

含黏性摩擦的转子/定子碰摩实验研究

李阳^{1,2}, 王顺增³, 徐业银¹, 洪灵¹, 江俊¹

(1. 西安交通大学航天航空学院 复杂服役环境重大装备强度与寿命全国重点实验室, 710049 西安;

2. 西安应用光学研究所, 710065 西安; 3. 南阳理工学院智能制造学院, 473004 南阳)

摘 要: 为了研究转子/定子碰摩在黏性环境下摩擦力参数以及相应的碰摩响应特性。采用了3种不同长度的转轴和3种不同材料的定子进行实验, 同时还在碰摩面上涂抹了润滑剂以增强黏性阻尼效应。首先对不同的转子/定子系统进行了参数估算, 以便能够更准确地模拟和预测系统的行为。随后, 通过测量系统在不同转速下的响应, 观察了不同转子/定子碰摩系统的响应特性, 基于测量的位移响应数据, 利用惯性坐标系的离散规则以及运动微分方程, 对碰摩过程中的黏性摩擦力进行了估算, 并预估了不同转子/定子碰摩系统的黏性阻尼系数。最后, 对比了理论计算得到的转速区间与实验中测量的转速区间, 发现实验结果与理论预测比较吻合, 验证了含黏性阻尼摩擦模型理论分析的有效性。通过对含黏性阻尼摩擦模型的研究, 可以更准确地理解和预测转子/定子碰摩系统的行为, 并为设计和优化旋转机械中的转子/定子系统提供了重要的理论依据和技术支持。

关键词: 转子/定子碰摩; 黏性阻尼摩擦模型; 实验测量; 黏性阻尼摩擦力

中图分类号: O313; O329

文献标志码: A

文章编号: 1000-4939(2025)05-1006-10

Experimental analysis of rotor/stator rubbing with viscous friction

LI Yang^{1,2}, WANG Shunzeng³, XU Yeyin¹, HONG Ling¹, JIANG Jun¹

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration, School of Aerospace Engineering, Xi'an Jiaotong University, 710049 Xi'an, China; 2. Xi'an Institute of Applied Optics, 710065 Xi'an, China; 3. School of Manufacturing Institute, Nanyang Institute of Technology, 473004 Nanyang, China)

Abstract: We aimed to study the frictional force and corresponding rubbing response of rotor/stator rubbing in a viscous environment. In this paper, three different lengths of shafts and three different materials of stators were used for the experiment, and lubricants were also applied on the rubbing surfaces to enhance the viscous damping effect. First, the parameters of different rotor/stator systems were estimated to more accurately simulate and predict the behavior of the system. Subsequently, by measuring the response of the system at different rotational speeds, the response characteristics of different rotor/stator rubbing systems were observed. Based on the measured displacement response data and using the discrete rules of the inertial coordinate system and the differential equation of motion, the viscous friction force during the rubbing process was estimated, and the viscous damping coefficients of different rotor/stator rubbing systems were

收稿日期: 2023-08-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 12172267; 11972274)

通信作者: 江俊, 教授. E-mail: jun.jiang@mail.xjtu.edu.cn

引用格式: 李阳, 王顺增, 徐业银, 等. 含黏性摩擦的转子/定子碰摩实验研究[J]. 应用力学学报, 2025, 42(5): 1006-1015.

LI Yang, WANG Shunzeng, XU Yeyin, et al. Experimental analysis of rotor/stator rubbing with viscous friction[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2025, 42(5): 1006-1015.

predicted. Finally, the theoretical calculation of the speed range was compared with the experimental measurement of the speed range. It was found that the experimental results were in good agreement with the theoretical prediction, which validated the effectiveness of the theoretical analysis of the viscous damping friction model. Through the study of the viscous damping friction model, the behavior of the rotor/stator rubbing system can be more accurately understood and predicted, providing important theoretical basis and technical support for the design and optimization of rotor/stator systems in rotating machinery.

Key words: rotor/stator rubbing system; viscous damping friction model; experimental measurement; viscous damping friction

转子/定子碰摩现象在广泛应用的旋转机械中普遍存在,会严重降低高端装备(例如:航空发动机等)的性能、可靠性和完整性,并且容易诱发事故,造成重大损失。当前对燃油经济性的关注和技术发展的趋势促使转子/定子机械的设计朝着小间隙、轻结构和高速方向发展。然而,由于制造误差或工作条件不完善等因素,很容易造成转子/定子碰摩,其根本原因是旋转转子的变形和振动超过预留间隙,导致碰撞和摩擦^[1]。

关于转子碰撞的摩擦模型研究,国内外许多学者大多采用库伦摩擦模型来等效代替^[2-8]。然而,真实的旋转机械由于各种各样的环境因素,使得系统的摩擦非常复杂,从而带来故障机理分析和预测不准确等一系列问题。如外部的黏性环境,包括汽车发动机中的润滑油和转轴轴承的润滑剂等,会导致转子与定子之间产生的摩擦力不符合库伦摩擦力模型^[9]。

考虑黏性环境,通常采用库伦摩擦力加黏性摩擦力的摩擦模型来进行研究^[10],蒋春容等^[11]采用库伦摩擦-黏性摩擦定律建立了环形驻波超声波电机定子接触摩擦模型,发现基于库伦摩擦-黏性摩擦定律所建立的模型能更准确地描述定子黏性接触界面的摩擦传动特性。张铁等^[12]发现库伦-黏性摩擦力模型更加符合轻载机器人含有润滑剂的关节处摩擦力。陈忠华等^[13]采用库伦-黏性摩擦模型对滑动电接触摩擦力进行建模并进行了参数识别。朱鹏飞等^[14]讨论了不同径向油孔结构下轴承内部的油气分布和黏性摩擦。因此,建立更加符合转子系统实际环境运行状态的摩擦模型,考虑实际工业过程中的环境因素,转子/定子碰摩系统在含黏性阻尼摩擦模型下的实验研究具有实际意义。

本研究在前期理论工作的基础上^[15]以转子/定子碰摩系统为研究对象,基于 Bently 转子实验台,设计和搭建了测量转子/定子碰摩响应的测试系统和

实验台架,分析不同长度的转轴、不同材料的定子在不同转速下的动力学响应特性^[16],采用惯性坐标系下的离散规则与方法^[17-18],通过运动微分方程结合实验测量的位移和速度估算了黏性摩擦力,对比了各个碰摩运动的理论转速区间与实验转速区间,验证了含黏性阻尼摩擦模型的理论分析结果。

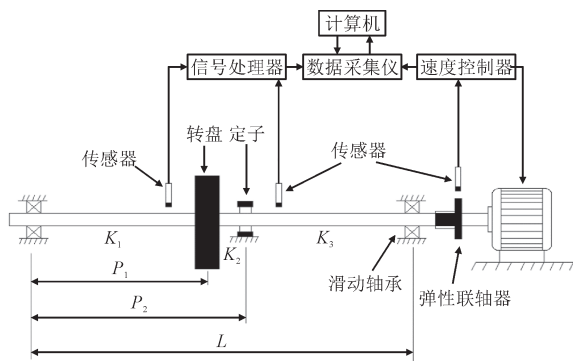
1 实验方案

1.1 实验设计

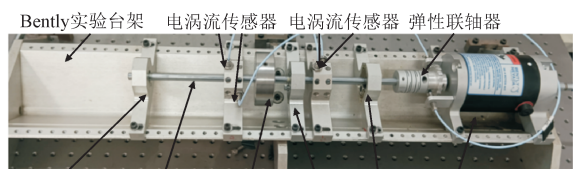
实验示意图如图 1 所示,由实验部件和测试部件组成,实验部件基于美国内华达 Bently 公司的 RK-4 转子实验台,设计了转子/定子碰摩实验部件,测试部件则通过传感器对信号进行测量,测量的信号通过信号处理器以后传输给数据采集仪,计算机把数据采集仪采集到的信号分析处理并反馈给速度控制器,调节输出电压的大小实现对转速的控制。实验部件由一个 Bently 实验台架做支撑,一个最高转速为 1 047 rad/s 的无极调速驱动电机通过弹性联轴器连接转轴,通过包含不平衡量的转盘模拟转子质量,不平衡量可以在转盘上通过增加微型螺栓来调节,刚性转轴的两端由滑动轴承支撑,定子由固定间隙的支撑滑动轴承模拟。实验采用了 3 根不同长度的转轴,分别和钢、铜、铝 3 种材料的定子进行碰撞摩擦实验,来观察在不同结构参数下的碰摩响应。实验部件主要结构参数如表 1 所示。

振动位移的测量选用了不会受到油污等介质影响的非接触式电涡流传感器(图 2),在实验测量时,用 2 个正交的传感器测量转轴的振动位移,将传感器分别安装在支架的水平方向和垂直方向。由于被测量的转轴比较细,为了防止 2 个传感器之间的电涡流出现相互耦合,2 个传感器在轴向上间隔一定的距离。测量验证了轴向错位不会引起额外的测量

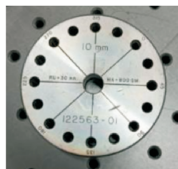
误差。在实验测量时,采用外部输入的模拟电压信号通过速度控制器来控制转子转速。



(a) 转子碰摩实验示意图



(b) 转子碰摩实验台及组件



(c) 转子转盘



(d) 两端的滑动轴承



(e) 模拟转/定子碰摩的滑动轴承



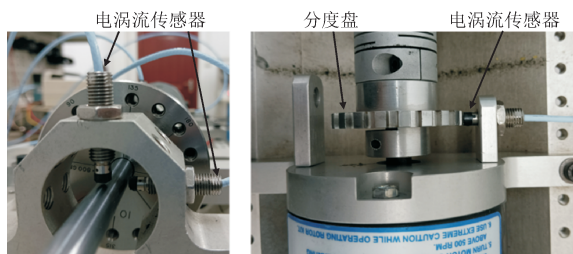
(f) 不同长度的转轴



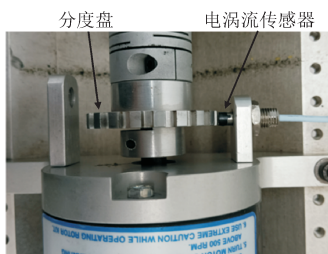
(g) 不同材料的定子

图1 转子碰摩实验示意图及实物图

Fig. 1 Schematic and physical diagram of the rotor rubbing experiment



(a) 测量位移的传感器



(b) 测量转速的分度盘与传感器



(c) 信号处理器



(d) 速度控制器



(e) 数据采集仪

图2 转子碰摩实验测量实物图

Fig. 2 Measurement of rotor rubbing experiment

因此,考虑电路中的阻抗因素,对电涡流位移传感器的速度控制电路进行灵敏度标定,实现转子速度的精确校正。其中所述输入电压信号的正和负分别对应于所述转子的顺时针和逆时针旋转方向。输入电压和转子速度之间的比率为192。

表1 实验部件主要结构参数

Tab. 1 Main structural parameters of experimental components

参数	数值	参数	数值
轴1 P_{L1}/m	0.23	转盘 r_{disk}/m	0.075
轴1 m_{shaft1}/kg	0.185	转盘 m_{disk}/kg	0.800
轴1 r_{shaft1}/m	0.01	定子1 $m_{stator1}/kg$	0.014
定子1 P_{11}/m	0.15	定子2 $m_{stator2}/kg$	0.015
转盘 P_{12}/m	0.10	定子3 $m_{stator3}/kg$	0.005
轴2 P_{L2}/m	0.33	定子1 $r_{stator1}/m$	0.010 4
轴2 m_{shaft2}/kg	0.247	定子2 $r_{stator2}/m$	0.010 4
轴2 r_{shaft2}/m	0.01	定子3 $r_{stator3}/m$	0.010 4
定子1 P_{21}/m	0.20	转轴 $E_{shaft}/(N \cdot m^{-2})$	2×10^{11}
转盘 P_{22}/m	0.17	转轴 I_{shaft}/m^4	4.9×10^{-10}
轴3 P_{L3}/m	0.41	偏心质量 m_e/kg	0.002
轴3 m_{shaft3}/kg	0.308	转盘偏心距 e/m	0.03
轴3 r_{shaft3}/m	0.01	等效偏心距 e_{r1}/m	6.7×10^{-5}
定子1 P_{31}/m	0.23	等效偏心距 e_{r2}/m	6.5×10^{-5}
转盘 P_{32}/m	0.20	等效偏心距 e_{r3}/m	6.3×10^{-5}

注:轴1、轴2、轴3的长度分别为300、400、500 mm;定子1、定子2、定子3的材质分别为钢、铜、铝; r_{shaft} 为转轴直径; r_{disk} 为转盘直径; m_{stator} 为定子质量; r_{stator} 为定子半径;等效偏心距为 $e_r = m_e e / m_r$ 。

1.2 实验参数计算

对于由转子与转轴串联而成的系统,在分析计算系统时仅考虑转子的质量,将导致计算结果相对于实际结果产生偏差。基于转子/定子碰摩发生在转子与定子接触点,本研究将转轴的质量进行等效,采用瑞利法来估算转子定子系统的等效质量,即

$$m_{shafteq} = \frac{17}{35} m_{shaft} \quad (1)$$

式中: m_{shaft} 表示转轴的质量; $m_{shafteq}$ 表示转轴的等效质量。

只要将转轴的质量计算式(1)加在原来质量 m 上,即可简化为转子定子系统

$$m_r = m_{disk} + m_{shafteq} \quad (2)$$

式中: m_{disk} 表示转盘质量; m_r 为转子定子系统的

质量。

进一步计算转子定子系统的等效刚度,图1所示的转子/定子碰摩系统在实验时的等效轴向刚度 K_1 、 K_2 和 K_3 分别为各个轴段的静态轴向刚度,根据图1中转子/定子碰摩系统的结构的约束关系和表1中的各个结构的尺寸,按照悬臂梁的偏移量进行等效计算,则

$$\begin{cases} K_1 = \frac{3E_{\text{shaft}} I_{\text{shaft}}}{P_2^3 - (P_1 - P_2)^3} \\ K_2 = \frac{3E_{\text{shaft}} I_{\text{shaft}}}{(P_1 - P_2)^3} \\ K_3 = \frac{3E_{\text{shaft}} I_{\text{shaft}}}{(P - P_2)^3} \end{cases} \quad (3)$$

式中: P 表示转轴长度; P_1 表示转盘位置; P_2 表示定子位置; E_{shaft} 表示转轴弹性模量; I_{shaft} 表示转轴截面惯性矩。

将转子的转速逐渐增加,可以测量得到转子/定子碰摩系统在不加定子的情况下的固有频率 ω_r ,这时是无碰摩的情况,与理论求解的一阶固有频率对比,可以验证安装的实验装置的合理性。然后利用测量得到的固有频率来计算转子/定子碰摩系统的等效刚度 K 。根据测试,无碰摩转子的横向振动的位移幅值最大时的转速为 ω_{N1} 同时转子的固有频率

$$\omega_r = \omega_{N1} \quad (4)$$

转子/定子碰摩系统的等效轴向刚度为

$$K = m_r \omega_r^2 \quad (5)$$

增加内径为 r_s 的定子,这时转子振幅达到最大值的速度为 ω_{N2} 。计算转子与定子联合在一体时的固有频率为

$$\omega_s = \omega_{N2} \quad (6)$$

实际测量时发现转子/定子碰摩系统的固有频率 ω_r 远小于转子与定子固结时的固有频率 ω_s ,说明了定子与转子的碰摩的效果与增大转子/定子碰摩系统的支承刚度的效果相同。

在测量时,转轴两端的基座及轴承存在弹性刚度,假设为 K_e ,这时修正式(3)中各轴段的轴向刚度为

$$\begin{cases} K'_1 = (1/K_1 + 1/K_e)^{-1} \\ K'_2 = K_2 \\ K'_3 = (1/K_3 + 1/K_e)^{-1} \end{cases} \quad (7)$$

式中: K'_1 是 K_1 的等效刚度; K'_2 是 K_2 的等效刚度; K'_3 是 K_3 的等效刚度。

无碰摩转子固有频率为

$$\omega_r = \sqrt{\left(K'_3 + \frac{K'_1 K'_2}{K'_1 + K'_2}\right) / m_r} \quad (8)$$

将式(7)中包含轴承及基座弹性刚度 K_e 的等效刚度代入式(8),从而得到关于 K_e 的方程

$$\begin{aligned} & [(K_1 + K_2)(m_r \omega_r^2 - K_3) - K_1 K_2] K_e^2 + \\ & [m_r \omega_r^2 (K_1 K_3 + K_1 K_2 + K_2 K_3) - 2K_1 K_2 K_3] K_e + \\ & m_r \omega_r^2 K_1 K_2 K_3 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

对式(9)进行求解,即可得到 K_e 。然后,将 K_e 代回之前的式(7),求得各个轴段刚度的有效值 K'_1 、 K'_2 和 K'_3 。随后,根据固有频率 ω_s 的表达式,即

$$\omega_s = \left[\frac{K'_2 + K'_3}{2m_r} + \frac{K'_1 + K'_2 + K'_3}{2m_s} - \sqrt{\left(\frac{K'_2 + K'_3}{2m_r} - \frac{K'_1 + K'_2 + K'_3}{2m_s} \right)^2 + \frac{K'_2 K'_3}{m_r m_s}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

求解得到定子实验架等效刚度 K_s (N/m)。

再根据实验测得的转子/定子碰摩系统刚度 K_r 与定子实验架等效刚度 K_s ,可求得刚度系数比值

$$\beta = \frac{K_r}{K_s} \quad (11)$$

对于转子/定子碰摩系统的阻尼比可以通过自由衰减曲线来计算,在测量时测得转子/定子碰摩系统的自由衰减曲线,通过计算自由衰减曲线振幅的下降比例即可求得阻尼比。一般的振幅下降曲线图如图3所示。先计算振幅下降曲线中2个相邻波峰的绝对值之比,或者是一个波峰和波谷与同一个波谷和下一个波峰的振幅的绝对值的比值,这2种计算方式都可以计算阻尼比。通常以一个波峰和波谷与同一个波谷和下一个波峰的振幅的绝对值的比值来计算阻尼比,这个比值被称为波形的衰减系数。

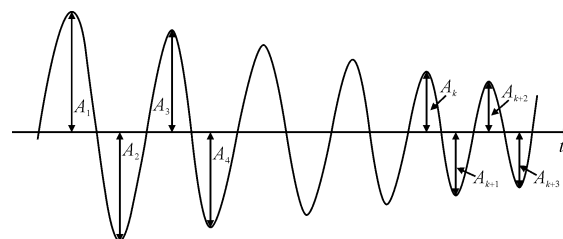


图3 衰减振动波形

Fig. 3 Vibration attenuation waveform

利用转子/定子碰摩系统的衰减曲线,根据衰减法可求得阻尼比。由实验测得数据峰值 A_k 、

$A_{k+1}, A_{k+2} \circ$

$$\phi = \frac{|A_k| + |A_{k+1}|}{|A_{k+1}| + |A_{k+2}|} \quad (12)$$

$$\delta = \ln \phi \quad (13)$$

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{\pi^2 + \delta^2}} \quad (14)$$

转子/定子碰摩系统一阶固有频率 ω_2 可以求得

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_s}{m_r}} \quad (15)$$

无量纲转速可以求得

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_2}, \omega = \frac{2\pi N}{60} \quad (16)$$

2 实验结果与分析

2.1 实验结果分析

通过测试得到的转子固有频率与计算求得转子的等效刚度、定子等效刚度和刚度系数的实验参数见表2。转轴1的无定子增速振幅图见图4,转轴1与定子1的增速振幅图见图5,由此可以计算得到表2的参数。

表2 各工况下实验参数

Tab. 2 Experimental parameters for each working condition

测试工况	转子固有频率 $\omega_r/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$	转子等效刚度 $K_r/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	定子等效刚度 $K_s/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	刚度系数比 β
轴1-定1	494	217 183	620 523	0.35
轴1-定2			408 017	0.53
轴1-定3			1 378 123	0.15
轴2-定1	440	178 112	1 238 716	0.14
轴2-定2			622 273	0.28
轴2-定3			1 324 168	0.13
轴3-定1	299	58 000	1 220 994	0.04
轴3-定2			623 279	0.136
轴3-定3			1 100 505	0.07

注:轴1表示转轴1,定1表示定子1。转子1的等效质量为0.889 kg,阻尼比为0.06;转子2的等效质量为0.919 kg,阻尼比为0.04;转子3的等效质量为0.949 kg,阻尼比为0.03。

在实验过程中,在转轴与定子碰摩表面涂抹润滑油来模拟黏性表面,通过电脑调节 Bently 的速度控制器的输入电压来控制转子转速,对转子升速过程进行测试,在转子升速实验中,转子从 0 rad/s 逐渐升速至 628 rad/s,转子在竖直 Y 方向的振幅随着转速的变化图见图6,可以看出,随着转速的增加,转子的振幅也相应的增加,500 mm 长度的轴的振幅会在 209 rad/s 左右就迅速增加,即由无碰摩状态转

变为碰摩状态,而 400 mm 长度的轴发生转变的转速是在 366 rad/s 处,300 mm 长度的轴则是在 523 rad/s 左右才从无碰摩状态转变为碰摩状态。同一长度轴和不同材料定子系统的振幅随转速变化的趋势基本相同,这是由于同一长度轴和不同材料定子之间的摩擦系数相差不大,所以变化趋势接近相同,为了进一步研究转子定子碰摩系统从无碰摩到碰摩的转变过程,分别研究了每种工况下的运动进程。

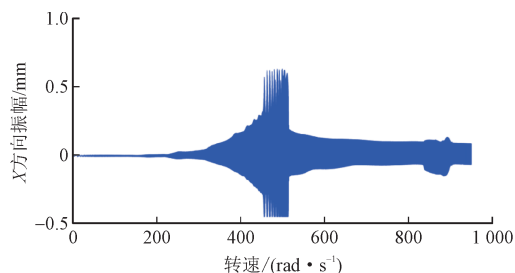


图4 转轴1无定子增速振幅图

Fig. 4 Amplitude diagram of speed-up vibration of rotating shaft 1 without stator

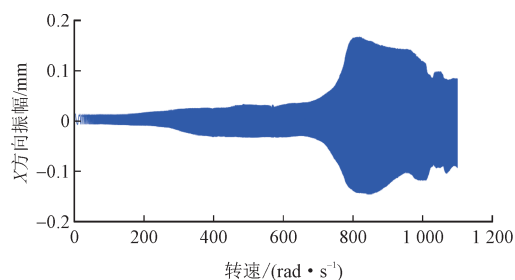


图5 转轴1与定子1增速振幅图

Fig. 5 Amplitude diagram of speed-up vibration of rotating shaft 1 and stator 1

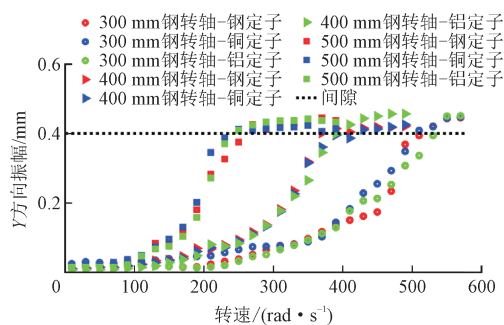


图6 不同工况下的转子随转速增加的竖直Y方向振幅图

Fig. 6 Vertical Y-direction amplitude of the rotor with increasing rotational speed for different operating conditions

经过前期的理论分析^[15]发现,含黏性阻尼摩擦模型的转子/定子碰摩与库伦摩擦模型在摩擦系数较低时的显著区别是从无碰摩到同频全周碰摩运动中间会出现局部碰摩运动,而库伦摩擦模型则是直接从无碰摩运动到同频全周碰摩运动,因此在转子1与定子1的工况下,在转子与定子表面增加润滑剂来模拟黏性阻尼,其随转速增加的运动轨迹图如图7所示,可以看到转速在502~554 rad/s范围内是明显的局部碰摩运动,与前期的理论分析是相符的,同时在频谱图8中,可以看到非倍频的局部碰摩频率成分。转速为523 rad/s的轨迹图和频谱图如图9所示,可以进一步看到这是一个明显的局部碰摩运动。

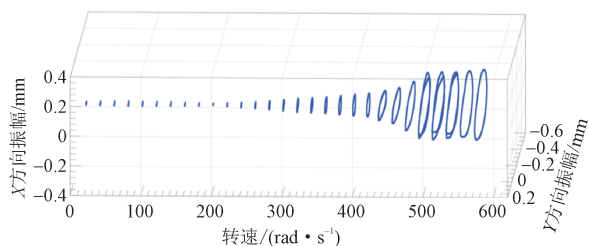


图7 转轴1与定子1随转速增加的轨迹图

Fig. 7 Trajectory diagram of rotor shaft 1 and stator 1 with increasing rotational speed

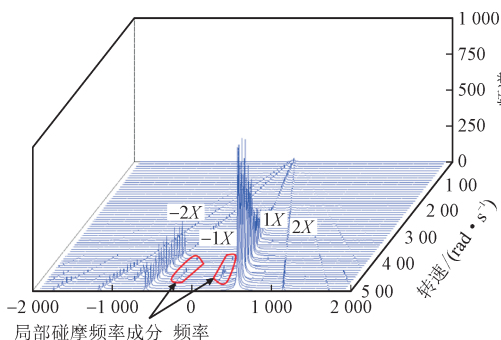


图8 转轴1与定子1随转速增加的频谱图

Fig. 8 Spectrogram of rotor 1 and stator 1 with increasing rotational speed

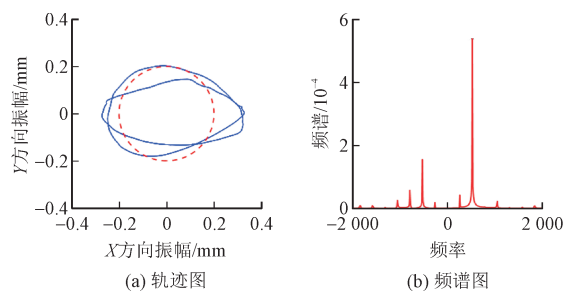


图9 转轴1与定子1在转速为523 rad/s下的轨迹图与频谱图(虚线为间隙)

Fig. 9 Trajectory and spectrogram of rotor 1 and stator 1 at a speed of 523 rad/s (dotted line is the gap)

对其他工况下的转子/定子碰摩进行实验(由于结果不变,仅展示转轴1与定子2、转轴1与定子3、转轴2与定子1、转轴3与定子1这4种工况下的结果),其随转速增加的轨迹图见图10。

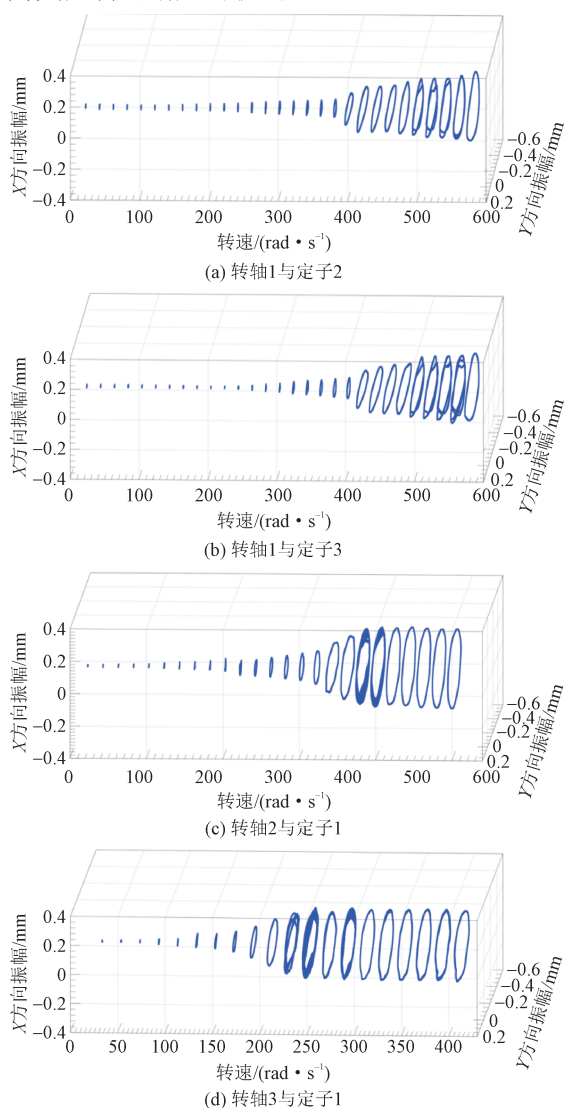


图10 不同工况下的转子随转速增加的轨迹图

Fig. 10 Plot of rotor trajectory with increasing speed for different operating conditions

随转速增加的频谱图(图11),各工况下局部碰摩区域某转速下的轨迹图与频谱图(图12),在每个工况增加润滑剂的情况下均出现了局部碰摩现象,与理论分析结果^[15]是相符的。

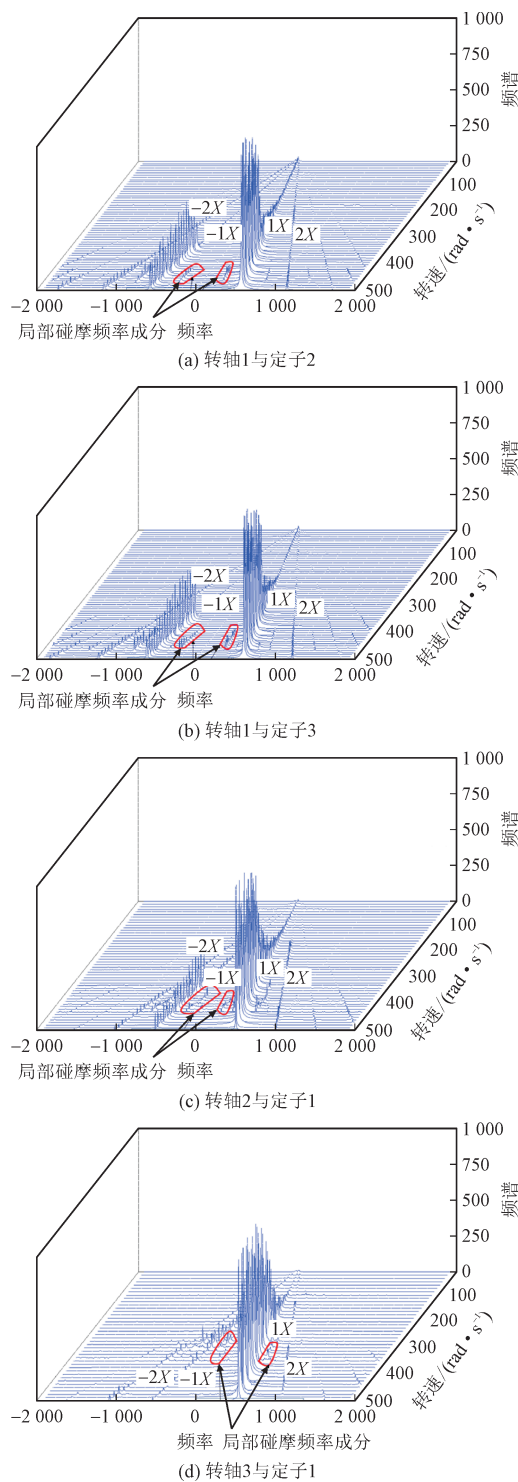


图11 不同工况下的转子随转速增加的频谱图
Fig. 11 Spectrogram of rotor with increasing speed for different operating conditions

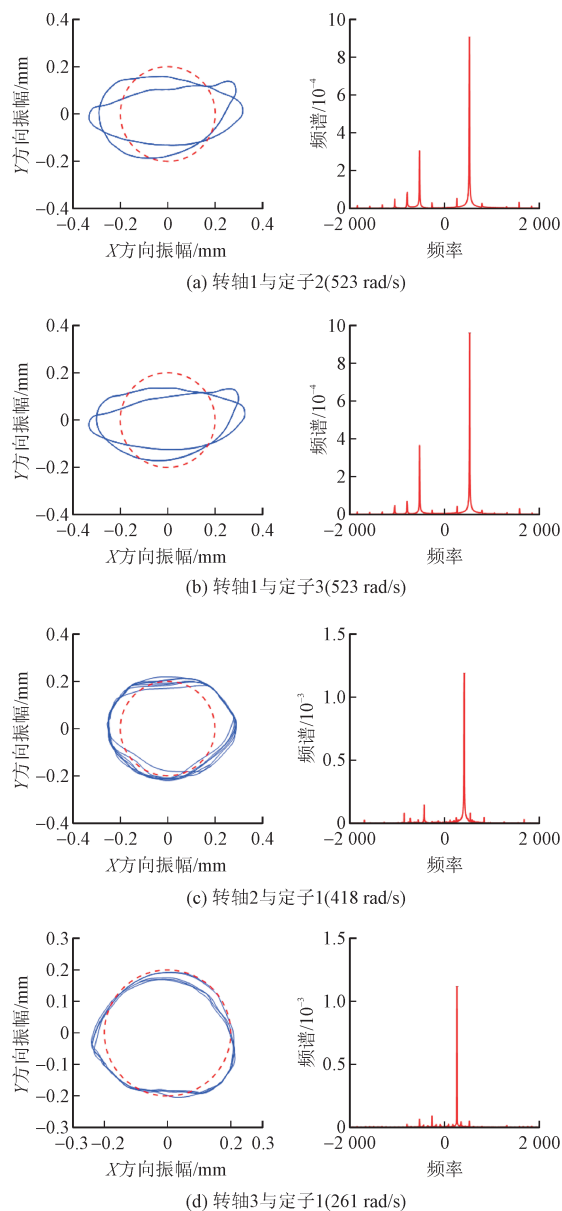


图12 不同工况下的局部碰摩在某一转速下的轨迹图与频谱图

Fig. 12 Trajectories and spectra of localised friction at a certain rotational speed for different operating conditions

2.2 摩擦力分析

由于无法直接测量摩擦力,所以通过转子的运动微分方程,结合实验测量得到的各个参数,预估转子/定子碰摩系统受到的摩擦力。

选取转子与定子的碰摩角度分别为 $\alpha = 0^\circ$ 、 90° 、 180° 、 270° 这4个角度的位置(图13),微分方程可以简化为

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_r\dot{x} + k_r x + F_n &= m\omega^2 \cos \omega t, \\ m\ddot{y} + c_r\dot{y} + k_r y + f_\mu &= m\omega^2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (17)$$

首先对式(17)进行求解,假设 $\eta = [\gamma \ \dot{\gamma}]^T$ 方程可以写为

$$\dot{\eta} = A\eta + Bu + N\Theta p \quad (18)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -m^{-1}k_r & -m^{-1}c_r \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ m^{-1} & 0 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, u = [me\omega^2 \sin \omega t \ 0]^T, p = \begin{bmatrix} 0 \\ -m^{-1}f_\mu \end{bmatrix}$$

转子与定子之间是否发生碰摩用 Heaviside 函数 Θ 表示,即当转子处于无碰摩状态时 $\Theta = 0$;当转子发生碰摩时 $\Theta = 1$ 。

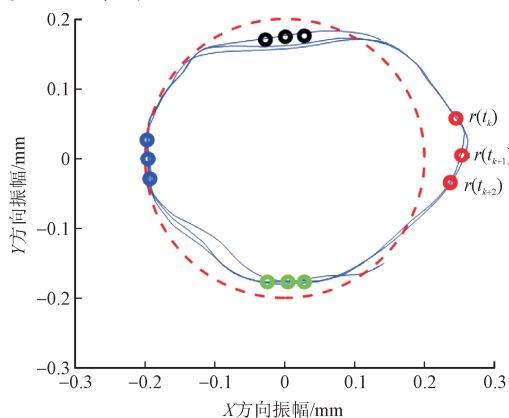


图 13 400 mm 长度转轴与钢质定子转速为 418 rad/s 时的位移轨迹图

Fig. 13 Displacement trajectory of 400 mm length rotor shaft with steel stator at 418 rad/s

根据线性惯性坐标系的离散规则^[17-18]将模型离散化,系统矩阵 A 和输入矩阵 B 可以被离散化为

$$A_d = \exp(At_s), B_d = A^{-1}(A_d - I_2)B \quad (19)$$

式中: t_s 表示采样时间;摩擦力 f_μ 被假定为在 2 个时间步骤 $(k+1)t_s$ 和 kt_s 之间保持恒定。相应的输入矩阵 N 被离散为

$$N_d = A^{-1}(A_d - I_2)N \quad (20)$$

最后,非线性离散时间模型可以表示为

$$\eta_{k+1} = A_d \eta_k + B_d u_k + N_d \Theta p \quad (21)$$

代入系数可得

$$\begin{bmatrix} y_{k+1} \\ \dot{y}_{k+1} \end{bmatrix} = A_d \begin{bmatrix} y_k \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} + B_d \begin{bmatrix} me\omega^2 \sin \omega t \\ 0 \end{bmatrix} + N_d \begin{bmatrix} 0 \\ -m^{-1}f_\mu \end{bmatrix} \quad (22)$$

求解方程即可求得摩擦力 f_μ 。同理可以求得正压力 F_n 。分别选取 4 个位置求平均值,以降低干扰因素对实验结果的影响。

据此可以求得在不同条件下黏性摩擦力随速度

变化的趋势图(图 14),图中分别为不同长度转轴与不同材料定子之间的摩擦力随速度的变化,可以看到摩擦力随速度是线性变化的,与含黏性阻尼的摩擦模型相似,图中铜质定子的黏性阻尼是最高的,剔除不合理的数据点可预估黏性阻尼,见表 3。

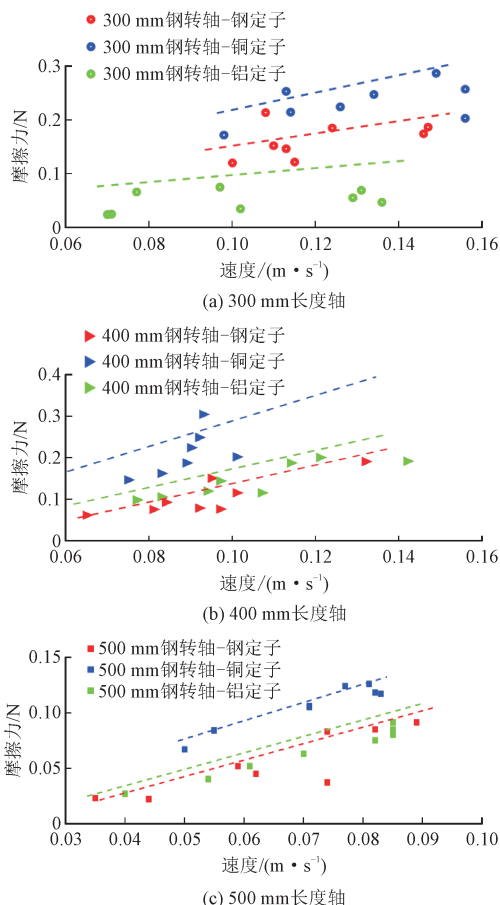


图 14 黏性摩擦力随相对速度变化趋势

Fig. 14 Trend of viscous friction with relative speed

表 3 各工况下的黏性阻尼

Tab. 3 Viscous damping for each operating condition

轴长/mm	钢质定子 $c_{\text{钢}} /$ ($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	铜质定子 $c_{\text{铜}} /$ ($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)	铝质定子 $c_{\text{铝}} /$ ($\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$)
300	1.18	1.73	0.31
400	0.92	1.90	1.22
500	0.56	1.41	0.65

2.3 实验结果与理论结果对比

根据实验测量的参数,代入前期工作^[15]的理论分析方法中即可求得理论预测碰摩响应与实验测量的碰摩响应对比表(表 4),根据式(15)和式(16)可以将无量纲的转速 Ω 转变为转速 N ,根据黏性阻尼 c_v 与结构阻尼 c_r 的比值求得黏性阻尼系数 C_{rel} 。从表中可以看出理论预测与实验测量基本吻合。

表 4 碰摩响应的理论与实验对比

Tab. 4 Theoretical versus experimental of the rubbing response

工况	响应类型	碰摩响应/(rad · s ⁻¹)		偏差/ %
		理论计算	实验测量	
转轴 1 与定子 1 $R_0 = 2.98; R_d = 50R_0; \omega_2 = 835; C_{rel} = 0.014$	无碰摩	0 ~ 442 ($0 < \Omega < 0.52$)	0 ~ 502	12
	局部碰摩	442 ~ 560 ($0.52 < \Omega < 0.67$)	502 ~ 554	6
	同频全周	> 560 ($\Omega > 0.67$)	> 554	0.9
转轴 1 与定子 2 $R_0 = 2.98; R_d = 50R_0; \omega_2 = 677; C_{rel} = 0.021$	无碰摩	0 ~ 433 ($0 < \Omega < 0.64$)	0 ~ 492	11
	局部碰摩	433 ~ 515 ($0.64 < \Omega < 0.76$)	492 ~ 565	12
	同频全周	> 515 ($\Omega > 0.76$)	> 565	8
转轴 1 与定子 3 $R_0 = 2.98; R_d = 50R_0; \omega_2 = 1\,245; C_{rel} = 0.004$	无碰摩	0 ~ 460 ($0 < \Omega < 0.37$)	0 ~ 481	4
	局部碰摩	460 ~ 585 ($0.37 < \Omega < 0.47$)	481 ~ 586	4
	同频全周	> 585 ($\Omega > 0.47$)	> 586	0.1
转轴 2 与定子 1 $R_0 = 3.0; R_d = 50R_0; \omega_2 = 1\,160; C_{rel} = 0.011$	无碰摩	0 ~ 351 ($0 < \Omega < 0.33$)	0 ~ 366	4
	局部碰摩	351 ~ 429 ($0.33 < \Omega < 0.37$)	366 ~ 418	5
	同频全周	> 429 ($\Omega > 0.37$)	> 418	2
转轴 2 与定子 2 $R_0 = 3.0; R_d = 50R_0; \omega_2 = 822; C_{rel} = 0.023$	无碰摩	0 ~ 383 ($0 < \Omega < 0.466$)	0 ~ 355	7
	局部碰摩	383 ~ 419 ($0.46 < \Omega < 0.51$)	355 ~ 418	7
	同频全周	> 419 ($\Omega > 0.51$)	> 418	0.2
转轴 2 与定子 3 $R_0 = 3.0; R_d = 50R_0; \omega_2 = 1\,200; C_{rel} = 0.015$	无碰摩	0 ~ 384 ($0 < \Omega < 0.32$)	0 ~ 376	2
	局部碰摩	384 ~ 420 ($0.32 < \Omega < 0.35$)	376 ~ 418	2
	同频全周	> 420 ($\Omega > 0.35$)	> 418	2
转轴 3 与定子 1 $R_0 = 3.17; R_d = 50R_0; \omega_2 = 1\,134; C_{rel} = 0.006$	无碰摩	0 ~ 215 ($0 < \Omega < 0.19$)	0 ~ 209	3
	局部碰摩	215 ~ 294 ($0.19 < \Omega < 0.26$)	209 ~ 293	3
	同频全周	> 294 ($\Omega > 0.26$)	> 293	0.6
转轴 3 与定子 2 $R_0 = 3.17; R_d = 50R_0; \omega_2 = 810; C_{rel} = 0.017$	无碰摩	0 ~ 259 ($0 < \Omega < 0.32$)	0 ~ 219	15
	局部碰摩	259 ~ 283 ($0.32 < \Omega < 0.35$)	219 ~ 272	16
	同频全周	> 294 ($\Omega > 0.35$)	> 272	4
转轴 3 与定子 3 $R_0 = 3.17; R_d = 50R_0; \omega_2 = 1\,076; C_{rel} = 0.008$	无碰摩	0 ~ 258 ($0 < \Omega < 0.24$)	0 ~ 209	18
	局部碰摩	258 ~ 280 ($0.24 < \Omega < 0.26$)	209 ~ 240	19
	同频全周	> 280 ($\Omega > 0.26$)	> 240	14

由于不同系统采用的定子不是标准件,是送出加工出来的,定子的内径精度约为 0.40 mm,加工无法达到 0.01 mm 这个精度;另外,在安装时也会产生转轴的中心线与定子的中心线不重合的误差;此外,涂抹润滑剂的厚度也会影响黏性阻尼,所以导致不同系统的误差略有不同。通过计算了误差率,可以看出误差均小于 20%。

3 结 论

本研究基于转子/定子碰摩实验台,开展了含黏性摩擦的碰摩响应研究,通过研究不同长度的转轴

和不同材料的定子组成的碰摩系统的碰摩响应的动力学行为,得到了以下几点结论。

1) 通过分析 300、400、500 mm 这 3 种长度的转轴与钢、铜、铝这 3 种材质的定子组成的碰摩系统,均发现了黏性摩擦力模型在低摩擦系数下特有的碰摩现象即局部碰摩,验证了理论分析结果。

2) 采用惯性坐标系的离散规则方法结合实验测量的位移和速度,通过运动微分方程估算了摩擦力,摩擦力的特征符合黏性摩擦力模型。

3) 基于理论分析方法,对比了各个碰摩运动的理论转速区间与实验转速区间,各个转速区间基本吻合,验证了含黏性阻尼摩擦模型的理论分析结果。

综合可知,研究含黏性阻尼摩擦模型的转子/定子碰摩系统,对复杂环境下的旋转机械设计具有实际意义。

参考文献:

- [1] MUSZYNSKA A. Rotordynamics [M]. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- [2] JIANG J. Determination of the global responses characteristics of a piecewise smooth dynamical system with contact[J]. Nonlinear dynamics, 2009, 57(3): 351-361.
- [3] 肖世富, 陈红永. Jeffcott 刚性支承转子系统的稳定性与动刚度分析[J]. 应用力学学报, 2021, 38(4): 1663-1669.
XIAO Shifu, CHEN Hongyong. Research on stability and dynamic stiffness of Jeffcott rotor system with rigid support[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2021, 38(4): 1663-1669 (in Chinese).
- [4] 卫凯, 曹琦, 燕群, 等. 开式转子噪声数值模拟与试验研究[J]. 应用力学学报, 2022, 39(3): 476-481.
WEI Kai, CAO Qi, YAN Qun, et al. Numerical simulation and experimental measurement of open-rotor[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(3): 476-481 (in Chinese).
- [5] WANG S Z, HONG L, JIANG J. Characteristics of stick-slip oscillations in dry friction backward whirl of piecewise smooth rotor/stator rubbing systems[J]. Mechanical systems and signal processing, 2020, 135: 106387.
- [6] 黄旭, 苏明, 孙易森, 等. 电驱动偏心转子与复合振动环境振动同步的理论研究[J]. 应用力学学报, 2022, 39(4): 775-783.
HUANG Xu, SU Ming, SUN Yisen, et al. Theoretical study on the synchronization of electric drive eccentric rotor and the compound vibratory environment[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(4): 775-783 (in Chinese).
- [7] WANG S Z, HONG L, JIANG J. Analytical prediction on stick-slip whirling oscillations induced by dry friction between a rotating imbalanced rotor and a flexibly supported stator[J]. Journal of sound and vibration, 2021, 511: 116333.
- [8] XU Y Y, LUO A C J. Paired asymmetric periodic oscillations in a pair of first-order asymmetric nonlinear circuit systems[J]. Mechanical systems and signal processing, 2022, 171: 108810.
- [9] KANG X, PALAZZOLO A, ZHONG W. Auxiliary bearing squeeze film dampers for magnetic bearing supported rotors[J]. Tribology international, 2020, 146: 106181.
- [10] 丁千, 翟红梅. 机械系统摩擦动力学研究进展[J]. 力学进展, 2013, 43(1): 112-131.
DING Qian, ZHAI Hongmei. The advance in researches of friction dynamics in mechanics system[J]. Advances in mechanics, 2013, 43(1): 112-131 (in Chinese).
- [11] 蒋春容, 成苏南, 任香亭, 等. 环形驻波超声波电机定转子接触摩擦模型[J]. 电机与控制应用, 2023, 50(1): 23-29
JIANG Chunrong, CHENG Sunan, REN Xiangting, et al. Contact and friction model of stator and rotor in a ring type standing wave ultrasonic motor [J]. Electric machines & control application, 2023, 50(1): 23-29 (in Chinese).
- [12] 张铁, 李秋奋, 邹焱飏. 轻载机器人动力学参数辨识中的关节摩擦力辨识[J]. 润滑与密封, 2020, 45(7): 1-7.
ZHANG Tie, LI Qiufen, ZOU Yanbiao. Joint friction identification in dynamic identification of light-load industrial robots[J]. Lubrication engineering, 2020, 45(7): 1-7 (in Chinese).
- [13] 陈忠华, 党伟, 时光, 等. 波动载荷下滑动电接触摩擦力建模[J]. 电工技术学报, 2019, 34(24): 5126-5134.
CHEN Zhonghua, DANG Wei, SHI Guang, et al. Modeling of sliding electrical contact friction under wave loading[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2019, 34(24): 5126-5134 (in Chinese).
- [14] 朱鹏飞, 姜乐, 吕亚国, 等. 径向油孔结构对环下润滑高速轴承内部流动特性的影响研究[J]. 推进技术, 2024, 45(1): 201-211.
ZHU Pengfei, JIANG Le, LÜ Yaguo, et al. Effects of radial oil hole structure on internal flow characteristics of high-speed bearings with under-race lubrication[J]. Journal of propulsion technology, 2024, 45(1): 201-211 (in Chinese).
- [15] LI Y, FAN S, WANG S Z, et al. Unveiling the effects of viscous friction on the full annular rubs in a piecewise smooth rotor/stator rubbing system[J]. International journal of applied mechanics, 2023, 15(5): 2350034.
- [16] 沈心敏. 摩擦学基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1991.
- [17] PEARSON A. Linear optimal control systems[J]. IEEE transactions on automatic control, 1974, 19(5): 631-632.
- [18] SPILLER M, SÖFFKER D. Stator-rotor contact force estimation of rotating machine[J]. Automation, 2021, 2(3): 83-97.

(编辑 吕茵)