

郑皓文,刘军,张文斌,等.适用于GJK-EPA的复杂单元间接触类型判别方法[J].辽宁工程技术大学学报(自然科学版),2026,45(4): 436-444.DOI:10.11956/j.issn.1008-0562.20260067

Zheng Haowen,Liu Jun,Zhang Wenbin,et al.A novel contact type determination method of complex elements in GJK-EPA[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science),2026,45(4):436-444.DOI:10.11956/j.issn.1008-0562.20260067

适用于GJK-EPA的复杂单元间接触类型判别方法

郑皓文¹, 刘 军^{2*}, 张文斌¹, 张 健¹, 王占彬¹

(1. 南京交通职业技术学院 建筑工程学院, 江苏 南京 211188; 2. 河海大学 土木与交通学院, 江苏 南京 210024)

摘 要:为解决 Gilbert-Johnson-Keerthi (GJK) -expanding polytope algorithm (EPA) 在复杂形状单元接触类型判别中的局限性, 提出一种改进的接触类型判别方法。通过引入接触参考平面概念, 将复杂形状单元之间的接触判别问题简化为单元与接触参考平面之间的判别。基于该方法, 开发适用于离散元框架的复杂形状单元自然堆积模拟算法, 并编写实现代码。通过两个接触案例分析该方法的理论基础, 并开展多面体与圆柱体单元的堆积模拟试验。研究结果表明, 所提出算法能够正确模拟复杂形状单元间的堆积过程。与改进公共面法和 GJK-EPA 法的模拟效果对比, 改进 GJK-EPA 法在单元堆积模拟中呈现出更加平滑的轮廓面和更为紧凑的单元排列, 模拟效果更优。与传统 GJK-EPA 法相比, 改进算法在圆柱和多面体单元堆积模拟中, 计算精度分别提高了 8.4% 和 24.8%, 验证了该算法的适用性和先进性。

关键词: 复杂形状单元; 离散元模拟; GJK; EPA; 接触类型判别

中图分类号: O347.7

文献标志码: A

文章编号: 1008-0562(2026)04-0436-09

A novel contact type determination method of complex elements in GJK-EPA

Zheng Haowen¹, Liu Jun^{2*}, Zhang Wenbin¹, Zhang Jian¹, Wang Zhanbin¹

(1. College of Civil Engineering, Nanjing Vocational Institute of Transport Technology, Nanjing 211188, China; 2. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China)

Abstract: To overcome the limitations of the coupled Gilbert-Johnson-Keerthi (GJK) and expanding polytope algorithm (EPA) in classifying contact types for complex-shaped elements, this study proposes an improved contact classification method. By introducing the concept of a contact reference plane, the contact classification problem between complex-shaped elements is simplified to determining the relationship between each element and the reference plane. Built on this approach, a natural packing simulation algorithm for complex-shaped elements is established under the discrete element framework, and the corresponding implementation code is developed. The theoretical foundation of the proposed method is analyzed through two representative contact cases, followed by packing simulation experiments involving polyhedral and cylindrical elements. The research results show that the proposed algorithm can accurately simulate the packing process of complex-shaped elements. Compared with the improved common-plane method and the GJK-EPA method, the improved GJK-EPA method produces smoother packing contours and more compact element arrangements, demonstrating superior simulation performance. In comparison to the traditional GJK-EPA method, the improved algorithm enhances the computational accuracy of packing simulations for cylindrical and polyhedral elements by 8.4% and 24.8%, respectively, validating the applicability and advanced nature of the proposed algorithm.

Keywords: complex shaped elements; discrete element simulation; GJK; EPA; contact-type determination

收稿日期: 2026-02-04 修回日期: 2026-04-03 接受日期: 2026-04-15 责任编辑: 张雯

基金项目: 国家自然科学基金项目 (523043211); 南京交通职业技术学院科研基金项目 (JZ2502)

作者简介: 郑皓文 (1993-), 男, 江苏连云港人, 博士, 讲师, 主要从事离散元模拟及智能优化算法方面的研究。

E-mail: hwzheng@njtt.edu.cn

通信作者: 刘 军 (1969-), 男, 河北承德人, 博士, 教授, 主要从事离散元、冲击动力学方面的研究。E-mail: liun8@263.net

0 引言

在散体介质中,任意两个独立非连续单元之间的接触类型可以是顶点、边和面的任意组合,并且离散系统中不同单元间接触类型也会随时间推移而发生改变^[1]。因此,计算不同单元间的接触信息是非常复杂的问题^[2-3],诸如接触漏判或虚假接触等错误计算均会影响离散元模拟的顺利进行。相较于可采用简单解析函数表示的颗粒元,复杂形状单元需要更精准的算法来正确识别单元间的接触类型,才能计算得到可靠接触点^[4]。

早期研究多采用直接法^[5],通过枚举多面体之间的几何关系并结合边-边重叠情况判断接触类型。该方法原理直观,但计算复杂度高,难以适用于大规模颗粒系统。为提高计算效率,Hung等^[6]提出快速直接搜索算法,在一定程度上降低了计算成本。然而,该方法在处理复杂块体单元时,未能充分利用点-边-面之间的拓扑关系,导致计算冗余严重;同时,由于对接触类型进行了简化处理,易产生接触漏判及接触点定位误差等问题。

针对上述问题,研究者逐步转向基于“接近面”的接触判别思路。Liu等^[7]提出接近面法,将块体单元表面抽象为凸多边形,通过识别相邻接触面来确定接触状态及其几何参数。Keneti等^[8]进一步引入“主平面”概念,实现了对任意凸块体单元接触类型的统一检测。此类方法在减少接触类型判别次数方面具有优势,且实现相对简洁。刘明清^[9]对公共面法进行了扩展,使其能够处理球体与圆柱体等异形单元的接触问题。然而,该方法在接近面搜索过程中需进行多次几何判定,计算效率仍受限于检测顺序及候选面筛选策略。

随着计算几何的发展,基于凸集运算的接触检测方法逐渐成为主流。其中,GJK算法^[10]通过构造闵可夫斯基差集,将两个凸体间的最短距离问题转化为原点与凸集之间的距离问题,具有良好的通用性和计算效率^[11],因此被广泛应用于机器人学^[12]、计算机图形学^[13]及计算力学领域^[14-15]。此外,GJK算法可利用时间步之间的连贯性复用历史搜索信息,从而进一步提升计算效率^[16],并可与空间加速结构(如查找表、二叉树等)结合以处理大规模问题^[17]。在此基础上,研究者对GJK算法进行多种拓展。例如,Zhao等^[18]结合形状侵蚀法改进接触检测性能,但该方法依赖人为设定的侵蚀参数,易引入较大误差^[19]。Feng^[20]基于闵可夫斯基重叠提出能量守恒接触模型,并结合GJK-EPA算

法实现对复杂接触问题的求解。相关研究进一步解决了部分三维多面体接触情况下的唯一性与模糊性问题^[21]。Liu等^[22]基于几何二元化理论构造多面体重叠体积,实现了球体与多面体之间的接触检测。

尽管GJK-EPA算法在接触检测与穿透深度计算方面表现优异,但现有研究主要集中于接触是否发生及接触力计算,对接触类型判别问题关注不足。在实际应用中,GJK-EPA算法通常通过单纯形演化过程或EPA扩展多面体的几何特征,对接触状态进行间接判断。然而,这种判别方式由于未显式构建不同接触形式之间的拓扑映射关系,在处理点-面、边-边及面-面等复杂接触时,容易出现类型混淆或误判。此外,现有方法多针对简单颗粒^[23]或规则块体^[24],对圆柱体与多面体等异形单元之间的接触缺乏系统而有效的判别机制。综上,在GJK-EPA框架下构建一种统一、稳定且具有明确几何意义的接触类型判别方法,仍是当前亟待解决的问题。

针对上述问题,本文在GJK-EPA算法框架下,提出一种适用于复杂形状单元的接触类型判别方法。该方法引入公共面法中的接触参考平面概念,结合GJK-EPA算法所提供的接触信息,分析复杂单元在不同接触形式下与参考平面的几何参数特征。通过建立单元与接触参考平面之间的位置关系,将复杂形状单元间的接触类型判别问题转化为单元与参考平面之间的接触判别问题,以降低判别复杂度并提高判别稳定性。选取两类典型复杂单元接触情形开展系统算例分析,验证所提方法的理论合理性。在此基础上,开发离散元框架下适用于GJK-EPA算法的复杂形状单元接触类型判别程序。通过多面体与圆柱体单元自然堆积过程的数值模拟,对比分析改进公共面法^[9]、传统GJK-EPA算法^[10],以及本文改进方法的计算结果,验证所提改进算法在复杂单元间接触类型判别方面的正确性和先进性。

1 GJK-EPA算法原理

离散元模拟中,GJK接触发现算法与扩展多边形算法(EPA)常被一起应用于检测凸体单元间的接触状态和计算接触信息。其中,GJK算法整合了闵可夫斯基差^[25]和支持映射函数的理论^[26],能迅速判断两凸体单元是否存在接触,进一步通过EPA算法计算出两接触单元间的接触法线和接触深度。GJK算法流程见图1。

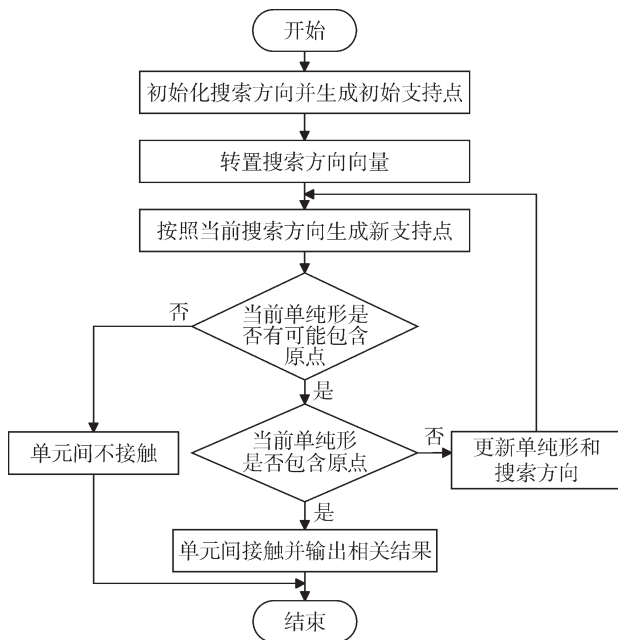


图1 GJK算法流程

Fig.1 Flow of the GJK algorithm

GJK算法先按指定方向计算两个接触单元间的支持映射点,再根据当前参数持续调整搜索方向,试图构建一个包含原点并由若干个支持映射点构成的单纯形。若单纯形构建成功,则表示两个单元存在接触;若失败,则说明它们之间无接触。持续更新单纯形以逼近原点,并仅通过判断当前单纯形是否围绕原点来确定两单元是否接触,此过程避免了计算整个闵可夫斯基差,简化了计算。

EPA算法流程见图2。

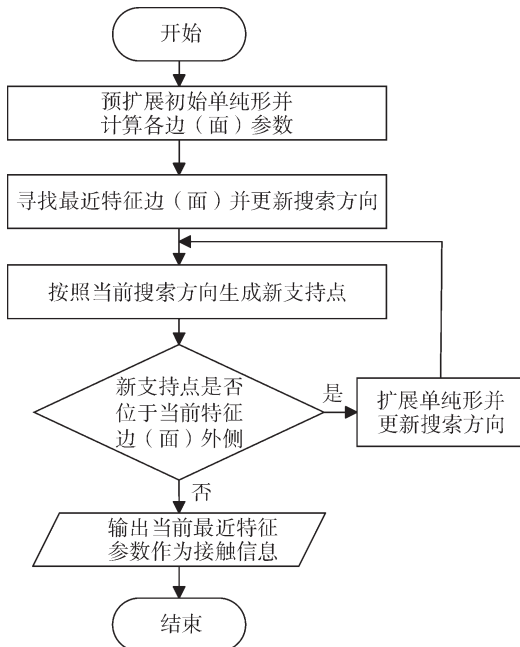


图2 EPA算法流程

Fig.2 Flow of the EPA algorithm

该算法先沿原点到当前单纯形的最近特征方向扩展,再对单纯形执行有限次的扩展操作,直至找到闵可夫斯基差上的实际最近特征面。这一特征的外法向量即为离散元模拟中需要的接触法向,而该特征面到原点的最近距离即为接触深度。

对于多面体单元,GJK-EPA算法中闵可夫斯基差上的每个特征面在两个原始单元中都有对应关联面。但闵可夫斯基差上的某个特征边或面,其在原始单元上的关联面则可能退化为边或顶点。因此,单元间的接触类型可以归为以下5种:顶点-顶点、顶点-边、边-边、顶点-面、面-面接触。考虑到闵可夫斯基差是一个包含原点的凸多边形或凸多面体,一定会以某个关联接触面为基础特征,接触类型可进一步简化为3种:顶点-面、边-面、面-面。现有基于GJK-EPA框架开展圆柱单元间、多面体单元间、圆柱与多面体单元间的接触类型判别时,多采用顶点-面和边-面的简化接触类型^[27],通过避免面-面接触以降低计算复杂度,该简化处理会造成技术精度降低。

2 改进复杂单元接触类型判别方法

基于前文对GJK-EPA算法的剖析,进一步挖掘圆柱和多面体单元在不同接触形式下的参数特征,结合公共面法的思想以及EPA算法提供的接触法线,引入接触参考平面的概念,通过逐个分析接触单元与接触参考平面的位置关系,将复杂形状单元间接触类型的判别简化为每个单元与接触参考平面间的接触判别。

2.1 圆柱单元接触类型判别

为了精确计算圆柱体的接触点,将圆柱体单元的接触类型细分为3类:底面接触、侧面接触和底面圆接触。

利用GJK-EPA算法计算得到的接触法线,将其视为接触参考平面的外法线方向 d 。结合支持映射函数,计算圆柱单元在外法线方向最远端的点 P_0 ,按式(1)确定接触参考平面^[9]。

$$d \cdot (K - P_0) = 0, \quad (1)$$

式中, K 为平面上的任意点。

圆柱单元与参考平面的3种位置关系见图3,其中蓝色平面为参考平面,可以看出,不同接触状态下,圆柱单元与接触参考平面的位置关系不同。因此,可根据接触法线和圆柱轴向方向向量的位置关系,界定接触单元对中某一个圆柱单元在不同接触场景下相对参考平面的接触状态。对接触法线向量取逆,进一步判断接触单元对中另

一个单元与参考平面的位置关系。通过这种方式界定单个圆柱单元在不同接触场景下的接触状态,将两圆柱单元与参考平面间的接触类型视为两圆柱单元间的接触类型,从而降低复杂单元接触判别难度。

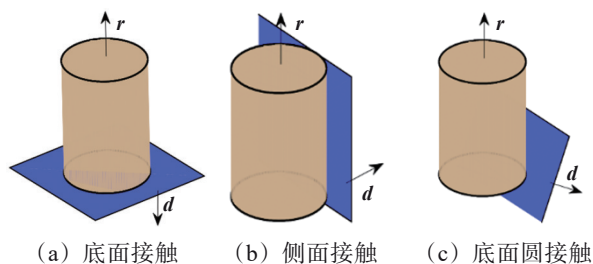


图3 圆柱单元与参考平面的3种位置关系

Fig.3 Three positions of cylinder and reference plane

基于图3中圆柱与接触参考平面的3种接触特性,比较不同的接触位置下,圆柱的轴线向量 $\mathbf{r}$ 与接触法线 $\mathbf{d}$ 的点积,发现图3(a)~图3(c)中 $\mathbf{r}$ 与 $\mathbf{d}$ 的点积结果分别为1.0、0和-0.5。因此,可通过式(2)判定圆柱与参考平面间的接触类型。

$$\begin{cases} |\mathbf{r} \cdot \mathbf{d}| = 1 & \text{底面接触} \\ |\mathbf{r} \cdot \mathbf{d}| = 0 & \text{侧面接触} \\ \mathbf{r} \cdot \mathbf{d} > 0 & \text{上底面圆接触} \\ \mathbf{r} \cdot \mathbf{d} < 0 & \text{下底面圆接触} \end{cases}, \quad (2)$$

式中, $\mathbf{r} = \mathbf{Q}_u - \mathbf{Q}_d$, 其中 $\mathbf{Q}_u$ 为上底面圆中心点, $\mathbf{Q}_d$ 为下底面圆中心点。

2.2 多面体单元接触类型判别

多面体是由若干个面作为边界围成的三维几何体,其表面由这些相互连接的面共同构成。单个多面体的接触类型可以简化为3种基本情况:点、边和面。利用GJK-EPA算法确定的接触法线,将其转化为一个接触参考平面,见图4。通过逐一分析接触对中多面体单元与该参考平面的相对位置关系,确定多面体单元间的具体接触状态。

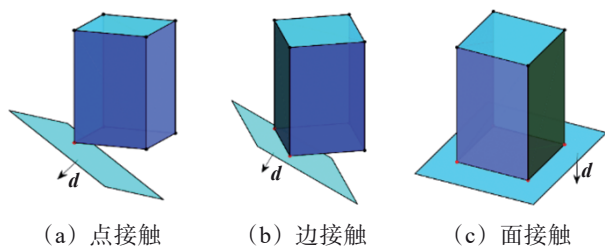


图4 多面体单元与参考平面的3种位置关系

Fig.4 Three positions of polyhedral and reference plane

基于多面体的这3种接触类型特点,结合支持映射的相关概念,确定每种接触类型的判别条件。根据支持映射函数的原理,当给定一个搜索方向,

函数将返回该方向上映射最大的点,即对应接触边界点(支持点 $S_p(\mathbf{d})$)。值得注意的是,同一搜索方向可能对应多个支持点。支持映射函数^[26]为

$$S_p(\mathbf{d}) = \max \{ \mathbf{p} \cdot \mathbf{d} \mid \mathbf{p} \in P \}, \quad (3)$$

式中: P 为单元的顶点集合; $\mathbf{p}$ 为单元的某一顶点。

按照式(2),不同接触情况下支持点数量以图4(a)~图4(c)为例,3种接触类型对应的支持点数量分别为:1、2和4。这些支持点的数量直接反映了多面体单元在接触参考面上的顶点数,可以据此确定接触单元的接触类型。支持点数量为1,接触类型为点接触;支持点数量为2,为边接触;支持点数量大于等于3且共面时,判定为面接触。

3 改进接触判别方法的正确性分析

3.1 复杂单元间接触案例分析

(1) 多面体间接触类型判别

六面体面-面接触示例见图5,其中,2个蓝紫色六面体的接触区域为黄色六面体。经过GJK-EPA算法的初步计算,可以得到接触法向 $\mathbf{d}$ 和接触深度 h 。示例中的接触法向 $\mathbf{d}$ 沿 x 轴正向延伸。左侧六面体沿着接触法向 $\mathbf{d}$ 计算得到的支持点 A 、 B 、 C 和 D 即为组成该六面体接触特征面 $ABCD$ 的4个顶点。

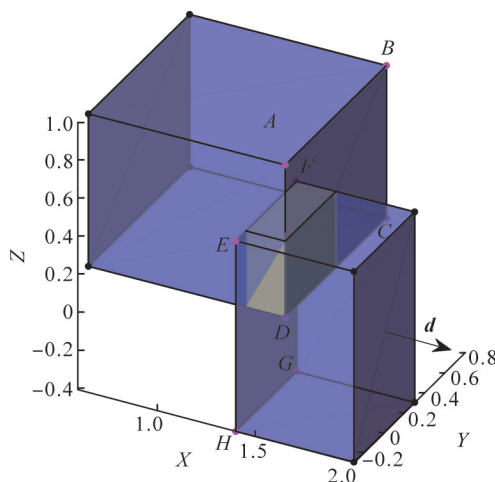


图5 六面体面-面接触示例

Fig.5 Example of face-face contact between hexahedra

根据闵可夫斯基差的概念,闵可夫斯基差对象的支持映射实际上是2个原始单元 P 和 Q 的支持映射之差^[25],即

$$S_{P \ominus Q}(\mathbf{d}) = S_P(\mathbf{d}) - S_Q(-\mathbf{d}). \quad (4)$$

在计算右侧六面体的接触特征顶点时需要使用接触法向的反方向。按照接触法向的反向量 $-\mathbf{d}$,

计算得到右侧六面体对应的支持点为 E 、 F 、 G 和 H ，即 8 个玫红色顶点分别构成了 2 个接触特征原形面，分别是左侧六面体的接触面 $ABCD$ 和右侧六面体的接触面 $EFGH$ 。分别提取 2 个原始六面体在搜索方向下的全部支持映射点，可以看出每组支持点构成了一个多面体单元的面，由此确定 2 个六面体接触类型为面-面接触，所求支持点构成的面即为接触特征原形面。

(2) 多面体-圆柱间接触类型判别

四面体-圆柱单元的接触示例见图 6，四面体 $ABCD$ 的三角面 ABC 与圆柱体的底面接触。根据式 (2) 可以得出，圆柱单元的接触特征为下底面圆。根据图中的接触法向 d 沿面 ABC 远离 D 点的方向延伸，参照式 (2)，计算出四面体沿着接触法向 d 共可得到 3 个支持点 A 、 B 和 C 。根据支持点数量可以判定四面体单元的接触特征为面。

通过上述流程，确定四面体-圆柱单元接触类型为四面体面-圆柱下底面圆接触，证明所提出方法能够正确判别单元间的接触类型。

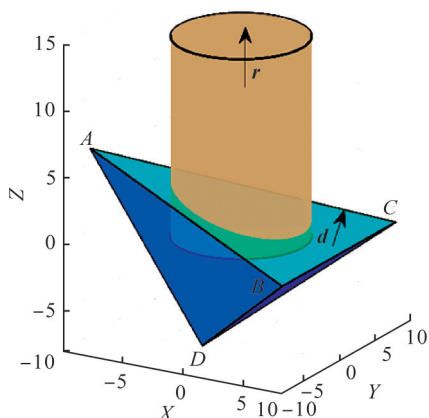


图 6 四面体-圆柱单元接触示例

Fig.6 Example of contact between hexahedra and cylinder

基于 Visual Studio 开发平台，采用 C++ 语言和标准模板库完成改进 GJK-EPA 算法的代码开发，将该接触求解模块整合至现有离散元框架中，为研究单元的力学行为提供基础。

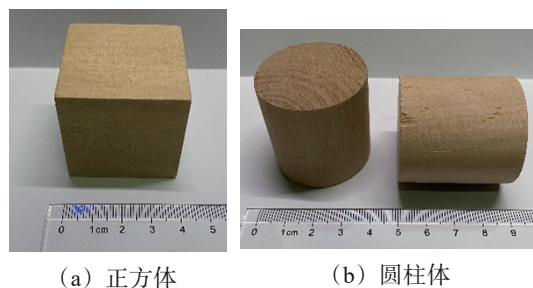
3.2 多面体-圆柱间堆积试验与数值模拟

为验证所开发的离散元模拟的正确性，设计多面体和圆柱体单元间的堆积模拟案例，以模拟单元在重力作用下于容器内的堆积过程。基于自研程序开展与物理试验边界、材料参数完全匹配的数值仿真，以此检验改进 GJK-EPA 接触判别算法在三维空间中的适用性。

(1) 堆积试验材料及方案

为确保试验全程可视化和精确度，设计并制

作规格为 $30\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ 的亚克力试验容器，以及规格为 $35\text{ cm} \times 35\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ 的亚克力中空试验顶盖。结合堆积试验要求，试件的制备材料选取硬度适中的橡胶木，密度为 650 kg/m^3 ，模拟单元形状分别为多面体和圆柱体，具体样式见图 7。其中，圆柱体半径为 2.0 cm 、高为 4.0 cm ，正方体边长为 4 cm 。



(a) 正方体

(b) 圆柱体

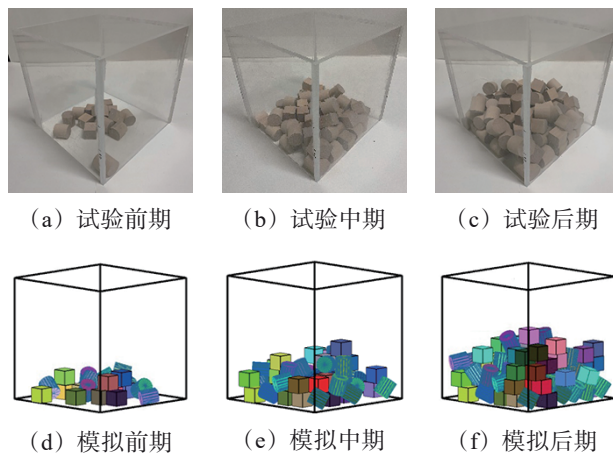
图 7 三维试验试件样式

Fig.7 Specimen style for 3D test

在试验开始前，将亚克力中空顶盖覆盖在试验容器上，在试验过程中，每间隔 1 s 在顶盖中空处投放 1 个单元，直至所要模拟的单元全部投放后结束试验。试验过程录像，以记录试验整个过程的堆积形态变化，并测量试验结束时的堆体高度，以便后续与算法模拟堆积结果进行对比分析。

(2) 圆柱体-多面体单元堆积对比分析

圆柱体-多面体单元堆积试验与模拟过程见图 8。



(a) 试验前期

(b) 试验中期

(c) 试验后期

(d) 模拟前期

(e) 模拟中期

(f) 模拟后期

图 8 圆柱体-多面体单元堆积试验与模拟过程

Fig.8 Cylinder-polyhedron elements stacking test and simulation process

对比图 8 (a) 和图 8 (d) 可以看出，试验初期单元数较少，在容器底部随机分布，有零散的单元堆积；数值模拟中单元同样集中在容器底部，

排列较试验略显紧凑,且单元堆积更明显。由图8(b)和图8(e)可知,随着堆积过程的发展,单元数量逐渐增加,此时单元不断堆积,形成了更稳定的堆积结构,堆积角度初步显露。模拟结果在宏观上与试验结果吻合度高,表明模拟能够有效捕捉到混合单元在堆积过程中的中期行为。图8(c)为最终状态,单元在重力的作用下形成1个堆积角度明显的稳定堆积体,反映了单元在堆积过程中达到力学平衡的终态。模拟仿真在这一阶段准确捕捉了堆积体的整体构形,体现算法对试验数据宏观特性的精确再现能力(图8(f))。

基于Python语言开发单元堆积角智能识别程序,分别计算图8(c)和图8(f)的堆积角,拟合效果见图9。堆积试验中,堆积体左侧、右侧倾角分别为 31.55° 、 18.17° ;数值模拟工况下,左侧、右侧堆积角分别为 24.68° 、 13.53° 。数值模拟所得左侧、右侧堆积角较试验值分别低 6.87° 、 4.64° ,误差变化趋势一致,偏差处于合理区间。误差主要源于数值模型对单元接触摩擦本构的简化处理,以及物理试验中容器边界约束、单元排布的随机扰动。

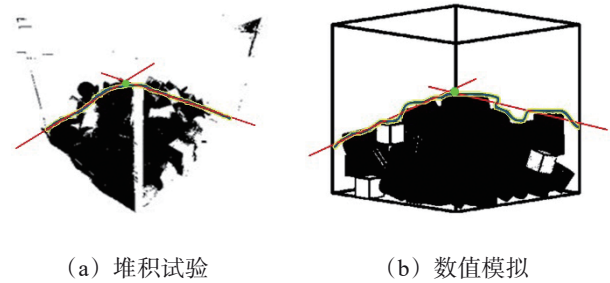


图9 圆柱体-多面体单元堆积试验与模拟后期堆积角
Fig.9 Angle of repose from experiments and simulations of cylinder-polyhedron particle packing

试验、模拟所得的最终堆体高度分别为14.19 cm、14.73 cm,二者的相对误差为3.8%。通过对比分析,验证了模拟算法在捕捉圆柱体-多面体混合单元体系堆积过程中的适用性。

4 改进接触判别方法的先进性分析

4.1 圆柱单元间堆积模拟对比分析

采用改进公共面法、GJK-EPA算法及改进GJK-EPA算法开展模拟对比分析,模拟300个多面体单元的堆积过程,堆体前、中、后期状态见图10。

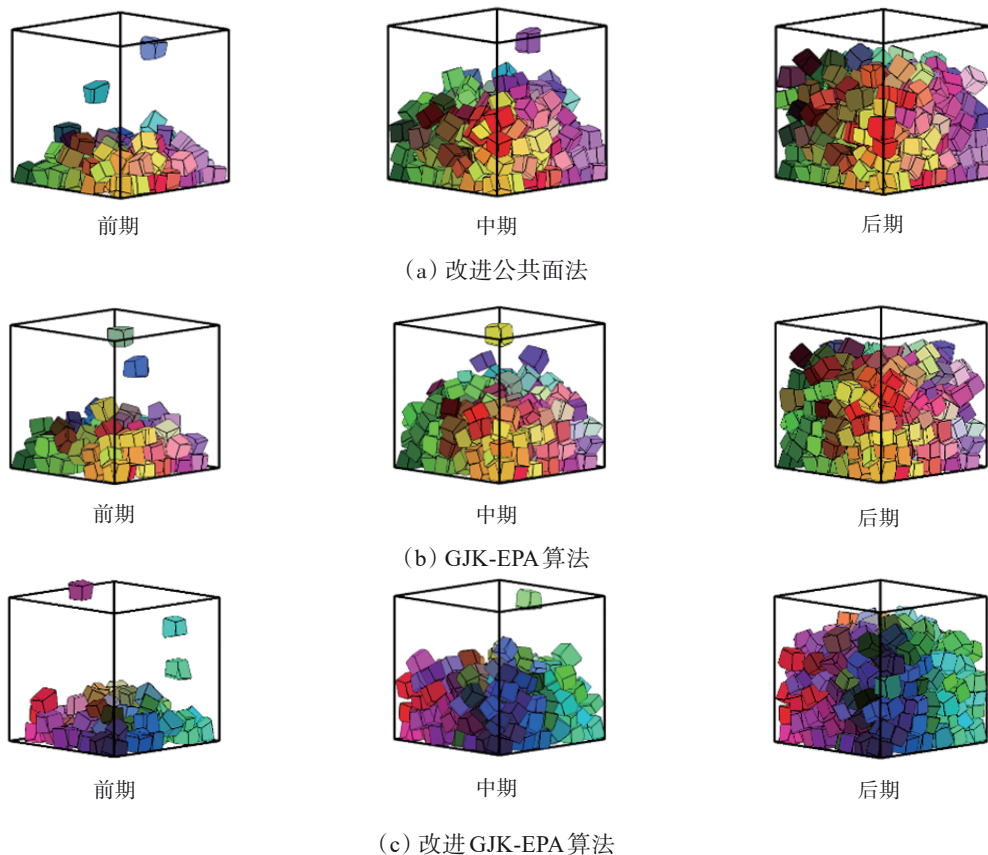


图10 多面体单元间堆积模拟过程

Fig.10 Simulation of stacking between polyhedral elements

每种算法均可形成结构稳定、整体形貌基本一致的堆积构型。

不同接触算法对应的多面体单元模拟堆积角见图 11。采用改进公共面法时,模型左、右段堆积角分别为 16.68° 、 16.52° ; GJK-EPA 算法的左、右段堆积角为 20.29° 、 9.50° , 两侧角度离散偏差显

著;改进 GJK-EPA 算法的左、右段堆积角分别为 22.42° 、 17.53° , 其非对称堆积特征与改进公共面法相比更为吻合。在 3 种算法中,改进 GJK-EPA 算法所得堆积轮廓更为平滑,单元排布更加密实规整,整体模拟效果更优,有效验证了该改进算法在多面体单元接触判别中的适用性。

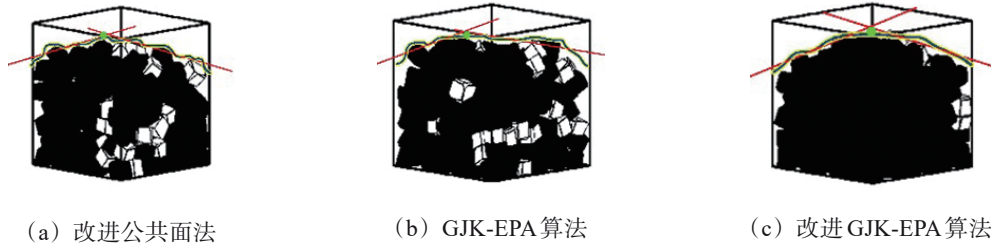


图 11 不同算法下多面体单元间堆积模拟后期堆积角

Fig.11 Repose angle of polyhedral elements in deposition simulation with different algorithms

采用 3 种算法模拟多面体单元堆积过程,单元间最大接触深度计算结果见表 1。

表 1 多面体单元间堆积模拟计算值			
Tab.1 Values for stacking simulations between polyhedral			
算法	接触深度/mm	偏差/mm	优化率/%
改进公共面法	2.614		
GJK-EPA	1.978	0.636	24.33
改进 GJK-EPA	1.813	0.801	30.64

注:偏差为改进前后 GJK-EPA 算法与改进公共面法的计算差值;优化率为差值所占百分比。

相较于改进公共面法, GJK-EPA 算法与改进

GJK-EPA 算法最大接触深度的计算精度分别提升 24.3% 和 30.6%。对比改进前后 GJK-EPA 算法的计算结果,改进算法的最大接触深度计算偏差降低 0.165 mm,计算精度提升 8.4%,验证了改进 GJK-EPA 算法在多面体单元间接触类型判别方面的先进性。

4.2 多面体单元间堆积模拟对比分析

采用改进公共面法、GJK-EPA 算法及改进 GJK-EPA 算法,开展 300 个圆柱单元的堆积模拟实验,堆体前、中、后期状态见图 12。各算法均可实现稳定堆积成型,整体堆积形貌具备一致性。

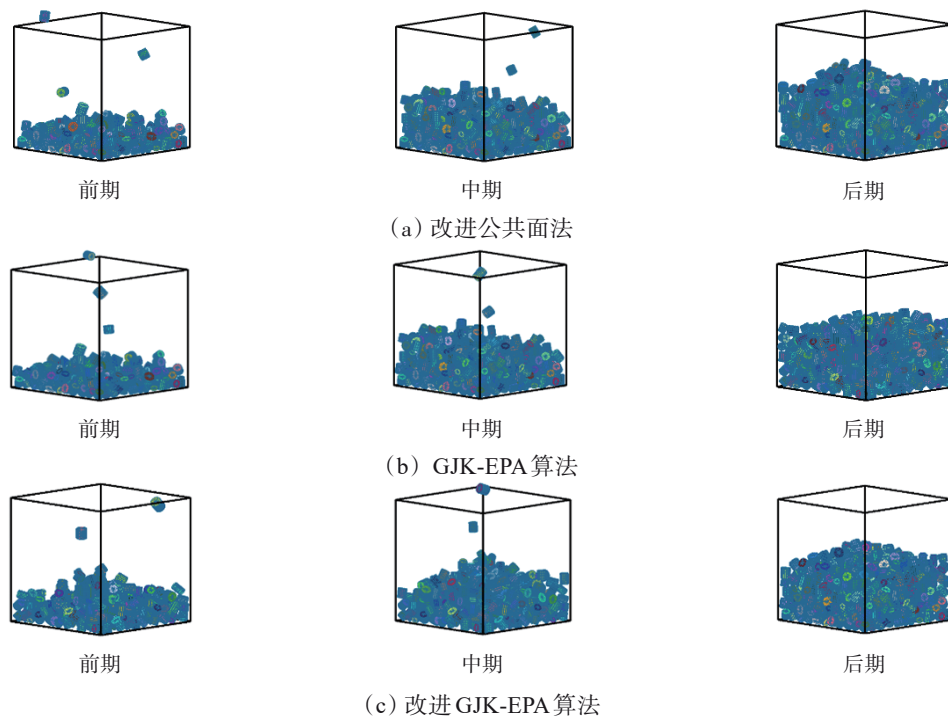


图 12 圆柱体单元间堆积模拟过程

Fig.12 Simulation of stacking between cylindrical elements

圆柱体单元间堆积模拟后期堆积角见图13。改进公共面法作为参照,其左、右段堆积角分别为 21.62° 、 13.97° 。GJK-EPA算法计算结果波动偏大,两侧倾角匹配性较差。改进GJK-EPA算法得到的左、右段堆积角为 20.49° 、 12.59° ,数值结果

贴近改进公共面法。在3种算法中,改进GJK-EPA算法下堆积坡面过渡自然,单元堆叠紧密性更佳,仿真贴合度更高,进一步验证了该算法针对圆柱体单元接触判定的良好适配性。

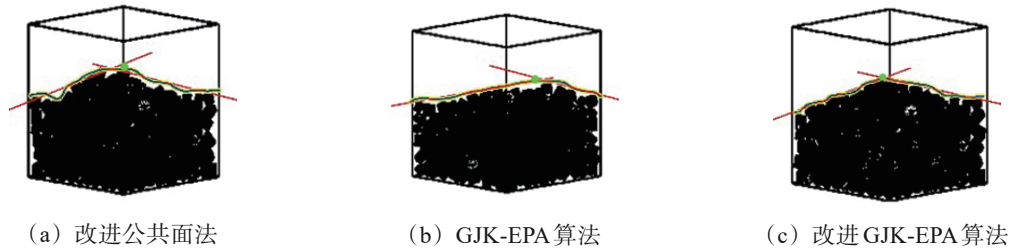


图13 不同算法下圆柱体单元间堆积模拟后期堆积角

Fig.13 Repose angle of cylindrical elements in deposition simulation with different algorithms

采用3种算法模拟圆柱体单元堆积过程,单元间最大接触深度计算结果见表2。相较于改进公共面法,改进GJK-EPA法最大接触深度计算精度提升55.3%。与GJK-EPA法相比,改进GJK-EPA法最大接触深度的精度提升24.8%,验证了改进算法在圆柱体单元间接触类型判别中的先进性。

表2 圆柱间堆积模拟计算值

算法	接触深度/mm	偏差/mm	优化率/%
改进公共面法	4.802		
GJK-EPA	2.851	1.951	40.63
改进 GJK-EPA	2.145	2.657	55.33

5 结论

通过引入接触参考平面,将GJK-EPA算法中复杂形状单元间的接触判别问题简化为单元与接触参考平面之间的判别。通过2个复杂接触案例,分析了复杂单元间接触判别的理论基础;基于研发的算法和代码,模拟多面体和圆柱体单元自然堆积过程,验证了所提出方法的适用性和先进性,主要结论如下。

(1) 通过分析圆柱和多面体单元在不同接触形式下的参数特征,结合GJK-EPA算法计算获得的接触信息,将复杂形状单元间的接触类型判别简化为每个单元与接触参考平面间的接触判别,实现了GJK-EPA算法框架内复杂形状单元间接触类型的准确判别。

(2) 通过分析多面体单元间、多面体-圆柱体单元间的接触案例,证实了所提方法的理论基础。基于此,在离散元框架内开发了复杂形状单元接触类型判别模块,并基于改进公共面法、GJK-EPA算法和改进GJK-EPA算法,模拟了多面

体和圆柱体单元自然堆积过程。

(3) 模拟结果表明,改进GJK-EPA算法所得单元堆积体轮廓面更平滑、堆积角误差小、单元排列更紧凑。相比GJK-EPA算法,改进算法针对圆柱和多面体单元堆积模拟的计算精度分别提升8.4%和24.8%。

尽管所提出的接触类型判别方法在复杂形状单元间的接触模拟中具有较好的准确性和效率,但仍存在一定的局限性。现阶段算法主要适配多面体和圆柱体单元的接触判别,对于不规则形状单元的适用性尚需进一步验证和扩展。此外,算法的计算效率在大规模系统中可能受到限制,后续引入GPU加速技术或并行计算框架,提升算法在大规模模拟中的计算速度和可扩展性。

参考文献(References):

- [1] Jing L, Hudson J A. Numerical methods in rock mechanics[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, 39(4): 409-427.
- [2] Fan H, Huang D R, Wang G. Discontinuous deformation analysis handling vertex-vertex contact based on principle of least effort[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2020, 121(18): 4070-4100.
- [3] Mousakhani M, Jafari A. A new model of edge-to-edge contact for three dimensional discontinuous deformation analysis[J]. Geomechanics and Geoengineering, 2016, 11(2): 135-148.
- [4] 张辉. 面向动态三维物体模型的高实时性碰撞检测方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2023: 10-24.
- [5] Bellamy R, Kröger S. Countering democratic backsliding by EU member states: constitutional pluralism and 'value' differentiated integration[J]. Swiss Political Science Review, 2021, 27(3): 619-636.
- [6] Hung Y W, Law M R, Cheng L, et al. Impact of a free care policy on the utilisation of health services during an Ebola outbreak in the Democratic Republic of Congo: an interrupted time-series analysis [J]. BMJ Global Health, 2020, 5(7): e002119.

- [7] Liu X L, Lemos J V. Procedure for contact detection in discrete element analysis[J]. *Advances in Engineering Software*, 2001, 32(5): 409-415.
- [8] Keneti A R, Jafari A, Wu J H. A new algorithm to identify contact patterns between convex blocks for three-dimensional discontinuous deformation analysis[J]. *Computers and Geotechnics*, 2008, 35(5): 746-759.
- [9] 刘明清. 离散元法中不同形状单元接触发现算法研究[D]. 南京: 河海大学, 2020: 67-71.
- [10] Feng Y T, Tan Y Q. On Minkowski difference-based contact detection in discrete/discontinuous modelling of convex polygons/polyhedra: algorithms and implementation[J]. *Engineering Computations*, 2019, 37(1): 54-72.
- [11] Moskalev P V, Stebulyanin M M, Myagkov A S. Impact of spatial resolution on mobile robot path optimality in two-dimensional lattice models[J]. *Computer Research and Modeling*, 2025, 17(6): 1131-1148.
- [12] An S, Lee S, Lee J, et al. Collision detection between smooth convex bodies via Riemannian optimization framework[C]//2024 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. October 14-18, 2024, Abu Dhabi, United Arab Emirates. IEEE, 2024: 12464-12471.
- [13] El Shamy U, Sizkow S F. Coupled smoothed particle hydrodynamics-discrete element method simulations of soil liquefaction and its mitigation using gravel drains[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2021, 140: 106460.
- [14] 许强, 叶继红. 基于杆系离散元法的结构接触碰撞行为分析[J]. *振动与冲击*, 2023, 42(13): 103-110.
Xu Qiang, Ye Jihong. Structural contact-collision behavior analysis based on bar system discrete element method[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(13): 103-110.
- [15] Mittal A, Mangadoddy N, Banerjee R. GPU based discrete element modeling for convex polyhedral shape particles: development and validation[J]. *Powder Technology*, 2025, 449: 120407.
- [16] Deshpande R, Mahiques E, Wirtz S, et al. Resolving particle shape in DEM simulations from tabulated geometry information[J]. *Powder Technology*, 2022, 407: 117700.
- [17] Rakita D, Shi H C, Mutlu B, et al. CollisionIK: a per-instant pose optimization method for generating robot motions with environment collision avoidance[C]//2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation. May 30-June 5, 2021. Xi'an, China. IEEE, 2021: 9995-10001.
- [18] Zhao S W, Zhao J D. A poly-superellipsoid-based approach on particle morphology for DEM modeling of granular media[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2019, 43(13): 2147-2169.
- [19] Lai Z S, Zhao S W, Zhao J D, et al. Revisiting the GJK and shape erosion method for contact resolution in DEM[J]. *Powder Technology*, 2021, 394: 363-371.
- [20] Feng Y T. An energy-conserving contact theory for discrete element modelling of arbitrarily shaped particles: basic framework and general contact model[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 373: 113454.
- [21] Xia M, Xu X, Gong F Q, et al. A Minkowski difference-based advancing front packing technique for generating convex noncircular particles in complex domains[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2023, 124(20): 4520-4546.
- [22] Liu G Y, Xu W J, Zhou Q. DEM contact model for spherical and polyhedral particles based on energy conservation[J]. *Computers and Geotechnics*, 2023, 153: 105072.
- [23] Xia M, Dong L J, Gong F Q, et al. A common-normal-based framework for efficient ellipse contact detection in discrete element modelling[J]. *Computers and Geotechnics*, 2025, 187: 107524.
- [24] 刘广煜, 徐文杰, 周乾, 等. 基于块体离散元法的多面体接触重叠算法[J]. *计算力学学报*, 2022, 39(3): 265-272.
Liu Guangyu, Xu Wenjie, Zhou Qian, et al. The polyhedron overlap algorithm based on the blocky discrete element method[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2022, 39(3): 265-272.
- [25] Wang S Q, Ji S Y. Smoothed polyhedral DEM model based on minkowski sum algorithm[M]//*Computational Mechanics of Arbitrarily Shaped Granular Materials*. Singapore: Springer Nature Singapore, 2024: 85-113.
- [26] Keissar Y, Gardner M, Sitar N. Benchmarking contact detection algorithms used in polyhedral particle system[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2026, 50(1): 53-64.
- [27] Feng Y T, Tan Y Q. The Minkowski overlap and the energy-conserving contact model for discrete element modeling of convex nonspherical particles[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2021, 122(22): 6476-6496.