[文章编号] 1003－4684(2026)02-0030-06

基于改进梯度优化算法的电力系统 PMU 优化配置

徐光辉[1,2]，肖 克[1]，汪繁荣[1,2]，王淑青[1,2]

(1 湖北工业大学电气与电子工程学院，湖北 武汉 430068;2 襄阳湖北工业大学产业研究院，湖北 襄阳 441100)

[摘 要] 相量测量单元能够快速准确地测量输电线路中的电压和电流，在电力系统中具有重要作用。针对 PMU 在数据采集过程中产生大量数据，容易造成堵塞以及节点配置不合理导致安装成本过高等问题，提出了一种基于改进梯度优化算法的 PMU 优化配置方法。在梯度优化算法的基础上增加最优邻域扰动策略，解决算法陷入局部最优和解的多样性不足的问题；采用非线性参数，替换固定参数避免算法早熟，以提高算法的收敛速度。最后，将提出的算法在电力系统 IEEE-14、30 和 57 节点上进行了测试。结果表明，在电力系统不可观深度为 0、1 和 2 的条件下，安装成本和数据流量指数随着不可观深度的增加而减少，验证了所提方法的可行性和有效性。

[关键词] 电力系统；相量测量单元；安装成本；数据流量指数；梯度优化算法

[中图分类号] TM715 [文献标识码] A

随着电力系统规模不断扩大，整个系统需要考虑的因素也随之增加。为了保障电力系统的安全性和稳定性，需要对其进行实时监控，相量测量单元(phase measurement unit，PMU)的出现能解决这一问题。根据基尔霍夫定律，若某个节点安装了 PMU，其相邻节点的电压也能被观测。因此，电力系统中的所有节点都安装 PMU 是不必要且不经济的。根据实际情况解决 PMU 最优配置问题具有十分重要的意义。

解决 PMU 最优配置问题的算法主要为数值算法和启发式算法[1]。闰玲玲等[2]提出了一种改进的 0－1 整数规划算法，需要计算邻接矩阵来对节点进行优先配置，在配置小型电力系统节点上有很好的实用性，但在大型电力系统节点上邻接矩阵计算复杂且算法收敛速度慢。MAJI T K 等[3]通过非线性惯性权重系数和改进阈值函数来提高改进二进制粒子群算法的搜索能力和收敛速度，但没有考虑安装成本等问题。孔祥玉等[4]提出了定制遗传算法来构建最大化可观测节点数量，虽然在配置时能确定 PMU 顺序，但没有考虑数据流量问题。YUVARAJU V 等[5]只考虑了在正常和零注入节点情况下的 PMU 安装成本和广域测量系统(wide area monitoring system，WAMS)下的数据流量。上述文献均没有考虑在不可观深度条件下的安装成本和数据流量。基于以上分析，本文提出基于改进梯度优化(improved gradient-based optimization，IGBO)算法来实现在不可观深度条件下安装成本和数据流量的 PMU 最优配置问题。首先，利用最优邻域扰动策略增强最优位置的邻域空间搜索，使算法更易跳出局部最优解；其次，通过非线性参数替换固定参数避免算法早熟，提高算法的收敛速度。采用基准函数仿真表明改进后的算法跳出局部最优的效果更显著且收敛能力也得到提升。最后，在考虑 PMU 安装成本和数据流量指数下，分别对电力系统不可观深度为 0、1 和 2 的 PMU 配置情况进行分析。算例结果表明，本文提出的方法可以有效减少 PMU 的安装成本和 WAMS 的数据流量指数。

1 模型介绍

1.1 电力系统不可观深度概念

在不含零注入节点的电力系统中，当某一节点配置了 PMU，则该节点为直接可观测节点；当某一节点的关联节点配置了 PMU，则该节点为间接可观测节点。不满足以上两种情况的节点称为不可观测节点。不可观测节点 i 到可观测节点的最短边的数目记为 η。电力系统中不可观测深度 η_s 为系统中所有节点 η 的最大值，由式(1)表示：

$$\eta_s = \max\{\eta_i\}_{i=1}^{n} \tag{1}$$

随着电力系统不可观深度的增大，节点估计的误差也越大。当电力系统中的不可观深度不大于 2

[收稿日期] 2023－05－20
[基金项目] 国家自然科学基金(61603127)
[第一作者] 徐光辉(1986－)，男，湖北随州人，湖北工业大学副教授，研究方向为复杂网络群集控制作。
[通信作者] 肖 克(1998－)，男，湖北天门人，湖北工业大学硕士研究生，研究方向为电力系统优化。

时，系统状态估计的结果与实际值比较接近。因此，本文对不可观深度分别为 0、1 和 2 的情况分别加以说明。

1.2　数据流量指数

流量数据指数是反映 PMU 在 WAMS 系统数据传输过程中产生的总流量。在计算流量数据指数时，需要计算安装 PMU 节点集合中各节点到控制中心的最短距离。本文假定节点之间的传输线路长度是等距的，在相连接节点图中的权重为 1。Dijkstra 算法采用贪心算法的策略计算一个节点到其余各个节点的最短路径，它能解决有权图中的最短路径问题。因此，通过 Dijkstra 算法可求出各个节点之间的最短距离。

对于有“k”个分支数配置在节点 i 上的 PMU，以每秒 kB 进行链路测量（kilo-Byte-link per second，kBlps）所产生的数据流量指数 g_i[6] 由公式(2)表示为：

$$g_i = \sum_{i \in U} D_i P_i^c \tag{2}$$

式中：U 为安装 PMU 所有节点的集合；D_i 为节点 i 数据流量的大小；P_i^c 是节点 i 到控制中心节点 c 的最短距离。

$$D_i = [(k+1) * p] * F_s \tag{3}$$

式中：p 为一个相量数据单元的大小（kB）；F_s 为帧每秒（frames per second，fps）。

1.3　PMU 安装成本和最优配置模型

PMU 安装成本受软件成本、光纤通道、PMU 设备和互感器[7]等因素影响。为了考虑与测量通道数量相关联的可变成本，通过引入安装成本说明节点的安装成本。各个节点的安装成本构成了安装成本矩阵。安装成本矩阵规则如下：

规则一：PMU 安装总线的基本安装成本为 1 p.u.。

规则二：每增加一个与 PMU 总线相连的设备，安装成本增加 0.1 p.u.。

在不可观深度为 0、1 和 2 的条件下，要使 PMU 总的安装成本最小，则含 n 个节点的电力系统 PMU 配置模型的目标函数如式(4)所示：

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{n} I_i x_i \tag{4}$$

式中：I_i 为节点 i 的安装成本；$f(x)$ 表示 n 个节点所安装 PMU 的成本；x_i 是一个二进制数，表示节点 i 是否安装了 PMU，若节点 i 安装了 PMU，则为 1，否则为 0。

电力系统是否可观由以下条件来判断。若某节点安装了 PMU，其电压和相邻节点的电流都能被测量，通过欧姆定律，相邻节点的电压也能被测量；若已知支路两端节点电压，则该支路电流能被虚拟测量。为了保证电力系统在不可观深度 η 条件下可观，则 PMU 配置的约束条件为

$$A_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Dijkstra}|i-j| \leqslant \eta+1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{5}$$

$$AX \geqslant \boldsymbol{b} \tag{6}$$

式中：$X=(x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$ 表示相应节点 PMU 的配置情况；$A_{n\times n}$ 表示节点连接矩阵；Dijkstra$|i-j|$ 表示节点 i 到节点 j 的最短距离。式(6)表示在不可观深度 η 条件下，保证每个节点都是可观测的，式中 $\boldsymbol{b}$ 为 n 维的单位列向量。

2　改进梯度优化算法

PMU 利用 WAMS 的功能进行在线分析，在配电网诊断和保护方面有着广泛的应用[8]。由于 PMU 及其附件的价格问题，在配置中很难保证所有节点都安装 PMU。为了控制安装成本和防止采集数据量过大而导致堵塞，本文在不可观深度的条件下，利用改进梯度优化算法配置 PMU，保证安装成本和数据流量指数最优。

2.1　梯度优化算法

梯度优化算法（gradient-based optimizer，GBO）是 Ahmadianfar I 等在 2020 年首次提出的一种启发式优化算法。GBO 通过牛顿方法指定搜索方向，主要利用梯度搜索规则和局部转义算子这两个算子来探索搜索域[9]。在 PMU 最优配置问题上，特别是在大型的电力系统中，传统的智能优化算法易陷入局部最优解。与传统的智能优化算法相比，GBO 算法由于局部转义算子的存在，有一定的概率跳出局部最优。因此，GBO 在解决 PMU 最优配置问题上比其他优化算法有一定优势。

2.2　改进梯度优化算法

虽然 GBO 具有较好的性能，但还是存在容易陷入局部最优解和收敛性过慢等问题。因此需要对 GBO 进行改进，使得改进后的算法更加适用于对 PMU 最优配置问题的求解。

GBO 在每次迭代过程进行全局位置更新时，搜索空间内的所有个体都会朝着当前最优的位置更新，然而当前最优位置可能不是全局最优位置，这就导致算法陷入局部解。因此，在全局位置更新时需对最优位置进行扰动来增强对邻域空间的搜索，使算法有机会跳出局部最优[10]。最优邻域扰动公式如下：

$$x_{\text{best1}} = \begin{cases} x_{\text{best}} + 0.5 * \text{rand}_1 * x_{\text{best}} & \text{rand}_2 \geqslant 0.5 \\ x_{\text{best}} & \text{rand}_2 < 0.5 \end{cases} \tag{7}$$

式中：x_{best1} 为生成的新位置；x_{best} 为全局更新时的最

优位置；$rand_1$ 和 $rand_2$ 为[0,1]的随机数。

在算法的搜索过程中，全局搜索和局部搜索在迭代中是同时实现的。在 GBO 中，引入了一个由固定参数 pr 决定的局部转义算子。这意味着在整个迭代过程中，局部转义算子执行的概率不变。为避免算法在早期阶段陷入局部最优并提高算法的收敛速度[11]，本文采用非线性参数代替原来的固定参数，该表达式为

$$pr=\begin{cases}\text{rand}*\cos^2(t/T) & \cos^2(t/T)\geqslant 0.5\\ (0.5+\text{rand})*\cos^2(t/T) & \cos^2(t/T)<0.5\end{cases} \tag{8}$$

式中：$rand$ 为[0,1]区间内的随机数；t 和 T 分别为当前迭代次数和最大迭代次数。

在总体趋势上，非线性参数随着迭代次数的增加而减小。而在非线性参数中增加了随机值，使整体参数在下降过程中偶尔存在波动，让算法在迭代早期以较大的概率执行局部转义算子，后期以较小的概率执行局部转义算子，从而加快了算法的收敛速度。与原始 pr 相比，非线性参数更有利于全局和局部搜索平衡。

通过两个单峰、两个多峰和两个固定维测试函数来验证改进算法的性能，测试函数如表 1 所示。为了保证算法的公平性，所有算法均采用相同的维数、最大迭代次数和种群数量，所有测试函数运行 30 次。表 2 为 GWO、PSO、GBO 和 IGBO 的收敛结果的比较。从表 2 可以看出，GBO 在改进后稳定性和寻优性能均有一定的提升。

表 1 测试函数

函数名	搜索范围	最优值
Quartic(f_1)	$x_i\in[-1.28,1.28]$	0
Sphere(f_2)	$x_i\in[-100,100]$	0
Rastrigin(f_3)	$x_i\in[-5.12,5.12]$	0
Ackley(f_4)	$x_i\in[-32,32]$	0
Hartman 3(f_5)	$x_i\in[0,1]$	−3.86
Langermann 10(f_6)	$x_i\in[0,10]$	−10.5364

表 2 测试函数的统计数据

f	指数	GWO	PSO	GBO	IGBO
f_1	平均数	4.21×10^{-5}	7.86×10^{-2}	5.92×10^{-6}	4.92×10^{-6}
	标准差	2.42×10^{-5}	2.63×10^{-2}	5.96×10^{-6}	4.61×10^{-6}
f_2	平均数	4.14×10^{-118}	1.51×10^{-1}	0	0
	标准差	6.31×10^{-118}	2.02×10^{-1}	0	0
f_3	平均数	5.86×10^{-13}	6.45×10^{1}	1.07×10^{-6}	0
	标准差	4.73×10^{-11}	1.67×10^{1}	2.26×10^{-7}	0
f_4	平均数	4.03×10^{-4}	4.03×10^{-4}	3.81×10^{-4}	0
	标准差	2.73×10^{-4}	2.86×10^{-4}	0	0
f_5	平均数	−3.86	−3.86	−3.86	−3.86
	标准差	2.07×10^{-3}	3.10×10^{-15}	0	0
f_6	平均数	−10.53	−9.54	−10.13	−10.53
	标准差	-1.71×10^{-2}	2.41	1.52	-4.531×10^{-4}

IGBO 在满足约束条件下可以找到多组可行解的集合，增加了配置的多样性，能够找到最优安装成本和数据流量指数的配置方案。图 1 是 IGBO 算法的流程图。

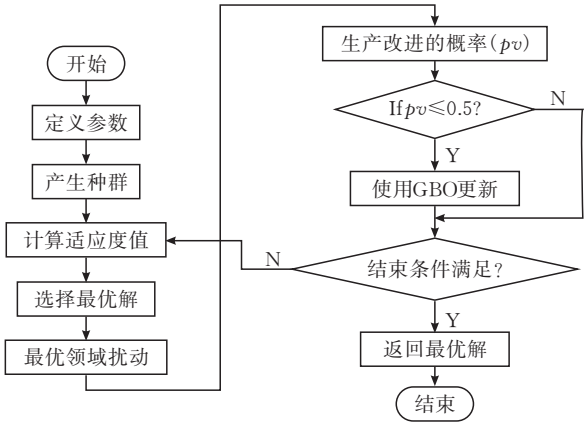

图 1 IGBO 算法的流程

3 算例分析

利用 IGBO 在 MATLAB 上对 IEEE-14、30 和 57 节点系统分别进行仿真。该算法在运行时具有随机性，因此能得出多种可行解的集合。通过安装成本和数据流量指数来筛选出最优的控制中心和最优解的集合。在配置过程中，安装成本指数最小和流量数据指数最小有时并不能在 PMU 配置时同时满足，因此本文优先考虑安装成本。

3.1 IEEE-14 节点的 PMU 配置说明

图 2 所示为 IEEE-14 节点系统。

根据安装成本规则，IEEE-14 节点系统的安装成本矩阵可以写为 I=[1.1 1.3 1.1 1.4 1.3 1.3 1.2 1 1.3 1.1 1.1 1.1 1.2 1.1]。表 3 给出了 IEEE-14 节点在不可观深度为 0、1 和 2 下的配置结果。其中，不可观深度为 0 时，配置节点集合为 2、8、10 和 13 的

安装总成本为 $I_2+I_8+I_{10}+I_{13}=4.6$ p.u.。当节点 9 作为系统的控制中心时，最小数据流量指数为 25 pFskBlps。不可观深度为 1 时，PMU 配置位置集合为节点 4，11 或 4，12，控制中心为节点 5 有最优的安装成本和数据流量指数。不可观深度为 2 时，PMU 配置位置集合为节点 10 或 11，有最低的安装成本指数 1.1 p.u.和最低的数据流量指数 3 pFskBlps。图 3 给出了 IEEE-14 节点系统在不同不可观深度下的安装成本。

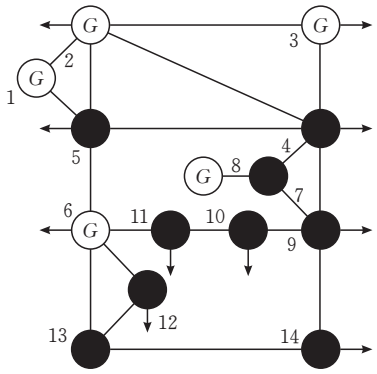

图 2　IEEE-14 节点系统

表 3　IEEE-14 节点在不可观深度为 0、1 和 2 下的 PMU 配置结果

不可观深度	PMU 位置	各个控制中心的数据流量指数(pFskBlps)														安装成本
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	(p.u.)
不可观深度为 0	2,8,10,13	37	32	36	27	28	28	30	42	25	36	34	38	36	31	4.6
不可观深度为 1	4,11	21	15	18	15	12	15	15	24	12	15	21	24	24	21	2.5
不可观深度为 1	4,12	21	15	18	15	12	15	18	21	15	21	24	21	21	18	2.5
不可观深度为 2	10	12	9	9	6	9	6	6	9	3	3	3	9	9	6	1.1
不可观深度为 2	11	9	9	12	9	5	3	9	12	6	3	3	12	6	9	1.1

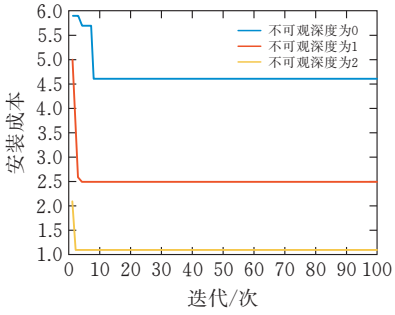

图 3　IEEE-14 节点系统的安装成本

3.2　IEEE-30 和 57 节点的 PMU 配置说明

为了解决 PMU 最优配置问题，本文在 IEEE-14 节点系统中进行了详细阐述。为避免重复性步骤，本文在表 4 和表 5 中分别展示了 IEEE-30 和 57 节点系统在不可观深度为 0、1 和 2 下的 PMU 最优配置安装成本和流量数据指数。图 4 和图 5 分别给出了 IEEE-30 和 57 节点系统在不同不可观深度下的安装成本。

表 4　IEEE-30 节点在不可观深度为 0、1 和 2 下的 PMU 配置结果

不可观深度	PMU 位置	控制中心位置	数据流量指数(pFskBlps)	安装成本(p.u.)
不可观深度为 0	1,7,8,10,11,12,19,23,26,30	6	73	11.5
不可观深度为 1	6,15,25	4	34	4.1
不可观深度为 2	8,23	10	15	2.2

表 5　IEEE-57 节点在不可观深度为 0、1 和 2 下的 PMU 配置结果

不可观深度	PMU 位置	控制中心位置	数据流量指数(pFskBlps)	安装成本(p.u.)
不可观深度为 0	2,6,12,14,19,22,25,27,32,36,39,41,45,47,50,52,55	49	213	19.8
不可观深度为 1	3,10,21,26,32,48,52,56	13	122	9.4
不可观深度为 2	2,11,22,33,52	13	63	5.7

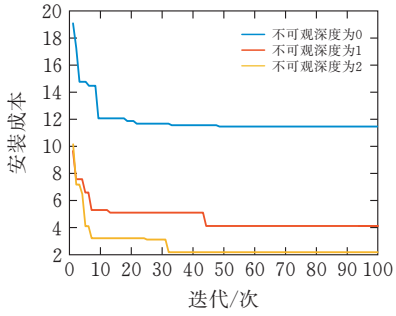

图 4　IEEE-30 节点系统的安装成本

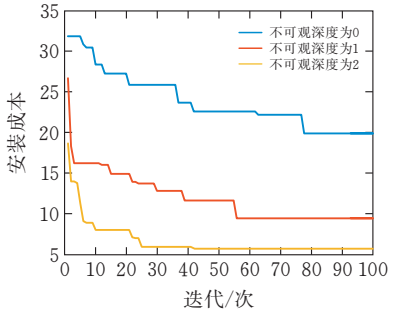

图 5　IEEE-57 节点系统的安装成本

结果表明，当确定最优 PMU 位置时，就能确定最小安装成本；当确定最小安装成本后，通过穷举各个节点在控制中心的情况，就能确定数据流量指数的最小值。在同一节点系统中，随着不可观测深度的增加，需要配置的 PMU 数量越少，安装成本和数据流量指数也越低。

3.3 在不可观深度为 0 时的数据流量和安装成本指数比较

图 6 展示了在不可观深度为 0 下的数据流量指数与文献[12]和[13]的对比。

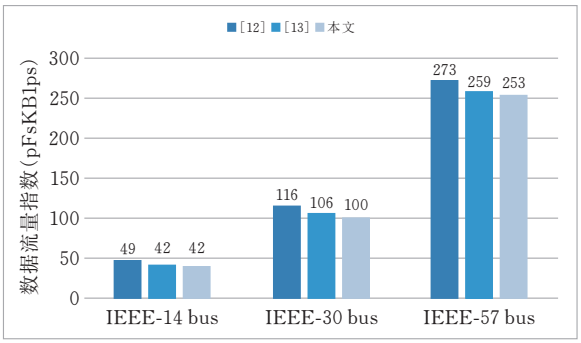

图 6 数据流量指数比较

从图 6 可以看出，当控制中心为节点 8，IEEE-14、30 和 57 节点系统的数据流量指数分别为 42、100 和 253 pFskBlps，与文献相比，数据流量有一定程度的减少，对通道堵塞有一定的缓解作用。

图 7 展示了在不可观深度为 0 下安装成本与文献[13]和[5]的对比。

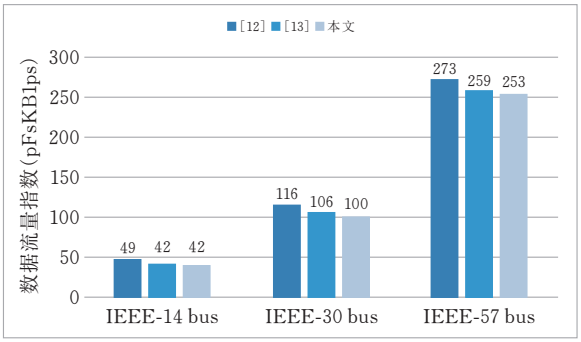

图 7 安装成本比较

从图 7 可以看到，本文 IEEE-14、30 和 57 节点安装成本分别为 4.6、11.5 和 19.8 p.u.，安装成本有一定程度的减少。

3.4 文献对比

本文讨论的内容和现有工作的比较分析见表 6。现有文献大多只讨论系统不可观深度为 0 的情况。本文方法处理了不可观深度为 0、1 和 2 时的系统安装成本和数据流量指数。对所选的 PMU 集进行安装成本分析，从而确定合适的 PMU 集；对所有可能存在的控制中心处进行数据流量分析，从而确定最佳控制中心。

表 6 本文讨论的重要概念与已有工作的比较

方法	不可观深度为 0	不可观深度为 1 和 2	数据流量指数	安装成本指数	所有控制中心的流量分析
[14]	√	×	×	×	×
[12]	√	×	√	√	×
[5]	√	×	√	√	√
本文	√	√	√	√	√

4 结论

随着电力系统的快速发展，系统结构日趋复杂，这增加了 PMU 配置的数量和系统的安装成本。PMU 具有较高的采样率，采样时会产生大量的流量数据。在计算数据流量指数时，使用 Dijkstra 算法计算 PMU 到控制中心的最短距离。本文在考虑安装成本和流量数据指数最优的条件下，确定了 PMU 的最优配置集。在六个经典测试函数上进行了测试，说明 IGBO 算法能有效地加快收敛速度和跳出局部最优。IGBO 在 IEEE-14、30 和 57 节点系统的不可观深度为 0、1 和 2 三种情况下分别进行了测试。仿真结果表明，随着不可观深度的增加，所需配置 PMU 数量、安装成本和数据流量指数均减少，同时说明该算法对于解决考虑安装成本和数据流量指数的 PMU 最优配置问题是可行的。

本文可能得到安装成本费用和数据流量指数相同但配置节点位置不同的情况。在配置 PMU 位置时，还应该根据现有条件进行约束；在电力系统中，输电线路的长度很难做到都是等距的。

[参 考 文 献]

[1] CHAKRABARTI S, KYRIAKIDES E. Optimal placement of phasor measurement units for power system observability[J]. IEEE Transactions on Power System, 2008, 23(03):1433-1440.

[2] 闰玲玲，刘中印，艾永乐，等. 基于 0-1 整数规划算法的 PMU 量测点优化配置新方法[J]. 电力系统保护与控制，2017，45(12):101-106.

[3] MAJI T K, ACHARJEE P. Multiple solutions of optimal PMU placement using exponential binary PSO algorithm for Smart Grid applications[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2017, 53(03):2500-2559.

[4] 孔祥玉，王玉婷，袁枭枭，等. 基于定制遗传算法考虑配电网多种拓扑可观性的 PMU 优化配置[J]. 电力自动化设备，2020，40(01):66-72.

[5] YUVARAJU V, THANGAVEL S. Optimal phasor measurement unit placement for power system observability using teaching-learning based optimization[J]. International Journal of Electrical Power & Energy

Systems, 2021, 137:107775.

[6] GADDE P, BISWAL M, BRAHMA S, et al. Efficient compression of PMU data in WAMS[J]. IEEE Trans Smart Grid, 2016, 7(05):2406-2413.

[7] MAJI T K, ACHARJEE P. An Operational-based Techno-economic PMU installation approach using grey wolf optimization algorithm (GWOA)[J]. IET Generation Transmission & Distribution, 2020, 14(01):70-78.

[8] 王继豪, 裴茂林, 熊茹, 等. 同步相量测量技术在配电网中的应用[J]. 电测与仪表, 2017, 54(17):1-6.

[9] AHMADIANFAR I, BOZORG-HADDAD O, CHU X. Gradient-based optimizer: a new metaheuristic optimization algorithm[J]. Information Sciences, 2020, 540:131-159.

[10] 李彦苍, 卜英乔, 朱海涛, 等. 融合最优邻域扰动和反向学习策略的蝴蝶优化算法[J]. 中国科技论文, 2021, 16(11):1181-1188.

[11] LEI L, ZHOU Y, HUANG H, et al. Extreme learning machine using improved gradient-based optimizer for dam seepage prediction[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2022:1-20.

[12] M H F WEN, V O K LI. Optimal phasor data compression unit installation for wide-area measurement systems-an integer linear programming approach[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2016, 7(06):2644-2653.

[13] DEVI M M, GEETHANJALI M. Hybrid of Genetic Algorithm and Minimum Spanning Tree method for optimal PMU placements[J]. Measurement, 2020, 154:107476.

[14] ABDELSALAM AA, HASSANIN KM, ABDELAZIZ AY, et, al. Optimal PMUs placement considering ZIBs and single line and PMUs outages[J]. AIMS Energy, 2020, 8(01):122-141.

Optimization of PMUs in Power System Based on Improved Gradient Optimization Algorithm

XU Guanghui[1,2], XIAO Ke[1], WANG Fanrong[1,2], WANG Shuqing[1,2]

(1 *School of Electrical & Electronic Engin., Hubei Univ. of Tech., Wuhan* 430068, *China*;
2 *Xiangyang Industrial Institute of Hubei Univ. of Tech., Xiangyang* 441100, *China*)

Abstract: The phase measurement unit (PMU) plays a critical role in the power system by providing fast and accurate measurements of voltage and current in transmission lines. However, the data collection process of PMUs can lead to issues such as congestion and high installation costs due to improper node placement. To address these issues, a PMU optimization configuration method based on an improved gradient-based optimizer (IGBO) was proposed. The IGBO method addresses the problems of local optima and insufficient diversity of solutions by adding an optimal neighborhood perturbation strategy to the gradient-based optimizer. Nonlinear parameters were used instead of fixed parameters to avoid premature convergence and improve the convergence speed of the algorithm. The proposed algorithm is tested on IEEE 14, 30, and 57 node power systems. The results show that the installation cost and data flow index decrease with the increase of the unobtrusivity depth when the unobtrusivity depth is 0, 1 and 2, which verifies the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: power system; phasor measurement units; installation cost; data traffic index; gradient-based optimizer

[责任编校: 赵　瞳]