DOI:10.20033/j.1003-7241.(2026)07-0017-08

基于护栏交互的四旋翼无人机续航提升研究

陈　浩[1], 赵加信[1], 焦　阳[1], 王权鑫[1], 方钰凯[2]
(1.安徽皖通高速公路股份有限公司,合肥 230088;2. 合肥工业大学,合肥 230009)

摘　要:为解决四旋翼无人机在高速公路长距离应用中面临的续航瓶颈,提出一种基于护栏交互的依托护栏飞行的新型无人机构型。该构型利用滚轮、夹板等机械结构与护栏持续接触,将部分飞行能耗转移至护栏,从而显著提升续航能力。基于此,在 SE(3)空间中建立了包含接触力与摩擦力的混合动力学模型,并结合动量叶素理论构建了能耗评估框架系统的动力学模型,并设计了可主动补偿支撑力与摩擦力的非线性 PID 控制器。通过李雅普诺夫方法证明了闭环系统的几乎全局渐近稳定性。数值仿真结果表明,与自由飞行相比,依托护栏飞行可将稳态巡航的功率降低约 71%,且全过程累计节能比例达 56.9%;同时在护栏表面摩擦系数 $\mu \in [0.1, 0.8]$ 的大范围变化下,系统仍能实现有效节能,具体来说,在 $\mu = 0.8$ 的极端情况下,系统仍能保持 41.1%的显著节能收益。研究证实了在不增加额外基础设施成本的前提下,所提构型利用现有交通设施提高四旋翼无人机续航能力的可行性与高效性,为解决高速公路四旋翼无人机的续航难题提供了一种新型解决方案。

关键词:四旋翼无人机;高速公路;依托护栏飞行;轨迹跟踪;节能构型;续航提升
中图分类号:TP273;V279^{+}2　　**文献标志码**:A　　**文章编号**:1003-7241(2026)07-0017-08

Research on the endurance enhancement of quadrotor UAV based on guardrail interaction

Chen Hao[1], Zhao Jiaxin[1], Jiao Yang [1], Wang Quanxin [1], Fang Yukai [2]
(1. Anhui Wantong Expressway Co., Ltd., Hefei 230088, China; 2. Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: To overcome the endurance constraints of quadrotor UAV in long-range highway missions, this paper proposes a novel configuration designed for guardrail-supported flight. By utilizing mechanical interfaces such as rollers and clamps to maintain continuous contact with guardrails, the UAV transfers a portion of its weight to the infrastructure, significantly extending its flight range. A hybrid dynamic model incorporating contact forces and friction is established in SE(3) space, integrated with an energy assessment framework based on momentum blade element theory. To manage the physical interaction, a nonlinear PID controller is designed to actively compensate for support and frictional forces. The almost global asymptotic stability of the closed-loop system is proven via the Lyapunov method. Numerical simulations demonstrate that compared to free flight, guardrail-supported flight reduces steady-state cruise power by approximately 71%, with a total mission energy saving of 56.9%. Furthermore, the system continues to achieve effective energy savings under a wide range of friction coefficients $\mu \in [0.1, 0.8]$ on the guardrail surface. Specifically, even under extreme conditions with a friction coefficient as low as $\mu = 0.8$, the system maintains a significant energy saving of 41.1%. This research validates the feasibility of leveraging existing transportation infrastructure to enhance UAV endurance without additional infrastructure costs, providing a novel solution to the endurance challenge of highway quadrotor UAV.

Keywords: quadrotor UAV; expressway; guardrail-assisted flight; trajectory tracking; energy-efficient configuration; endurance enhancement

高速公路是我国现代化交通体系的核心组成部分,承载着高效物流与人员流动的关键职能。它不仅显著缩短了区域间的通行时间与经济成本,更为城乡融合发展与产业供应链畅通提供了关键支撑。同时,其在国防机动、应急救援等战略领域也发挥着不可或缺的“生命线”作用[1]。保障高速公路行车安全的核心在于科学巡检、设施维护及突发事件的快速响应,但传统技术手段主要依赖人工巡检与固定监控,存在效率低、视角受限、盲区多等问题,难以实现全路段高效覆盖与快速决策[2]。

四旋翼无人机凭借其三维灵活性、多传感器融合能力[4]以及高精度的轨迹跟踪与抗扰动控制性能,显著提升了其在复杂环境下的适用性与可靠性[5]。随着智慧交通体系的不断发展,四旋翼无人机在高速公路运维管控中展现出独特应用价值。在自动化巡检方面,四旋翼无人机可替代传统人工方式,实现路面、边坡及设施状态的高效巡查与病害识别[6-8];在交通管理方面,四旋翼无人机能够

收稿日期:2025-12-06;**录用日期**:2026-01-09
基金项目:安徽省交通控股集团有限公司科技项目(W2024JSFW0839)
作者简介:陈　浩(1982—),男,高级工程师,研究方向为交通工程与信息化建设与管理。
引用本文:陈浩, 赵加信, 焦阳, 等. 基于护栏交互的四旋翼无人机续航提升研究[J]. 自动化技术与应用, 2026,45(7):17-24. (Chen Hao, Zhao Jiaxin, Jiao Yang, et al. Research on the endurance enhancement of quadrotor UAV based on guardrail interaction[J]. Techniques of Automation and Applications, 2026,45(7):17-24.)

快速抵达事故或拥堵现场,回传实时画面,弥补固定摄像头盲区,支撑应急指挥与资源调度[9-10];在水土保持监管方面,四旋翼无人机可定期监测边坡侵蚀与植被状况,克服传统地面巡查范围窄、周期长的不足,实现大范围水土流失风险评估[11]。因此,四旋翼无人机通过多维度赋能,有效弥补了传统手段中的盲区缺陷,构建了更高效的高速公路运维体系,成为高速公路基础设施数字化管理的重要支撑[12]。

然而,续航能力不足已成为四旋翼无人机在高速公路应用中的技术瓶颈。目前主流机型 10~30 min 的续航时长,严重限制了其在大范围、长距离场景下的持续作业能力。这不仅导致单次覆盖范围有限,难以满足连续巡检需求[13];且因需预留返航电量,增加了复杂环境下任务中断的风险。因此,突破续航瓶颈是实现四旋翼无人机在高速公路常态化巡检与应急响应规模化应用的关键。

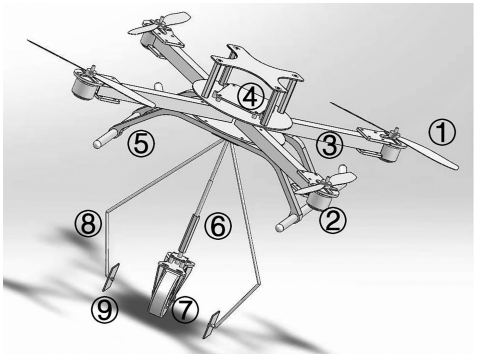
为突破四旋翼无人机的续航能力瓶颈,现有的技术路径在高速公路长距离、常态化巡检中仍面临挑战。智能机巢换电技术[14]虽能实现能量补给,但固定式设施部署成本高昂且难以灵活适应复杂环境;混合动力系统[15]面临系统增重与沿线氢气补给设施匮乏的矛盾;太阳能辅助增程方案[16]受天气条件制约,难以满足全天候巡检的可靠性要求;此外,基于深度强化学习的轨迹优化方法[17]虽无需硬件改动,但节能效果受物理极限限制,且在高动态环境下面临泛化性与安全性的严峻挑战。

为解决四旋翼无人机在高速公路应用中的续航瓶颈,本文提出一种依托护栏飞行的新型无人机构型。所提构型的核心是通过滚轮与护栏的持续接触将部分飞行能耗转移至护栏,通过减少四旋翼稳定飞行时所需的推力,从而提升续航能力。基于此构型,首先在三维特殊欧几里得群(Special euclidean group in 3 dimensions,SE(3))空间中建立系统的动力学模型以及其相应的能耗模型,并设计比例—积分—微分(proportional-integral-derivative, PID)控制器;然后分析系统在依托护栏飞行时的稳定性;最后通过数值仿真验证所提构型与控制系统能够实现稳定的轨迹跟踪和提升无人机的续航能力。

1 依托式无人机

本文设计一种依托式无人机,其构型在 X 型四旋翼主体的基础上,集成包含滚轮和两侧夹板的依托式支撑模块。该设计通过各组件间的协同工作,使无人机能够稳定地依托护栏飞行,并通过降低飞行能耗来突破续航瓶颈。

该无人机的整体结构如图 1 所示,其四旋翼主体主要包括旋翼、电机、支撑力臂、机身和支撑立架等关键部件。四个旋翼①通过高速旋转产生升力,并在协同控制下实现无人机的垂直起降、悬停与多向平移。电机②作为动力执行机构,将电能转化为机械能,通过调节转速实现对升力的精确控制。支撑力臂③采用 X 型布局连接机身与动力系统,不仅为旋翼提供安装基础,也确保升力分布的均衡性与飞行稳定性。机身④作为系统集成平台,承载飞控计算、通信传输及能源管理等核心硬件。支撑立架⑤是连接机身与依托式支撑模块的承力结构,用于确定上下部件间的空间关系,增强整体刚度,并有效分散起降与作业过程中的动态载荷。



① 旋翼; ② 电机; ③ 支撑力臂;④ 机身; ⑤ 支撑立架;
⑥ 带有万向节的连接杆; ⑦ 末端滚轮;
⑧ 万向节导向机构; ⑨ 夹板滚轮

图 1 依托式无人机结构图

Fig. 1 Structural diagram of the guardrail-supported UAV

依托式支撑模块是实现无人机依托护栏飞行的关键创新部件,其结构设计以保障无人机与护栏稳定、自适应交互为目标。该模块通过一端带有万向节的连接杆⑥与四旋翼无人机主体相连,万向节结构使末端的滚轮具备方向自适应能力,能够灵活顺应护栏的走向变化,从而提升无人机在依托护栏飞行过程中的灵活性与稳定性。末端滚轮⑦采用聚氨酯材料制成,由直流伺服电机驱动,实现沿护栏的精确移动。模块两侧设有弹簧预紧的万向节导向机构⑧,可自适应不同规格护栏的几何轮廓,机构末端的夹板小轮⑨用于约束无人机的横向位移,防止其在飞行过程中偏离护栏,为依托护栏飞行提供可靠的导向支撑。

在机械设计上,文献[18]虽利用线性基础设施作业,但其灵巧夹持机构结构复杂,侧重于定点作业与低速滚动。相比之下,本文构型采用被动滚轮加弹性侧向夹持的设计,旨在实现高速连续飞行。在约束机理方面,传统欠驱动无人机通常依靠控制算法在 SE(3)空间内维持虚拟约束,需持续消耗能量对抗扰动[19];本文构型通过物理接触引入硬约束,实现了从算法补偿扰动向结构抵消扰动的转变。

本文提出的依托式无人机,通过飞行系统与依托式支撑模块的协同整合,为解决无人机续航瓶颈提供了创新的结构性基础。

2 系统建模与控制器设计

基于所设计的依托式无人机在高速公路场景下对路径跟踪的实际需求,本节进行依托式无人机的轨迹跟踪控制器设计。首先,在 SE(3)流形上建立系统的动力学模型,以精确描述无人机在六自由度空间中的运动特性、建立其能耗模型,以评估护栏依托护栏飞行时的节能效果。

然后,基于几何控制框架,构建非线性 PID 控制器,以精确处理系统在流形上的耦合动力学。最后,构造严格的李雅普诺夫函数,基于李雅普诺夫稳定性理论对闭环系统进行渐近稳定性分析,从而保证轨迹跟踪误差的一致有界性与收敛性。

2.1 动力学建模

为建立本文所设计的依托式无人机动力学模型,需做出如下假设[21]以简化系统建模:无人机建模为质心与几何中心重合的恒定质量刚体,运动过程中仅受重力、旋翼推力以及护栏接触力(含支撑力与摩擦力)的作用。

在 SE(3)空间中描述无人机的运动学,坐标系的定义与三维特殊正交群(special orthogonal group in 3 dimensions,SO(3))空间[23]相同。设惯性坐标参考系为 $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ 用于描述无人机的整体运动。无人机机体坐标系为 $\{\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\boldsymbol{b}_3\}$,其中机体坐标系的原点为无人机的质心位置,机体坐标系中的前两轴 $\boldsymbol{b}_1$, $\boldsymbol{b}_2$ 位于由 4 个转子中心所确定的平面内,$\boldsymbol{b}_3$ 轴垂直于该平面向下,用于精确表达无人机的姿态与相对运动。其参考坐标系的描述如图 2 所示。

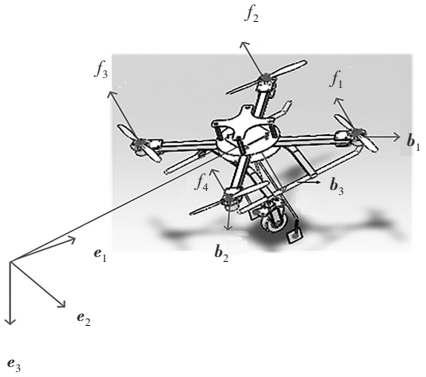


图 2 依托式无人机参考坐标系示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the reference coordinate system for the guardrail-supported UAV

考虑如图 2 所示的参考坐标系,依托式无人机构型由其质心在惯性系中的位置向量 $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3$ 和姿态旋转矩阵 $\boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^3$ 共同描述。设依托式无人机质量为 m,机体惯性矩阵为 $\boldsymbol{J} \in \mathbb{R}^3$,从机体坐标系到惯性坐标系的旋转变换矩阵为 $\boldsymbol{R} \in \mathrm{SO}(3)$,机体系中表达的角速度为 $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$,惯性系中表达的质心位置与速度分别为 $\boldsymbol{x},\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^3$。4 个转子成 X 型分布,质心至各转子中心的距离为 d。第 i 个转子产生沿 $\boldsymbol{b}_3$ 方向的推力 f_i 及对应的反扭矩 $\boldsymbol{\tau}_i$,其中 $1 \leqslant i \leqslant 4$。机体系中总推力标量为 $f = \sum_{i=1}^{4} f_i$,总力矩向量为 $\boldsymbol{M} \in \mathbb{R}^3$。

假设各旋翼产生的推力直接可控,推力方向垂直于旋翼平面。具体地,假设第 1 和第 3 个螺旋桨顺时针旋转时产生沿 $-\boldsymbol{b}_3$ 方向的推力;第 2 和第 4 个螺旋桨逆时针旋转时产生沿 $-\boldsymbol{b}_3$ 方向的推力[24]。总推力在惯性系中表示为 $\boldsymbol{T} = f\boldsymbol{e}_3 \in \mathbb{R}^3$。假设每个螺旋桨产生的扭矩与其推力成正比,即 $\boldsymbol{\tau}_i = (-1)^i c_\tau f_i$,其中 c_τ 为固定常数。

针对本文所提出依托式无人机,当其依托护栏飞行时,受到护栏施加的沿 $-\boldsymbol{b}_3$ 方向的支撑力 N,以及与其运动方向相反的摩擦力 f_μ,设护栏摩擦系数为 μ,则摩擦力可表示为 $f_\mu = -\mu N$,当无人机依托护栏飞行时,系统的动力学模型可以用如下公式表示,即

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{v} \tag{1}$$

$$m\dot{\boldsymbol{v}} = -mg\boldsymbol{e}_3 + \boldsymbol{T} + f_\mu \boldsymbol{e}_1 + N\boldsymbol{e}_3 \tag{2}$$

$$f_\mu = -\mu N \tag{3}$$

$$\dot{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{R}\hat{\boldsymbol{\omega}} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{M} + \boldsymbol{r} \times f_\mu \boldsymbol{e}_1 \tag{5}$$

其中,$\boldsymbol{r}$ 为质心指向护栏接触点的位置矢量,$\boldsymbol{r} \times f_\mu \boldsymbol{e}_1$ 表示摩擦力对无人机产生的力矩。

使用 $\lambda_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{J})$ 与 $\lambda_{\mathrm{M}}(\boldsymbol{J})$ 分别表示 $\boldsymbol{J}$ 的最小特征值和最大特征值,分别简写为 λ_{m} 和 λ_{M}。

2.2 能耗建模

为评估依托式无人机的节能效果,建立包含气动功率、累计能耗及电池荷电状态(state of charge, SOC)的完整能源消耗模型。

基于动量叶素理论(momentum blade element theory),四旋翼无人机的总瞬时功率 $P(t)$ [25]主要由克服空气阻力的诱导功率和机载电子设备的基准功耗组成。考虑到电机效率、电调损耗及螺旋桨品质因数的影响,系统总功率可建模为推力 $f(t)$ 的函数,即

$$P(t) = \frac{f(t)^{3/2}}{\eta\sqrt{2\rho A}} + P_{\mathrm{anc}} \tag{6}$$

其中,$f(t) = \sum_{i=1}^{4} f_i(t)$ 为 t 时刻电机输出的总推力;ρ 为空气密度;$A = n\pi r^2$ 为所有旋翼的桨盘总面积;η 为动力系统的综合效率系数[26];P_{anc} 为飞控、传感器及通信模块的基准功耗[26]。该模型表明,维持飞行所需的功率与推力的 1.5 次方成正比,这构成本文所提依托式无人机构型能有效提升续航的物理基础。

系统的累计消耗能量 E_{consumed} 定义为瞬时功率在飞行时间 $[0,t]$ 上的积分,即

$$E_{\mathrm{consumed}}(t) = \int_0^t P(\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{7}$$

电池的荷电状态(SOC)反映电池剩余能量的百分比,是衡量续航能力的关键指标[27]。假设电池总标称能量为 E_{total},则 t 时刻的 SOC 可表示为

$$\mathrm{SOC}(t) = \frac{E_{\mathrm{total}} - E_{\mathrm{consumed}}(t)}{E_{\mathrm{total}}} \times 100\% \tag{8}$$

其中,$E_{\mathrm{total}} = C_{\mathrm{bat}} \cdot V_{\mathrm{bat}}$,由电池标称容量 C_{bat}(mAh)与标称电压 V_{bat}(V)决定。

2.3 控制器设计

四旋翼无人机是一种典型的非线性、欠驱动、强耦合系统,由 4 个旋翼驱动却需完成六自由度的运动[28]。基于此,本文设计一种双闭环分层控制器。该控制器采用外环位置控制与内环姿态控制相级联的架构。外环控制器根据轨迹跟踪误差计算出所需的推力矢量,并分解为期望

推力值与期望的推力方向;内环控制器依据期望推力方向,解算姿态误差并生成控制力矩,驱使实际推力方向跟踪期望方向。两环控制器通过期望推力方向相互耦合,共同保证系统的稳定运行与轨迹跟踪精度。

2.3.1 姿态跟踪控制器

设期望姿态 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}(t) \in \mathrm{SO}(3)$ 满足运动学方程 $\dot{\boldsymbol{R}}_{\mathrm{d}} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}} \hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}$,其中 $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}$ 为期望角速度 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}(t) \in \mathbb{R}^3$ 的反对称矩阵,即 $\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}} = [\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}]_{\times}$,并假设 $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}(t)$ 一致有界。在此基础上,定义姿态误差函数 $\Psi: \mathrm{SO}(3) \times \mathrm{SO}(3) \to \mathbb{R}$、姿态误差向量 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} \in \mathbb{R}^3$ 和角速度误差向量 $\boldsymbol{e}_{\omega} \in \mathbb{R}^3$,$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵。

$$\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}) = \frac{1}{2}\mathrm{tr}[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}] \tag{9}$$

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} - \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}})^{\vee} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{e}_{\omega} = \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}} \tag{11}$$

引理 1 姿态误差函数 $\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}})$、姿态误差向量 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} \in \mathbb{R}^3$ 和角速度误差向量 $\boldsymbol{e}_{\omega} \in \mathbb{R}^3$ 满足如下关系。

- $\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}) \geqslant 0$,当且仅当 $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}$ 时 $\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}) = 0$;
- Ψ 的导数映射满足

$$T_I^* L_{\mathrm{R}}(D_{\mathrm{R}}\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}})) = \boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}$$

其中,$T_I^* L_{\mathrm{R}}$ 表示流形 SO(3) 上由左平移 L_{R} 诱导的余切拉回映射。

- Ψ 中满足 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} = \boldsymbol{0}$ 的集合为 $\{\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}\} \cup \{R_{\mathrm{d}}\exp(\pi\hat{s}), s \in S^2\}$。其中 $\exp(\cdot)$ 为指数映射;
- 当 $\Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}) < \psi < 2$,$\Psi$ 的上下界为

$$\frac{1}{2}\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}\|^2 \leqslant \Psi(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}) \leqslant \frac{1}{2-\psi}\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}\|^2$$

- Ψ 和 $\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}$ 的导数满足

$$\dot{\Psi} = \boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} \cdot \boldsymbol{e}_{\omega},\ \dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{R}} \approx \boldsymbol{e}_{\omega} \tag{12}$$

以上引理的证明可以参考文献[29],为保持行文紧凑,本文不再赘述。

针对内环姿态控制,本文提出如下控制器,即

$$\boldsymbol{M} = -k_{\mathrm{R}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} - k_{\omega}\boldsymbol{e}_{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{r} \times f_{\mu}\boldsymbol{e}_1 \tag{13}$$

其中,k_{R},k_{ω} 为正的控制增益,$\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega}$ 用于抵消系统自身的陀螺力矩项,简化控制器设计,$-\boldsymbol{r} \times f_{\mu}\boldsymbol{e}_1$ 用于抵消由护栏接触所产生的摩擦力矩。

定理 1 考虑依托式无人机动力学模型(1)~(5)与内环姿态控制律(10)所构成的闭环系统,若存在常数 c_2 满足如下不等式

$$0 < c_2 < \min\left\{\frac{k_{\omega}}{\lambda_{\mathrm{M}}},\ \frac{4k_{\mathrm{R}}k_{\omega}}{4k_R\lambda_{\mathrm{M}} + k_{\omega}^2}\right\}$$

则内环系统平衡点 $(\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}, \boldsymbol{e}_{\omega}) = (0,0)$ 是几乎全局渐近稳定的。

证明 由式(8)可得 $\boldsymbol{e}_{\omega}$ 的表达式为

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\omega} = \dot{\boldsymbol{\omega}} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}})$$

从而可得 $\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{e}}_{\omega}$:

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{e}}_{\omega} = -k_{\mathrm{R}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} - k_{\omega}\boldsymbol{e}_{\omega} + \Delta \tag{14}$$

其中,

$$\Delta = \boldsymbol{J}\hat{\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{J}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{J}\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{d}}\hat{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{d}}$$

为由期望角速度引入的非线性扰动项。由于期望角速度光滑且其各阶导数有界,故 $\|\Delta\|$ 必然有界,即满足 $\|\Delta\| \leqslant \delta$。

构造如下李雅普诺夫函数 V_2:

$$V_2 = \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\boldsymbol{e}_{\omega} + \frac{1}{2}k_{\mathrm{R}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} + c_2\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\boldsymbol{e}_{\omega} \tag{15}$$

其随时间的变化率如下:

$$\dot{V}_2 = -k_{\omega}\boldsymbol{e}_{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\omega} - c_1k_{\mathrm{R}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}} - c_2k_{\omega}\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\omega} + c_2\boldsymbol{e}_{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\boldsymbol{e}_{\omega} + (c_2\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{e}_{\omega}^{\mathrm{T}})\Delta$$

定义 $z_1 = \|\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}\|$,$z_2 = \|\boldsymbol{e}_{\omega}\|$,并定义向量 $\boldsymbol{z} = [z_1, z_2]^{\mathrm{T}}$。通过不等式放缩,可得

$$\dot{V}_2 \leqslant -\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q} - \frac{\epsilon}{2}\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{z} + \eta$$

其中,矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 为

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} c_2k_{\mathrm{R}} & \dfrac{c_2k_{\omega}}{2} \\ \dfrac{c_2k_{\omega}}{2} & k_{\omega} - c_2\lambda_M \end{bmatrix}$$

$\epsilon > 0$ 为引入的杨氏不等式常数,$\eta = \dfrac{\delta^2}{2\epsilon}(1 + c_2^2)$。

当参数 $k_{\mathrm{R}}, k_{\omega}, c_2$ 满足定理 1 的条件时,所构造的李雅普诺夫函数 V_2 正定,且其导数负定,根据李雅普诺夫稳定性理论,平衡点 $(\boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}, \boldsymbol{e}_{\omega}) = (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{0})$ 是几乎全局渐近稳定的。

2.3.2 位置跟踪控制器

设期望位置 $x_{\mathrm{d}}(t) \in \mathbb{R}^3$。在此基础上,定义位置跟踪误差与速度跟踪误差分别为

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{d}},\quad \boldsymbol{e}_{\mathrm{v}} = \boldsymbol{v} - \dot{\boldsymbol{x}}_{\mathrm{d}},\ \boldsymbol{e}_{\mathrm{i}} = \int \boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}\mathrm{d}t \tag{16}$$

针对外环位置控制,提出如下控制器

$$\boldsymbol{T} = m\dot{\boldsymbol{v}}_{\mathrm{d}} - k_{\mathrm{x}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}} - k_{\mathrm{v}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}} - k_{\mathrm{i}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{i}} + (mg - N)\boldsymbol{e}_3 - f_{\mu}\boldsymbol{e}_1 \tag{17}$$

其中,$k_{\mathrm{x}}, k_{\mathrm{v}}, k_{\mathrm{i}}$ 为正的控制增益,$mg\boldsymbol{e}_3$ 用于抵消重力对系统的影响,$N\boldsymbol{e}_3$ 和 $f_{\mu}\boldsymbol{e}_1$ 分别用于抵消无人机依托护栏飞行时护栏对无人机的支撑力和摩擦力。

定理 2 考虑依托式无人机动力学模型(1)~(5)和外环位置控制律(14)所构成的闭环系统,若存在常数 c_1 满足如下不等式

$$\frac{(m+1)k_{\mathrm{v}} - 2\sqrt{m(k_{\mathrm{v}}^2 - k_{\mathrm{x}}(m-1)^2)}}{4mk_{\mathrm{x}} + k_{\mathrm{v}}^2} < c_1 < \min\left\{\frac{k_{\mathrm{v}}}{m},\ \frac{(m+1)k_{\mathrm{v}} + 2\sqrt{m(k_{\mathrm{v}}^2 - k_{\mathrm{x}}(m-1)^2)}}{4mk_{\mathrm{x}} + k_{\mathrm{v}}^2}\right\}$$

则平衡点 $(\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}, \boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}, \boldsymbol{e}_{\mathrm{R}}, \boldsymbol{e}_{\omega}) = (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{0})$ 是几乎全局渐近稳定的。

证明 由式(13)可得 $\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{x}}$:

$\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{x}}=\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}$

将式(14)代入式(2)中,可得 $\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{v}}$

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{v}}=\frac{1}{m}(-k_{\mathrm{x}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}-k_{\mathrm{v}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}-k_{\mathrm{i}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{i}}+\boldsymbol{\Delta})$$

对于积分项误差

$\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{i}}=\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}$

构造李雅普诺夫函数 V_1

$$V_1=\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}+\frac{1}{2}k_{\mathrm{x}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}+\frac{1}{2}k_{\mathrm{i}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{i}}+c_1\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}$$

选取 $k_{\mathrm{i}}\ll 1$,则积分项对 $\dot{V}_1$ 的瞬态贡献为高阶小量;且 $\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{i}}\|\leqslant k(k>0$ 为常数,有界),故暂忽略积分项以简化分析。基于此,可得

$$\dot{V}_1=-\frac{c_1k_{\mathrm{x}}}{m}\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}+\left(-\frac{k_{\mathrm{v}}}{m}+c_1\right)\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}+\left[k_{\mathrm{x}}\left(1-\frac{1}{m}\right)-\frac{c_1k_{\mathrm{v}}}{m}\right]\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}+\frac{1}{m}(c_1\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{\Delta}$$

定义 $z_1=\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{x}}\|,z_2=\|\boldsymbol{e}_{\mathrm{v}}\|$,并定义向量 $\boldsymbol{z}=[z_1,z_2]^{\mathrm{T}}$。通过不等式放缩,可得

$$\dot{V}_1\leqslant-\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{B}-\frac{\boldsymbol{I}}{2}\right)\boldsymbol{z}+\eta$$

其中,

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\dfrac{c_1k_{\mathrm{x}}}{m} & -\dfrac{1}{2}\left|k_{\mathrm{x}}\left(1-\dfrac{1}{m}\right)-\dfrac{c_1}{m}k_{\mathrm{v}}\right|\\ -\dfrac{1}{2}\left|k_{\mathrm{x}}\left(1-\dfrac{1}{m}\right)-\dfrac{c_1}{m}k_{\mathrm{v}}\right| & \dfrac{k_{\mathrm{v}}}{m}-c_1\end{bmatrix}$$

由上述分析可知,当参数和 c_1 满足定理 2 的条件时,所构造的李雅普诺夫函数 V_1 正定,且其时间导数负定,根据李雅普诺夫稳定性理论,其零平衡点是几乎全局渐近稳定的。

本文所设计的依托式无人机系统的整体架构如图 3 所示,该架构包含期望轨迹生成、所设计的双层控制器、动力学模型及核心的护栏交互模块。系统通过实时求解无人机状态 $(\boldsymbol{x},\boldsymbol{v})$ 与护栏的接触关系,计算并反馈支撑力 N 与摩擦力 f_μ,形成闭环控制,同时将推力 f 输送至能耗模型进行实时功率评估。

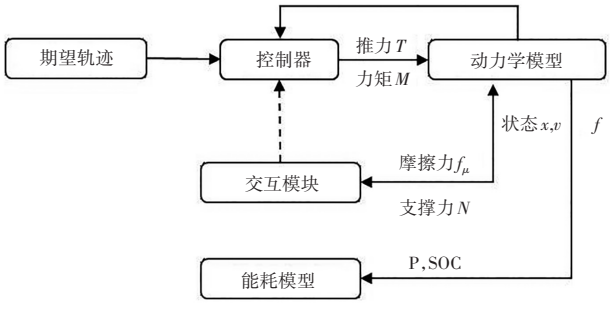


图 3 系统框图

Fig. 3 System block diagram

3 数值仿真与结果分析

本节验证所提护栏依托式无人机在高速公路场景中的可行性与续航提升性能。

3.1 仿真环境与参数设置

计算硬件环境为 Intel Core i7-10700K 处理器,主频 3.80 GHz,32 GB 内存。仿真时间步长设定为 0.01 s。仿真使用的其他参数如表 1 所示。

表 1 仿真模型参数配置

Tab. 1 Configuration of simulation model parameters

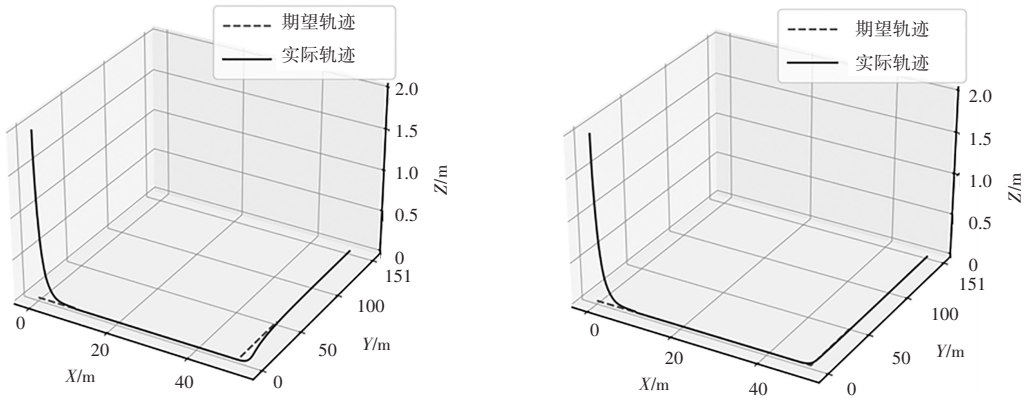
符号	参数名称	参数设置
m	机体质量/kg	2.0
g	重力加速度/(m·s^{-2})	9.81
$\boldsymbol{J}$	转动惯量矩阵/(kg·m^2)	diag[0.02,0.02,0.04]
r	螺旋桨半径/m	0.127
ρ	空气密度/(kg·m^{-3})	1.225
η	动力系统效率	0.35
P_{anc}	基准功耗/W	10.0
C_{bat}	电池标称容量/mAh	5 200
V_{bat}	电池标称电压/V	14.8
μ	滚动摩擦系数	0.3
k_{x}	位置比例增益	[3.0,8.0,6.0]
k_{v}	速度比例增益	[8.0,10.0,8.0]
k_{i}	积分比例增益	0.5
k_{R}	姿态比例增益	[3.0,3.0,10.0]
k_{ω}	角速度比例增益	[0.1,0.1,0.2]

为确保仿真研究的真实性与结果的可重复性,表 1 中所列参数均基于成熟的物理模型设定。其中,无人机机体参数参考了典型的 1.2 kg 民用四旋翼;所设计的机械交互模块质量约为 0.8 kg;所提出的依托式无人机总质量为 2 kg,涵盖了机身、电池及护栏依托机构的估算重量;转动惯量 $\boldsymbol{J}$ 基于该尺寸飞行器的几何质量分布进行估算;螺旋桨半径 $r=0.127$ m 对应标准的 10 英寸桨叶规格。在能源与动力参数方面,电池规格选用工业级无人机通用的 4S 锂聚合物电池[30],标称电压 $V_{\mathrm{bat}}=14.8$ V,容量 $C_{\mathrm{bat}}=5\,200$ mAh,以确保续航分析符合实际硬件水平;此外,交互环境中的滚动摩擦系数 $\mu=0.3$ 为对护栏表面锈蚀和非理想接触的保守估计。

3.2 飞行轨迹与跟踪性能分析

为验证所提控制器的轨迹跟踪性能,无人机需沿一段含直角弯道的 L 型护栏轨迹飞。在相同环境条件下,分别执行自由飞行与依托护栏飞行,以进行性能对比。

图 4 的轨迹对比显示,即便引入了护栏接触带来的非线性摩擦干扰,依托式无人机仍实现了对期望路径的高精度跟踪。特别是在直角转弯 ($t=5$ s) 区段,接触影响了机体力矩平衡,使 Y 轴方向出现短暂波动,但设计的非线性 PID 控制器通过前馈补偿迅速抑制了振荡。

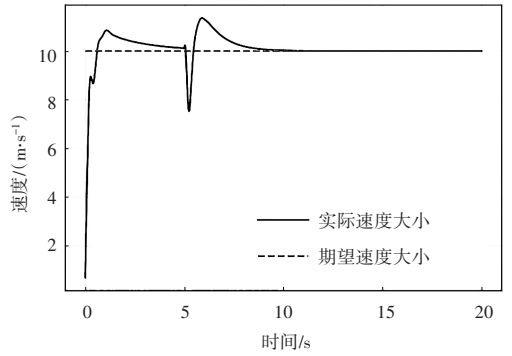


(a) 依托护栏飞行　　(b) 自由飞行

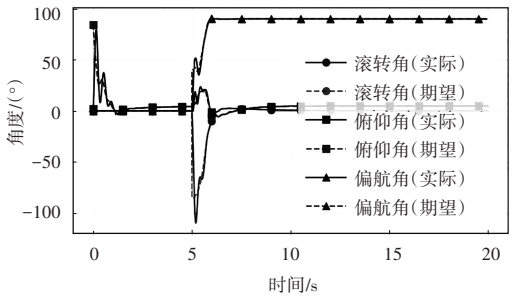
图 4　无人机轨迹跟踪

Fig. 4　UAV trajectory tracking

如图 5 所示,在初始加速及转弯机动阶段,实际速度均能快速且无超调地跟踪期望值。滚转角与俯仰角的调节时间均控制在 3~5 s 以内,稳态误差收敛于±5°之内。结果表明,所设计的控制器能够有效克服复杂的接触动力学扰动,保证依托飞行过程的运动稳定性。



(a) 速度大小跟踪



(b) 欧拉角跟踪(滚转/俯仰/偏航)

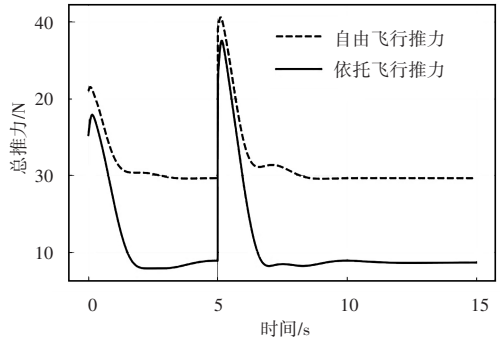
图 5　轨迹跟踪效果

Fig. 5　Trajectory tracking performance

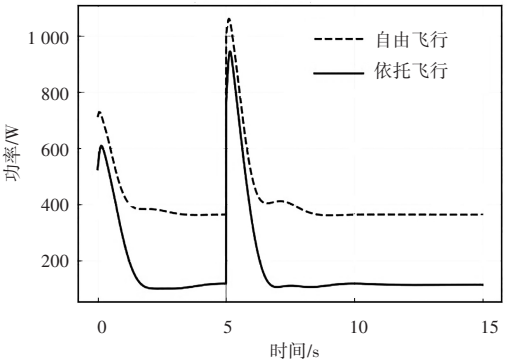
3.3　续航性能对比分析

本节对比测试无人机在自主飞行与依托护栏飞行两种模式下的性能,评估所提方法的续航提升效果。具体通过分析电机推力、功耗、累计能耗及电池 SOC 等数据,量化续航提升效果。

如图 6 所示,L 型轨迹跟踪任务中,依托护栏飞行模式将无人机稳态飞行的瞬时功率从自由飞行模式的 380 W 显著降低至 110 W,降幅达 71%。这一功率收益直接源于电机总推力的大幅下降,根据动量叶素理论,旋翼气动功率与推力的 1.5 次方成正比,因此推力降低直接导致了功率的显著下降。在 t = 5 s 的直角转弯机动段,两种模式均出现推力峰值。尽管依托模式需克服额外摩擦,其峰值推力仍低于自由飞行,表明机械依托在急转机动中未增加额外的动力负担。



(a) 电机总推力需求

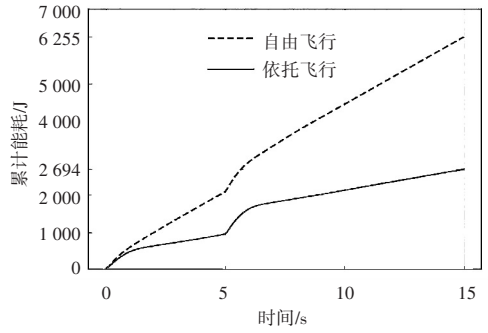


(b) 瞬时功率消耗对比

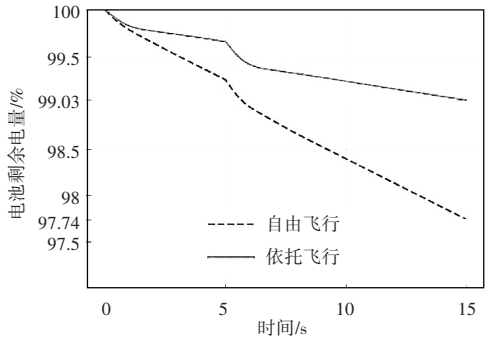
图 6　自由飞行与依托护栏飞行下推力与功率对比

Fig. 6　Comparison of thrust and power consumption between free flight and guardrail-supported flight

如图 7 所示,针对全长 90 m 的飞行任务,依托飞行模式的电池 SOC 下降速率显著放缓。全过程累计能耗仅为 2 700 J,相比自由飞行的 6 200 J,实现了约 56.9%的节能比例。该结果表明通过以机械支撑增补旋翼推力的有效性,能够有效突破现有四旋翼无人机在高速公路长距离飞行任务中的续航瓶颈。



(a) 累计能量消耗对比



(b) 电池 SOC 变化趋势

图 7　自主飞行与依托护栏飞行的能耗与 SOC 对比

Fig. 7　Comparison of energy consumption and SOC between free flight and guardrail-supported flight

3.4　环境适应性与参数敏感性分析

实际高速公路护栏物理特性存在差异,主要体现为摩擦系数 μ 的波动。为评估方案在非理想接触环境下的适用性,将 μ 设为[0.1,0.8],以模拟不同表面状况,系统性能变化如图 8 所示。

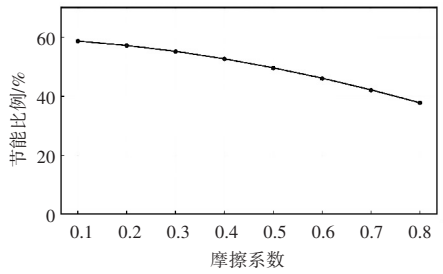


图 8　不同护栏下的节能表现

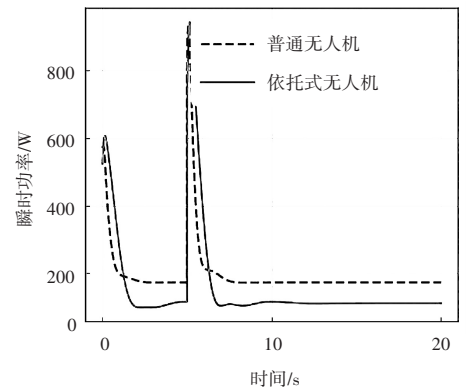
Fig. 8　Energy saving performance under different guardrail conditions

如图 8 可见,随着 μ 的增加,无人机在依托护栏飞行过程中需消耗更多的推力分量以克服摩擦阻力的增加,导致节能比例呈下降趋势。然而,即使在 $\mu = 0.8$ 的极端情况下,系统仍能保持 41.1%的节能比例,这表明该系统对非理想接触环境具有较高的鲁棒性。

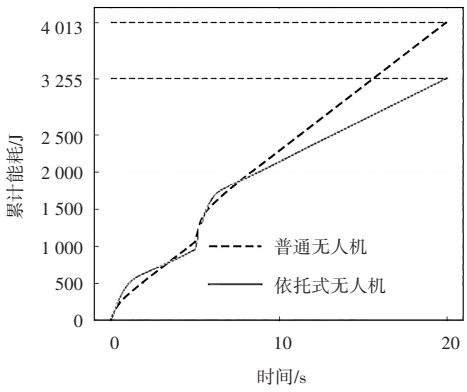
3.5　质量代价与净收益分析

本节对比质量为 2.0 kg 的依托式无人机(执行依托护栏飞行)与质量为 1.2 kg 的标准无人机(执行自由飞行)的能耗,仿真结果如图 9 所示。

结果表明,即使质量增加,依托护栏飞行相比标准自由飞行仍实现了 18.9%的净节能。这表明依托式无人机在提升续航方面的有效性。



(a) 瞬时功率对比



(b) 累计能耗对比

图 9　标准无人机与依托式无人机性能对比

Fig. 9　Performance comparison between the standard drone and the guardrail-supported drone

3.6　综合性能指标对比

如表 2 所示,现有主流续航提升技术应用于高速公路长距离飞行任务时,均面临特定瓶颈。例如,基于强化学习的轨迹优化[17],其瓶颈在于节能效果受物理规律限制,且对环境动态变化的适应性不足;燃料电池[15]与智能机巢[14]方案的根本局限在于高昂的成本或大规模基建需求;太阳能增程则因平台受光面积有限且依赖气象条件[16],难以保证稳定输出。本文所提依托式无人机方案的核心创新在于通过物理构型直接利用现有交通设施实现节能。仿真结果显示净节能比例可达约 18.9%。与现有技术相比,本方案无需额外基建投入,在节能效果与部署成本方面展现出综合优势,为高速公路场景的无人机续航问题提供了一种新颖且实用的解决方案。

表 2　依托式无人机与其他方法性能对比

Tab. 2　Performance comparison between the guardrail-supported UAV and other methods

方法	性能对比		
	增益	基础设施依赖	成本
强化学习	10%~25%	无	中
燃料电池	>300%	高	极高
太阳能增程	低	依赖天气	中
智能机巢	无限	极高	高
依托式无人机	18.9%	无	极低

4 结论

针对四旋翼无人机在高速公路长距离飞行任务中面临的续航瓶颈问题,本文提出了一种基于护栏交互的依托飞行新构型及其非线性控制策略。仿真结果表明,该构型通过物理支撑将稳态飞行功率降低了71%;在计入机构增重及摩擦损耗的实际情况下,仍能实现18.9%的净节能收益。本研究表明利用现有交通基础设施,在零基建成本前提下显著提升无人机续航能力的有效性与可行性。然而,当前研究尚未充分考虑风扰等复杂环境影响。未来工作将集中在实地测试和复杂曲率护栏下的自适应控制。

参考文献

[1]张全. 高速公路路基路面施工质量的影响因素及措施[J]. 工程建设, 2024, 7(6): 86-88.

[2] Mohamed M, Tran D Q. Content analysis of e-inspection implementation for highway infrastructure construction projects [J]. Engineering, Construction and Architectural Management, 2023, 30(7): 2621-2644.

[3]姚泽维. 高速公路机电系统的运维管理与优化策略[J]. 智能城市应用, 2025, 8(5): 13-16.

[4]Butilă E V, Boboc R G. Urban traffic monitoring and analysis using unmanned aerial vehicles (UAVs): A systematic literature review[J]. Remote Sensing, 2022, 14(3): 620.

[5] Villarino A, Valenzuela H, Antón N, et al. UAV applications for monitoring and management of civil infrastructures[J]. Infrastructures, 2025, 10(5): 106.

[6]刁含楼, 王锐, 吴岚, 等. 深度学习的无人机+5G公路巡检系统[J]. 计算机科学与应用, 2021, 11(6): 1763-1771.

[7]范文华, 刘英健, 鲍海铭, 等. 基于智能感知技术的新能源电站无人机全自主巡检技术[J]. 自动化技术与应用, 2025, 44(7): 61-65.

[8]张哲宇, 徐扬, 吴海涛, 等. 基于人工智能算法的RPA机器人视频巡检异常监测方法[J]. 自动化技术与应用, 2025, 44(12): 115-119.

[9]陈义友, 张建平, 邹翔, 等. 民用无人机交通管理体系架构及关键技术[J]. 科学技术与工程, 2021, 21(31): 13221-13237.

[10]俞炜平, 刘志鹏, 高亚洲, 等. 无人机实时动态精准定位技术研究[J]. 自动化技术与应用, 2024, 43(12): 51-54.

[11]王巧红, 张君, 王靖岚, 等. 无人机技术在水土保持监督管理中的应用[J]. 四川水利, 2021, 42(增刊2): 75-76.

[12]Li Y, Gao S, Liu X, et al. An efficient path planning method for the unmanned aerial vehicle in highway inspection scenarios [J]. Electronics, 2023, 12(20): 4200.

[13]陈岳飞, 王理, 李华, 等. 无人机性能检测方法研究[J]. 计量科学与技术, 2024, 68(3): 3-14.

[14]Kodeeswaran S, Elangova A. A comparative study of energy sources, docking stations and wireless charging technologies for certain quadrotor unmanned aerial vehicles [J]. Aerospace Science and Technology, 2025, 166: 110628.

[15]Farajollahi A H, Rostami M, Marefati M. A hybrid-electric propulsion system for an unmanned aerial vehicle based on proton exchange membrane fuel cell, battery, and electric motor[J]. Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects, 2022, 44(1): 934-950.

[16] Chu Y, Ho C, Lee Y, et al. Development of a solar-powered unmanned aerial vehicle for extended flight endurance [J]. Drones, 2021, 5(2): 44.

[17]Zhu B, Bedeer E, Nguyen H H, et al. UAV trajectory planning in wireless sensor networks for energy consumption minimization by deep reinforcement learning [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(9): 9540-9554.

[18]Lynch A, Duguid C, Buzzatto J, et al. A powerline inspection UAV equipped with dexterous, lockable gripping mechanisms for autonomous perching and contact rolling[C]//2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Yokohama, Japan: IEEE, 2024: 6206-6211.

[19]Goodman J R, Beckers T, Colombo L J. Geometric control for load transportation with quadrotor UAVs by elastic cables [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2023, 31(6): 2848-2862.

[20] Sumathy V, Ghose D. Quadrotor-based aerial manipulator robotics [J]. Journal of the Indian Institute of Science, 2025, 104(3):1-22.

[21] Majid A R A. Quadrotor UAV kinematics and dynamics: a comprehensive model with suggested control techniques [C]//2024 International Conference on Modeling, Simulation & Intelligent Computing (MoSICom). Atlanta: IEEE, 2024: 335-340.

[22] Meng X, He Y, Han J A. Physical interaction oriented aerial manipulators: Contact force control and implementation [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2024, 21(4): 4570-4582.

[23]Zhao C, Burlion L. Geometric model free trajectory tracking control on se(3)[J]. IFAC-PapersOnLine, 2022, 55(22): 387-393.

[24]Lee T, Leok M, Mcclamroch N H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) [C]//Proceedings of the 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC). New York: IEEE, 2010: 5420-5425.

[25] Guner F, Prasad J V R. Combined momentum theory and simple vortex theory inflow model for multirotor configurations[J]. Journal of the American Helicopter Society, 2022, 67(2): 1-15.

[26]Bachtiar M M, Ardilla F, Hasbi M F, et al. PID control system on brushless DC motor for quadcopter balance[J]. Inform, 2021, 6(2): 110-114.

[27]Monirul I M, Qiu L, Ruby R. Accurate state of charge estimation for UAV-centric lithium-ion batteries using customized unscented Kalman filter[J]. Journal of Energy Storage, 2025, 107: 114955.

[28]姚倩倩, 齐国元. 四旋翼无人机系统模型补偿最优控制[J]. 控制理论与应用, 2024, 41(11): 2061-2070.

[29]Fernando T, Chandiramani J, Lee T, et al. Robust adaptive geometric tracking controls on SO(3) with an application to the attitude dynamics of a quadrotor UAV[C]//2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC). Orlando: IEEE, 2011: 7380-7385.

[30] Kurbanov R, Zakharova N, Fokin A. Pre-flight Preparation of an Unmanned Aerial Vehicle DJI Phantom 4 Pro [C]//Agriculture Digitalization and Organic Production: Proceedings of the Second International Conference, ADOP 2022. Singapore: Springer Nature, 2022: 363-374.