

引用格式:杨卫星,蒙财谊. 带有二次函数形式佣金率与保留价的密封拍卖问题研究[J]. 北京化工大学学报(自然科学版), 2026, 53(4): 125-130.

YANG WeiXing, MENG CaiYi. An auction model with reserve price and commission rate in the form of a quadratic function [J]. Journal of Beijing University of Chemical Technology (Natural Science), 2026, 53(4): 125-130.

带有二次函数形式佣金率与保留价的密封拍卖问题研究

杨卫星 蒙财谊

(北京化工大学 数理学院, 北京 100029)

摘 要: 提出一个新的拍卖模型,该模型带有二次函数形式的佣金率。基于经典的一级价格密封拍卖和二级价格密封拍卖模式,首先求出一般分布下投标者的均衡报价策略;分别计算了两种拍卖模式下投标者和卖者的预期收益;进一步考查了佣金率系数和保留价对最低估价、均衡报价策略、投标者以及卖者预期收益的影响。研究结果表明,在经典的一价和二价拍卖模式中,佣金系数和保留价对投标者的均衡报价和卖者的期望收益有相同的影响;另外,投标者在一级价格拍卖中的期望收益大于二级价格拍卖,因此投标者更愿意选择一级价格拍卖。所提出的二次函数形式的佣金率既符合拍卖的实际要求,又突破了现有的拍卖文献对佣金率的限制,具有一定的理论研究价值。

关键词: 佣金率; 保留价; 密封式拍卖; 投标策略; 预期收益

中图分类号: F724. 59 **DOI:** 10. 13543/j. bhhxbzr. 2026. 04. 014

引 言

拍卖是一种古老的贸易形式,被用来拍卖的物品各式各样,涵盖日用品、证券、古董文物以及不动产等。在很多领域中,拍卖都被当做一种有效的交易方式,用来提高资源配置的效率和公平性。

在拍卖理论的相关研究中,有关佣金率的讨论并不多。刘树林等^[1]讨论了一个密封式拍卖模型,该模型同时含有佣金率和保留价,作者进一步考察了佣金率系数以及保留价对投标者的均衡报价、卖者的最优保留价和拍卖行最优佣金率的影响。王明喜等^[2]通过引进佣金率和保留价,讨论了一级和二级密封拍卖,探讨了投标者、卖方和拍卖行三者之间的博弈,并给出了卖者最优保留价的表达式。杨卫星^[3]建立了一个带有反比佣金率 $c = 1/(kb)$ 和

保留价的拍卖模型,求出了投标策略以及卖者、拍卖行和投标者的期望收益,并考察了佣金率系数和保留价对投标策略和拍卖参与各方的影响;该文献突破了传统文献中常数佣金率的限制,提出了函数形式的佣金率。

杨兴丽等^[4]研究了固定一口价、临时一口价和持久一口价 3 种拍卖形式,求得了 3 种不同的一口价拍卖方式中卖家的期望收益,并进行了比较分析。冉茂盛等^[5]运用博弈理论讨论了卖方的最优保留价和最优一口价,得出卖方可以在考虑佣金率的情况下增加其收益。由于网络的快速发展,关于网络拍卖的研究也越来越多。韩帅等^[6]分别从 Generalized - Second - Price (GSP) 机制和 Vickrey - Clarke - Groves (VCG) 机制两个角度研究搜索引擎的收益,并引入广告主信誉度进行灵敏度分析,得到了考虑信誉度时搜索引擎的收益比不考虑信誉度时有所降低,并且广告点击量的变化会引起搜索引擎最大收益的变化。

近年来,网上一口价拍卖获得了很多关注。赵凤荣等^[7]在考虑佣金率与罚金的基础上,通过纳什均衡得到了竞拍者的最优报价策略,并研究了卖方

收稿日期:2024-09-19

基金项目:北京市高教学会数学研究分会 2022 年教改项目 (SXJC-2022-008)

第一作者:女,1978 年生,副教授

E-mail: yangwx@mail. buct. edu. cn

最优一口价和保留价策略、拍卖平台的最优佣金率和系统的最优罚金策略。陈邵刚等^[8]引入时间变量,以非齐次泊松过程近似拍卖者的到达过程,并考虑投标者和拍卖商的收益最大化。王利辉^[9]通过设计企业的激励机制,用竞拍形式完成对员工任务的定价,以实现员工和任务的适配性,生成劳动价值。

然而以上拍卖理论考虑佣金率时往往只考虑常数佣金率 c ,并没有对 c 的变化形式进行讨论。为了丰富和完善拍卖理论,使得拍卖平台能有更多的选择,本文提出一种全新的佣金率形式,即带有二次函数形式的佣金率 $c = k_0 - k_1b - k_2b^2$ (其中 k_0, k_1, k_2 均大于0)。该佣金率的设计与现有文献中的形式相比较为新颖,并且也符合拍卖法对拍卖佣金的要求。分别研究了一级价格密封式拍卖和二级价格密封式拍卖的均衡报价、卖者的期望收益和投标者的期望收益,并且探讨了佣金系数和保留价系数对拍卖结果的影响,进行了一系列的比较静态分析。

1 模型与假设

假设一共有 n 个投标者参与拍卖,投标者的估价是独立同分布的,均服从区间 $[\underline{v}, \bar{v}]$ 上的分布函数 $F(v)$,密度函数 $f(v)$ 是正的且连续可微的,并且每个投标者 i 只知道自己对拍品的估价为 v_i 。

根据拍卖的实际意义,拍卖行设定一个佣金率 $c = k_0 - k_1b - k_2b^2$,其中 k_0, k_1, k_2 均大于0, $b \geq 0$, b 表示报价。设卖方的保留价为 r ,最低估价 v_1 满足 $b(v_1) = r$,且 v_1 满足收益函数 $\pi(v_1, b(v_1)) = 0$ 。故有

$$v_1 - b(v_1)(1 + k_0 - k_1b(v_1) - k_2b^2(v_1)) = 0$$

可得

$$v_1 = b(v_1)(1 + k_0 - k_1b(v_1) - k_2b^2(v_1)) = (1 +$$

$$k_0)r - k_1r^2 - k_2r^3$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial k_0} = r > 0, \quad \frac{\partial v_1}{\partial k_1} = -r^2 < 0, \quad \frac{\partial v_1}{\partial k_2} = -r^3 < 0$$

$$\frac{\partial v_1}{\partial r} = 1 + k_0 - 2k_1r - 3k_2r^2$$

$$\text{令 } \frac{\partial v_1}{\partial r} = 0, \text{ 解得 } r = \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}, \text{ 因}$$

此当 $r \in \left(0, \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}\right)$ 时, v_1 与 r 成正比

比,当 $r > \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}$ 时, v_1 与 r 成反比。

并且 v_1 与 k_0 成正比,与 k_1, k_2 成反比。其中当 $v < v_1$ 时,投标者将不参与拍卖,此时 $b(v) = 0$ 。

本文中的卖者和投标者都是风险中性的,他们的目标都是实现期望收益最大化。在本文中,一级价格密封拍卖中投标者的均衡报价策略和卖者的期望收益分别由 $b_1(v)$ 和 R_1^s 表示,二级价格密封拍卖则对应由 $b_2(v)$ 和 R_2^s 表示。

2 投标者的投标策略

2.1 一级价格密封式拍卖

对于某投标者的私人估价为 v 但其报价为 B ,且该投标者的投标函数为 $b_1(v)$,则该投标者的预期收益为

$$\pi(v, B) = [v - (G(B))B]F^{n-1}(b_1^{-1}(B)) \quad (1)$$

式中, $G(B) = 1 + k_0 - k_1B - k_2B^2$ 。

根据对称的贝叶斯-纳什均衡,当 $B = b_1(v)$ 时投标者的预期收益最大,故有

$$\left. \frac{\partial \pi(v, B)}{\partial B} \right|_{B=b_1(v)} = 0 \quad (2)$$

根据包络定理,在最优解处满足一阶条件,由式(1)、(2)可得

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \pi(v, B)}{\partial v} \right|_{B=b_1(v)} &= \left. \frac{\partial \pi(v, B)}{\partial v} \right|_{B=b_1(v)} + \\ \left. \frac{\partial \pi(v, B)}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial v} \right|_{B=b_1(v)} &= \left. \frac{\partial \pi(v, B)}{\partial v} \right|_{B=b_1(v)} = \\ F^{n-1}(b_1^{-1}(B)) \Big|_{B=b_1(v)} &= F^{n-1}(v) \end{aligned} \quad (3)$$

对式(3)两边同时积分有

$$\pi(v, b_1(v)) - \pi(v_1, b_1(v_1)) = \int_{v_1}^v F^{n-1}(x) dx$$

$v \geq v_1$

又因为

$$\pi(v, b_1(v_1)) = 0$$

$$\pi(v, b_1(v)) = [v - (1 + k_0 - k_1b_1(v) -$$

$$k_2b_1^2(v))b_1(v)]F^{n-1}(v)$$

可得

$$[v - (1 + k_0 - k_1b_1(v) - k_2b_1^2(v))b_1(v)]F^{n-1}(v) =$$

$$\int_{v_1}^v F^{n-1}(x) dx$$

解得

$$G(b_1(v))b_1(v) = v - \frac{\int_{v_1}^v F^{n-1}(x) dx}{F^{n-1}(v)} \quad (4)$$

结论1 在本文的模型假设下,一级价格密封式拍卖的均衡投标策略 $b_1(v)$ 可由式(4)得到,其中 $v \geq v_1$ 。

由式(4)可得

$$(1+k_0) \frac{\partial b_1(v)}{\partial r} - 2k_1 b_1(v) \frac{\partial b_1(v)}{\partial r} - 3k_2 b_1^2(v) \cdot$$

$$\frac{\partial b_1(v)}{\partial r} = v_1' \frac{F^{n-1}(v_1)}{F^{n-1}(v)}$$

故

$$\frac{\partial b_1(v)}{\partial r} = \frac{v_1'}{(1+k_0) - 2k_1 b_1(v) - 3k_2 b_1^2(v)}.$$

$$\frac{F^{n-1}(v_1)}{F^{n-1}(v)}$$

又 $\frac{F^{n-1}(v_1)}{F^{n-1}(v)} > 0$, 故 只 需 讨 论

$$\frac{v_1'}{(1+k_0) - 2k_1 b_1(v) - 3k_2 b_1^2(v)}$$
 的符号。

计算可得 $v_1' = (1+k_0) - 2k_1 r - 3k_2 r^2$, 为方便讨论, 设 $G(x) = (1+k_0) - 2k_1 x - 3k_2 x^2$, 且 $G'(x) < 0$, 其中 $x > 0$ 时仅存在一个零点 x_0 。当 $\frac{\partial b_1(v)}{\partial r} \geq 0$ 时, 有 $G(r)$ 和 $G(b_1(v))$ 在 x_0 同侧, 此时当 r 取任意值都可存在对应的 $b_1(v)$ 使得 $b_1(v) \geq r$ 且 $G(r) - G(b_1(v)) \geq 0$ 成立。当 $\frac{\partial b_1(v)}{\partial r} < 0$ 时, 有 $G(r)$ 和 $G(b_1(v))$ 在 x_0 异侧, 只有当 $r \in (0, x_0)$ 时, $b_1(v)$ 可在 $(x_0, +\infty)$ 成立, 满足 $b_1(v) \geq r$ 且 $G(r) - G(b_1(v)) \geq 0$ 。

因此要想使得对任意 r 均可存在上述结论, 当且仅当 $\frac{\partial b_1(v)}{\partial r} \geq 0$ 。此时均衡报价与保留价 r 成正比。

将式(4)中的 $b_1(v)$ 分别对 k_0, k_1, k_2 求偏导。

$$\frac{\partial b_1(v)}{\partial k_0} = \frac{r \frac{F^{n-1}(v_1)}{F^{n-1}(v)} - b_1(v)}{(1+k_0) - 2k_1 b_1(v) - 3k_2 b_1^2(v)}$$

可得当 $0 < k_0 < 2k_1 b_1(v) + 3k_2 b_1^2(v) - 1$ 时, 均衡报价与 k_0 成正比; 当 $k_0 > 2k_1 b_1(v) + 3k_2 b_1^2(v) - 1$ 时, 均衡报价与 k_0 成反比。

同理

$$\frac{\partial b_1(v)}{\partial k_1} = \frac{b_1^2(v) - r^2 \frac{F^{n-1}(v_1)}{F^{n-1}(v)}}{(1+k_0) - 2k_1 b_1(v) - 3k_2 b_1^2(v)}$$

可得当 $0 < k_1 < \frac{(1+k_0) - 3k_2 b_1^2(v)}{2b_1(v)}$ 时, 均衡报

价与 k_1 成正比; 当 $k_1 > \frac{(1+k_0) - 3k_2 b_1^2(v)}{2b_1(v)}$ 时, 均衡

报价与 k_1 成反比。类似计算推出

$$\frac{\partial b_1(v)}{\partial k_2} = \frac{b_1^3(v) - r^3 \frac{F^{n-1}(v_1)}{F^{n-1}(v)}}{(1+k_0) - 2k_1 b_1(v) - 3k_2 b_1^2(v)}$$

可得当 $0 < k_2 < \frac{(1+k_0) - 2k_1 b_1(v)}{3b_1^2(v)}$ 时, 均衡报

价与 k_2 成正比; 当 $k_2 > \frac{(1+k_0) - 2k_1 b_1(v)}{3b_1^2(v)}$ 时, 均衡

报价与 k_2 成反比。

2.2 二级价格密封式拍卖

设投标者的投标函数为 $b_2(v)$, 如果某投标者的私人估价为 v 但其报价为 $b_2(t)$ (其中 $t \neq v$), 则该投标者的预期收益为

$$\pi = \int_v^v [v - G(b_2(y))b_2(y)] dF^{n-1}(y) \quad (5)$$

根据一阶必要条件和包络定理, 可得

$$[v - (1+k_0 - k_1 b_2(v) - k_2 b_2^2(v))b_2(v)] \cdot$$

$$[F^{n-1}(v)]' = 0$$

解得

$$v - (1+k_0 - k_1 b_2(v) - k_2 b_2^2(v))b_2(v) = 0 \quad (6)$$

结论2 在本文的模型假设下, 二级价格密封式拍卖的均衡投标策略 $b_2(v)$ 可由式(6)得到, 其中 $v \geq v_1$ 。

由式(6)可得

$$\frac{\partial b_2(v)}{\partial k_0} = \frac{-b_2(v)}{(1+k_0) - 2k_1 b_2(v) - 3k_2 b_2^2(v)}$$

因此当 $0 < k_0 < 2k_1 b_2(v) + 3k_2 b_2^2(v) - 1$ 时, 均衡报价与 k_0 成正比; 当 $k_0 > 2k_1 b_2(v) + 3k_2 b_2^2(v) - 1$ 时, 均衡报价与 k_0 成反比。

同理

$$\frac{\partial b_2(v)}{\partial k_1} = \frac{b_2^2(v)}{(1+k_0) - 2k_1 b_2(v) - 3k_2 b_2^2(v)}$$

可得当 $0 < k_1 < \frac{(1+k_0) - 3k_2 b_2^2(v)}{2b_2(v)}$ 时, 均衡报

价与 k_1 成正比; 当 $k_1 > \frac{(1+k_0)-3k_2b_2^2(v)}{2b_2(v)}$ 时, 均衡

报价与 k_1 成反比。类似计算推出

$$\frac{\partial b_2(v)}{\partial k_2} = \frac{b_2^3(v)}{(1+k_0)-2k_1b_2(v)-3k_2b_2^2(v)}$$

可得当 $0 < k_2 < \frac{(1+k_0)-2k_1b_2(v)}{3b_2^2(v)}$ 时, 均衡报

价与 k_2 成正比; 当 $k_2 > \frac{(1+k_0)-2k_1b_2(v)}{3b_2^2(v)}$ 时, 均衡

报价与 k_2 成反比。

结合上述讨论可看出, 由于模型的复杂性, 变量对投标策略的影响非常复杂, 但是使用相应的数学方法进行分段讨论, 仍然可以得出以下结论。

结论 3 一级价格密封拍卖与二级价格密封拍卖的均衡报价对于 k_0, k_1, k_2 的相关性相同。

3 收益比较

3.1 卖者的期望收益

在本文的模型假设下可以求出, 一级价格密封式拍卖中卖者的期望收益为

$$R_1^s = E[b_1(v_{[1,n]})] = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} b_1(v) f_{1,n}(v) dv = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} b_1(v) n F^{n-1}(v) f(v) dv \quad (7)$$

式中, $v_{[1,n]}$ 表示 $v_1, v_2, \dots, v_n$ 中的最高统计量, $f_{1,n}(v)$ 表示 $v_{[1,n]}$ 的密度函数。

由式(7)对 r 求偏导可得

$$\frac{\partial R_1^s}{\partial r} = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} \frac{\partial b_1(v)}{\partial r} f_{1,n}(v) dv$$

式(7)对佣金率的系数 k_0, k_1, k_2 分别求偏导可得

$$\frac{\partial R_1^s}{\partial k_0} = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} \frac{\partial b_1(v)}{\partial k_0} f_{1,n}(v) dv$$

$$\frac{\partial R_1^s}{\partial k_1} = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} \frac{\partial b_1(v)}{\partial k_1} f_{1,n}(v) dv$$

$$\frac{\partial R_1^s}{\partial k_2} = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} \frac{\partial b_1(v)}{\partial k_2} f_{1,n}(v) dv$$

在二级价格密封拍卖中, 卖者的期望收益为

$$R_2^s = E[b_2(v_{[2,n]})] = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} b_2(v) f_{2,n}(v) dv \quad (8)$$

式中, $v_{[2,n]}$ 表示 $v_1, v_2, \dots, v_n$ 中的次高统计量, $f_{2,n}(v)$ 表示 $v_{[2,n]}$ 的密度函数, $f_{2,n}(v) = n(n-1)F^{n-2}(v)(1-F(v))f(v)$ 。

由式(8)对佣金率系数 k_0, k_1, k_2 求偏导得

$$\frac{\partial R_2^s}{\partial k_0} = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} \frac{\partial b_2(v)}{\partial k_0} f_{2,n}(v) dv$$

$$\frac{\partial R_2^s}{\partial k_1} = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} \frac{\partial b_2(v)}{\partial k_1} f_{2,n}(v) dv$$

$$\frac{\partial R_2^s}{\partial k_2} = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} \frac{\partial b_2(v)}{\partial k_2} f_{2,n}(v) dv$$

结论 4 在本文的拍卖模型中, 佣金率和保留价对卖者期望收益的影响与对投标者均衡策略的影响相同。

结论 4 说明, 虽然本文的模型变复杂了, 但是从投标者和卖者的角度看, 佣金率中参数对两者的影响是相同的。

3.2 拍卖行的期望收益

一级价格密封拍卖中, 拍卖行的期望收益为

$$R_1^u = E[(k_0 - k_1 b_1(v) - k_2 b_1^2(v)) b_1(v_{[1,n]})] = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} (k_0 - k_1 b_1(v) - k_2 b_1^2(v)) b_1(v) f_{1,n}(v) dv = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} v - \left(\frac{\int_{v_1}^v F^{n-1}(x) dx}{F^{n-1}(v)} - b_1(v) \right) f_{1,n}(v) dv \quad (9)$$

二级价格密封拍卖中, 拍卖行的期望收益为

$$R_2^u = E[(k_0 - k_1 b_2(v) - k_2 b_2^2(v)) b_2(v_{[2,n]})] = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} (k_0 - k_1 b_2(v) - k_2 b_2^2(v)) b_2(v) f_{2,n}(v) dv = \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} (v - b_2(v)) f_{2,n}(v) dv \quad (10)$$

经过分析发现, 由于拍卖行的期望收益较为复杂, 继续进行比较静态分析的难度较大, 可以作为后续的研究方向继续讨论。

3.3 投标者的期望收益

在一级价格密封拍卖中, 投标者的期望收益为

$$\pi_1 = [v - G(b_1(v)) b_1(v)] F^{n-1}(v) = \left[v - \left(v - \frac{\int_{v_1}^v F^{n-1}(y) dy}{F^{n-1}(v)} \right) \right] F^{n-1}(v) = \int_{v_1}^v F^{n-1}(y) dy \quad (11)$$

由式(11)可知 π_1 与 v_1 成反比, 又 v_1 与 k_0 成正比,

与 k_1, k_2 成反比,且当 $r \in \left(0, \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}\right)$

时, v_1 与 r 成正比,当 $r > \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}$ 时, v_1

与 r 成反比。所以 π_1 与 k_0 成反比,与 k_1, k_2 成正比。

当 $r \in \left(0, \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}\right)$ 时, π_1 与 r 成反

比,当 $r > \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}$ 时, π_1 与 r 成正比。

在二级价格密封拍卖中,投标者的期望收益为

$$\pi_2 = \int_{v_1}^v [v - G(b_2(y))b_2(y)] dF^{n-1}(y) = \int_{v_1}^v (v - y) dF^{n-1}(y) = (v_1 - v)F^{n-1}(v_1) + \int_{v_1}^v F^{n-1}(y) dy \leq \pi_1 \quad (12)$$

由式(12)对 v_1 求偏导可得

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial v_1} = (n-1)F^{n-2}(v_1)f(v_1)(v_1 - v) \leq 0$$

所以 π_2 与 v_1 成反比,又 v_1 与 k_0 成正比,与 k_1, k_2

成反比,且当 $r \in \left(0, \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}\right)$ 时, v_1

与 r 成正比,当 $r > \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}$ 时, v_1 与 r

成反比。所以 π_2 与 k_0 成反比,与 k_1, k_2 成正比。当

$r \in \left(0, \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}\right)$ 时, π_2 与 r 成反比,

当 $r > \frac{\sqrt{k_1^2 + 3k_2 + 3k_0k_2} - k_1}{3k_2}$ 时, π_2 与 r 成正比。

结论5 在本文的模型假设下,投标者在一级价格密封式拍卖中获得的期望收益大于二级价格拍卖,因此投标者更愿意选择前者。

结论5对投标者参与拍卖的决策选择提供了参考依据。在实际拍卖中,投标者可以选择一级价格密封式拍卖,从而获得更大的期望收益。

4 算例

设只有两个投标者($n=2$)参与拍卖,私人价值 v 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布,即 $F(v)=v, f(v)=1, v \in [0, 1]$ 。经过计算可得结果如表1所示。

由表1可以看出,本文的结论1~5都是正确的。

表1 实例计算结果

Table 1 Calculation results of the example

指标	一价拍卖	二价拍卖
投标策略	$b_1(v)$	$b_2(v)$
卖者的期望收益	$\int_0^1 2vb_1(v)dv$	$\int_0^1 2v(1-v)b_2(v)dv$
拍卖行的期望收益	$\int_0^1 (v^2 + v_1^2 - 2vb_1(v))dv$	$\int_0^1 (v - b_2(v))2v(1-v)dv$
投标者的期望收益	$\frac{1}{2}(v^2 - v_1^2)$	$\frac{1}{2}(v^2 - v_1^2) - v_1v$

$b_1(v)$ 由式(4)计算得到, $b_2(v)$ 由式(6)计算得到。

5 结论

为了符合拍卖实际,丰富拍卖理论,本文提出了一个新的拍卖模型:带有佣金率 $c = k_0 - k_1b - k_2b^2$ 和保留价 r 的模型。基于经典的一级价格密封拍卖和二级价格密封拍卖模式,本文首先求出了一般分布下投标者的均衡报价策略,分别计算了两种拍卖模式下投标者和卖者的预期收益,并做了一系列比较静态分析,主要结论如下。

(1)在本文的模型假设下,投标者在一级价格密封拍卖与二级价格密封拍卖中的均衡报价对于佣金系数 k_0, k_1, k_2 有相同的相关性。

(2)在经典的一级和二级密封拍卖模式中,佣金系数和保留价对投标者的均衡报价和卖者的期望收益有相同的影响。

(3)投标者在一级价格拍卖中的期望收益大于二级价格拍卖,因此投标者更愿意选择一级价格拍卖。

与相关的文献相比,本文的主要贡献是研究了一种全新的佣金率形式。文中所得结论可对投标者参与拍卖的决策选择及拍卖行设计、完善相关拍卖模式等方面提供参考依据。在未来的研究中,可以继续探讨简单而又实用的佣金率形式,或者进一步把本文的模型应用到关键词拍卖、一口价拍卖中,也可以考虑不同风险态度的投标者的投标策略。

参考文献:

- [1] 刘树林,杨卫星. 第一价格密封拍卖中的最优保留价和最优佣金率研究[J]. 经济研究, 2011, 46(11): 145-156.
- LIU S L, YANG W X. Study on optimal reserve price and optimal commission rate of a first-price sealed-bid auction model [J]. Economic Research Journal, 2011,

- 46(11):145–156. (in Chinese)
- [2] 王明喜,刘树林,汪寿阳. 带佣金率和保留价的一级和二级价格拍卖[J]. 管理评论,2012,24(3):24–32.
WANG M X, LIU S L, WANG S Y. The first-price and second-price auctions with both commission rate and reserve price[J]. Management Review, 2012, 24(3): 24–32. (in Chinese)
- [3] 杨卫星. 带有反比佣金率和保留价的拍卖模型研究[J]. 北京化工大学学报(自然科学版),2017,44(6):106–110.
YANG W X. Study of an auction model with both a reserve price and an inverse commission rate[J]. Journal of Beijing University of Chemical Technology (Natural Science),2017,44(6):106–110. (in Chinese)
- [4] 杨兴丽,陈霞,吕廷杰. 一口价网上拍卖方式中卖方收益分析[J]. 北京邮电大学学报(社会科学版),2007,9(4):6–9.
YANG X L, CHEN X, LV T J. A study of seller's revenue in buyout price of online auctions[J]. Journal of BUPT (Social Sciences Edition),2007,9(4):6–9. (in Chinese)
- [5] 冉茂盛,黄俊,李文洲. 考虑佣金率的一口价拍卖模型[J]. 系统工程理论与实践,2016,36(9):2276–2283.
RAN M S, HUANG J, LI W Z. Auctions with commission rate and buyout price[J]. Systems Engineering–Theory & Practice,2016,36(9):2276–2283. (in Chinese)
- [6] 韩帅,刘树林. 带预算约束的广告主均衡报价研究——基于纳什均衡角度[J]. 中国管理科学,2019,27(5):57–67.
HAN S, LIU S L. A study on advertisers' equilibrium bids with budget-constraints-based on the Nash equilibrium [J]. Chinese Journal of Management Science, 2019,27(5):57–67. (in Chinese)
- [7] 赵凤荣,秦开大,邬俊. 佣金与罚金相结合的网上一口价拍卖机制设计[J]. 系统管理学报,2024,33(6):1436–1446.
ZHAO F R, QIN K D, WU J. Mechanism design for online buyout price auctions combining commissions with buy-in penalties[J]. Journal of Systems & Management, 2024, 33(6): 1436–1446. (in Chinese)
- [8] 陈绍刚,穆宇杰. 基于非齐次泊松过程的网上持久型一口价拍卖研究[J]. 管理工程学报,2024,38(3):202–212.
CHEN S G, MU Y J. Research on lasting buy-it-now auction in online auctions based on inhomogeneous poisson process[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2024, 38(3): 202–212. (in Chinese)
- [9] 王利辉. 拍卖理论在企业管理中的应用研究[J]. 现代商业,2023(21):128–131.
WANG L H. Research on the application of auction theory in enterprise management [J]. Modern Business, 2023(21):128–131. (in Chinese)

An auction model with reserve price and commission rate in the form of a quadratic function

YANG WeiXing MENG CaiYi

(College of Mathematics and Physics, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: This paper investigates a sealed-bid auction model including a quadratic function form of the commission rate. Firstly, we provide the equilibrium bidding strategies for both first-price and second-price sealed-bid auctions. Secondly, we obtain the expected revenue of bidders and sellers for the two auction modes. Finally, we study the influence of the reserve price and the coefficient in the commission rate on the equilibrium bidding strategy, and the expected revenues of the bidder and the seller. The results indicate that the commission rate coefficient and reserve price have the same impact on the equilibrium bidding strategy and seller's expected revenue. Bidders are more willing to choose a first-price auction because their expected revenue is greater than that in a second-price auction. The commission rate in the form of a quadratic function proposed in this paper not only meets the requirements of real auctions but also has theoretical research value.

Key words: commission rate; reserve price; sealed-bid auction; bidding strategy; expected revenue

(责任编辑:吴万玲)