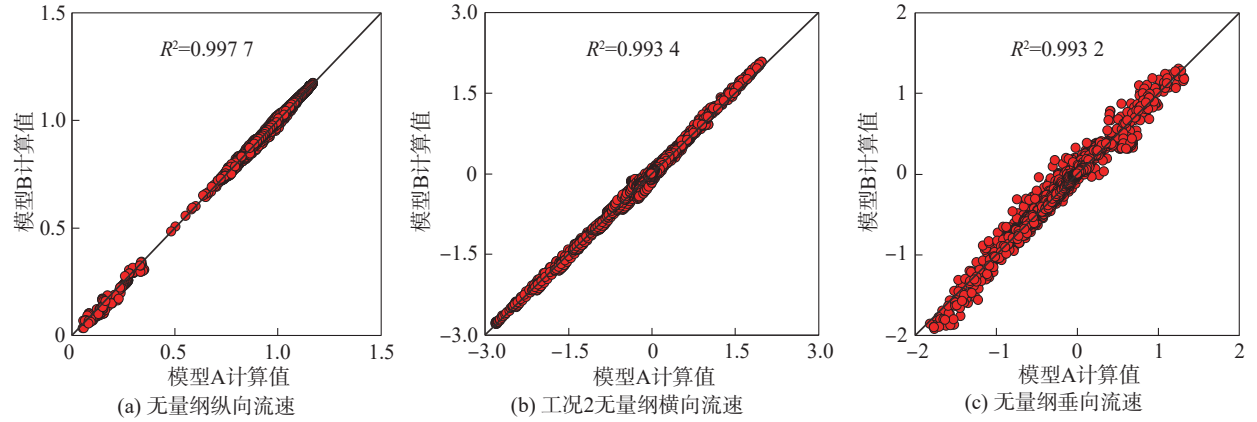


图4　网格A与B在工况2（Fr=0.16）条件下90°断面三维流速对比散点图

Fig. 4　Scatter plot comparison of 3D velocities between Mesh A and Mesh B (Case 2, Fr=0.16, 90° cross-section)

3.5　数据验证分析

根据胡呈维等[38]数值模拟验证结果分析，本研究所建立的模型能较好地复现弯曲河道复杂流场特性。计算所得纵向、横向与垂向时均流速的空间分布与ADV实测数据吻合良好，尤其在河道主流区（距侧壁>0.05 m范围），验证了模型对湍动能输运机制的准确捕捉。尽管受限于ADV近壁/近水面测量盲区（水面下0.05 m以内及岸线0.04 m范围），无法直接获取近边界流速数据，但本模型在可测区域内表现出的高精度，充分反映了其对无测点区域流动结构的预测可靠性。

4　结果与讨论

4.1　切向水深积分动量方程分析

图5为不同工况下切向水深积分动量方程中主要项等值线图。对于工况1（图5(a)，Fr=0.12），可以看出：方程中各项的量级差异显著，各项的数值与符号沿程变化。其中，T_{scs}的量级为$O(1)\sim O(10^{-1})$（$O(1)$和$O(10^{-1})$分别为数值处于1.0和0.1的量级），T_{scsc}的量级为$O(10^{-1})$，T_{sRs}的量级为$O(10^{-1})$，T_{sgrav}的量级为$O(1)\sim O(10^{-1})$。

由以上量级分析可知：T_{scs}的量级最大，所以U_s、U_n对水流切向动量的输运，即对流加速作用，在弯道切向剪切应力的分布中起最重要的作用。T_{scs}在靠近弯道凸岸（除弯道入口位置）一侧取正值，最大值在30°断面附近，约3.0。从凸岸一侧到弯道中心线，T_{scs}值逐渐减小。到凹岸一侧，T_{scs}值已经改变为负值。T_{scsc}的数值与T_{scs}相比较小，最大值（约0.5）与最小值（约为−0.4）出现的位置相近，T_{scs}的最大正值约为T_{scsc}最大正值的6倍，最大负值为2.5倍。T_{sRs}为雷诺应力对切向动量的影响，可以看出其值在90°～150°断面之间，紧靠凸岸附近时达到最大值（约为−0.15～−0.20），在其他范围，T_{sRs}的值都比较小，约0.10。T_{sgrav}为水面纵比降对弯道切向剪切应力的分布产生的影响。$T_{sgrav}=-\rho gh(1+n/R')^{-1}\partial z_s/\partial z$，所以，$T_{sgrav}$的正值代表水面下降，负值代表水面上升。水流在进入弯道至30°断面之

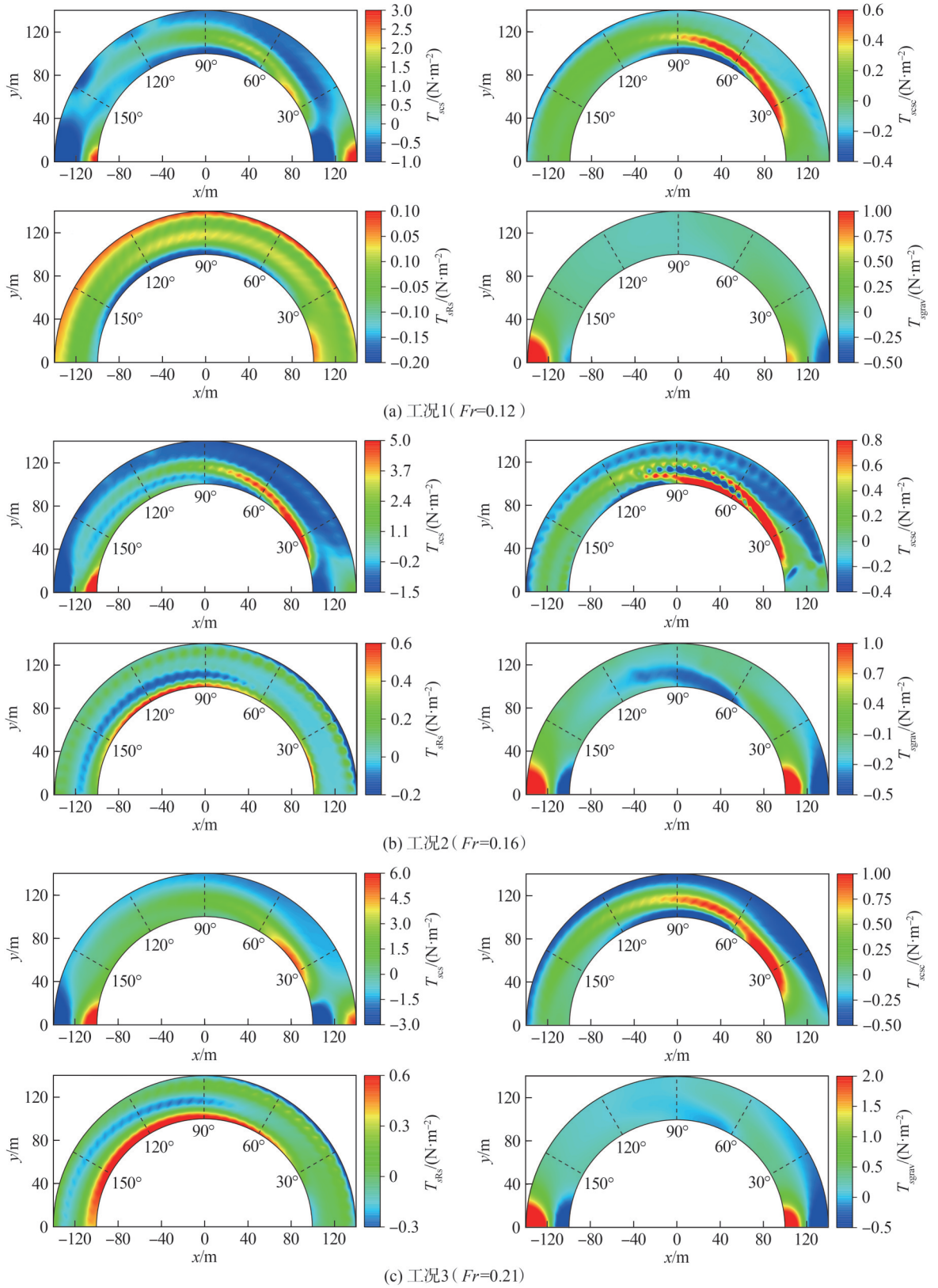


图5 不同弗劳德数条件下切向水深积分动量方程中主要项(T_{scs}、T_{scsc}、T_{sRs}、T_{sgrav})等值线图

Fig. 5 Isolines of terms (T_{scs}, T_{scsc}, T_{sRs}, T_{sgrav}) in the streamwise depth-integrated momentum equation under different Froude numbers

间时,在弯道凹岸附近取负值,而在凸岸附近取正值,说明在弯道入口断面的凹岸附近,水面上升,在弯道入口断面的凸岸附近,水面下降。

水流在经过30°～60°断面时,在凹岸附近水面的

增幅逐渐减小，在凸岸附近降幅逐渐减小。水流在经过60°～150°断面时，T_{sgrav}的数值与0十分接近，说明此处水面的纵向变化非常小，水面已经调整适应弯道边界。水流在经过150°断面之后，水位在凹岸附近剧烈下降，而在凸岸附近微弱上升。值得注意的是，在弯道进出口断面附近，都出现了T_{sgrav}极值区域。这种现象是由于：在弯道的进出口断面，即与水槽的顺直进出口部分相衔接的部分，水槽的曲率是不连续的：在水槽的顺直段，曲率半径为无穷大，而在弯道段，曲率半径是有限值。所以，水流从顺直段流经弯道入口时，水槽曲率的不连续使得水面高程发生突变，造成弯道进出口断面的水面高程变化率比弯道段更大。同理，在出口断面也存在相同的现象。

对于工况2（图5(b)，Fr=0.16），T_{scs}的量级为$O(1)$～$O(10^{-1})$，T_{scsc}的量级为$O(10^{-1})$，T_{sRs}的量级为$O(10^{-1})$，T_{sgrav}的量级为$O(1)$～$O(10^{-1})$。由以上量级分析可知：T_{scs}依然为主项中最重要的因素，在弯道切向剪切应力的分布中起着最为重要的作用。T_{scs}在靠近弯道凸岸（除弯道入口位置）一侧取正值，最大值在20°～60°断面附近，约为5.0。T_{scs}在凹岸一侧为负值，且在紧靠凸岸处达到最小负值，约为−1.5。

与T_{scs}的作用相比，T_{scsc}的影响要小很多：T_{scs}的最大正值约为T_{scsc}最大正值的6.25倍，T_{scs}的最大负值约为T_{scsc}最大负值的3.75倍。与工况1不同的是，工况2条件下T_{scs}与T_{scsc}的最大正值与最小负值，较工况1都有所增加：T_{scs}最大正值增加了66.7%，最大负值增加了50%；T_{scsc}最大正值增加了66%，最大负值持平。工况2的T_{sRs}值远小于T_{scs}、T_{scsc}的值，与工况1情况相似。T_{sRs}的值在90°～150°断面紧靠凸岸附近达到最大值（约为0.5～0.6），在其他范围，T_{sRs}的值都比较小。

T_{sgrav}的最值在工况1、2中变化不大：T_{sgrav}在弯道的进出口取得正极大值，约为1.0，但极值区域比工况1要大；取得负极大值，约为−0.5，且在弯道入口附近负值出现的范围也要大于工况1，负值一直扩展到30°断面附近。在30°～150°断面之间，T_{sgrav}数值变化极小，说明在该区域，水面纵比降沿程变化不大，水面已经过调整并适应了弯道边界。在弯道出口断面附近（150°断面之后），也出现了两块极值区域，靠近凹岸的正值区域和靠近凸岸的负值区域，同样是水槽顺直与弯道段交界处曲率的不连续造成的。

对于工况3（图5(c)，Fr=0.21），T_{scs}的量级为$O(1)$～$O(10^{-1})$，T_{scsc}的量级为$O(1)$～$O(10^{-1})$，T_{sRs}的量级为$O(10^{-1})$～$O(10^{-2})$（$O(10^{-2})$为数值处于0.01的量级），T_{sgrav}的量级为$O(1)$～$O(10^{-1})$。由以上量级分析可知：T_{scs}在弯道切向剪切应力的分布中仍然起着最为重要的作用。T_{scs}在靠近弯道凸岸（除弯道入口位置）一侧取正值，最大值在20°～50°断面附近，约为5.5。T_{scs}在凹岸一侧取负值。

工况3的T_{scs}与T_{scsc}的最大正值与最小负值，比工况2都略有增加：T_{scs}最大正值增加了10%，最大负值增加了50%；T_{scsc}最大正值与最大负值均增加了约25%。T_{scsc}的影响要远小于T_{scs}，T_{scs}的最大正值约为T_{scsc}最大正值的5.5倍，最大负值约为6.0倍。平均来看，工况3中T_{sgrav}在弯道的数值与工况2相比增大较多。

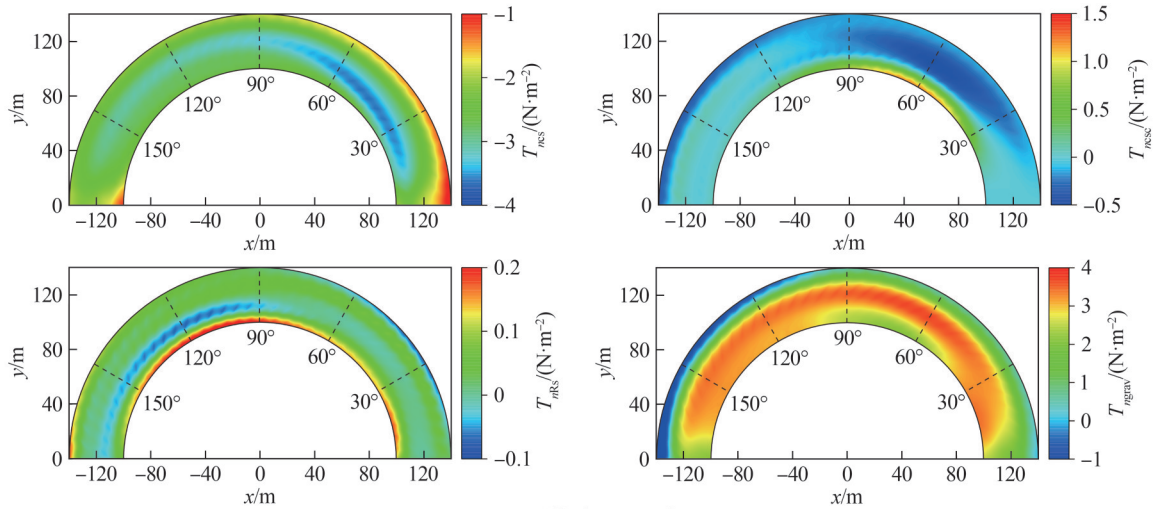
在弯道进出口附近，T_{sgrav}最大正值与最大负值较工况2各增加了50%与60%。在弯道的其他地方也增加显著：工况3中T_{sgrav}在20°～50°断面凸岸处，取值在0.4～0.9之间；工况2中相同的位置，T_{sgrav}取值在0.1～0.4之间。这主要是因为随着Fr数的增大（断面平均流速逐渐增大），弯道凹岸与凸岸之间的水位差逐渐增大，即凹岸水位增幅较工况2更为显著，所以造成弯道与顺直段交界处水位出现了更为显著的突变。

综上所述，切向水深积分动量方程各主要项的数量级差异较为显著，且各项的数值与符号均沿程变化。T_{scs}（对流加速作用）在弯道切向剪切应力的分布中起最重要的作用，T_{scsc}作用也相对较大。随着Fr的增加，T_{scsc}、T_{scs}的数值均有所增大。但这两项的数值分布情况非常相似，这也说明二者在弯道切向剪切应力的分布中起到了相似的作用，只是影响程度不同。水面纵比降对弯道切向剪切应力分布的影响，T_{sgrav}仅在弯道进出口断面附近较大，这是由于弯道曲率的不连续使得水面高程的纵比降在局部较大。但在天然弯道中，几何边界曲率的不连续是不会存在的，因此该项的影响不大。雷诺应力对切向动量的输运项T_{sRs}的量级在动量方程4项中最小，因此其影响也可以被忽略。

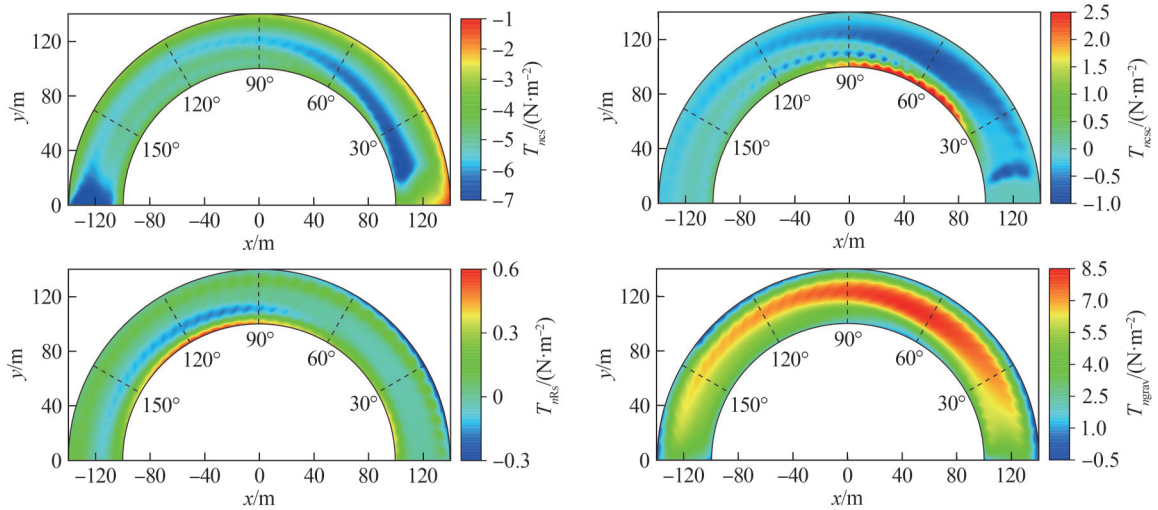
4.2　径向水深积分动量方程分析

图6为不同弗劳德数条件下径向水深积分动量方程各项等值线图。对于工况1（图6(a)，Fr=0.12），方程中各项的量级差异显著，各项的数值与符号沿程变化。其中，T_{ncs}的量级为$O(1)$，T_{ncsc}的量级为$O(1)$～$O(10^{-1})$，T_{nRs}的量级为$O(10^{-1})$～$O(10^{-2})$，T_{ngrav}的量级为$O(1)$～$O(10^{-1})$。

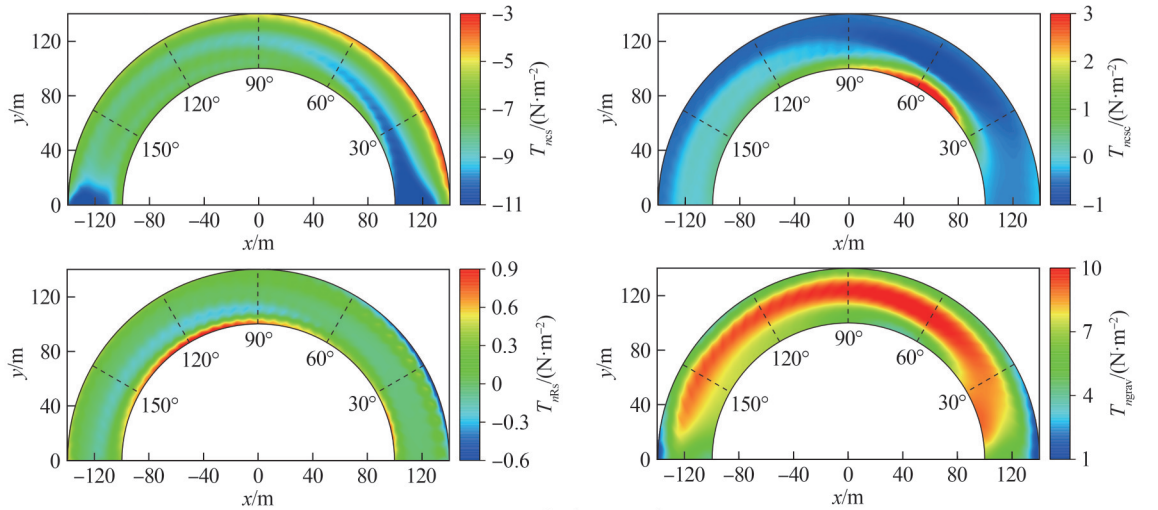
由以上量级分析可知：U_s、U_n对水流径向动量的输运项T_{ncs}，以及弯道水流的径向压差力作用项T_{ngrav}，在弯道径向剪切应力的分布中均起非常重要的作用。在弯道入口断面至30°断面，T_{ncs}取得较大负值，约为−4.0～−4.5。在紧靠凹岸附近，T_{ncs}的取值较小，约为



(a) 工况1（Fr=0.12）



(b) 工况2（Fr=0.16）



(c) 工况3（Fr=0.21）

图 6　不同弗劳德数条件下径向水深积分动量方程各项等值线图

Fig. 6　Isolines of terms in the radial depth-integrated momentum equation under different Froude numbers

−1.5～−2.0。而在远离弯道进出口断面和靠近凹岸的区域，T_{ncs}的取值范围变化很小，基本都属于−2.5～−3.0 的范围。与 T_{ncs}相比，T_{ncsc}的数值范围相对较小。T_{ncsc}在20°～120°断面紧靠弯道凸岸的区域附近取正值，数值范围约为 0.5～1.5。在远离凸岸的大部分区域，T_{ncsc}的数值都落入 0.2～−0.5 范围。T_{nRs}为雷诺应力

对径向切应力产生的影响，即紊动速度场对时均速度场的作用，其数值相比于 T_{ncs}、T_{ncsc} 小很多，因此该项对于弯道径向切应力分布的影响可以忽略。T_{ngrav} 为水面横向比降对弯道径向剪切应力的分布产生的影响。注意到 $T_{ngrav}=-\rho gh\,\partial z_s/\partial n$，所以其正值代表水面高程由凹岸至凸岸逐渐下降。当水流从顺直段流经弯道段时，因惯性作用，仍然会沿着原来的顺直方向流过一段距离，这导致水体在弯道入口断面附近的凹岸处积聚，使得水面出现横向比降，由此产生横向的压差力，并出现指向凸岸的横向流速，使得水流转向以适应弯道边界。可以看到，在靠近弯道中轴线附近，T_{ngrav} 的数值最大，达到 4.0 左右，在靠近凹岸附近，T_{ngrav} 较小。

对于工况 2（图 6(b)，Fr=0.16），T_{ncs} 的量级为 $O(1)$，T_{ncsc} 的量级为 $O(1)\sim O(10^{-1})$，T_{nRs} 的量级为 $O(10^{-1})$，T_{ngrav} 的量级为 $O(1)\sim O(10^{-1})$。由以上量级分析可知：工况 2 的 T_{ncs}、T_{ngrav} 在弯道径向剪切应力的分布中仍然起最重要的作用，与工况 1 的情况结论相同。随着 Fr 的增大，工况 2 的 T_{ncs} 最大负值较工况 1 增加了约 33.3%。除了数值的增大，工况 2 的 T_{ncs} 分布规律与工况 1 相差无几，仍然是在靠近凹岸的区域数值较小，在靠近弯道中轴线的区域数值最大，在靠近凸岸的区域数值稍有减小。与 T_{ncs} 相比，T_{ncsc} 的数值要小很多。T_{ncsc} 只在 30°～60°断面间、紧靠凸岸附近的狭长区域取得正值（约 0～2.5），在弯道平面的其他区域均取负值。对比图 4(b)～7(b)可知：工况 2 的 T_{ncsc} 范围（2.5～−0.9）较工况 1 的范围（1.5～−0.5）有所增大，最大负值与工况 1 相比增加约 80%。但 T_{ncsc} 的分布规律在两个工况之下差异不大。T_{nRs} 数值相比于 T_{ncs}、T_{ncsc} 和 T_{ngrav} 小 1～2 个数量级，在弯道径向剪切应力的分布中起到的作用最小，但该项的数值范围（−0.4～0.6）较工况 1 稍有增大。T_{ngrav} 在方程的项中所起的作用最为显著，且该项的最大值较工况 1 增加了约 112.5%。水面横比降的显著增大与 Fr 的增大直接相关。根据 Blanckaert 等[35]研究结果，弯道凹岸与凸岸之间的水位差可以近似地表示为 $1.5(B/R')(U^2/g)$。工况 2 的断面平均流速较工况 1 增加了约 33.3%，正是流速的增加使得水面横比降显著增大。

对于工况 3（图 6(c)，Fr=0.21），T_{ncs} 的量级为 $O(10^1)\sim O(1)$（$O(10^1)$ 为数值处于 10 的量级），T_{ncsc} 的量级为 $O(1)$，T_{nRs} 的量级为 $O(10^{-1})$，T_{ngrav} 的量级为 $O(10^1)\sim O(10^{-1})$。由量级分析可知：工况 3 的 T_{ncs}、T_{ngrav} 在弯道径向剪切应力的分布中起到的作用仍然是最大的，这与工况 1、2 是相同的。随着 Fr 的继续增大，工况 3 的各项数值较工况 1、2 都有增加。T_{ncs} 的最大负值较工况 3 增加了约 57.1%，但 T_{ncs} 的正负值分布情况与工况 2 差别不大。T_{ncs} 的数值要比 T_{ncsc} 小很多。T_{ncsc} 在 20°～120°断面之间紧靠凸岸附近的狭长区域取得正值（约 0～3.0），在弯道平面的其他区域均取负值，但 T_{ncsc} 的正负值分布情况与工况 2 差别不大。T_{nRs} 数值相比于 T_{ncs}、T_{ncsc} 和 T_{ngrav} 小 1～2 个数量级，在弯道径向剪切应力的分布中起到的作用最小，在此不重点分析。而 T_{ngrav} 的数值较大，起到的作用最为显著，且该项的最大值较工况 2 增加了约 17.6%。

综上所述，通过径向水深积分动量方程分析，方程中各主要项的数量级差异较为显著，且各项的数值与符号均沿程变化。其中，U_s、U_n 对水流径向动量的输运项 T_{ncs}，以及水面横向比降对弯道径向剪切应力的分布产生的影响 T_{ngrav}，在弯道径向剪切应力的分布中起最重要的作用。雷诺应力对径向切应力产生的影响 T_{nRs}，即紊动速度场对时均速度场的作用，其数量级值相比于 T_{ncs}、T_{ncsc} 小很多，因此该项对于弯道径向切应力分布的影响可以忽略。

4.3　弯道切应力分布规律分析

图 7 为不同弗劳德数下弯道床面切向与径向切应力等值线分布图。

由图 7 可以看出，$\boldsymbol{\tau}_{bs}$、$\boldsymbol{\tau}_{bn}$ 沿着整个弯道的分布变化均比较明显。对于切向切应力 $\boldsymbol{\tau}_{bs}$，在靠近凸岸区域显著增大，在 30°～90°断面之间、靠近凸岸的区域，3 个工况条件下均出现了一条狭长区域（图 7 中红色），在该区域内 $\boldsymbol{\tau}_{bs}$ 取得最大值，其数值是狭长区域之外的 2 倍左右。由图 7 还可以看出，$\boldsymbol{\tau}_{bs}$ 在整个弯道段的变化较大。这主要是因为：弯道水流的分离层出现在表层水流，这会使得纵向流速梯度在分离层以下的流层内显著增大，而切向切应力 $\boldsymbol{\tau}_{bs}$ 的大小与纵向流速梯度成正比，因此，在位于分离层以下的流层内，切应力会显著增大。弯道水流的分离所引发的 $\boldsymbol{\tau}_{bs}$ 在靠近凸岸的区域数值较大的现象，正是由纵向水流与弯道环流的相互作用导致的。

对于一般二维水动力模型，一般都会假设壁面切应力与某种平均流速的平方（如 U^2）成正比，并认为比例系数为一个常数，如二维模型常用谢才公式与曼宁公式给出底部切应力的表达式。由于采用二维模型计算时需要预先给定阻力系数，所以对于弯道凸岸区域，计算得到的切应力会比真实切应力数值小，即在模拟时降低了该区域的阻力，所以计算所得的纵向平均流速会比实际数值要大。为了在使用二维水动力模型计算弯道水流运动时得到更为准确的结果，需要充分考虑弯道环流对动量的输运对阻力

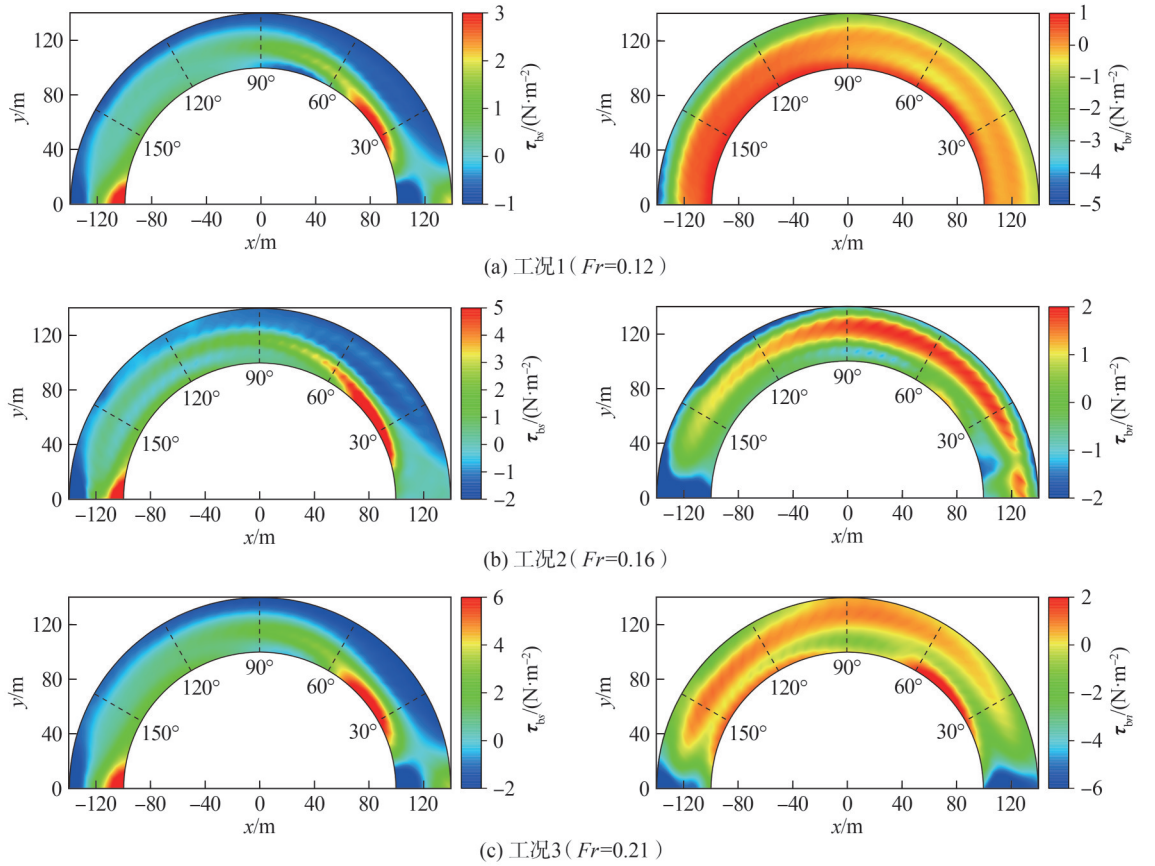


图7 不同弗劳德数下弯道床面切向与径向切应力等值线分布图

Fig. 7 Isolines of streamwise and radial bed-shear-stress distributions in the bend under different Froude numbers

系数（某种粗糙系数）所产生的影响。这时的阻力系数不应该是一个常数，而是一个与弯道环流发展密切相关的变量。考虑到弯道环流的发展与H/R'有关，所以可以初步认为这个阻力系数是H/R'的某种形式的函数，当然还和其他水动力条件有关，如紊动的加剧。特别是对于急弯河段，弯道环流与纵向水流的相互作用并不总会使弯道环流的强度随着H/R'的增大持续增大，所以这个阻力变量随着H/R'的增大应该是渐进变化的，即存在一个极限值。此外，τ_{bs}在弯道入口断面附近比较小，但是在靠近弯道入口断面的角点处存在局部最大值，且为负值，这种情况在天然弯道中是不可能存在的。这种现象是由试验弯道曲率不连续性引起，由于这种突变在天然情况下是不存在的，所以，入口断面角点处的局部最大值在这里不予讨论。

5 结 论

本文利用数值模拟结果，对柱坐标系下水深平均切向与径向动量方程的各项进行了逐项量级分析，系统阐述了弯道床面剪切应力的分布规律和各水动力因子的作用机理。主要结论如下：

1）切向切应力的主控项明确。在水深平均切向动量方程中，主流输运（由U_s、U_n引起的切向动量输运项T_{scs}）始终占主导量级；环流输运项T_{scsc}的量级次之，但对切向切应力沿程与横向分配具有显著影响。纵向水面坡降项T_{sgrav}仅在弯道进出口附近出现局部增强，其原因是曲率不连续导致局部水面纵比降偏大；对几何曲率连续的天然弯道而言，该项的整体贡献有限。雷诺应力输运项T_{sRs}长期处于最小量级，因此，其对切向切应力分布的影响可近似忽略。

2）径向切应力由输运及横向水面坡降主导。在水深平均径向动量方程中，径向动量输运项T_{ncs}与横向水面比降项T_{ngrav}共同控制径向剪切应力的分配，是决定量级；环流输运项T_{ncsc}次之。雷诺应力项T_{nRs}相比T_{ncs}、T_{ncsc}明显更小，其对径向剪切应力分布的影响可忽略。

3）当Fr由0.12增至0.21时，两组动量方程中各物理项的相对量级保持一致，各项极值随工况整体放大，但相互间的相对贡献沿程基本不变，表明在该低Fr区间内床面剪切应力的空间分配对Fr变化不敏感。Fr的提升主要表现为增强离心效应与横向水面比降，从而提升径向压差项和整体环流强度；但由于流动始终处于缓流、未发生流态转换状态，上述量级顺序与

主控机制保持稳定，因此，床面剪切应力分布对 Fr 变化的敏感性较弱。

4）在急弯河段（H/R'较大）中，二次环流与表层分离流的耦合作用使床面切向剪切应力在30°～90°弧段凸岸附近形成窄而强的高应力带，其峰值约为周围区域的两倍。由此可知，二维水动力模型若仍采用常数床面阻力系数（与断面平均流速平方成正比且取常数），将系统性低估该区域实际剪切应力并高估纵向平均流速。为获得可靠模拟结果，阻力系数宜视为随 H/R'渐进变化的参数，并结合相关紊动强度取值，而非常数。

参考文献：

[1] Dey S.Fluvial Hydrodynamics:Hydrodynamic and Sediment Transport Phenomena[M].Berlin:Springer,2014.

[2] Bai Yuchuan,Ji Ziqing,Xu Haijue.Hydrodynamic instability characteristics of laminar flow in a meandering channel with moving boundary[J].Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics,2017,49(2):274–288.[白玉川，冀自青，徐海珏.摆动河槽水动力稳定性特征分析[J].力学学报,2017,49(2):274–288.]

[3] Bai Yuchuan,Yang Yanhua.Study on dynamic stability characteristics of curved river flow[J].Scientia Sinica(Technologica),2011,41(7):971–980.[白玉川，杨燕华.弯曲河流水流动力稳定性特征研究[J].中国科学:技术科学,2011,41(7):971–980.]

[4] Zhu Lingling,Xu Quanxi,Xiong Ming.Fluvial processes of meandering channels in the Lower Jingjiang River reach after the impoundment of Three Gorges Reservior[J].Advances in Water Science,2017,28(2):193–202.[朱玲玲，许全喜，熊明.三峡水库蓄水后下荆江急弯河道凸冲凹淤成因[J].水科学进展,2017,28(2):193–202.]

[5] Chen Li,Song Tao,Lu Sunyun,et al.Analysis of single scouring characteristics for typical bend reaches in lower Hanjiang River[J].Engineering Journal of Wuhan University,2018,51(4):283–288.[陈立，宋涛，吕孙云，等.汉江下游典型弯曲河段的单向冲刷特点分析[J].武汉大学学报(工学版),2018,51(4):283–288.]

[6] Yao Shiming,Zhao Zhanchao,Qu Geng,et al.Research progress of flow and sediment movement in curved channel[J].Journal of Chongqing Jiaotong University(Natural Science),2021,40(6):73–79.[姚仕明，赵占超，渠庚，等.弯曲河道水流泥沙运动研究进展[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2021,40(6):73–79.]

[7] Yalin M S.River Mechanics[M].Oxford:Pergamon Press,1992.

[8] 方红卫，何国建，郑邦民.水沙输移数学模型[M].北京:科学出版社,2015.

[9] Li Zhiwei,Shi Huicen,Li Beibei,et al.Review on cutoff process and mechanism of meandering river[J].Journal of Sediment Research,2020,45(2):74–80.[李志威，石彗岑，李贝贝，等.弯曲河流裁弯过程与机理综述[J].泥沙研究,2020,45(2):74–80.]

[10] Wang Junzhou.Experimental study on evolution law of convex bank point bar under action of unsaturated sediment-laden flow in curved channel[D].Wuhan:Wuhan University,2019.[王俊洲.不饱和挟沙水流作用下弯道凸岸边滩演变规律的试验研究[D].武汉:武汉大学,2019.]

[11] Wang Xin.Flow structure and gravel movement in bending channels[D].Tianjin:Tianjin University,2017.[王鑫.弯道水流结构及其作用下的卵石运动研究[D].天津:天津大学,2017.]

[12] You Xingying,Tang Jinwu,Zhang Xiaofeng,et al.Mechanism of barrier river reaches in the middle and lower reaches of the Yangtze River[J].Acta Geographica Sinica,2017,72(5):817–829.[由星莹，唐金武，张小峰，等.长江中下游阻隔性河段作用机理[J].地理学报,2017,72(5):817–829.]

[13] Ning Chien,Wan Zhaohui.Mechanics of Sediment Transport[M].Reston:American Society of Civil Engineers,1999.

[14] Li Jiaojiao,Bai Yuchuan,Xu Haijue.Research on the classification method for gravel river based on the law of resistance of natural rivers[J].Scientia Sinica(Technologica),2015,45(7):721–736.[李娇娇，白玉川，徐海珏.基于河流阻力规律的砂砾质河型分类方法研究[J].中国科学:技术科学,2015,45(7):721–736.]

[15] Zhang Jiaxing.Study on navigable flow conditions of narrow-deep sharply curved channel[D].Chongqing:Chongqing Jiaotong University,2021.[张家兴.窄深急弯河道通航水流条件研究[D].重庆:重庆交通大学,2021.]

[16] Tan Liqin,Cai Jinde,Wang Pingyi.Computation of flow structure and boundary shear stress in alluvial bends[J].Advanced Engineering Sciences,1992,24(6):7–16.[谈立勤，蔡金德，王平义.冲积河弯水流结构及床面切力计算[J].成都科技大学学报,1992,24(6):7–16.]

[17] Wang Wei,Cai Jinde.Computation for distribution of depth and velocity in curved open channels[J].Journal of Sediment Research,1989,14(2):46–54.[王韦，蔡金德.弯曲河道内水深和流速平面分布的计算[J].泥沙研究,1989,14(2):46–54.]

[18] 张洪武，吕昕.弯道水力学[M].北京:水利水电出版社,1993.

[19] Xiang Yuan,Yu Minghui,Wei Hongyan,et al.Calculation method of boundary shear stress in a sharply-curved channel[J].Advanced Engineering Sciences,2017,49(2):45–53.[向媛，余明辉，魏红艳，等.急弯河道壁面切应力及计算方法研究[J].工程科学与技术,2017,49(2):45–53.]

[20] Stoesser T,Ruether N,Olsen N R B.Calculation of primary

and secondary flow and boundary shear stresses in a meandering channel[J].Advances in Water Resources,2010, 33(2):158–170.

[21] Kashyap S,Constantinescu G,Rennie C D,et al.Influence of channel aspect ratio and curvature on flow,secondary circulation and bed shear stress in a rectangular channel bend[J].Journal of Hydraulic Engineering,2012,138(12): 1045–1059.

[22] Van Balen W,Blanckaert K,Uijttewaal W S J.Analysis of the role of turbulence in curved open-channel flow at different water depths[J]. Journal of Turbulence,2010,11(12): 1–34.

[23] Van Balen W,Uijttewaal W S J,Blanckaert K.Large-eddy simulation of a curved open-channel flow over topography[J]. Physics of Fluids,2010,22(7):075108.

[24] Ottevanger W.Modelling and Parameterizing the hydro- and morphodynamics of curved open channels[D]. Delft: Delft University of Technology,2013.

[25] Constantinescu G,Kashyap S,Tokyay T,et al.Hydrodynamic processes and sediment erosion mechanisms in an open channel bend of strong curvature with deformed bathymetry[J].Journal of Geophysical Research:Earth Surface, 2013,118(2):480–496.

[26] Constantinescu G,Koken M,Zeng Jie.The structure of turbulent flow in an open channel bend of strong curvature with deformed bed:Insight provided by detached eddy simulation[J]. Water Resources Research, 2011, 47(5): 2010WR010114.

[27] Tominaga A,Nezu I,Ezaki K,et al.Three-dimensional turbulent structure in straight open channel flows[J].Journal of Hydraulic Research,1989,27(1):149–173.

[28] Bai Yuchuan,Wang Xin.Theoretical bend-flow solutions and velocity-dip phenomenon[J].Journal of Hydraulic Research,2017,55(3):338–348.

[29] Esfahani F S,Keshavarzi A.Circulation cells topology and their effect on migration pattern of different multi-bend meandering rivers[J].International Journal of Sediment Research,2020,35(6):636–650.

[30] Nezu.Turbulence in Open-channel Flows[M].Rotterdam:A.A. Balkema,1993.

[31] Knight D W,Omran M,Tang X.Modeling depth-averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flows[J]. Journal of Hydraulic Engineering,2007, 133(1):39–47.

[32] Guo Junke.Modified log-wake-law for smooth rectangular open channel flow[J].Journal of Hydraulic Research,2014, 52(1):121–128.

[33] Guo J,Julien P Y.Shear stress in smooth rectangular open-channel flows[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005,131(1):30–37.

[34] Termini D,Moramarco T.Dip phenomenon in high-curved turbulent flows and application of entropy theory[J].Water, 2018,10(3):306.

[35] Blanckaert K,Graf W H.Momentum transport in sharp open-channel bends[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004,130(3):186–198.

[36] Termini D.Momentum transport and bed shear stress distribution in a meandering bend:Experimental analysis in a laboratory flume[J]. Advances in Water Resources, 2015, 81:128–141.

[37] Hu Chengwei,Yu Minghui,Qu Geng.The experimental study of the characteristcs on flow energy transport and dissipation in sharply curved bends[J].Engineering Mechanics,2025,42(4):253–264.[胡呈维,余明辉,渠庚.急弯段水流能量输运与耗散特性试验研究[J].工程力学,2025, 42(4):253–264.]

[38] Hu Chengwei,Yu Minghui,Qu Geng.Study on the evolution process of secondary flows in a sharply curved bend under different inflow conditions[J].Engineering Mechanics,2025,42(1):259–272.[胡呈维,余明辉,渠庚.不同来流条件下急弯段环流结构演化过程研究[J].工程力学, 2025,42(1):259–272.]

[39] Hu Chengwei,Yu Minghui,Wei Hongyan,et al.The mechanisms of energy transformation in sharp open-channel bends: Analysis based on experiments in a laboratory flume[J]. Journal of Hydrology,2019,571:723–739.

Study on the Distribution Mechanism of Shear Stress on Bend Bed Under Different Incoming Flow Conditions

HU Chengwei[1,2], *LUAN Hualong*[1,2], *QU Geng*[1,2]

(1.Key Laboratory of Changjiang River of Ministry of Water Resources, Wuhan 430010, China;
2.River Research Department, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract:

Objective The distribution of bed shear stress in sharply curved river bends fundamentally controls local scour, deposition, and overall channel stability, yet the quantitative mechanisms through which the three-dimensional (3D) flow field shapes this distribution remain insufficiently understood. Specifically, the interplay between primary streamwise flow and secondary circulation in governing the spatial distribution of bed shear stress, as well as the processes that can be neglected at engineering scales, have not been systematically analyzed. This study addresses this gap

by deconstructing the momentum balance to identify the dominant physical drivers of bed shear stress, with the ultimate goal of informing more accurate and physically based parameterizations for two-dimensional (2D) numerical models widely used in river engineering and management.

Methods This study employed a combined approach of high-resolution physical experimentation and 3D numerical simulation. Laboratory measurements were conducted in a 180° sharp bend flume (R'/B=3.0) under three low-Froude-number (Fr=0.12, 0.16, and 0.21) flow conditions, with detailed velocity profiles obtained using an acoustic Doppler velocimeter (ADV). A complementary 3D numerical model, utilizing the Reynolds stress model (RSM) for turbulence closure and the volume of fluid (VOF) method for free-surface tracking, was developed and rigorously validated against the experimental data. The core analytical methodology involved term-by-term decomposition and order-of-magnitude assessment of the depth- and time-averaged streamwise and radial momentum equations in a cylindrical coordinate system, allowing explicit quantification of the contributions from primary flow advection, secondary circulation advection, pressure gradients, and turbulent stresses.

Results and Discussions The term-by-term momentum budget analysis revealed a clear and consistent hierarchy of physical processes. In the streamwise direction, the generation and downstream evolution of bed shear stress were overwhelmingly dominated by the coupled effects of momentum advection by the primary flow and secondary circulation. The longitudinal pressure gradient term was locally important only in regions of abrupt geometric transition, such as the bend inlet and exit. Notably, the turbulent Reynolds stress term was consistently the smallest by an order of magnitude, indicating a negligible direct contribution to the bed shear stress budget under the studied conditions. In the radial direction, bed shear stress was primarily determined by a near-balance between radial momentum advection and the transverse pressure gradient force, with secondary circulation advection playing a lesser, though non-negligible, role; again, the turbulent term was minimal. A significant finding was that, across the tested Froude number range (Fr=0.12–0.21), the relative order of magnitudes among all these physical terms remained stable. Although their absolute magnitudes increased with flow strength, their spatial patterns and hierarchical importance remained largely unchanged, demonstrating that the fundamental mechanism governing stress distribution is robust and relatively insensitive to Fr variations within the studied low, subcritical regime. Furthermore, the analysis revealed that the interaction between secondary circulation and a developing surface-divergence zone acts to concentrate streamwise momentum near the bed along the outer (convex) bank. This process leads to the formation of a narrow, high-intensity band of streamwise bed shear stress between the 30° and 90° sections, in which the stress peak reaches approximately twice the values in the surrounding areas. This finding has important implications for modeling: it helps explain why standard 2D depth-averaged models, which parameterize bed shear stress using a constant resistance coefficient proportional to the square of the depth-averaged velocity, may systematically underestimate the actual shear stress in this outer-bank zone. Consequently, these models may overestimate the depth-averaged velocity in the same region, potentially leading to significant errors in predicting flow fields, sediment transport, and morphodynamic evolution.

Conclusions This investigation leads to four principal conclusions. First, the distribution of bed shear stress in sharp river bends is not a simple function of bulk flow parameters but is dynamically controlled by mean-flow advection, specifically through the strong coupling and momentum exchange between the primary streamwise flow and secondary circulation. The direct contribution of turbulence to the bed shear stress budget is negligible under the studied low-Fr conditions. Second, the relative contributions and hierarchical ordering of these governing mechanisms remain largely unchanged with increasing Froude number within the tested subcritical range, indicating a stable dynamic framework within the investigated conditions. Third, for sharp bends characterized by a high H/R' ratio, 3D flow interactions generate a localized zone of significantly enhanced shear stress along the outer bank, identifying this region as a potential scour-prone area requiring focused attention in engineering design. Finally, and most importantly for practical applications, the use of a constant bed resistance coefficient in 2D depth-averaged models may be inadequate for accurately simulating sharp bends. To improve prediction reliability, the resistance parameterization should be reformulated as a variable that evolves with bend geometry, primarily as a function of the H/R' ratio and potentially other relevant flow parameters, rather than being treated as a universal constant.

Key words: curved reach; bed shear stress; momentum transport; secondary flow; numerical simulation

（编辑　周　璇）

引用格式: Hu Chengwei, Luan Hualong, Qu Geng. Study on the distribution mechanism of shear stress on bend bed under different incoming flow conditions[J]. Advanced Engineering Sciences, 2026, 58(6): 231–243. [胡呈维,栾华龙,渠庚. 不同来流条件下弯道床面切应力分布机制研究[J]. 工程科学与技术,2026,58(6):231–243.]