文章编号：1001-4632（2025）06-0233-11
引用格式：陈垚，柏赟，豆飞，等. 跨线运营下城市轨道交通车底运用计划优化方法[J]. 中国铁道科学，2025，46(6)：233-243.
Citation：CHEN Yao，BAI Yun，DOU Fei，et al. An Optimization Method for Rolling Stock Scheduling Plan in Urban Rail Transit under Cross-Line Operation [J]. China Railway Science，2025，46 (6)：233-243.

跨线运营下城市轨道交通车底运用计划优化方法

陈 垚[1,2]，柏 赟[1]，豆 飞[3]，汪 蔷[1]，毛保华[1]

（1. 北京交通大学 综合交通运输大数据应用技术交通运输行业重点实验室，北京 100044；
2. 中国铁道科学研究院集团有限公司 国家铁路智能运输系统工程技术研究中心，北京 100081；
3. 北京市地铁运营有限公司，北京 100044）

摘 要：为提高互联互通城市轨道交通车底资源利用效率，针对跨线运营下不同线路车底套跑运用方式，研究多车场、多车型的车底运用计划编制优化问题。首先，详细考虑车底出入场（段）与折返等相关作业约束，构建接续网络，以各车底的弧段流量表征车底出入场与折返作业，建立基于多商品网络流的整数线性规划模型，实现上线车底和空驶车公里最小以及车底运用均衡性最高；然后，针对大规模问题求解，将多商品网络流模型转化为基于车次链的集合分割模型，设计列生成算法，并通过邻域搜索增加车次链备选集规模，加速求解效率；最后，以跨线运营的2条实际线路为背景分析所建模型及算法的效果。结果表明：优化方案将空驶车公里从人工方案的1 756 km降至1 746 km，执行车次超过20个的车底由14列降至4列，执行车次少于8个的车底由12列降至7列；跨线运营下的车底共享运用可将空驶车公里由无跨线运营的1 839 km降至1 746 km；结合邻域搜索的列生成算法计算效率相较于无邻域搜索的列生成算法更优。

关键词：城市轨道交通；跨线运营；车底运用；多车型；列生成算法
中图分类号：U292.6 **文献标识码**：A **doi**：10.3969/j.issn.1001-4632.2025.06.23

随着我国城市轨道交通网络化进程的加速，互联互通跨线运营成为现阶段网络化运营的重点发展方向，北京、重庆等城市已在部分线路率先实施跨线运营并取得了良好成效，其组织模式值得深入研究与借鉴。通过联络线改造与供电制式、通信信号以及调度指挥系统的兼容统一，跨线运营将网络中多条线路整合，使列车可以从一条线路跨线运行至另一线路，实现运营上的协调、统一。跨线运营模式下，车底（动车组）不再独立运用于单一线路，而是在不同线路、不同交路之间套跑。因此，合理安排跨线运营下的车底运用方案，对于提高车底利用效率、节约运用成本具有重要意义。

车底运用计划编制是针对给定的列车时刻表，考虑运营相关约束，为各车底指定所担当的车次及其次序，勾画车底交路（车次链）。车底运用计划编制是典型的组合优化问题。该研究始于赵鹏等[1]提出的不固定区段使用模式下动车组运用计划优化。现有方法主要采用动车组运用接续网络[2]或时空网络[3]等建模方式，重点考虑动车组检修里程周期和接续时间等约束，最小化动车组运用数量等目标[4]。后续研究针对实际运营场景中其他约束进行了探讨。仝硕等[5]在接续网络基础上考虑动车组检修和热备任务，构建动车组运用优化模型并提出了改进蚁群算法。牛家鑫等[6]考虑夜间存放和到发线资源限制，建立了混合整数线性规划模型并开发两阶段分支定界算法。陈然等[7]研究了网络化条件下的动车组运用计划优化问题。王莹等[8]进一步考虑运行线可调，对动车组运用

收稿日期：2024-01-05；修订日期：2025-08-12
基金项目：国家自然科学基金资助项目（72101019）；北京市自然科学基金资助项目（L221020）；中国铁道科学研究院集团有限公司科研开发计划项目（2023YJ362）
第一作者：陈 垚（1993—），男，江西抚州人，副教授，博士研究生导师，博士。E-mail：chenyao@bjtu.edu.cn
通讯作者：柏 赟（1985—），男，湖南祁阳人，教授，博士研究生导师，博士。E-mail：yunbai@bjtu.edu.cn

计划优化问题展开了研究。Zhong等[9]提出了考虑检修约束的可改编动车组运用计划优化方法。

在城市轨道交通领域，徐瑞华等[10]首先研究了大小交路套跑运用下的车底运用数量问题。江志彬等[11]分析了共线运营下车底独立运用与套跑运用下的车底运用数量。在优化建模层面，何必胜等[12]以接续网络为基础，建立了基于接续路径的车底运用计划编制优化模型，设计了混合列生成算法。针对共享车辆基地下车底运用问题，郑锂等[13]建立了基于接续弧的车底运用计划编制优化方法，设计了禁忌搜索算法。邢进等[14]建立了基于多旅行商问题的车底运用计划编制模型，设计了蚁群算法进行求解。随着研究维度的拓展，冯佳等[15]和彭其渊等[16]分别针对共享车辆基地和全天候运行场景，研究了车底运用与检修计划的协同优化问题。此外，针对灵活编组技术发展，朱昌峰等[17]和Wang等[18]分别利用接续网络和时空网络拓展了车底运用模型。

既有研究在车底（动车组）运用方面取得了不少成果，针对城市轨道交通多交路或共享车辆基地下的车底套跑运用展开了较为充分的研究。但目前关于跨线运营下的车底运用研究还比较少。尤其是，跨线运营下不同线路的车底类型可能存在差异，关于多线路下的多车场、多车型问题研究还不够充分。另一方面，既有研究中关于城市轨道交通的车底出入场与折返接续的刻画与实际情况存在一定偏差，对出入场与折返的作业约束考虑不够精细。基于此，本文针对跨线运营的多条线路，详细考虑车底的出入场与折返等作业约束，构建接续网络研究跨线套跑下的车底运用计划优化模型并设计求解算法，最后结合案例探讨跨线行车方案对车底运用的影响。

1 问题描述

城市轨道交通运营中，车底运用是车底从所属车场出发，连续执行若干个车次任务后返回车场的过程。跨线运营模式下，既有仅在本线运行的本线交路，又有涉及多线路协同运行的跨线交路。本线与跨线车次的时刻表已预先编制确定，包含始发站、出发时间和终到站、到达时间等运行参数。车底运用计划编制问题可被描述为针对互联互通的多条线路，根据车场及车次时刻表等参数信息，在满足车底出入场、折返作业等约束条件下，为每个车次分配唯一执行的车底，并确定各车底承担的具体车次任务。跨线运营模式下，可通过车底在本线交路与跨线交路中循环套跑的形式，实现对车底资源的共享利用。但由于不同线路在通信信号与供电制式等方面的差异，线路对车底类型有所限制。以北京地铁房山线与9号线的跨线运营为例，房山线的部分车底通过改造可跨线运行在9号线上，而未经改造的车底仅限于本线运行。各线路的车底运用计划需严格匹配车底类型，确保各车次任务由适配车底执行。

车底运用计划编制可构建接续网络刻画，即：将车场与车次抽象为网络节点，出入场与车次的接续关系表征为网络弧段，所有弧段的生成必须满足折返、出入场等作业的约束条件。因此，每个车次对应1个节点，每个车场拆分为出场节点与入场节点。接续网络$G=(V, E)$由节点集合V、弧段集合E构成。节点集合包括所有的车次节点与出场、入场节点。弧段集合包括出场弧集合、入场弧集合和接续弧集合。出场弧连接出场节点与车次节点，表示车底由车场出发开始执行车次任务；入场弧连接车次节点与入场节点，表示车底执行完车次返回车场；接续弧则连接2个车次节点，表征车次间的连续执行关系。特别地，当车底在早高峰任务结束后返回车场并在晚高峰开始前再次出车场执行车次任务时，将其视为特殊的接续形式，定义为“入场出场接续”。综上，基于接续网络，一个可行的车次链表现为从车场出场节点到入场节点的完整路径，车底运用计划则为所执行的车次链集合。

跨线运营模式下需构建多层接续网络以应对不同线路的车底类型差异。定义K为车底集合；k为车底，$k\in K$；G_k为多层接续网络中车底k对应1层子网络，$G_k=(V_k, E_k)$；V_k为子网络节点集合，包含该类型车底可执行车次的节点及车底所属车场对应的出场、入场节点；E_k为弧段集合，包括子网络节点间满足折返、出入场约束的连接关系。一个典型的多车型下多层接续网络如图1所示。图中：矩形表示车场节点，椭圆表示车次节点，箭头表示车次及车场节点之间的有向弧；各虚线方框对应于不同车底的1层子网络。这种多层接续网络可以清晰体现网络中不同车底的接续及出入车场情况。

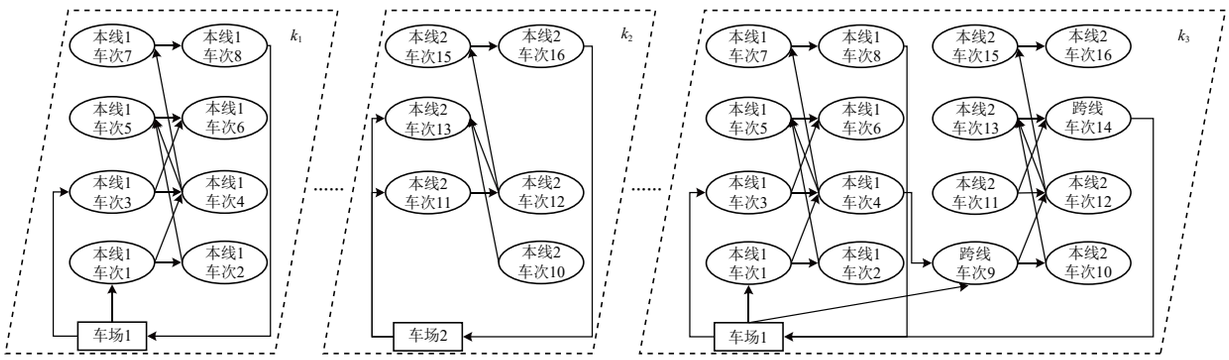
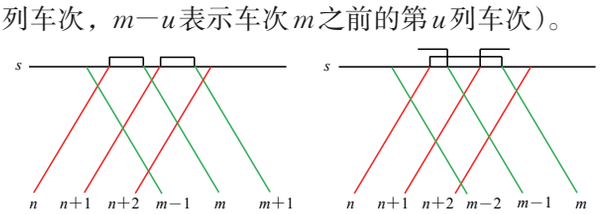


图 1　多车型下的多层接续网络

2　模型构建

2.1　车底运用作业约束刻画

针对车底运用过程，详细分析折返与出入场作业约束，以生成接续网络。折返接续过程如图 2 所示。图中：s 为折返站；n 和 m 分别为上、下行方向的不同车次。当列车折返接续两个车次时，一方面，车底在折返站的作业时间需满足最小作业时间要求，且不允许停留过长时间，即车次 n 折返接续车次 m 应满足约束条件 $\tau_{\min} \leqslant t_m^{\mathrm{dep}} - t_n^{\mathrm{arr}} \leqslant \tau_{\max}$（$t_n^{\mathrm{arr}}$ 为车次 n 的终点站到达时刻，t_m^{dep} 为车次 m 的起点站出发时刻，$\tau_{\min}$ 和 $\tau_{\max}$ 分别为允许的最小、最大折返作业时间）；另一方面，折返作业还需考虑车站折返线的能力限制。站前折返站一般仅允许 1 列列车作业，前一列列车离站之后，后一列列车才可进站；而站后折返站一般可供 2～3 列列车平行作业，前一列列车进站停车后进入折返线，后一列列车即可进站。因此，当车站可供 u 列列车平行作业时，车次 n 折返接续车次 m 须满足约束条件：$t_{n+u}^{\mathrm{arr}} \geqslant t_m^{\mathrm{dep}}$，$t_n^{\mathrm{arr}} \geqslant t_{m-u}^{\mathrm{dep}}$（$n+u$ 表示车次 n 之后的第 u 列车次，$m-u$ 表示车次 m 之前的第 u 列车次）。



（a）站前或站后折返　　（b）站后折返

图 2　折返接续示意图

针对出入场作业，考虑 2 种情况。第 1 种情况是车场连接车次始发站，车底出车场后可直接执行车次任务。第 2 种情况是车场不直接连接车次起点站，此时车底出车场后需空驶运行至车次始发站（含折返作业）后方可执行车次任务[19−20]，如图 2 所示。可以看出，当正线相邻 2 列列车运行间隔足够大时才可插入空驶车次。因此，当车次 n 由车场车底执行时，相邻的车次 m 和车次 $m+1$ 须使空驶车次的到站时刻 t^{arr} 满足约束条件：$t_m^{\mathrm{arr}} + h \leqslant t^{\mathrm{arr}} \leqslant t_{m+1}^{\mathrm{arr}} - h$（$h$ 为最小安全运行间隔）。同时，由于列车执行完空驶车次后需进行折返作业，须满足折返约束：$\tau_{\min} \leqslant t_n^{\mathrm{dep}} - t^{\mathrm{arr}} \leqslant \tau_{\max}$，$t_{m+u}^{\mathrm{arr}} \geqslant t_n^{\mathrm{dep}}$，$t^{\mathrm{arr}} \geqslant t_{n-u}^{\mathrm{dep}}$。车底入场为出场的逆过程，不再赘述。

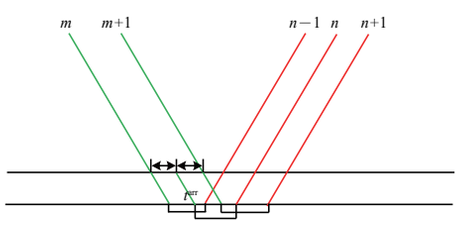


图 3　车底空驶出场示意图

另一方面，车底出场作业通常集中于每日运营开始时段及早晚高峰前，而在早晚高峰结束后及运营收车时段均不进行车底出场作业。因此，当车次任务由车场车底执行时，须满足车底出场时间窗约束：$t_n^{\mathrm{dep}} \in T^{\mathrm{start}}$（车次 n 的始发时刻需处于车场允许出场作业的时间范围 T^{start} 内）。

值得说明的是，入场出场接续需考虑车次间的时空匹配约束，如图 4 所示。可以看出当车底通过入场出场接续车次 n 和 m 时，需满足约束条件：车次 n 执行完毕后车底可返回车场；车次 m 可由车场车底执行。鉴于车底从早高峰时段回车场到晚高峰时段出车场，这一时间跨度较长，入场出场接续须满足约束条件：$t_m^{\mathrm{dep}} - t_n^{\mathrm{arr}} \geqslant \kappa$（车次 m 始发时刻与

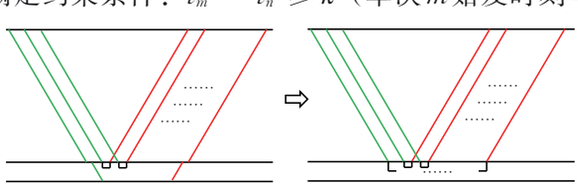


图 4　入场出场接续示意图

车次n终到时刻的差值需达到预设的最小入场出场间隔时间阈值κ）。

2.2 数学模型

1）核心参数与变量定义

基于各线路车次及车场信息，考虑车底运用作业约束，生成车底k的节点集合V_k与可行的弧段集合E_k。定义i和j为接续网络中的各类节点，i，$j\in V_k$；（i，j）为车底k的弧段，（i，j）$\in E_k$；d_k^-和d_k^+分别为出场、入场节点；E_k^{start}，E_k^{end}和E_k^{cnn}分别表示车底k的出场弧、入场弧和接续弧集合，（d_k^-，n），（n，d_k^+）和（n，m）分别为出场弧、入场弧和接续弧，（d_k^-，n）$\in E_k^{\text{start}}$，（n，d_k^+）$\in E_k^{\text{end}}$，（n，m）$\in E_k^{\text{cnn}}$。l_n和l_{ij}分别为车次n和弧段（i，j）的运营车公里。

基于多车型下的多层接续网络，构建基于多商品网络流的车底运用计划优化模型。0-1变量x_{ij}^k为车底k在弧（i，j）$\in E_k$上的流量，车底k执行对应弧段的任务则取值为1，否则取值为0。该变量为模型的核心变量。

2）目标函数

车底运用计划优化模型考虑3个方面目标，包括上线车底最少、车底运用效率最高与车底运用均衡性最高。车底运用效率可表示为车次任务对应的载客车公里与运营车公里（包括折返、出入场及空驶）的比值；由于载客车公里为固定值，考虑通过最小化空驶车公里的方式实现车底运用效率的提升。车底运用均衡性是衡量各个车底所承担车次任务的差异，可表示为各车底运营车公里与平均车公里的偏差之和。因实际运营中车底资源比较紧张，考虑采用带优先级的多目标优化模型，目标函数Z表示为式（1），即上线车底、空驶车公里与各车底运营车公里与平均车公里偏差值的加权和最小。

$$Z=\min w_1\sum_{k\in K}\sum_{(d_k^-,n)\in E_k^{\text{start}}}x_{dn}^k+w_2\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in E^k}l_{ij}x_{ij}^k+w_3\sum_{k\in K}\Delta l_k \tag{1}$$

式中：w_1，w_2和w_3均为权重系数。

目标函数式（1）中，上线车底的数量通过各车底的出场弧流量之和刻画；空驶车公里通过各弧段（i，j）成本l_{ij}刻画；车底运用的均衡性通过各车底的运营车公里与平均车公里的偏差值Δl^k刻画。由于各目标带优先级，设置$w_1\gg w_2\gg w_3$。

3）约束条件

为计算各车底的运营车公里偏差值，预设$\bar{l}$为平均运营车公里，以降低建模难度。基于平均运营车公里，设置约束式（2）与式（3），用于计算车底k的运营车公里偏差值。

$$\Delta l_k\geqslant\bar{l}-\sum_{(i,j)\in E_k}l_{ij}x_{ij}^k-\sum_{(i,n)\in E_k}l_nx_{in}^k\qquad\forall k\in K \tag{2}$$

$$\Delta l_k\geqslant\sum_{(i,j)\in E_k}l_{ij}x_{ij}^k+\sum_{(i,n)\in E_k}l_nx_{in}^k-\bar{l}\qquad\forall k\in K \tag{3}$$

车底运用计划优化模型约束还包括式（4）—式（7）。

$$\sum_{k\in K}\sum_{(n,i)\in E_k}x_{ni}^k=1\qquad\forall n\in N \tag{4}$$

$$\sum_{(i,n)\in E_k}x_{in}^k=\sum_{(n,j)\in E_k}x_{nj}^k\qquad\forall n\in N,k\in K \tag{5}$$

$$\sum_{(n,d_k^+)\in E_k^{\text{end}}}x_{nd}^k=\sum_{(d_k^-,n)\in E_k^{\text{start}}}x_{dn}^k\qquad\forall k\in K \tag{6}$$

$$x_{ij}^k\in\{0,1\},\Delta l^k\geqslant 0\qquad\forall k\in K,(i,j)\in E_k \tag{7}$$

式（4）表示每个车次n均有且只有一个车底执行，保证每个车次仅有唯一一组车底执行。式（5）为各车底在车次节点的流平衡约束，表示车底执行完车次后需接续下一车次或回到车场。式（6）为各车底在其车场节点的流平衡约束，表示车底始发与回送车场相同。式（7）限定了决策变量x_{ij}^k和Δl^k取值范围。

3 求解算法

该车底运用计划模型为网络流模型，但由于模型的决策变量涉及每个车底，问题规模巨大，难以直接利用CPLEX等求解器求解。考虑采用列生成算法[21]，分别构建限制主问题与定价子问题，并设计初始解生成方法，进行迭代求解。针对列生成算法收敛速度慢的缺点，设计基于邻域搜索的加速策略，提升求解效率。

3.1 限制主问题

定义p_k为车底k的基本可行解（极点），$\bar{P}_k$为当前的基本可行解集合，$p_k\in\bar{P}_k$，$\forall k\in K$。本模型中，基本可行解p_k可认为是车底k的一条车次链[22]，其对应的取值为x_{ijp}^k。根据取值，定义a_{np}^k为0-1参数，$a_{np}^k=\sum_{(n,i)\in E_k}x_{nip}^k$，表示车次链$p_k$中是否包括车次$n$；$l_p^k$为车次链$p_k$的空驶车公里；$\Delta l_p^k$为运营车公里与预设平均车公里的偏差值。

给定基本可行解集合，定义y_p^k为0-1变量，表示车底k是否执行车次链p_k，则可将网络流模型转

化为集合分割模型[18]，即式（8）—式（11）（其中$\bar{Z}$为此时的目标函数）。该模型用于决策车底k的车次链选择。

$$\bar{Z}=\min\sum_{k\in K}\sum_{p\in P_k}(w_1+w_2 l_p^k+w_3\Delta l_p^k)y_p^k \tag{8}$$

s.t.

$$\sum_{k\in K}\sum_{p\in P_k}a_{np}^k y_p^k=1 \qquad \forall n\in N \tag{9}$$

$$\sum_{p\in P_k}y_p^k\leqslant 1 \qquad \forall k\in K \tag{10}$$

$$y_p^k\geqslant 0 \qquad \forall k\in K,p_k\in\bar{P}_k \tag{11}$$

目标函数为式（8），与网络流模型的目标函数意义一致。约束为式（9）—式（11），其中式（9）对应式（4），表示每个车次n均有且只有1个车底执行；式（10）表示车底k最多执行1条车次链。

需要说明的是，相同车型的不同车底之间没有差异，可将车底整合成车型以减少模型规模。车型集合依然用K表示，m_k为车型k的可用车底数量，则式（10）可修改为式（12）。

$$\sum_{p\in P_k}y_p^k\leqslant m_k \qquad \forall k\in K \tag{12}$$

3.2　定价子问题

由于集合分割模型难以直接列举所有车次链方案，有必要采用列生成算法，通过求解定价子问题，逐步向集合$\bar{P}_k$添加车次链。令α_n和β_k为式（9）和式（12）的对偶变量（影子价格），定价子问题可表示为式（4）—式（7），式（13）和式（14）（其中$Z_{子问题}$为此时的目标函数）。先通过求解得到的最优解x_{ij}^k生成检验数最小的车次链p_k，再将其添加至集合$\bar{P}_k$。

$$Z_{子问题}=\min w_2\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in E^k}l_{ij}x_{ij}^k+w_3\sum_{k\in K}\Delta l_k-\sum_{k\in K}\sum_{n\in N_k}\sum_{(n,i)\in E_k}\alpha_n x_{ni}^k-\sum_{k\in K}\sum_{(d_k^-,i)\in E_k}\beta_k x_{di}^k \tag{13}$$

s.t.

式（4）—式（7）

$$\sum_{k\in K}\sum_{(d_k^-,i)\in E_k^{start}}x_{di}^k=1 \tag{14}$$

根据列生成算法，目标函数式（13）为最小化单纯型法中的检验数；式（4）—式（7）保证生成可行的车次链，式（14）保证只生成1条车次链。

由于同一车场内不同车型的差异在于可执行的车次不同，车型k的车次链p_k生成后，若同一车场的另一车型k'也可执行该车次链，则将其复制为$p_{k'}$添加至车次链集合中，即$p_k\in\bar{P}_{k'}$。

3.3　初始解生成

高质量的初始解可提高算法效率。为生成高质量的初始解，模型的目标函数不考虑车底运用的均衡性，则可将模型表示为式（4）—式（7）、式（15）和式（16），其中Z'为此时的目标函数；式（16）表示车型k在运用上的数量不超过其可用车底的数量。由于接续网络构建时考虑车底运用作业约束，不生成不满足约束的弧段，模型决策变量大幅减少，可直接采用求解器求解。其对应的车次链集合可作为限制主问题中初始车次链集合。

$$Z'=\min w_1\sum_{k\in K}\sum_{(d_k^-,i)\in E_k^{start}}x_{di}^k+w_2\sum_{k\in K}\sum_{(i,j)\in E_k}l_{ij}x_{ij}^k \tag{15}$$

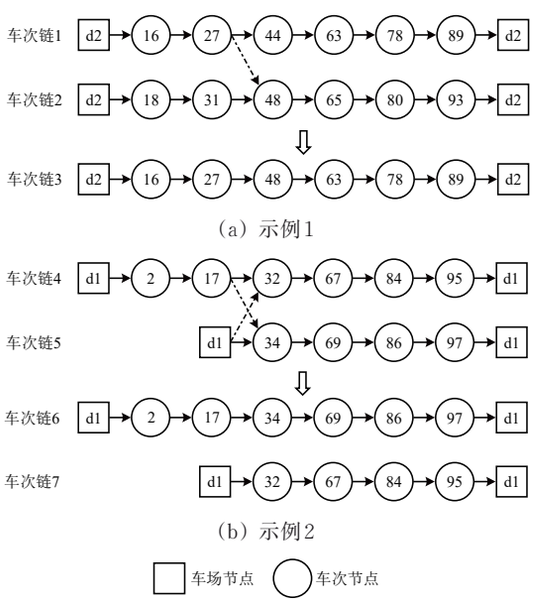
s.t.

式（4）—式（7）

$$\sum_{(d_k^-,i)\in E_k^{start}}x_{di}^k\leqslant m_k \qquad \forall k\in K \tag{16}$$

3.4　基于邻域搜索的加速策略

列生成算法在计算前期，通常因为主问题可行解较少而导致收敛效率低。为此，利用邻域搜索方法增加车次链规模，以加快算法的计算速度；并采取车次链交换操作进行邻域设计。对同一车型的2条车次链，检测是否存在可交换片段，若2条车次链的2个节点之间存在可连接的弧段，则认为存在可替换片段，可生成新的车次链。邻域搜索中的交换操作示例如图5所示。可以看出：示例1中，车次链1中的车次27和车次链2的车次48存在可连接弧段，可生成新的车次链3；示例2中，车次链4和车次链5中的车次17和车次34、车场d1和车次



（a）示例1

（b）示例2

图5　邻域搜索中的交换操作示例

32均存在可连接弧段，可相互交换片段，生成新的车次链6和车次链7。

计算过程中，首先针对初始解的车次链集合$\bar{P}_k$进行交换操作。针对车型k，若任意2条车次链p_k和p_k'存在可交换的片段，则执行交换操作，生成新的车次链，并将其加入集合$\bar{P}_k$。

然后，在每次迭代时，针对定价子问题的最优解p_k，搜索其邻域解。即，从$\bar{P}_k$中随机选取车次链p_k'，若p_k和p_k'存在可交换的片段，则执行交换操作，生成新的车次链，并将其加入集合$\bar{P}_k$。

综上，可将列生成算法的具体步骤总结如下。

步骤1：利用式（4）—式（7）、式（15）和式（16）生成初始的车次链集合$\bar{P}_k$。

步骤2：对初始车次链集合中任意2条车次链进行交换操作。

步骤3：求解限制主问题，即式（8）—式（10）和式（12），并提取对偶变量。

步骤4：求解定价子问题，即式（4）—式（7）、式（13）和式（14），生成车次链p_k，并将其添加至车次链集合$\bar{P}_k$。

步骤5：针对定价子问题生成的车次链p_k，搜索其邻域解，其中邻域解的搜索数量可根据算法效率设定。

步骤6：根据定价子问题的目标函数值结果，判断是否终止算法；如是，计算结束；如否，返回步骤3。

4 案例研究

4.1 案例设置

以某城市跨线运营的2条地铁线路为背景，其简化线路图如图6所示。图中：Y，S，L，G，B，N和T表示不同车站；D1表示线路1车场，连接S站；D2表示线路2车场，连接G站。车场D1的出入段（含空驶至起点站Y）走行公里为5 km；车场D2出入段的走行公里为2.5 km；各车站折返走行公里均为1 km。该路网全日载客车公里为22 943 km，各交路的列车（车次）开行数量见表1。其中，线路1开行大交路Y↔N、小交路N↔L（早高峰）、Y↔B（晚高峰）与跨线交路Y→T（早高峰）；线路2开行大交路T↔G与跨线交路T→Y（晚高峰）；跨线交路采取不成对运输模式，以匹配客流方向。现状运营时刻表下，车场D1上线车底共42列，其中32列运行于线路1，10列运行于跨线交路；车场D2内上线车底共32列，运行于线路2。

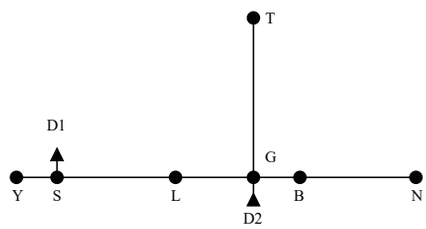


图6 跨线运营简化线路图

表1 跨线运营行车方案

交路	列车开行数量/对	交路运营里程/km
线路1 Y↔N	344	32.0
线路1 N↔L(早高峰)	30	20.5
线路1 Y↔B(晚高峰)	28	27.5
线路2 T↔G	570	17.0
跨线 Y←T(早高峰)/T→Y(晚高峰)	10	43.0

4.2 车底运用计划方案对比

设优化模型中目标函数的权重系数w_1，w_2和w_3分别为10 000，1与0.01，以保证各优化目标的优先级。由于载客车公里为22 943 km，上线车底按74列取值，车底平均车公里设为320 km。为分析所提出模型的优化程度以及车底运用均衡的优化效果，将不考虑车底运用均衡的优化方案（即算法初始解方案）命名为优化方案1、考虑车底运用均衡的优化方案命名为优化方案2，与现状人工编制的人工方案进行对比，结果见表2。

表2 车底运用方案结果对比

方案名称	上线车底/列	空驶车公里/km	运营车公里偏差值/km	车底出入场总次数/次
人工方案	74	1 756	11 663	234
优化方案1(无车底运用均衡)	74	1 746	9 691	232
优化方案2(考虑车底运用均衡)	74	1 746	5 379	232

由表3可知：2种优化方案与人工方案的上线车底相同，这是因为人工方案采取“先进先出”的紧凑接续方式，可保证上线车底的数量最少；但优化方案均减少了车底出入场次数，继而减少了空驶车公里；当目标函数中考虑车底运用均衡性后，优化方案2在不改变上线车底与空驶车公里的基础

上，进一步减少了各车底的运营车公里偏差值。

统计各方案中各车底的执行车次情况如图 7 所示。由图 7 可知：人工方案中，车底最少仅执行 2 个车次、但最多执行了 30 个车次，这是因为人工方案采取贪心策略，通过紧凑接续的方式实现了上线车底最少，但难以保证车底运用的均衡性；优化方案 1 中，车底最多执行 28 个车次，不同车底之间的车次链长度相差明显；优化方案 2 中，车底最少执行 6 个车次、最多执行 22 个车次；执行车次超过 20 个的车底由人工方案的 14 列降低为优化方案的 4 列，执行车次少于 8 个的车底由人工方案的 12 列降低为优化方案的 7 列，且各车底的车次链长度更为均衡。

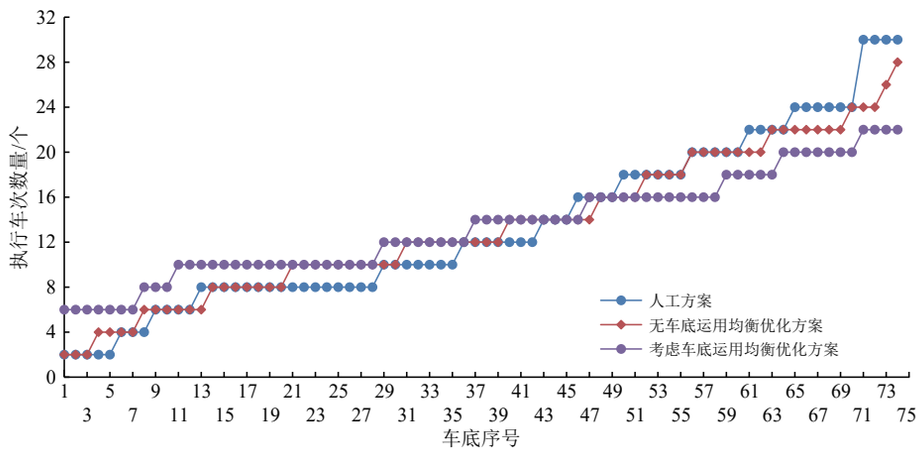


图 7　各车底执行车次

为研究车底运用均衡目标权重对车底运用方案的影响，将目标函数中权重系数 w_3 设为 0.1，再进行车底运用方案优化。w_3 取值分别为 0.01 和 0.1 时的车底运用优化结果见表 3，对应的执行车次情况如图 8 所示。由表 3 可以看出：当车底运用均衡权重提升后，车底出入场总次数由 232 次提升至 250 次，导致空驶车公里由 1 746 km 提升至 1 812 km，但车底出入场总次数的增多可使车次链长度更为均衡，运营车公里偏差值有所下降。由图 8 可知：执行车次超过 20 个的车底由 4 列降为 2 列，少于 8 个的由 7 列降为 0 列，更益于车底资源的均衡运用。

表 3　不同权重下车底运用优化结果

系数 w_3 取值	上线车底/列	空驶车公里/km	运营车公里偏差值/km	车底出入场总次数/次
0.01	74	1 746	5 379	232
0.1	74	1 812	3 652	250

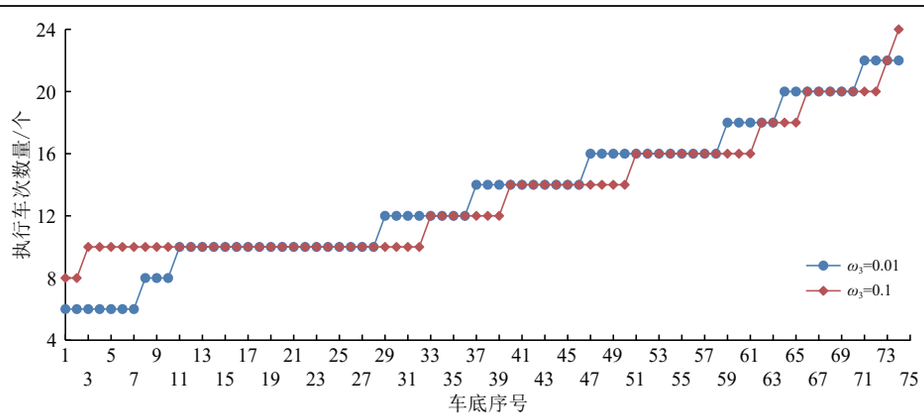
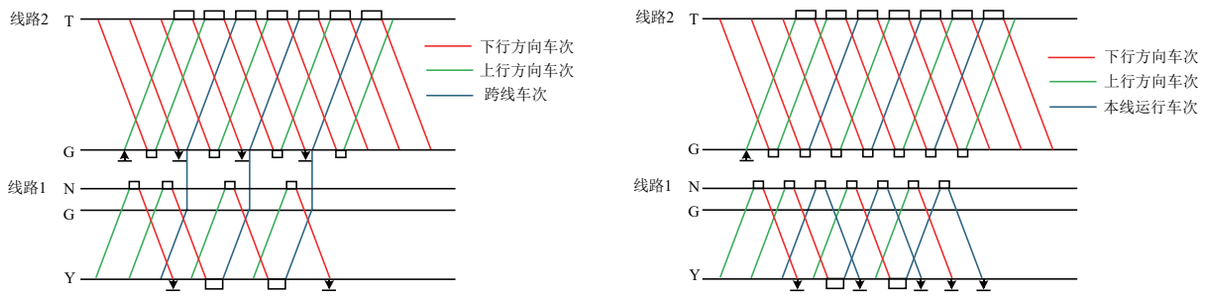


图 8　不同权重下各车底执行车次

4.3　跨线运营对车底运用的影响

为分析跨线运营对车底运用的影响，基于案例背景，根据跨线运营前后的车次时刻表，对比分析车底运用方案变化。

跨线运营前后的车次安排及车底运用方案（部分）如图 9 所示。由图 9 可以看出：采用跨线运营



（a）有跨线下的车底运用　　（b）无跨线下的车底运用

图 9　有无跨线运营下的车次安排及车底运用（部分）

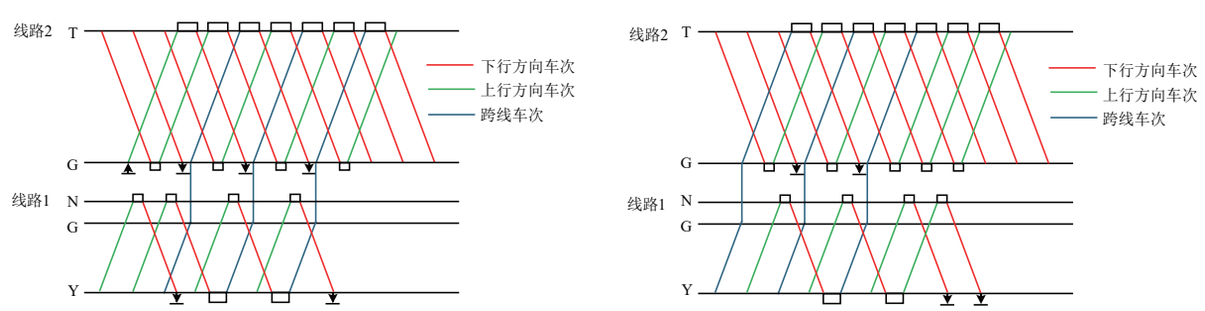
后，早高峰时 Y→T 的 10 个跨线运营车次代替了线路 1 交路 Y→N 与线路 2 交路 G→T 的 10 个车次，线路 1 交路 N→Y 的 10 个车次被取消；其余车次时刻表均不变。同时通过计算，发现载客车公里由 23 703 km 降低至 22 943 km。

以跨线运营前后的列车时刻表为输入，进行车底运用方案优化，得到车底运用结果对比见表 4。由表 5 可以看出：车次调整前，跨线运营的车底共享运用可使空驶车公里由无跨线运营的 1 839 km 减少至 1 746 km，但车底运用数量始终 74 列。这是因为跨线运营前列车在线路 1 下线，而跨线运营后列车在线路 2 下线，线路 1 的车底进入线路 2 可使线路 2 的车底出入场次数降低，进而减少空驶车公里。

表 4　不同车次时刻表下车底运用结果对比

车底运用结果		上线车底/列	空驶车公里/km	车底出入场总次数/次	载客车公里/km
车次调整前	无跨线运营	74	1 839	236	23 703
	有跨线运营	74	1 746	232	22 943
车次调整后	有跨线运营	73	1 742	230	22 943

进一步分析不同跨线运营时刻表对车底运用的影响。将跨线运营车次前移，并对原车次时刻表进行微调，得到跨线运营车次调整前后的车底运用方案（部分）如图 10 所示。



（a）原方案　　（b）调整后方案

图 10　跨线运营车次调整前后的车底运用（部分）

由表 5 结合图 10 可知：车次调整后，车底运用降至 73 列，这是因为跨线运营方案中线路 1 的列车进入线路 2 运行，线路 2 的车次不再由车底出场而改由跨线列车执行，使线路 2 的上线车底减少了 1 列；空驶车公里由 1 746 km 减少至 1 742 km，这是因为车底运用减少 1 列，车底出入场总次数减少 2 次。

4.4　算法效率

为研究邻域搜索对列生成算法效率的影响，通过对比试验，分析列生成算法与结合邻域搜索的列生成算法 2 种不同算法的收敛效果。试验在配置 16 G 内存和 2.5 G CPU 的个人计算机上，共运行 1.5 h。算法收敛过程如图 11 所示。由图 11 可以看出：仅采用列生成算法时，每次迭代仅生成 1 条车次链，最终累计生成 3 000 车次链，由于生成的车次链数量较少，导致求解结果在迭代过程中没有提升；而采用结合邻域搜索的列生成算法时，每次迭代可产生多条车次链，在相同时间内经过 541 次迭代最终生成了 18 万条车次链，车次链数量的不断

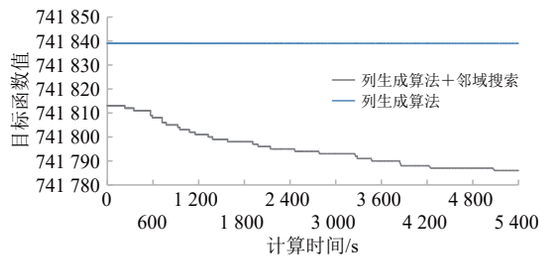


图 11　算法收敛过程

增多，导致求解结果不断优化。最终，结合邻域搜索的列生成算法在求解定价子问题时，目标函数值收敛至－1以内，该值接近于0意味着算法接近得到最优解。

同时，为进一步验证初始解质量对算法结果的影响，采用最小化空驶车公里和不最小化空驶车公里2种策略生成初始解，算法结果如图12所示。由图12可以看出：当初始解不最小化空驶车公里时，虽然初始解质量较差，但最终收敛结果与初始解最小化空驶车公里的算法结果相近；当初始解最小化空驶车公里时，算法结果表现略优；初始解质量会影响算法前期收敛速度，但对算法最终结果的质量影响有限。

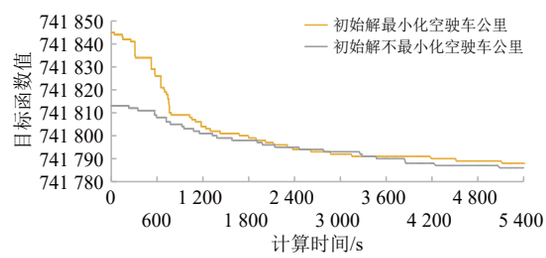


图 12　初始解对算法结果影响

5　结　语

本文针对城市轨道交通跨线运营的多条线路，考虑多车场多车型下的车底运用，详细刻画了车底出入场、折返等作业约束与多次出入段等运用方式，以最小化上线车底、最小化空驶车公里与最大化车底运用均衡性为目标，构建了基于接续网络的车底运用计划优化模型。为求解模型，采用列生成算法建立了基于车次链的主问题与定价子问题，并嵌套设计了车次链邻域搜索的加速策略。以跨线运营的2条地铁线路为背景，发现所提方法优化后的车底运用方案可保证空驶车公里最低，且可提升车底运用均衡性，空驶车公里从人工编制的1 756 km下降至1 746 km，执行车次超过20个的车底由14列降低为4列，执行车次少于8个的车底由12列降低为7列；跨线运营下的车底共享运用可将空驶车公里由无跨线运营的1 839 km减少至1 746 km；所提结合邻域搜索的列生成算法计算效率相较于无邻域搜索的列生成算法更优。

由于不同跨线时刻表方案可能导致车底运用数量差异，下一步可研究跨线列车时刻表与车底运用计划的协调优化，以进一步分析跨线运营对车底运用的影响。

参　考　文　献

[1] 赵鹏，胡安洲，杨浩．高速铁路动车组不固定区段使用条件下周转优化问题的研究[J]．北方交通大学学报，1997，21(6)：621-624.
(ZHAO Peng, HU Anzhou, YANG Hao. Research on the Circulating Optimization in the Condition of Using High-Speed Passenger Trains in Uncertain Railroad Region [J]. Journal of Northern Jiaotong University, 1997, 21 (6): 621-624. in Chinese)

[2] 李建，林柏梁，耿令乾，等．基于交路接续的动车组运用计划优化模型与算法[J]．交通运输系统工程与信息，2015，15(5)：172-177，194.
(LI Jian, LIN Boliang, GENG Lingqian, et al. Optimization Model and Algorithm for Motor Trainset Utilization Scheduling Based on Routes Connection [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2015, 15 (5): 172-177, 194. in Chinese)

[3] 陈旻瑜，张雨洁，张守帅，等．基于车底使用数量最少的动车组运用计划优化研究[J]．铁道运输与经济，2022，44(8)：52-57.
(CHEN Minyu, ZHANG Yujie, ZHANG Shoushuai, et al. Operation Plan Optimization of Electric Multiple Units Based on the Minimum Number of Rolling Stock [J]. Railway Transport and Economy, 2022, 44 (8): 52-57. in Chinese)

[4] 林柏梁，沈姚铭，钟文健，等．车底数最小化的动车组交路计划优化[J]．中国铁道科学，2023，44(5)：210-221.
(LIN Boliang, SHEN Yaoming, ZHONG Wenjian, et al. Optimization of the Electric Multiple Units Circulation Plan

with the Minimum Number of Train-Set [J]. China Railway Science, 2023, 44 (5): 210-221. in Chinese)

[5] 仝硕,陈绍宽,刘葛辉,等.考虑接续可靠性的动车组运用计划优化方法[J].铁道学报,2020,42(4):27-34.
(TONG Shuo, CHEN Shaokuan, LIU Gehui, et al. Optimum Circulation Model for Electrical Multiple Units Considering Reliability of Their Operational Connections [J]. Journal of the China Railway Society, 2020, 42 (4): 27-34. in Chinese)

[6] 牛家鑫,赵鹏,乔珂,等.考虑存车条件的动车组交路计划优化方法[J].铁道学报,2025,47(1):11-20.
(NIU Jiaxin, ZHAO Peng, QIAO Ke, et al. Optimization Method for Railway Rolling Stock Planning Considering Parking Conditions [J]. Journal of the China Railway Society, 2025, 47 (1): 11-20. in Chinese)

[7] 陈然,周磊山,乐逸祥,等.基于专家系统的网络化动车组运用计划的编制[J].中国铁道科学,2016,37(1):108-116.
(CHEN Ran, ZHOU Leishan, YUE Yixiang, et al. Network EMU Scheduling Based on Expert System [J]. China Railway Science, 2016, 37 (1): 108-116. in Chinese)

[8] 王莹,刘军,苗建瑞.基于运行线可调的动车组周转计划优化研究[J].中国铁道科学,2012,33(4):112-119.
(WANG Ying, LIU Jun, MIAO Jianrui. Optimization of the Circulation Plan for Multiple Units Based on Adjustable Train Path [J]. China Railway Science, 2012, 33 (4): 112-119. in Chinese)

[9] ZHONG Q W, LUSBY R M, LARSEN J, et al. Rolling Stock Scheduling with Maintenance Requirements at the Chinese High-Speed Railway [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2019, 126: 24-44.

[10] 徐瑞华,陈菁菁,杜世敏.城轨交通多种列车交路模式下的通过能力和车底运用研究[J].铁道学报,2005,27(4):6-10.
(XU Ruihua, CHEN Jingjing, DU Shimin. Study on Carrying Capacity and Use of Rolling Stock with Multi-Routing in Urban Rail Transit [J]. Journal of the China Railway Society, 2005, 27 (4): 6-10. in Chinese)

[11] 江志彬,徐瑞华,吴强,等.多交路共线运行的城市轨道交通车辆运用优化[J].同济大学学报(自然科学版),2014,42(9):1333-1339,1431.
(JIANG Zhibin, XU Ruihua, WU Qiang, et al. Optimal Model for Using of Transit Unit Based on Shared-Path Rail Transit Route [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2014, 42 (9): 1333-1339, 1431. in Chinese)

[12] 何必胜,宋瑞,何世伟,等.城市轨道交通车底运用计划编制优化模型求解的混合列生成算法[J].中国铁道科学,2014,35(1):122-129.
(HE Bisheng, SONG Rui, HE Shiwei, et al. A Hybrid Column Generation Approach for Solving Rolling Stock Assignment Optimization Model of Urban Rail Transit [J]. China Railway Science, 2014, 35 (1): 122-129. in Chinese)

[13] 郑锂,宋瑞,肖赟,等.网络化运营下城市轨道交通列车车底运用计划编制的优化方法[J].中国铁道科学,2014,35(2):104-110.
(ZHENG Li, SONG Rui, XIAO Yun, et al. Optimization Method for Working out Vehicle Scheduling Plan of Urban Rail Transit under Network Operation [J]. China Railway Science, 2014, 35 (2): 104-110. in Chinese)

[14] 邢进,朱昌锋.带有混合交路的城轨网络化运营车底运用研究[J].兰州交通大学学报,2015,34(3):55-59.
(XING Jin, ZHU Changfeng. The Research on Rolling Stock Usage of Urban Rail Transit with Nested Routing under Network Operation [J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2015, 34 (3): 55-59. in Chinese)

[15] 冯佳,李国威,付义龙,等.共享车辆基地的城轨车底运用与检修计划协同编制[J].交通运输系统工程与信息,2023,23(1):131-140.
(FENG Jia, LI Guowei, FU Yilong, et al. Integrated Rolling Stock Scheduling and Maintenance Scheduling Optimization of Urban Rail Transit Lines Based on Shared Train Depot [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2023, 23 (1): 131-140. in Chinese)

[16] 彭其渊,廖珮茹,何必胜,等.全天候运行条件下的城市轨道交通车底运用与检修协同优化[J].中国铁道科学,2022,43(6):194-206.
(PENG Qiyuan, LIAO Peiru, HE Bisheng, et al. Collaborative Optimization of Rolling Stock Operation and Maintenance of Urban Rail Transit under All-Day Operation [J]. China Railway Science, 2022, 43 (6): 194-206. in Chinese)

[17] 朱昌锋,贾锦秀,马斌,等.重联编组条件下城轨车底运用方案优化研究[J].铁道科学与工程学报,2024,21(7):2626-2636.
(ZHU Changfeng, JIA Jinxiu, MA Bin, et al. Optimization of Rolling Stock Scheduling Scheme for Urban Rail Transit under Reconnection Marshalling [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2024, 21 (7): 2626-2636. in Chinese)

[18] WANG E T, YANG L X, YIN J T, et al. Passenger-Oriented Rolling Stock Scheduling in the Metro System with Multiple Depots: Network Flow Based Approaches [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2024, 180:

102885.
[19] 钟庆伟,赵军,文超,等.城轨线路运营时段前车底空驶出场路径优化[J].铁道学报,2018,40(3):29-38.
(ZHONG Qingwei, ZHAO Jun, WEN Chao, et al. Optimizing Rolling Stock Deadhead Routing Problem before Operation Period of Urban Rail Transit Line [J]. Journal of the China Railway Society, 2018, 40 (3): 29-38. in Chinese)
[20] WANG D, D' ARIANO A, ZHAO J, et al. Joint Rolling Stock Rotation Planning and Depot Deadhead Scheduling in Complicated Urban Rail Transit Lines [J]. European Journal of Operational Research, 2024, 314 (2): 665-684.
[21] RIBEIRO C C, SOUMIS F. A Column Generation Approach to the Multiple-Depot Vehicle Scheduling Problem [J]. Operations Research, 1994, 42 (1): 41-52.
[22] BIANCO L, MINGOZZI A, RICCIARDELLI S. A Set Partitioning Approach to the Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem [J]. Optimization Methods and Software, 1994, 3 (1/2/3): 163-194.

An Optimization Method for Rolling Stock Scheduling Plan in Urban Rail Transit under Cross-Line Operation

CHEN Yao[1, 2], BAI Yun[1], DOU Fei[3], WANG Qiang[1], MAO Baohua[1]
(1. Key Laboratory of Transport Industry of Big Data Application Technologies for Comprehensive Transport, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
2. The Center of National Railway Intelligent Transportation System Engineering and Technology, China Academy of Railway Science Corporation Limited, Beijing 100081, China;
3. Beijing Mass Transit Railway Operation Corporation Limited, Beijing 100044, China)

Abstract: To improve the utilization efficiency of rolling stock resources in interconnected urban rail transit lines, aiming at the scheduling modes of rolling stock running on different lines under cross-line operation, the optimization problem of rolling stock scheduling plan with multi-depot and multi-type is studied. A connection network is first constructed by fully considering the constraints of relevant movements such as rolling stocks' entry, exit, and turning back. With the arc flows indicating the movements of each rolling stock, an integer linear programming model based on a multi-commodity network flow is established to minimize the number of on-line rolling stocks and deadhead distance, and maximize the balance of rolling stock scheduling. Secondly, the multi-commodity network flow model is transformed into a set segmentation model based on train trip chains to solve large-scale problems. Then, a column generation algorithm is designed, and the scale of candidate train trip chains is expanded through neighborhood search to enhance the solution efficiency. Finally, 2 actual lines with cross-line operation are taken as the background to analyze the effectiveness of the established model and algorithm. The results show that compared with the artificial scheme, the optimized scheme reduces deadhead distance from 1 756 km to 1 746 km, the number of rolling stocks running more than 20 trips decreases from 14 to 4, while the number of those running fewer than 8 trips decreases from 12 to 7. Besides, the rolling stock shared scheduling under cross-line operation decreases deadhead distance from 1 839 km to 1 746 km compared to that without cross-line operation. The column generation algorithm combined with neighborhood search demonstrates superior computational efficiency than the basic counterpart without neighborhood search.

Key words: Urban rail transit; Cross-line operation; Rolling stock scheduling; Multi-type vehicle; Column generation algorithm

（责任编辑　耿枢馨）