文章编号：1672-3961(2024)05-0132-12 DOI：10.6040/j.issn.1672-3961.0.2024.041

# 考虑黏度时空分布的动水扩散数值模拟与试验研究

王振军[1,2]，刘人太[2*]，张庆松[2]，惠冰[1,2]，陈孟军[2]，马晨阳[2]，李鸿钊[1,2]
（1. 山东省交通科学研究院，山东 济南 250104；2. 山东大学岩土与地下工程研究院，山东 济南 250061）

**摘要**：为研究新型岩溶管道注浆材料（WIS 新型注浆材料）在动水条件下的扩散规律，从注浆材料自身的物理化学性质出发，通过流变性能试验研究 WIS 新型注浆材料的浆液流型，建立基于黏度时空分布的函数方程，阐述混合物浆液在管道内运移的动态演化过程；借助 COMSOL Multiphysics 数值模拟软件计算在不同注浆速率、管道直径、浆液粒径参数下浆液扩散形态随时间的变化特征，对比分析模拟试验中管道内速度场的演化规律。结果表明：WIS 新型注浆材料为黏度时空变化型浆液；黏度时空分布状态下浆液的扩散运移过程中质点黏度不断增大，每相邻两个浆液质点的黏度随注浆扩散均各不相同，浆液质点的间距不断减小，扩散距离也不断减小；数值模拟计算结果显示：WIS 新型注浆材料的扩散过程具有明显的非对称性，顺水扩散距离均随注浆扩散时间增大而增大，扩散距离与注浆速率成负相关关系，与管道直径、浆液粒径成正相关关系；注浆口下游管路流速与注浆扩散时间存在显著的负相关关系；数值模拟计算结果与模拟试验结果的速度场演化规律具有一致性，同时验证了在误差允许的范围内数值模拟规律的合理性。研究成果可为岩溶管道突涌水环境下的注浆参数设计提供可靠的理论依据及参考价值。

**关键词**：WIS 新型注浆材料；动水注浆；黏度时空变化；浆液扩散；数值仿真
**中图分类号**：U25 **文献标志码**：A
**引用格式**：王振军，刘人太，张庆松，等.考虑黏度时空分布的动水扩散数值模拟与试验研究[J]. 山东大学学报（工学版），2024，54(5)：132-143.
WANG Zhenjun，LIU Rentai，ZHANG Qingsong，et al. Numerical simulation and experimental study of hydrodynamic diffusion considering the spatial and temporal distribution of viscosity[J]. Journal of Shandong University（Engineering Science），2024，54(5)：132-143.

# Numerical simulation and experimental study of hydrodynamic diffusion considering the spatial and temporal distribution of viscosity

WANG Zhenjun[1,2]，LIU Rentai[2*]，ZHANG Qingsong[2]，HUI Bing[1,2]，CHEN Mengjun[2]，MA Chenyang[2]，LI Hongzhao[1,2]
（1. Shandong Transportation Institute，Jinan 250104，Shandong，China；2. Institute of Geotechnical and Underground Engineering，Shandong University，Jinan 250061，Shandong，China）

**Abstract**：In order to investigate the diffusion behavior of a novel Karst pipe grouting material（WIS new grouting material）under flowing water conditions，this study examined the flow pattern of WIS new grouting material through rheological experiments based on its inherent physical and chemical properties. Furthermore，it established a constitutive relationship by considering the temporal and spatial distribution of viscosity，thereby elucidating the dynamic evolution process of the mixture grout within the pipeline. The characteristics of slurry diffusion morphology changed over time under different parameters such as grouting rate，pipe diameter，and slurry particle size were calculated using COMSOL Multiphysics numerical simulation software. Furthermore，the simulation test compared and analyzed the evolution law of the velocity field in the pipe. The findings indicated that the new WIS grouting material could be classified as a slurry with viscosity exhibiting time-space variation；The viscosity of grout particles increased progressively during the process of diffusion migration，exhibiting a temporal and spatial distribution pattern. Each adjacent grout particle possessed distinct viscosity values as the grouting diffusion took place. The interparticle distance underwent continuous reduction，accompanied by a simultaneous decrease in the diffusion distance. The numerical simulation results demonstrated a distinct asymmetry in the diffusion process of WIS grouting material，with an increasing diffusion distance along the water as grouting

**收稿日期**：2024-02-23
**基金项目**：国家自然科学基金资助项目（52021005，52378352）；国家重点研发计划资助项目（2022YFB2302204-05-4）；山东省交通运输科技计划资助项目（2023B46）；济南市新高校 20 条资助项目（202228071）
**第一作者简介**：王振军（1995— ），男，山东聊城人，工程师，硕士，主要研究方向为交通岩土工程。E-mail：zhenjunw8923@ 163.com
*通信作者简介：刘人太（1984— ），男，山东威海人，教授，博士生导师，博士，主要研究方向为极端条件突涌水灾害治理理论与方法。
E-mail：rentailiu@ 163.com

diffusion time increased. The diffusion distance exhibited a negative correlation with the grouting rate and a positive correlation with both pipe diameter and slurry size. There was a significant negative correlation between the flow rate of the downstream pipe and the grouting diffusion time. The results of numerical simulation were in accordance with those of the simulation test, and the validity of the simulation test was verified within the acceptable range of error. The research findings could provide a dependable theoretical foundation and serve as a valuable reference for designing grouting parameters in Karst pipeline water outburst environments.

**Keywords**: WIS new grouting material; running water grouting; the spatiotemporal variation of viscosity; slurry diffusion; numerical simulation

## 0　引言

我国是世界上岩溶面积最大、分布最广的国家,由于岩溶发育、地质条件复杂多变,诸多不良地质灾害频发,对施工建设造成极大威胁。其中岩溶地区涌水灾害对地下工程建设造成的损失最大,极易导致人员伤亡及经济损失、破坏水文地质环境、造成地面塌陷等其他灾害[1-5]。因注浆法具有施工简便、效果可靠、适用性强等优点,在众多治理方法中应用最为广泛[6-11]。注浆过程可理解为注浆材料与被注介质中的地下水两相之间发生的作用过程,是多相流理论的研究范畴。实际上浆液在地层中的流动是复杂多变的,它不仅受地质条件的影响,而且受注浆材料、注浆参数等因素的影响,加上注浆材料在岩溶隧道介质中扩散及封堵机理的不确定性,导致在突涌水灾害治理过程中存在较大的盲目性[12-14],因此开展注浆材料在岩溶管道内扩散规律对突涌水灾害治理研究尤为重要。针对目前的岩溶涌水工程问题,已形成了大量的注浆扩散理论,其中在动水注浆条件下浆液扩散表现出两种现象:(1)浆液的扩散形态不断变化;(2)浆液在抗动水冲刷过程中发生流失现象。

为获取动水注浆环境下浆液扩散规律及封堵机制,相关学者对动水注浆扩散开展了理论及试验探究。文献[15]基于动水注浆理论分析,建立考虑浆液黏度及浆液密度影响下的动水作用单一裂隙浆液扩散理论模型,推导浆液的极限扩散方程,通过理论计算建立逆水扩散半径与最大扩散开度的定量关系;并基于浆液的扩散形态时空分布方程总结了浆液的动态扩散演化规律。文献[16]考虑水泥-水玻璃与高聚物改性水泥两种速凝类浆液的黏度时变性,借助 COMSOL 数值计算软件建立动水作用下注浆扩散理论模型,研究不同黏度时变特性、不同动水流速、不同注浆速率的影响因素对动水注浆的扩散规律,并开展了数值模拟与模型试验证的对比研究。文献[17]制备了一种聚氨酯复合注浆材料,并通过微观表征、模拟试验及有限元数值软件等综合手段,研究复合注浆材料的防渗性能、动水抗冲刷能力及基于理论方程的浆液扩散过程。依托现场工程,验证了聚氨酯复合注浆材料对隧道突涌水的封堵效果。文献[18]为解决浆液黏度随时空变化难以数值体现的问题,采用注浆分序扩散固化模型与数值计算方法,根据流体力学多相流理论模型,合理地表征了浆液的黏度时空变化特征,且通过此方法实现了被注介质为管道-裂隙条件下浆液扩散过程中各力学参数的时空演化仿真研究。文献[19]基于浆液的黏度时变特性,采用数值分析软件研究不同黏度时变性、不同动水流速、不同注浆速率对浆液扩散形态的影响规律,提出浆液扩散具有明显的非对称性现象,总结了浆液扩散距离受动水流速、注浆速率的变化规律。文献[20]采用 CFD-DEM 方法,建立了膨胀颗粒浆液扩散数值模型。对岩溶管道以及单一平板裂隙动水注浆问题采用数值模拟的方法分析两种条件下浆液在被注介质中的运移扩散规律,并揭示了动水注浆封堵机制。然而大多数管道流扩散问题研究需已知管道的几何参数、注浆量、动水流速等相关参数,对于速凝类浆液动水注浆扩散既有研究不能有效反映岩溶管道内部的流体形态且黏度时空变化性问题难以统一描述;在鲜有的动水注浆扩散研究中,注浆材料多为水泥单液、C-S 双液浆或水泥基化学合成材料,和本研究的 WIS 新型注浆材料与水的作用机理差别甚大,以往的理论研究不再适用,缺少相应的本构模型,同时对于化学合成速凝类材料的管道流问题,在数值模拟方面鲜有研究。

本研究基于基本假设及室内流变性能试验研究了 WIS 新型注浆材料的流变特性;考虑浆液黏度在运移过程中的时空变化性阐述了浆液的扩散运移过程;借助 COMSOL Multiphysics 数值软件计算单因素影响下浆液的扩散形态、扩散距离随注浆时间的变化规律,模拟计算了注浆口下游管路流速与注浆扩散时间的分布规律;并开展了基于数值模型与模拟试验速度场变化规律的对比验证。研究成果可为岩溶管道突涌水环境下的注浆参数设计提

供可靠的理论依据及参考价值。

## 1 基于黏度时空分布的浆液扩散模型

### 1.1 WIS 新型注浆材料的物理力学特性

本研究中的新型岩溶管道注浆材料(WIS 新型注浆材料)为自主研发,是一种含有较多且较强亲水基团(羧基)并且具有交联膨胀特性的功能性高分子化学合成材料。该材料基于改性高吸水树脂膨胀基体材料复杂的吸水过程,利用一种交联固化剂将膨胀基体材料的离散颗粒进行交联,遇水响应可形成具有动水抗分散能力、抗活塞式滑移能力的网络互穿型团聚凝胶体。WIS 新型注浆材料中高吸水树脂膨胀基体材料与交联固化剂质量比为 1∶1时,材料具有最优交联膨胀性能,交联膨胀响应倍率最高可达 170 倍。WIS 新型注浆材料受自身理化性质影响,动水条件扩散过程中浆液黏度不断增大,浆水混合物在过水管道内不断堆积形成具有封堵能力的网络互穿型团聚凝胶体,阻碍了动水流速的冲刷作用,团聚凝胶体挤压管道内壁导致系统动水流速不断降低,最终降至为零即对管道实现封堵,实现“以水治水、变动为静”。WIS 新型注浆材料的颗粒粒径越大,遇水交联膨胀响应时间越长;颗粒粒径越小,遇水交联膨胀响应时间越短,可根据实际工程需要调整粒径的大小。

浆材的流变性能反映了材料的力学性质,牛顿内摩擦定律在剪切流动作用下给出了剪切应力与剪切速率的线性关系[21-22],流体本构方程为

$$\tau = \mathrm{d}u/\mathrm{d}y \cdot \mu, \tag{1}$$

式中:$\mu$ 为流体黏度,$\tau$ 为剪切应力,$\mathrm{d}u/\mathrm{d}y$ 为剪切速率。

众多专家学者认为上述牛顿流体的黏度是个定值[23-25],但由于 WIS 新型注浆材料颗粒粒径影响,材料遇水响应时间长短不一。不同响应时间的浆液黏度变化不同,对动水流速的影响程度不同,尤其颗粒粒径 $d \leqslant 0.15$ mm 的 WIS 新型注浆材料凝胶时间很短,对整个注浆体系的影响更不能忽略,因此材料的动水扩散规律必须要考虑黏度时变性,WIS 注浆新型材料为非牛顿流体,上述本构方程不再适用。

### 1.2 模型假设条件

结合上述研究分析,为进一步研究 WIS 新型注浆材料的扩散理论模型,给定以下假设:假设注浆过程中各质点的扩散是均匀连续的;忽略注浆速率在注浆过程可能存在的误差;浆液的流型及密度在整段注浆过程中始终保持不变;WIS 新型注浆材料为均质的各向同性流体。

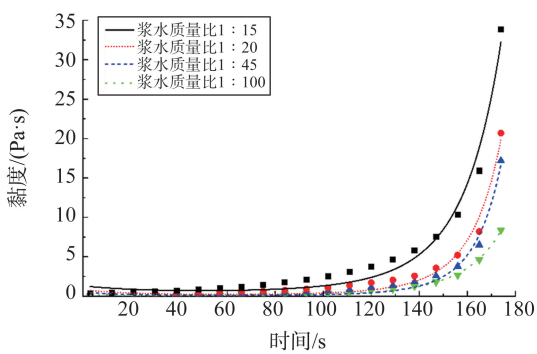
### 1.3 材料运移交联膨胀过程对黏度时空分布的影响机制分析

WIS 新型注浆材料作为一种动水抗分散注浆材料,随动水运移扩散的过程可以描述为 WIS 新型注浆材料与水形成的悬浊液随动水方向向前运移,而在扩散锋面之外,流体黏度可近似等于水的黏度,扩散范围内在运移扩散过程中不受动水的冲击作用,并饱满充填管道最终实现封堵,即该材料的这种扩散形式为动水驱替扩散[26],且 WIS 新型注浆材料注入到管道之前未与动水接触,忽略水的可压缩性,可认为管道内黏度为水的黏度 1.31 mPa·s(10 ℃水温环境),当浆液刚注入到管道内时,迅速与水发生交联膨胀反应,但此时管道内为未具备封堵能力的凝胶体,即二者形成的浆水混合物,管道内流体的黏度大于 1.31 mPa·s,随着浆液的不断注入,被注介质内浆液黏度继续增大,动水流速不断减小,且在扩散锋面位置处因扩散反应时间最长,混合物的黏度最大,当管内黏度增长至足以抵抗动水冲刷时,动水流速为零实现封堵。很显然浆液表现出黏度随注浆时间不断增大的特性,因此 WIS 新型注浆材料属于黏度时变性浆液。

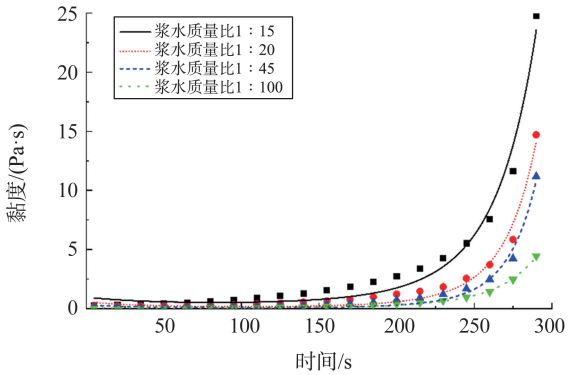
因 WIS 新型注浆材料在完成封堵时不同位置处的交联膨胀响应倍率及黏度均不相同,故基于流变性能试验研究了 3 种粒径不同浆水质量比的浆液黏度变化曲线,如图 1 所示。




(a) $d \leqslant 0.15$ mm




(b) 0.15 mm<$d \leqslant$0.30 mm




(c) 0.30 mm<$d$≤0.60 mm

图 1　不同浆水质量比下的黏度时间变化曲线图

Fig.1　Viscosity time curves under different slurry water mass ratio

由图 1 可知，3 种粒径的浆液黏度均随扩散时间增加而增大，拟合出各试验条件下浆液的黏度-时间方程。

(1)浆液粒径 $d$≤0.15 mm

① 浆水质量比 1∶15

$$\{\mu(t)\}=e^{-0.0014\{t\}^2+0.223\{t\}+1.29}。$$

式中，$\{\mu(t)\}$为$\mu(t)$的数值，$\{t\}$为 $t$ 的数值。

② 浆水质量比 1∶20

$$\{\mu(t)\}=e^{-0.000\,77\{t\}^2+0.152\{t\}+2.67}。$$

③ 浆水质量比 1∶45

$$\{\mu(t)\}=e^{-0.000\,68\{t\}^2+0.143\{t\}+2.55}。$$

④ 浆水质量比 1∶100

$$\{\mu(t)\}=e^{-0.0003\,5\{t\}^2+0.026\{t\}+4.50}。$$

(2)浆液粒径 0.15 mm<$d$≤0.30 mm

① 浆水质量比 1∶15

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,23\{t\}^2-0.016\{t\}+4.92}。$$

② 浆水质量比 1∶20

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,39\{t\}^2-0.048\{t\}+6.20}。$$

③ 浆水质量比 1∶45

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,34\{t\}^2-0.042\{t\}+6.69}。$$

④ 浆水质量比 1∶100

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,25\{t\}^2-0.024\{t\}+7.18}。$$

(3) 浆液粒径 0.30 mm<$d$≤0.60 mm

① 浆水质量比 1∶15

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,089\{t\}^2-0.015\{t\}+6.88}。$$

② 浆水质量比 1∶20

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,12\{t\}^2-0.025\{t\}+6.39}。$$

③ 浆水质量比 1∶45

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,14\{t\}^2-0.029\{t\}+5.81}。$$

④浆水质量比 1∶100

$$\{\mu(t)\}=e^{0.000\,082\{t\}^2-0.010\{t\}+4.37}。$$

结合 WIS 新型注浆材料的交联膨胀特性，并根据上述 3 种粒径条件下的黏度-时间方程可进一步确定 WIS 新型注浆材料不同于其他大部分流体，属于震凝性非牛顿流体，浆液黏度时变方程统一表示为指数函数形式：

$$\{\mu(t)\}=e^{a\{t\}^2+b\{t\}+c}。\tag{2}$$

式(2)为黏度与时间的单值函数，但进一步研究发现 WIS 新型注浆材料浆液中的每个质点随注浆时间增加其扩散位置不同，黏度变化也不同，因此还需考虑浆液黏度的空间分布情况。因此取浆液质点作为研究对象，设注浆时间为 $t$，浆液质点离开注浆口进入到管道的时间为 $\Delta t$，不同质点距离注浆口位置不同，其对应的 $\Delta t$ 也不相同；浆液某一质点从注浆口位置扩散运移到管道内某一位置时所用时间 $t_\mu$ 被称为浆液质点的黏度增长时间。则黏度增长时间满足

$$t_\mu=t-\Delta t。\tag{3}$$

分析式(3)，WIS 新型注浆材料浆液质点随注浆时间增加不断向前扩散运移，每个质点对应位置 $l$ 处的黏度均不同，因此可将浆液的黏度时变函数改写为：

$$\mu\{l,(t-\Delta t)\}=\mu(t_\mu)。\tag{4}$$

基于上述分析，给出两种情况下(恒定动水流速、变动水流速)WIS 新型注浆材料浆液的黏度时空变化分布简化图如图 2、3 所示。

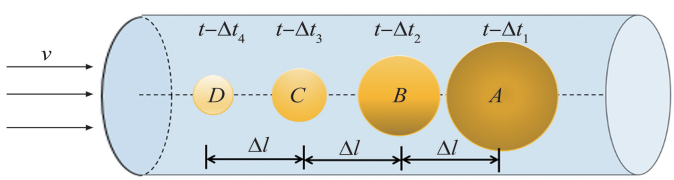



图 2　理想恒定动水流速下黏度时空变化分布图

Fig.2　Distribution of temporal and spatial changes of viscosity under ideal constant water flow rate

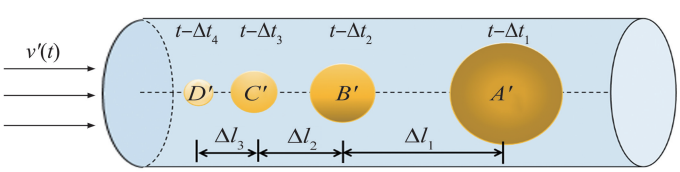



图 3　变动水流速下黏度时空变化分布图

Fig.3　Distribution of temporal and spatial changes of viscosity under variable water flow rate

图 2、3 中将圆形看作浆水混合物的每一个质点。理想状态下认为浆液黏度变化对动水流速不产生影响,即动水流速 $v$ 始终保持不变,选取如图 2 所示的 $A$、$B$、$C$、$D$ 任意 4 个微单元体,其浆液黏度依次变大,且相同时间间隔 $\Delta t$ 的扩散距离相等即圆心距均为 $\Delta l$,可认为注入到管道中与水混合形成的浆液中任意单元体先后到达指定位置的时间均是相同的,但实际情况下,黏度在随注浆时间不断增大的同时会引起动水流速 $v$ 的减小,因此动水流速与注浆时间存在相应的减函数关系,即 $v=v'(t)$,如图 3 所示。动水流速的减小会导致后被注入的浆液遇水混合后运移速度减小,黏度增长时间 $t_\mu$ 减小,扩散距离 $l$ 也同样减小,即存在 $\Delta l_1>\Delta l_2>\Delta l_3$。同时由于黏度时空分布的影响,且假设 $A$ 单元体为浆液注入到管道中与水混合后的第一个微单元体,$A$ 与 $A'$的扩散位置相同,但 $B'$、$C'$、$D'$3 个微单元体所扩散的位置均小于 $B$、$C$、$D$ 所在的扩散位置,且前者的黏度(图 2、3 中以颜色及图形大小来表示)相比后者要小,因此浆液在扩散运移过程中每相邻两个质点的黏度均不相同,浆液质点的扩散距离不断减小,当同一微单元体扩散距离相等的情况下,实际情况要比理想状态下所需要的注浆时间更长,因此 WIS 新型注浆材料为黏度时空变化型浆液。

## 2 岩溶管道注浆扩散数值模型

### 2.1 控制方程

基于上述研究基础,浆液的扩散过程可以用不可压缩流体的连续方程和动量方程来描述,本研究借助 COMSOL Multiphysics 多物理场耦合数值模拟软件开展岩溶管道注浆扩散计算研究,模拟分析 WIS 新型注浆材料的扩散规律及封堵机制。利用有限元分析法将管道模型简化为多个连续子区域求得问题的近似解。在扩散过程满足以下关系方程。

连续性方程[18]:

$$\rho_t+\nabla(\rho\boldsymbol{u})=0, \tag{5}$$

式中,$\rho$ 为流体密度,$t$ 为流动时间,$\nabla$为哈密顿算子,$\boldsymbol{u}$ 为流体速度矢量。

在混合物模型中,假设两相流体密度 $\rho_c$、$\rho_d$ 均为常数,得到交替连续方程:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}=m_{\mathrm{dc}}\left(\frac{1}{\rho_c}-\frac{1}{\rho_d}\right), \tag{6}$$

式中:$\boldsymbol{v}$ 为速度矢量,$m_{\mathrm{dc}}$为分散相向连续相的传质速率。

动量方程[27-28]:

$$\rho\boldsymbol{v}_c+\rho(\boldsymbol{v}-\nabla)\boldsymbol{v}+\rho_c\varepsilon(\boldsymbol{v}_{\mathrm{slip}}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}=$$
$$-\nabla p-\nabla\tau_{Gm}+\rho\boldsymbol{g}+F-\nabla\cdot[\rho_c(1+\phi_c\varepsilon)\boldsymbol{u}_{\mathrm{slip}}\boldsymbol{v}_{\mathrm{slip}}^{\mathrm{T}}]-$$
$$\rho_c\varepsilon[(\boldsymbol{v}\cdot\nabla)\boldsymbol{v}_{\mathrm{slip}}+(\nabla\cdot(D_{md}\nabla\phi_d))\boldsymbol{v}+\boldsymbol{v}_{\mathrm{slip}}m_{\mathrm{dc}}(\frac{1}{\rho_c}-\frac{1}{\rho_d})], \tag{7}$$

式中,$p$ 为流体压力,$\varepsilon$ 为密度差,$\boldsymbol{u}_{\mathrm{slip}}$为两相流之间的滑移速度矢量,$\boldsymbol{v}_{\mathrm{slip}}$为滑移通量,$\tau_{Gm}$为黏性应力和湍流应力之和,$D_{md}$为湍流扩散系数,$\boldsymbol{g}$ 为重力矢量,$F$ 为任何附加体积力,$\phi_c$、$\phi_d$ 为水平集变量。

两相流体积分数表征方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi_d\rho_d)+\nabla\cdot(\phi_d\rho_d u_d)=\nabla\cdot(\rho_d D_{md}\nabla\phi_d)-m_{\mathrm{dc}}。 \tag{8}$$

式(5)~(8)为此模型的控制方程。

### 2.2 数值模型的建立

(1)基本假设

数值计算的过程中遵循以下基本假设:模型介质为均质、各向同性的连续介质,岩溶管道和注浆管视为刚体,不产生变形;模型中的流体介质全部为不可压缩流体,浆液与水接触后为充分混合,忽略混合充分所需的时间;模型中浆液-水混合物做定常流动,流动模型为两相流混合物紊流模型。

(2)几何模型

将扩散过程简化为二维平面问题。构建长为 12.2 m、壁厚为 10 mm、外壁 $d$=50/60/70 mm 的蓝色矩形区域为岩溶涌水管道,如图 4 所示,流体沿着水平方向做紊流流动。距离左侧边界 $C$ 2 m 处的向上外延的黄色区域设计为注浆管,直径为20 mm,长度为 0.2 m,浆液由边界 $G$ 注入管道。

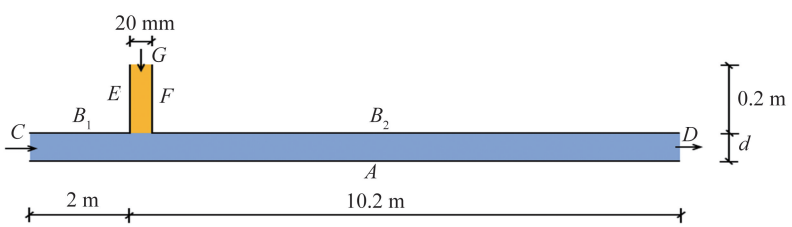



图 4 计算模型示意图

Fig.4 Schematic diagram of calculation model

(3)边界条件

流体相边界条件为:边界 $C$、边界 $D$ 为压力边界,分别为涌水的入口、出口边界,允许流体自由出入。注浆管边界 $G$ 为速度边界,可设置不同的注浆速率,为入口边界。岩溶管道边界 $A$、边界 $B_1$、边界 $B_2$ 和注浆管的边界 $E$、边界 $F$ 为管道壁函数,限制流体穿过边界。

(4)网格划分情况

网格自由划分形状为三角形,最大单元尺寸为 0.017 7 m,最小单元尺寸为 0.000 792 m,曲率因子为 0.4,最大单元增长速率为 1.2,窄区分析度为 1。网格划分局部示意图如图 5 所示。

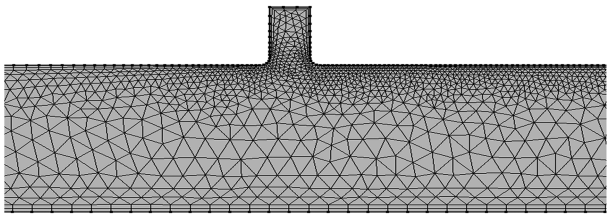


图 5　网格划分局部示意图

Fig.5　Local sketch of mesh generation

(5)数值计算参数

数值模拟过程中用到的模型计算参数如表 1 所示。

表 1　数值计算参数表

Table 1　Numerical calculation parameters

| 水的密度/($kg\cdot m^{-3}$) | 水的动力黏度/(Pa·s) | 浆液的密度/($kg\cdot m^{-3}$) | 浆液的动力黏度/(Pa·s) | 浆液粒径/mm | 入水口压力/MPa | 出水口压力/MPa |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 000 | 0.001 | 2 000 | $\mu\{l,(t-\Delta t)\}$ | 0.1~0.5 | 0.2 | 0 |

### 2.3　计算工况

考虑单因素对浆液扩散形态的影响规律,揭示动水条件下 WIS 新型注浆材料的封堵机制,依据广西平南华润水泥矿区工程、云南滇中引水工程实践及经验,设计如表 2 所示的计算工况开展模拟计算,各工况初始动水流速均设置为 0.8 m/s。

表 2　计算工况

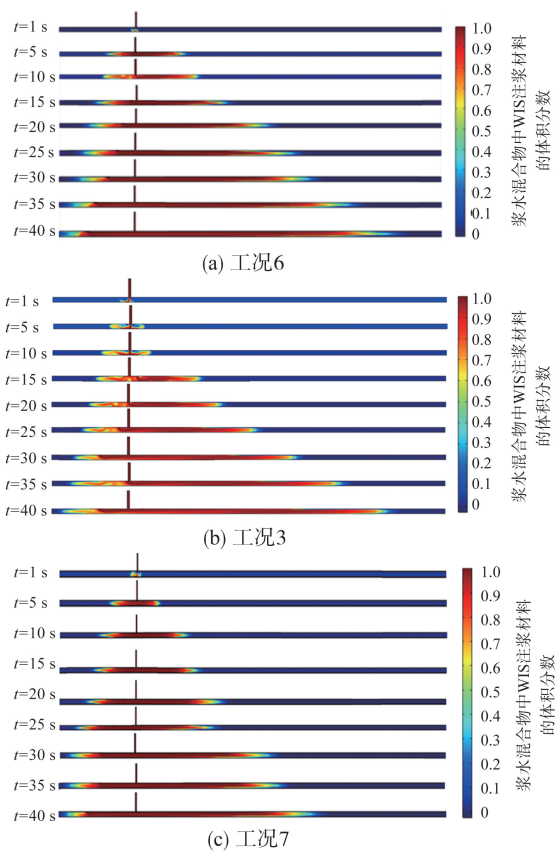
Table 2　Calculation conditions

| 工况序号 | 注浆速率/($L\cdot h^{-1}$) | 浆液粒径/mm | 管道外径/mm |
|---|---|---|---|
| 1 | 500 | 0.10 | 50 |
| 2 | 500 | 0.10 | 60 |
| 3 | 500 | 0.10 | 70 |
| 4 | 500 | 0.25 | 70 |
| 5 | 500 | 0.50 | 70 |
| 6 | 400 | 0.10 | 70 |
| 7 | 600 | 0.10 | 70 |

## 3　计算结果分析

### 3.1　不同注浆速率对浆液顺水扩散形态的影响规律

为研究不同注浆速率对浆液顺水扩散形态的影响规律,选取上述计算工况 6、3、7 即注浆速率分别为 400、500、600 $L\cdot h^{-1}$ 进行模拟计算,得到 WIS 新型注浆材料基于不同注浆速率条件下的注浆扩散形态变化,如图 6 所示。




(a) 工况6

(b) 工况3

(c) 工况7

图 6　不同注浆速率条件下注浆扩散形态变化

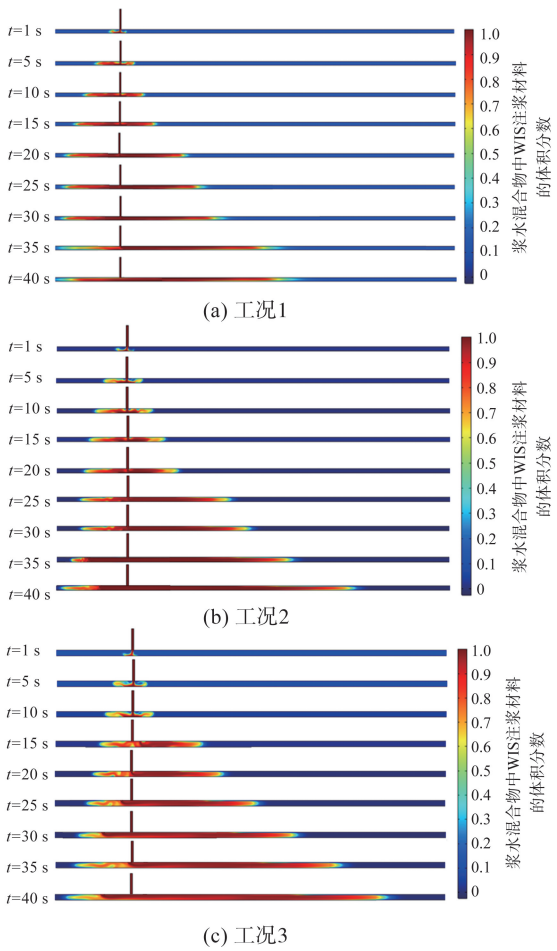
Fig.6　Variation of grouting diffusion morphology under different grouting rates

由图 6 可知,3 种工况下的注浆扩散形态具有明显的非对称性。相同时间下不同注浆速率注入的浆液量不同,与水混合后形成的混合物的均匀程度也不同,在浆液粒径、管径均相同的情况下,随着注入的浆液量的增加,浆水混合物的扩散范围呈减

小趋势,二者成负相关关系。这是因为更多的浆液量与水混合后,随注浆速率不断增大,WIS 新型注浆材料与水形成的浆水混合物均匀度不断减小,等效为单位时间内 WIS 新型注浆材料与更少的地下动水混合,注浆材料达到最大膨胀所需的时间较短,形成具有较高强度的凝胶体时间越短,意味着浆水混合物在注浆口位置处发挥动水抗分散能力,表现为扩散范围越小。

### 3.2 不同管道直径对浆液顺水扩散形态的影响规律

为研究不同管道直径对浆液顺水扩散形态的影响规律,选取计算工况 1、2、3 即管道直径分别为 50、60、70 mm 进行模拟计算,得到 WIS 新型注浆材料基于不同管道直径条件下的注浆扩散形态变化,如图 7 所示。




(a) 工况1

(b) 工况2

(c) 工况3

图 7 不同管道直径条件下注浆扩散形态变化

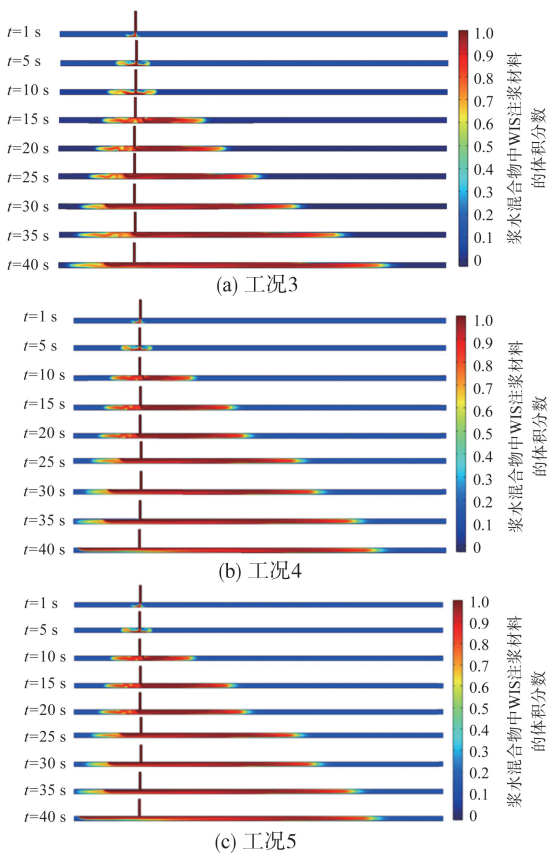
Fig.7 Variation of grouting diffusion morphology under different pipe diameters

由图 7 可知,3 种工况下的注浆扩散形态也具有明显的非对称性。当浆液以一定的注浆速率注入到管道中,浆液会出现逆水流扩散现象,随动水不断注入到管内,浆水混合物沿动水方向扩散的同时不断吸水膨胀并交联固化,黏度不断增大,最终形成封堵体封堵过水断面,充填被注介质,整个运移过程中浆-水混合物与水存在相界面。

当管道直径较小时,在注浆口处出现逆扩散的浆液量较多,而管径较大时,孔口处的浆液量相对减少,这是因为管径较小时,单位时间内注入的浆液在注浆口位置分布更为集中,会逐渐向逆水流方向扩散;此外,扩散范围与管道直径成正相关关系,即随管径不断增大,相同时间下浆液的扩散范围不断增加,这是因为管径越大单位时间内所需注入的浆液量越多,需更长时间扩散达到其扩散形态。

### 3.3 不同浆液粒径对浆液顺水扩散形态的影响规律

为研究不同浆液粒径对浆液顺水扩散形态的影响规律,选取计算工况 3、4、5 即浆液粒径分别为 0.1、0.25、0.5 mm 进行模拟计算,得到 WIS 新型注浆材料基于不同浆液粒径条件下的注浆扩散形态变化,如图 8 所示。




(a) 工况3

(b) 工况4

(c) 工况5

图 8 不同浆液粒径条件下注浆扩散形态变化

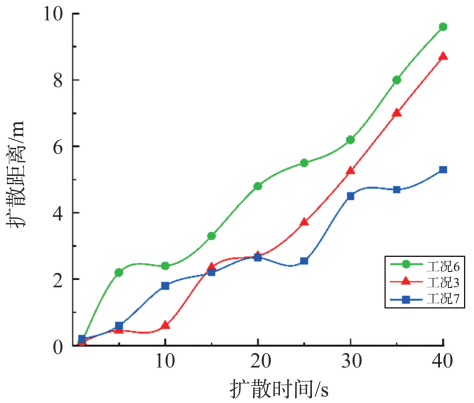
Fig.8 Variation of grouting diffusion morphology under different grout size conditions

由图 8 可知,3 种工况具有相同的扩散规律,注浆扩散形态同样具有明显的非对称性。浆水混合物的扩散范围均随扩散时间的增加而增大,在注浆初始时刻 3 种工况的扩散范围几乎一致,但随扩散时间的增加,浆液的粒径越大,浆水混合物扩散的范围差不断增大。这是因为在动水条件一定的情况下,随动水的冲刷运移,浆液粒径越大,吸水响应

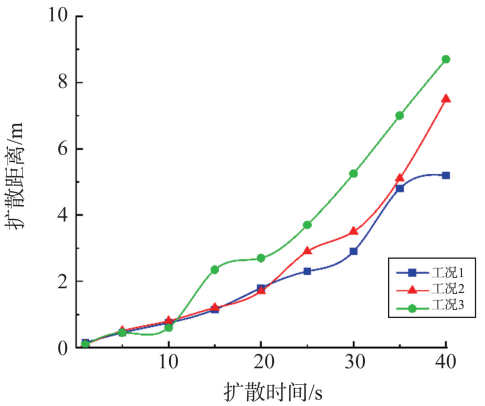
交联膨胀的时间越长，浆水混合物的体积含量相对较少，黏度相对较低，形成具有封堵能力的互穿型网络凝胶体的速率越慢，即阻碍动水流速衰减的速率越慢，扩散范围越长。

### 3.4　各计算工况下浆液扩散距离分析

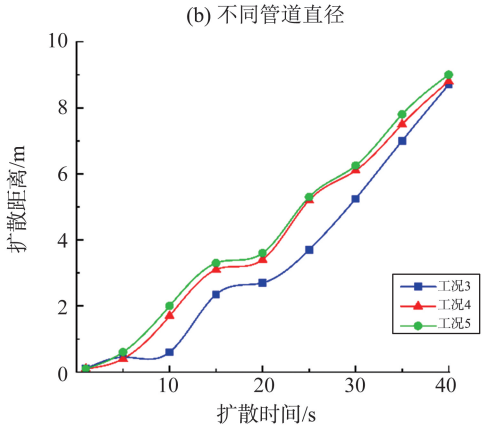
基于上述计算工况及浆液扩散形态模拟分布图，分别选取注浆速率、管道直径、浆液粒径为变量因素，计算得到不同工况对比下浆液扩散距离与扩散时间的关系，如图 9 所示。



(a) 不同注浆速率



(b) 不同管道直径



(c) 不同浆液粒径

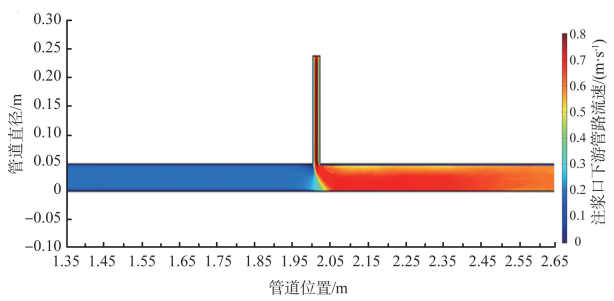
图 9　不同工况下的浆液顺水扩散距离变化

Fig.9　The variation of slurry diffusion distance along water under different working conditions

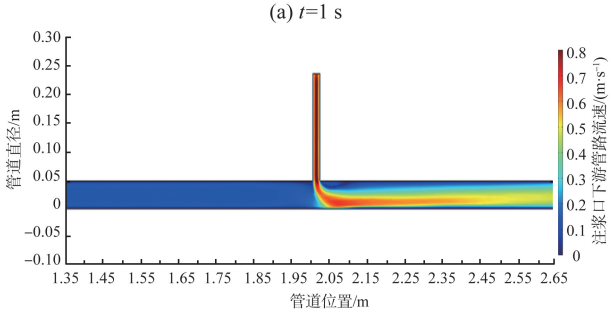
如图 9 所示，各种工况下 WIS 新型注浆材料扩散距离与注浆扩散时间均呈正相关关系。图 9(a)中，在同一注浆时刻，浆液扩散距离与注浆速率呈负相关关系，注浆速率从400 L·h$^{-1}$增大到500 L·h$^{-1}$时，浆液扩散距离减小幅度仅为 9.38%；而注浆速率从 500 L·h$^{-1}$增大到 600 L·h$^{-1}$时，浆液扩散距离减小幅度为 39.08%。注浆速率越大，浆水混合物混合均匀程度越低，单位时间内 WIS 注浆材料与少量动水结合，形成具有动水抗分散的凝胶体所需时间越短，扩散距离越小。图 9(b)中，在同一注浆时刻，浆液扩散距离与管道直径呈正相关关系，管道直径从 50 cm 增大到 60 cm，浆液扩散距离增长幅度为 44.23%；而管道直径从 60 cm 增大到 70 cm，浆液扩散距离增长幅度仅为 16%。管道直径越大，浆水混合物在管道内形成具有封堵能力、充饱满填过水通道的凝胶体时间越长，因此扩散距离越长。图 9(c)中，在同一注浆时刻，浆液扩散距离与材料粒径呈正相关关系。材料粒径从0.10 mm增大到 0.25 mm，浆液扩散距离增长幅度为11.49%；而材料粒径从 0.25 mm到 0.50 mm，浆液扩散距离增长幅度为 22.73%。粒径越大，WIS 注浆新型材料形成相同状态下凝胶体的吸水交联膨胀响应时间更长，因此扩散距离更长。同时各计算工况浆液扩散距离与注浆扩散时间的变化关系阐明了管道流注浆材料的动水扩散过程。

### 3.5　注浆口下游管路流速分析

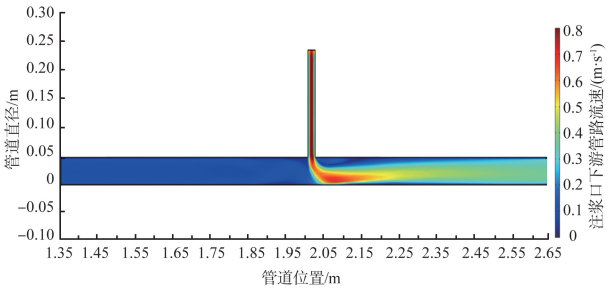
管路流速变化直接反映了 WIS 新型注浆材料的封堵效果，故选取典型工况 1 模拟计算注浆口下游管路流速场的变化，如图 10 所示，挑选部分扩散时间($t$=1、10、20、30 s)的流速变化分布图，分析浆液扩散的速度规律。



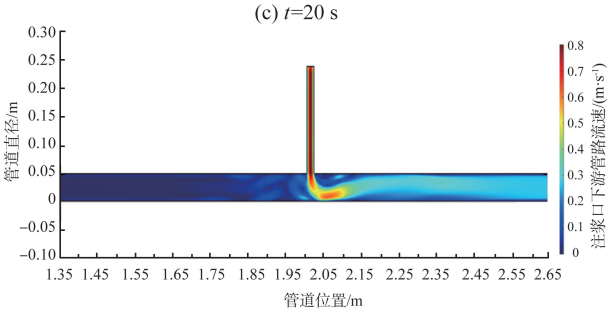
(a) $t$=1 s



(b) $t$=10 s




(c) $t$=20 s




(d) $t$=30 s

图 10 注浆口下游管路流速变化

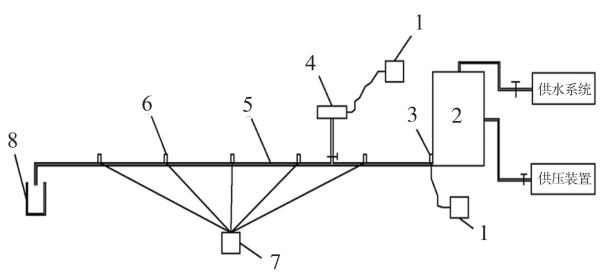
Fig.10 Flow velocity change of the downstream pipe of the grouting outlet

由图 10 可知:管路系统流速与注浆扩散时间存在显著的负相关关系,即随注浆时间增加系统流速不断降低,在 $t$=1 s 时即注浆开始阶段管路下游以 0.8 m/s 的恒定动水流速在管内运移,此时 WIS 新型注浆材料尚未进入到管道内,流速在管道内分布均匀;在 $t$=10~30 s 阶段,随着浆液注入管内,流速主要集中在中心轴线附近且表现出衰减趋势。

## 4 数值计算与模拟试验对比验证

### 4.1 模拟试验

本研究搭建可视化岩溶管道注浆模型,由数据采集监测系统、可视化管道运移系统、WIS 新型注浆材料系统、供压供水系统、浆液收集装置等组成。可视化岩溶管道注浆模型示意及实物图如图 11 所示。




(a) 示意图




(b) 实物图

注:1—微机电子控制系统;2—供水系统;3—电磁流量计;4—WIS新型材料注浆设备;5—可视化管道运移系统;6—压力传感器;7—无纸记录仪及配套电脑;8—浆液收集装置。

图 11 可视化岩溶管道注浆模型

Fig.11 Visualization of Karst pipeline grouting model

可视化管道运移系统采用长度为 12.2 m,壁厚为 10 mm,材质为亚克力的可视化圆形管。WIS 新型注浆材料系统由微机电子控制系统和具有电动加载、搅拌等功能的智能注浆设备组成。供压供水系统由自来水、承压储水箱、输水管、输气管、空气压缩机、压力控制器阀及其他配件组成。浆液收集装置采用白色废液桶。数据采集监测系统包括微机电子控制系统、无纸记录仪及配套电脑、电磁流量计、压力传感器等,其中电磁流量计可实时记录管道内的流速变化。

采用正交试验设计方法,把动水流速、管道直径、材料粒径、注浆速率作为主要考虑因素,设置 3 因素 3 水平正交试验表,如表 3~5 所示。按照表 3~5所示的工况开展模拟试验,获取整个管路系统流速场的动态演化规律。

表 3 $d$≤0.15 mm 的正交试验表

Table 3 Orthogonal experiment table for $d$ ≤0.15 mm

| 试验编号 | 动水流速/(m·s$^{-1}$) | 管路外径/mm | 注浆速率/(L·h$^{-1}$) |
|---|---|---|---|
| 1-1 | 0.4 | 70 | 400 |
| 1-2 | 0.4 | 60 | 500 |
| 1-3 | 0.4 | 50 | 600 |
| 1-4 | 0.6 | 70 | 500 |
| 1-5 | 0.6 | 60 | 600 |
| 1-6 | 0.6 | 50 | 400 |
| 1-7 | 0.8 | 70 | 600 |
| 1-8 | 0.8 | 60 | 400 |
| 1-9 | 0.8 | 50 | 500 |

表 4　0.15 mm<$d$≤0.3 mm 的正交试验表
Table 4　Orthogonal experiment table for 0.15 mm<$d$≤0.3 mm

| 试验编号 | 动水流速/(m·s$^{-1}$) | 管路外径/mm | 注浆速率/(L·h$^{-1}$) |
|---|---|---|---|
| 2-1 | 0.4 | 70 | 400 |
| 2-2 | 0.4 | 60 | 500 |
| 2-3 | 0.4 | 50 | 600 |
| 2-4 | 0.6 | 70 | 500 |
| 2-5 | 0.6 | 60 | 600 |
| 2-6 | 0.6 | 50 | 400 |
| 2-7 | 0.8 | 70 | 600 |
| 2-8 | 0.8 | 60 | 400 |

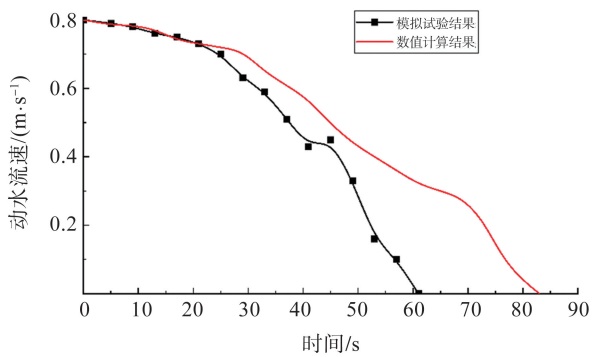
表 5　0.3 mm<$d$≤0.6 mm 的正交试验表
Table 5　Orthogonal experiment table for 0.3 mm<$d$≤0.6 mm

| 试验编号 | 动水流速/(m·s$^{-1}$) | 管路外径/mm | 注浆速率/(L·h$^{-1}$) |
|---|---|---|---|
| 3-1 | 0.4 | 70 | 400 |
| 3-2 | 0.4 | 60 | 500 |
| 3-3 | 0.4 | 50 | 600 |
| 3-4 | 0.6 | 70 | 500 |
| 3-5 | 0.6 | 60 | 600 |
| 3-6 | 0.6 | 50 | 400 |
| 3-7 | 0.8 | 70 | 600 |
| 3-8 | 0.8 | 60 | 400 |

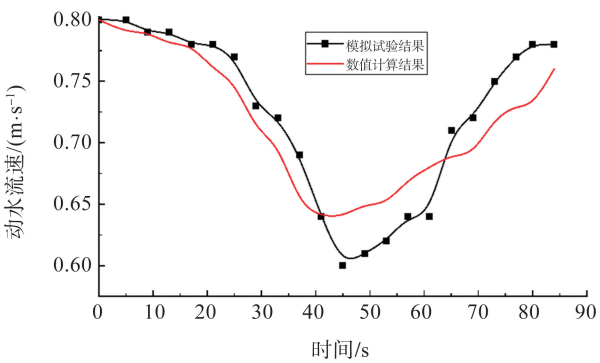
### 4.2　流速场变化规律对比分析

为验证数值计算流速场动态演化规律的准确性,基于上述数值模型选取以下典型工况开展数值模拟计算,得到的对比分析图如图 12 所示。其中 1-7 工况对管道实现了封堵,而 3-7 工况未对管道实现封堵。

由图 7 可知:(1) 数值计算与模拟试验的动水流速随注浆时间的变化趋势具有一致性。(2) 1-7 工况管内动水速度随注浆扩散时间不断衰减,注浆初始阶段衰减速率较慢,而后半段衰减速率较快,直至速度衰减为 0,此过程注浆初期浆水混合物占据少部分流场,浆液扩散速度及黏度增长均较慢;注浆后期由于浆液的黏度时空分布特性,黏度不断增大,管路系统动水流速不断减小,最终动水流速降为 0,浆液的扩散封堵过程揭示了封堵机理。(3) 3-7 工况管内动水速度呈先减小后升高趋势。在相同工况下,数值计算得出的速度衰减时间比模拟试验获取的速度衰减时间长,造成这种误差的原因可能是模拟计算中的模型假设是理想化的,与实际模拟试验中的参数设置存在一定的差别,同时在操作试验时还会存在不可避免的人为误差、系统误差及设备精度误差及装置密封性等情况,导致模拟试验测得的数据偏小,在误差允许范围之内可认为数值模拟规律的合理性。



(a) 1-7工况



(b) 3-7工况

图 12　管道内动水流速变化规律对比图
Fig.12　Comparison diagram of dynamic water velocity variation in pipeline

## 5　结论

(1)通过流变性能试验研究了 WIS 新型注浆材料的浆液流型,建立基于黏度时空分布的函数关系,确定了 WIS 新型注浆材料属于黏度时空变化型浆液。

(2)考虑浆液黏度在运移过程中的时空变化性规律,阐述注浆过程的黏度时空分布情况,分析浆液在管道内运移的动态演化过程,黏度时空分布状态下浆液的扩散运移过程中浆液质点的黏度不断增大,每相邻两个浆液质点的黏度随注浆扩散均各不相同,浆液质点间距不断减小,扩散距离也不断减小。

(3)借助 COMSOL Multiphysics 数值模拟软件计算在不同注浆速率、管道直径、浆液粒径参数下浆液扩散形态随时间的变化特征,并对比分析模拟试验中管道内速度场的演化规律。结果表明:WIS

新型注浆材料的扩散过程具有明显的非对称性,顺水扩散距离均随扩散时间的增大而增大,扩散距离与注浆速率呈负相关关系,与管道直径、浆液粒径呈正相关关系;注浆口下游管路流速与注浆扩散时间存在显著的负相关关系。数值模拟计算结果与模拟试验结果的速度场演化规律具有一致性,同时验证了在误差允许的范围内数模拟规律的合理性。研究成果可为岩溶管道突涌水环境下的注浆参数设计提供可靠的理论依据及参考价值。

**参考文献:**


[1] LI S C, MA C Y, LIU R T, et al. Super-absorbent swellable polymer as grouting material for treatment of Karst water inrush[J]. International Journal of Mining Science and Technology, 2021, 31(5): 753-763.

[2] LI S C, QI Y H, LI Z F, et al. A novel treatment method and construction technology of the pipeline gushing water geohazards in Karst region[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2021, 113: 103939.

[3] 钱七虎. 地下工程建设安全面临的挑战与对策[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(10): 1945-1956.
QIAN Qihu. Challenges faced by underground projects construction safety and countermeasures [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(10): 1945-1956.

[4] 陈健, 黄泽, 谢亦朋, 等. 岩溶区隧道暗河溶厅综合整治方案及施工技术[J]. 隧道与地下工程灾害防治, 2021, 3(1):82-91.
CHEN Jian, HUANG Ze, XIE Yipeng, et al. The comprehensive remediation plan and construction technology oftunnel crossing underground river chamber in Karst area [J]. Hazard Control in Tunnelling and Underground Engineering, 2021, 3(1):82-91.

[5] LIU N, PEI J H, CAO C Y, et al. Geological investigation and treatment measures against water inrush hazard in Karst tunnels: a case study in Guiyang, southwest China[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2022, 124: 104491.

[6] WANG Y C, ZHENG S H, ZHONG Z B, et al. Experimental investigation on the hydraulic characteristics of water inrush in deep buried filled Karst conduit considering the permeability[J]. Transportation Geotechnics, 2023, 43: 101115.

[7] WANG Sheng, LI Liping, CHENG Shuai, et al. Risk assessment of water inrush in tunnels based on attribute interval recognition theory[J]. Journal of Central South University, 2020, 27(2): 517-530.

[8] 李术才, 李利平, 孙子正, 等. 超长定向钻注装备关键技术分析及发展趋势[J]. 岩土力学, 2023, 44(1): 1-30.
LI Shucai, LI Liping, SUN Zizheng, et al. Key technology analysis and development trend of the equipment for ultra-long directional drilling and grouting [J].Rock and Soil Mechanics, 2023, 44(1): 1-30.

[9] 贾赫扬, 李晓龙, 逯林方, 等. 基于聚合反应机理的膨胀型高聚物浆液平面裂隙注浆仿真方法研究[J]. 土木工程学报, 2022,55(11): 50-61.
JIA Heyang, LI Xiaolong, LU Linfang, et al. Study on simulation method for planar fracture grouting of expansive polymer grout based on polymerization reaction mechanism[J]. China Civil Engineering Journal, 2022, 55(11): 50-61.

[10] 王丽娟, 李凯, 张金接, 等. 膏浆平面裂隙动水注浆扩散模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(增刊 2): 3404-3411.
WANG Lijuan, LI Kai, ZHANG Jinjie, et al. Study on diffusion model of hydrodynamic grouting in plane cracks of gypsum slurry[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38 (Suppl. 2): 3404-3411.

[11] 王纪伟, 张连震, 张庆松, 等. 富水裂隙岩体注浆材料适用性现场试验研究[J]. 隧道与地下工程灾害防治, 2021, 3(1):58-67.
WANG Jiwei, ZHANG Lianzhen, ZHANG Qingsong, et al. Field test research on applicability of grout materials in water-rich fracturedrock grouting engineering [J]. Hazard Control in Tunnelling and Underground Engineering, 2021, 3(1):58-67.

[12] 李术才, 张霄, 张庆松, 等. 地下工程涌突水注浆止水浆液扩散机制和封堵方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(12): 2377-2396.
LI Shucai, ZHANG Xiao, ZHANG Qingsong, et al. Research on mechanism of grout diffusion of dynamic grouting and plugging method in water inrush of underground engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(12): 2377-2396.

[13] 刘人太, 李术才, 张庆松, 等. 示踪试验分析方法在地下工程水害治理中的应用研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 814-821.
LIU Rentai, LI Shucai, ZHANG Qingsong, et al. Research on application of tracer experiment analysis method to water hazards management in underground engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 814-821.

[14] 俞文生, 李鹏, 张霄, 等. 可变倾角单裂隙动水注浆模型试验研究[J]. 岩土力学, 2014, 35(8): 2137-2143.
YU Wensheng, LI Peng, ZHANG Xiao, et al. Model test research on hydrodynamic grouting for single fracture with variable inclinations[J]. Rock and Soil Mechanics,

2014, 35(8): 2137-2143.

[15] 郑卓, 杨红鲁, 高岩. 动水作用下单一裂隙浆液扩散机理研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2022, 30(1): 154-165.
ZHENG Zhuo, YANG Honglu, GAO Yan. Mechanism of grout diffusion in single flat fracture with dynamic water[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2022, 30(1): 154-165.

[16] 刘人太, 张连震, 张庆松, 等. 速凝浆液裂隙动水注浆扩散数值模拟与试验验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(增刊 1): 3297-3306.
LIU Rentai, ZHANG Lianzhen, ZHANG Qingsong, et al. Numerical simulation and experimental verification of hydrodynamic grouting diffusion in cracks of rapidly setting slurry[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(Suppl.1): 3297-3306.

[17] 陶伟明, 卢春房, 叶长文, 等. 聚氨酯复合注浆材料浆液扩散特性及应用研究[J]. 铁道学报, 2023, 45(7): 1-9.
TAO Weiming, LU Chunfang, YE Changwen, et al. Study on grout diffusion characteristics and application of polyurethane composite grouting materials[J]. Journal of the China Railway Society, 2023, 45(7): 1-9.

[18] 潘东东. 复杂岩溶裂隙-管道介质注浆扩散模拟分析方法及应用[D]. 济南: 山东大学, 2020.
PAN Dongdong. Simulation analysis method and application of grouting diffusion in complex Karst fracture and pipeline[D]. Jinan: Shandong University, 2020.

[19] 朱俊, 陈敬轩, 张玉姚, 等. 考虑浆液黏度时变性的动水注浆模拟[J]. 浙江工业大学学报, 2023, 51(2): 180-186.
ZHU Jun, CHEN Jingxuan, ZHANG Yuyao, et al. Simulation of hydrodynamic grouting considering time-varying slurry viscosity[J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2023, 51(2): 180-186.

[20] 郑卓. 基于悬浊液流动特性的注浆扩散及加固规律研究[D]. 济南: 山东大学, 2020.
ZHENG Zhuo. Study on grouting diffusion and reinforcement mechanism based on flowing regularity of suspension[D]. Jinan: Shandong University, 2020.

[21] 刘鹤年, 刘京. 流体力学[M]. 3 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 2016.

[22] 柳昭星, 董书宁, 王皓. 倾斜裂隙水平孔注浆浆液扩散规律[J]. 煤炭学报, 2022, 47(增刊 1):135-151.
LIU Zhaoxing, DONG Shuning, WANG Hao. Diffusion law of grouting slurry in horizontal hole of inclined fracture[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(Suppl.1):135-151.

[23] 王东亮, 郝兵元, 梁晓敏. 不同流型浆液在裂隙内扩散规律的理论与数值分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2021, 52(10):3760-3770.
WANG Dongliang, HAO Bingyuan, LIANG Xiaomin. Theoretical and numerical analysis of slurry diffusion with different flow patterns in fracture[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2021, 52(10):3760-3770.

[24] 魏建平, 姚邦华, 刘勇, 等. 裂隙煤体注浆浆液扩散规律及变质量渗流模型研究[J]. 煤炭学报, 2020, 45(1): 204-212.
WEI Jianping, YAO Banghua, LIU Yong, et al. Grouting fluid diffusion law and variable mass seepage model for fractured coal[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(1):204-212.

[25] 刘滨, 桑昊旻, 康永水, 等. 岩体裂隙网络注浆模拟试验系统研制及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(3): 540-549.
LIU Bin, SANG Haomin, KANG Yongshui, et al. Development of grouting simulation test system for rock mass fracture network and its application[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(3): 540-549.

[26] 张霄. 地下工程动水注浆过程中浆液扩散与封堵机理研究及应用[D]. 济南: 山东大学, 2011.
ZHANG Xiao. Study on mechanism of slurry diffusion and sealing at the process of underground engineering moving water grouting and its application[D]. Jinan: Shandong University, 2011.

[27] 刘人太. 水泥基速凝浆液地下工程动水注浆扩散封堵机理及应用研究[D]. 济南: 山东大学, 2012.
LIU Rentai. Study on diffusion and plugging mechanism of quick setting cement based slurry in underground dynamic water grouting and its application[D]. Jinan: Shandong University, 2012.

[28] 刘健, 刘人太, 张霄,等. 水泥浆液裂隙注浆扩散规律模型试验与数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(12): 2445-2452.
LIU Jian, LIU Rentai, ZHANG Xiao, et al. Diffusion law model test and numerical simulation of cement fracture grouting[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(12): 2445-2452.

(编辑:宋艳)