文章编号:1674-2974(2025)09-0211-12 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2025100

基于复合阻尼索的覆冰单导线防舞分析

李丽[1,2],张孜航[3†],韩艳[3],胡朋[3],李胜龙[3]
(1. 电网防灾减灾全国重点实验室, 湖南 长沙 410129;
2. 国网湖南省电力有限公司防灾减灾中心, 湖南 长沙 410129;
3. 长沙理工大学 土木与环境工程学院,湖南 长沙 410114)

摘 要:基于空间曲梁理论的应变-位移关系,建立了四自由度的覆冰单导线舞动模型,利用虚功原理构建了覆冰单导线的动力学方程.通过数值计算对单元无关性进行了检验并分析了模态截断对舞动响应的影响,验证了模型的准确性.此外,将复合阻尼索用于输电线的防舞,建立了覆冰单导线-复合阻尼索结构的非线性振动控制有限元方程,并分析了相关参数对输电线舞动幅值的影响.研究结果表明,覆冰单导线舞动模型可以预测输电线的舞动响应.复合阻尼索可以有效抑制单导线的舞动且减振率达到了85%以上.当提高复合阻尼索的安装高度时,其减振性能会得到增强.然而,在固定安装高度下,随着阻尼索的水平位置逐渐向导线跨中移动,减振效果会经历一个先提升后降低的过程,表明存在一个最佳的安装点.同时适当地提高主索刚度和减小复位弹簧刚度可以提升复合阻尼索的减振效果;另外适当地增加阻尼系数和主索质量,复合阻尼索减振效果会更好.

关键词:覆冰导线;复合阻尼索;防舞分析;曲梁;有限元法
中图分类号:TB122 **文献标志码**:A

Anti-galloping Analysis of the Iced Single Conductor Based on the Compound Damping Cable

LI Li[1,2], ZHANG Zihang[3†], HAN Yan[3], HU Peng[3], LI Shenglong[3]
(1. State Key Laboratory of Disaster Prevention & Reduction for Power Grid, Changsha 410129, China;
2. State Grid Hunan Electric Power Company Disaster Prevention and Reduction Center, Changsha 410129, China;
3. School of Civil and Environmental Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha, 410114, China)

Abstract: Based on the strain-displacement relationship of the spatial curved beam theory, a galloping model for an iced single conductor with four degrees of freedom was established. The dynamic equation of the iced single conductor was constructed using the principle of virtual work. Element independence was verified through numerical calculations, and the impact of modal truncation on the galloping response was analyzed, verifying the accuracy of the model. In addition, the compound damping cable was used for the anti-galloping device of transmission lines,

* **收稿日期**:2024-09-06
基金项目:国网湖南防灾减灾中心2022年国重实验室开放课题(SGHNFZ00FBYJJS2200123), State Grid Hunan Disaster Prevention and Reduction Center 2022 State Key Laboratory Open Project (SGHNFZ00FBYJJS2200123); 湖南省自然科学基金资助项目(2024JJ2002), Natural Science Foundation of Hunan Province (2024JJ2002)
作者简介:李丽(1987—),女,河北石家庄人,国网湖南省电力有限公司高级工程师,博士
† 通信联系人,E-mail: zzh1230903@163.com

and a nonlinear vibration control finite element equation for an iced single conductor structure was established with a compound damping cable. The influence of relevant parameters on the galloping amplitude of the conductor was analyzed. The research results indicate that the galloping model of the iced single conductor can predict the galloping response of transmission lines. The compound damping cable can effectively suppress the galloping of a single conductor and achieve a damping rate of over 85%. The higher the installation height of the compound damping cable, the better the vibration reduction effect of the compound damping cable. However, at the same installation height, when the horizontal installation position is close to the mid-span of the conductor, the vibration reduction effect first increases and then decreases, indicating that there is an optimal installation position. Simultaneously increasing the stiffness of the primary cable and reducing the stiffness of the return spring can improve the vibration reduction effect of the compound damping cable. In addition, appropriately increasing the damping coefficient and the mass of the primary cable leads to better vibration reduction effect of the compound damping cable.

Key words: iced conductor; compound damping cable; anti-galloping analysis; curved beam; finite element method

输电线舞动是低频高幅的自激振动,产生的巨大能量对输电线路的安全运行造成极大的隐患和危害.随着输电塔高度的增加及输电线路档距的增大,架空输电线高柔的特点更突出,舞动引起的断线及倒塔等严重电力事故频发.因此,输电线防舞对输电线路的安全运行具有重要的意义.

20世纪30年代,Den Hartog[1]描述了单自由度输电线的竖向舞动激发机理.Wen等[2]发现3DOF系统的稳定性与2DOF系统的稳定性接近.然而,考虑的阶数过高会使计算变得极其复杂且降低计算效率,因此目前的舞动模型仅考虑了前六阶模态.

Desai等[3]率先将有限元方法应用于覆冰导线舞动.进一步地,Chen等[4]则借助三节点等参索单元,成功构建了针对月牙形覆冰导线的有限元模型,通过与现有实验数据和数值模拟的比较,验证了模型的准确性.Zhou等[5]通过风洞试验对所提出的八分裂导线数值方法的准确性进行了验证.伍川等[6]通过数值计算表明四分裂覆冰导线的振动形态更复杂.这些导线模型均基于悬索理论,在分析计算中忽略了弯曲刚度.然而,Luongo等[7-8]认为在悬索结构的计算分析中不能忽视弯曲刚度的影响.

有限元技术能处理多方向的耦合作用[9-10].Xiong等[11]通过经典算例对曲梁模型进行了验证,结果表明输电线的弯曲模量对平移和扭转频率的影响较大.Foti等[12-13]提出了一种考虑几何非线性的共转梁-索单元的新拉格朗日方法,研究了拉索结构的舞动振动,结果表明,在拉索的舞动响应分析中不能忽略一阶反对称面内模态的影响.Zhu等[14]提出了一种可考虑三个方向(竖向、横向与扭转)的六自由度曲梁振动耦合模型.Yan等[15-16]将上述模型应用于导线的舞动特性分析,并验证了该模型的准确性,但该六自由度舞动模型应变位移关系复杂.因此为了在实际工程中应用,需要建立一个简单且高效的模型,张孜航等[17]提出的分裂导线混合模型位移应变关系简单,因此,本文在张孜航等[17]的简单位移应变关系的基础上,建立了考虑弯曲刚度的覆冰单导线舞动模型,通过数值计算对单元无关性进行了检验并分析了模态截断对舞动响应的影响.

在防舞措施方面,失谐摆在某种程度上会阻止导线在偏心覆冰作用下的轴向转动[18],但失谐摆在分裂导线上应用效果并不理想.基于此,双摆防舞器被发明出来[19].双摆防舞器安装在档内中央附近的双分裂间隔棒连接板上,能够有效弥补失谐摆的不足,但双摆防舞器也存在其局限性,它更适用于孤立档输电线的防舞.空气动力稳定器是一种固结于导线的长条金属(或塑料)板材[20],但仅当杆塔实际档距为设计档距的70%~80%时,方可考虑空气动力稳定器作为防舞措施.调谐减振器通过阻尼器对输电线进行振动能量的耗散[21],但其通常只能对特定的振动模式进行控制,且往往只能够在一定的频率比范围内有效发挥作用.相间间隔棒应用广泛,它是一种将相间导线相互隔离的长棒形绝缘子,其两端一般配置固定式夹具[22-24],但其两端夹具约束导线扭转导致次档距导线覆冰不均,从而加剧次档距导

线振荡舞动.因此,在此基础上,研究人员对夹具的形式进行了调整.Mou 等[25]对不同安装方案的旋转夹持间隔棒的八分裂覆冰导线的舞动进行了数值研究,评估了不同安装方案的旋转夹具在不同参数下的防舞效率.Matsumiya 等[26]研究了对角布置的旋转夹具间隔棒的舞动抑制效果,现场观察到安装旋转夹具的间隔棒将输电线舞动振幅降低了约40%,且旋转夹具能在恶劣的自然条件下正常工作.但由于只有背风侧子导线受端部夹具的固定约束,形成的偏心覆冰产生的升力会使得系统仍然不稳定.禹见达等[27-28]通过将主索、副索、复位弹簧和阻尼器有效结合,设计了复合阻尼索,并进行了复合阻尼索对高耸结构的减振试验,研究了复合阻尼索不同参数对高耸结构减振的效果.结果表明,复合阻尼索对高耸结构减振的效果随主索垂度的减小而增大,随阻尼器黏性系数的增大而增大,为结构提供的附加阻尼比可达30%以上.Yu 等[29-30]建立了复合阻尼索系高层结构自由振动的三阶微分方程,并通过室内模型试验验证了解析解.结果表明,复合阻尼索能为振动结构提供较大的等效附加阻尼比,从而有效地抑制过大的振动.彭文林等[31]建立了阻尼索-人行桥弯曲振动方程,采用解析法获得了阻尼索为人行桥提供的附加阻尼比计算公式.研究结果表明,阻尼索可为人行桥提供非常大的附加阻尼比,但复合阻尼索目前尚未应用于输电线的舞动控制.综上所述,由于输电线舞动变形大,结构上难以找到相互靠近并有较大相对位移的安装位置来驱动阻尼器耗能减振,导致阻尼器的减振性能难以发挥.此外,基于输电线覆冰形态的多样性和舞动机理的复杂性,目前尚无一种普遍适用的防舞措施.因此,有必要探索新的被动机械控制措施,为输电线舞动问题提供更为有效的解决方法.同时,需进一步分析新型被动防舞装置各项参数对于输电线舞动控制的影响.基于此,本文在单导线有限元模型的基础上,将复合阻尼索用于输电线的防舞,并建立了覆冰单导线-复合阻尼索结构的非线性振动控制有限元方程.最后,分析了复合阻尼索的防舞效果和相应参数对于覆冰单导线舞动抑制效果的影响.

1　覆冰导线模型

输电线路的舞动通常是一种系统振动,涉及杆塔、悬垂绝缘子串、导线和相邻跨距.Desai 等[3]针对悬垂绝缘子串、相邻跨距对输电线的影响进行了表述,并给出了相应的公式.该模型的应变位移关系简单,更有利于后续舞动控制的实现.

输电线的典型单跨如图1(a)所示.邻跨具有沿 X 方向和沿 Z 方向的刚度 K_{ST},绝缘体具有沿 X 方向的刚度 K_{IX} 和沿 Z 方向的刚度与 K_{IZ},其详细的计算方法可参考文献[3],图中 X、Y、Z 为模型的全局坐标系,忽略邻跨惯性的影响,假设支撑塔为刚性塔.图1(b)所示为输电线覆冰后的横截面,其中 P 表示总质心.不均匀覆冰不仅对导线的平动惯性产生影响,而且还会改变其扭转特性.图1(c)给出了空间坐标系下的三节点覆冰输电线曲梁单元,其中,U、V、W 为全局坐标系下的单元位移,s 表示单元的弧坐标,单元随着局部坐标系 x、y、z 运动,每个节点有4个自由度,即 x、y、z 方向的平动以及绕 x 方向的转动,单元内任一点的位移 $\boldsymbol{u}$ 见式(1),节点位移 $\boldsymbol{u}_e$ 见式(2).

$$\boldsymbol{u} = (u, v, w, \theta)^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{u}_e = (u_1, v_1, w_1, \theta_1, u_2, v_2, w_2, \theta_2, u_3, v_3, w_3, \theta_3)^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

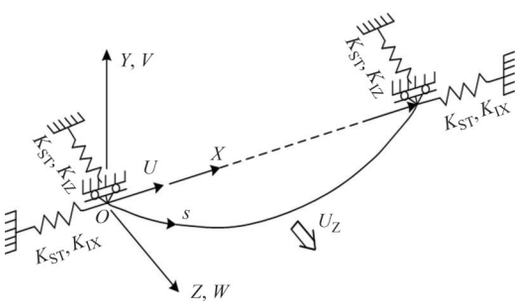
单元内任一点的位移可由节点位移通过形函数来表示:

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{N}\boldsymbol{u}_e \tag{3}$$

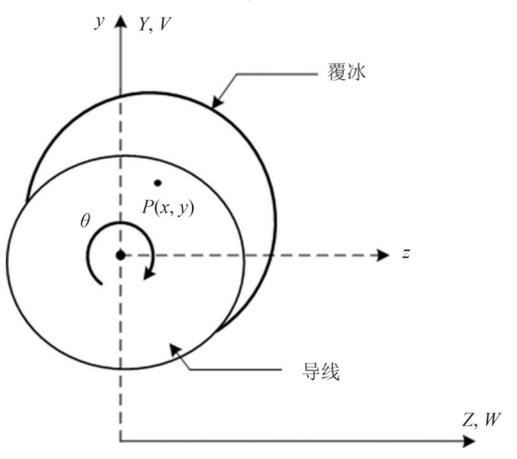
其中,$\boldsymbol{N}$ 为形函数矩阵,详见文献[3].

1.1　应变位移关系

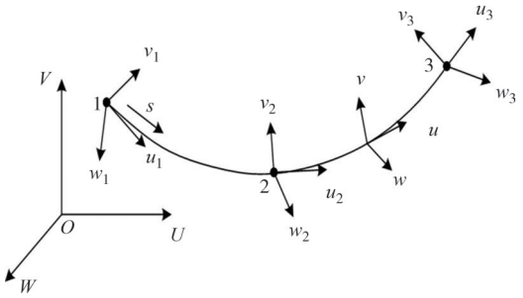
模型的应变-位移关系为[17]:



(a)总体示意图



(b)覆冰导线横截面



(c)三节点单元

图1 导线模型

Fig.1 Conductor models

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\mathrm{s}} &= \frac{\partial u}{\partial s} + \underline{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial s}\right)^2}\\ \psi_{\mathrm{v}} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\\ \psi_{\mathrm{w}} &= \frac{\partial^2 v}{\partial s^2}\\ \varepsilon_{\theta} &= \frac{\partial \theta}{\partial s}\end{aligned} \tag{4}$$

式中:ε_{s}为轴向应变;ψ_{v}为水平弯曲应变;ψ_{w}为垂直弯曲应变;ε_{θ}为扭转应变;下划线表示非线性轴向应变,用ε_{N}表示.

1.2 外荷载向量

单元一致荷载矩阵$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}$可写为[17]:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}} = \frac{L_{\mathrm{e}}}{4}[\,&0 \quad F_{y1} \quad F_{z1} \quad M_{\theta 1} \quad 0 \quad 2F_{y2}\\ &2F_{z2} \quad 2M_{\theta 2} \quad 0 \quad F_{y3} \quad F_{z3} \quad M_{\theta 3}\,]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{5}$$

式中:F_{yk}和F_{zk}分别为单元第k个结点上的垂直与水平荷载;$M_{\theta k}$为相应结点上的力矩,k=1,2,3. 由于典型的输电线属于浅悬链线型,因此可忽略X方向的气动力.

1.3 导线舞动的动力学方程

根据虚功原理,以$\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}}$代表作用于单元的全部节点荷载,对一个单元可写出其虚功方程为[17]:

$$\int_0^{l_{\mathrm{e}}} \delta(\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}\mathrm{d}\boldsymbol{V}_{\mathrm{e}} = \delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}_{\mathrm{e}} \tag{6}$$

式中:$\delta\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{e}}$是节点虚位移$\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}$相应的虚应变;$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{e}}$为单元的总应力;$\boldsymbol{V}_{\mathrm{e}}$为单元的体积. 考虑惯性力、初始拉力以及黏滞力的影响,将式(3)、式(4)、式(5)代入式(6),可得如下的动力学方程:

$$\begin{aligned}&\int_0^{L_{\mathrm{e}}}(EA\varepsilon_{\mathrm{s}}\delta\varepsilon_{\mathrm{s}} + EI_1\psi_{\mathrm{v}}\delta\psi_{\mathrm{v}} + EI_2\psi_{\mathrm{w}}\delta\psi_{\mathrm{w}} +\\ &GJ\varepsilon_{\theta}\delta\varepsilon_{\theta})\mathrm{d}s + \int_0^{L_{\mathrm{e}}} T_0\delta\varepsilon_{\mathrm{N}}\mathrm{d}s + \delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{ice}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}} =\\ &\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}} - \int_0^{L_{\mathrm{e}}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{N}\ddot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{e}}\mathrm{d}s - \boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}\dot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{e}}\right)\end{aligned} \tag{7}$$

式中:A为单导线的横截面面积;E、G、I_1、I_2分别为覆冰单导线的弹性模量、剪切模量与绕v、w的抗弯惯性矩;J为覆冰单导线的扭转惯性矩;T_0为覆冰单导线的初始拉力;$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{ice}}$、$\boldsymbol{F}_{\mathrm{e}}$与$\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}}$分别为覆冰单导线的单元覆冰刚度矩阵、单元荷载矩阵和单元阻尼矩阵;$\boldsymbol{\mu} = \int_{A_{\mathrm{r}}}\rho\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\mathrm{d}s$,$\boldsymbol{A}$的详细参数可参考文献[3].

考虑到$\delta\boldsymbol{u}_{\mathrm{e}}$的任意性,经过组装后最终形成如下的动力学方程:

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{U}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{U}} + (\boldsymbol{K}^{\mathrm{ICE}} + \boldsymbol{K}^{\mathrm{L}} + \boldsymbol{K}^{\mathrm{NL}})\boldsymbol{U} = \boldsymbol{F} \tag{8}$$

式中:$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{K}^{\mathrm{ICE}}$、$\boldsymbol{K}^{\mathrm{L}}$和$\boldsymbol{K}^{\mathrm{NL}}$分别为单导线有限元模型的质量、阻尼、覆冰、线性与非线性刚度矩阵;$\boldsymbol{F}$为单导线有限元模型的气动力荷载矩阵;$\boldsymbol{U}$为输电线的位移;$\dot{\boldsymbol{U}}$、$\ddot{\boldsymbol{U}}$分别为单导线有限元模型位移对时间的一阶与二阶导数.

式(8)采用模态叠加法将方程变换到模态空间中,并使用时间积分法进行求解[3,15-17]. 下面对覆冰单导线单元的各个矩阵进行详细的说明.

1.3.1 单元刚度矩阵

单元刚度矩阵$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}$由单元覆冰刚度矩阵$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{ice}}$、单元线性刚度矩阵$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}}$与单元非线性刚度矩阵$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{NL}}$组成:

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{ice}} = -g\int_0^{L_{\mathrm{e}}}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}[\,0 \quad 0 \quad 0 \quad S_{\mathrm{z}}\,]\boldsymbol{N}\mathrm{d}s \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{L}} = &\int_0^{L_{\mathrm{e}}}(EA\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{L}}\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{L}} + EI_1\psi_{\mathrm{v}}\delta\psi_{\mathrm{v}} + EI_2\psi_{\mathrm{w}}\delta\psi_{\mathrm{w}} +\\ &GJ\varepsilon_{\theta}\delta\varepsilon_{\theta})\mathrm{d}s + \int_0^{L_{\mathrm{e}}} T_0\delta\varepsilon_{\mathrm{N}}\mathrm{d}s =\\ &\int_0^{L_{\mathrm{e}}}(\boldsymbol{B}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}EA\boldsymbol{B}_{\mathrm{L}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{v}}^{\mathrm{T}}EI_1\boldsymbol{B}_{\mathrm{v}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{w}}^{\mathrm{T}}EI_2\boldsymbol{B}_{\mathrm{w}} +\\ &\boldsymbol{B}_{\theta}^{\mathrm{T}}GJ\boldsymbol{B}_{\theta})\mathrm{d}s + \int_0^{L_{\mathrm{e}}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{NL}}^{\mathrm{T}}T_0\mathrm{d}s\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{NL}} = &\int_0^{L_{\mathrm{e}}}(EA\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{L}}\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{N}} + EA\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{N}}\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{L}} + EA\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{N}}\delta\varepsilon_{\mathrm{s}}^{\mathrm{N}})\mathrm{d}s =\\ &\int_0^{L_{\mathrm{e}}}(\boldsymbol{B}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{NL}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{NL}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{L}} + \boldsymbol{B}_{\mathrm{NL}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{NL}})\mathrm{d}s\end{aligned} \tag{11}$$

式中:$S_{\mathrm{z}} = \int_{A_{\mathrm{r}}}\rho y\mathrm{d}A$,$A_{\mathrm{r}}$为覆冰单导线截面面积,$\rho$为覆冰输电线上任一点的体密度.

线性与非线性应变矩阵分别为:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{B}_{\mathrm{L}} &= (0 \quad \frac{\partial N_i}{\partial s} \quad 0 \quad 0)\\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{v}} &= (0 \quad 0 \quad -\frac{\partial^2 N_i}{\partial s^2} \quad 0)\\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{w}} &= (0 \quad -\frac{\partial^2 N_i}{\partial s^2} \quad 0 \quad 0),\ i = 1,\ 2,\ 3\\ \boldsymbol{B}_{\theta} &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad \frac{\partial N_i}{\partial s})\\ \boldsymbol{B}_{\mathrm{NL}} &= (0 \quad \frac{\partial N_i}{\partial s}\frac{\partial \mathrm{v}_i}{\partial s} \quad \frac{\partial N_i}{\partial s}\frac{\partial \mathrm{w}_i}{\partial s} \quad 0)\end{aligned} \tag{12}$$

1.3.2　单元质量矩阵

覆冰输电线单元的一致质量矩阵为:

$$\boldsymbol{M}_e = \int_0^{L_e} \boldsymbol{N}^T \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{N} \mathrm{d}s \tag{13}$$

1.3.3　单元结构阻尼矩阵

单元结构阻尼矩阵与单元质量矩阵和单元刚度矩阵有关:

$$\boldsymbol{C}_e = \alpha \boldsymbol{M}_e + \beta \boldsymbol{K}_e \tag{14}$$

质量比例系数和刚度比例阻尼系数公式如下:

$$\alpha = 4\pi f_1 f_2 (f_2 \xi_1 - f_1 \xi_2)/(f_2^2 - f_1^2) \tag{15}$$

$$\beta = (f_2 \xi_2 - f_1 \xi_1)/\pi (f_2^2 - f_1^2)$$

式中:ξ_1和ξ_2分别是从一个方向的任意两个频率f_1和f_2中发现的阻尼比.

2　模型验证

用曲梁模型对经典D形导线[3]的舞动进行了分析,D形覆冰截面见图2,该算例有野外的舞动观测数据[3]. 按实心截面来计算导线的抗弯刚度,具体的导线参数见表1,空气动力参数可参考文献[3]. 首先对单导线的单元无关性进行验证,将导线划分为不同的单元数量时,第一阶、第二阶和第三阶模态分别表示侧向、竖向和扭转的一阶模态;同时,第四阶、第五阶和第六阶模态表示相应的二阶模态.从图3(a)可以看出,将导线划分为10个单元后,前六阶模态的频率并没有明显变化,因此选取10个单元进行后续分析. 其次,对单导线的模态收敛性进行分析. 如图3(b)所示,前十阶模态和前五阶模态与前三阶模态振幅是一致的. 结果表明,对于该D形覆冰导线的舞动,起主要作用的是前三阶模态. 因此,在后续的舞动时程分析中,仅取前三阶模态进行分析即可满足计算要求. 最后,对单导线的舞动响应进行分析. 单导线的一阶横向、垂直和扭转频率分别为0.471、0.505和0.522 Hz. 计算结果与Yan等[16]的研究基本吻合,频率比$f_y:f_z:f_\theta$接近1:1:1. 舞动时程响应如图3(c)所示,结果表明预测的响应和测量的响应基本一致. 因此,基于曲梁理论的有限元模型可以有效地用于计算输电线路导线的舞动. 需要注意的是,在该算例中输电塔线的边界条件为简单支撑($V=\theta=0, U\neq 0, W\neq 0$)[3],初始攻角和风速分别为10°和4 m/s,时间步长为0.01 s.

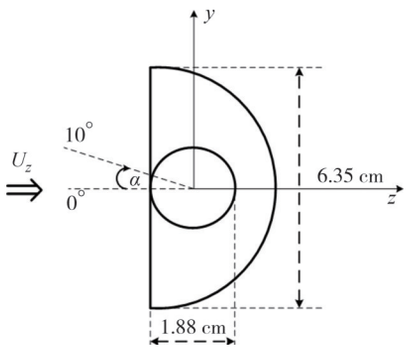


图2　D形覆冰截面

Fig.2　D-shaped iced section

表1　导线参数

Tab.1　Conductor parameters

参数	符号	单位	数值
轴向刚度	EA	10^6N	13.3
扭转刚度	GJ	$\mathrm{N\cdot m^2\cdot rad^{-1}}$	101
抗弯刚度	EI	$\mathrm{N\cdot m^2}$	293.701
初始拉力的水平分量	T_0	10^3N	21.73
裸输电线直径	d	10^{-3}m	18.8
相邻两塔的水平距离	l	m	125.88
远跨的等效刚度	K_{ST}	$\mathrm{10^3 N\cdot m^{-1}}$	75.97
x,y方向的阻尼比	ξ_1	10^{-2}	0.08
θ方向的阻尼比	ξ_2	10^{-2}	3.79
单位长度的质量	μ	$\mathrm{kg\cdot m^{-1}}$	1.53
单位长度质量惯性矩	I_m	$\mathrm{10^{-4} kg\cdot m^2\cdot m^{-1}}$	57.02
对y轴的质量面积矩	S_y	$\mathrm{10^{-3} kg\cdot m\cdot m^{-1}}$	0.459
对z轴的质量面积矩	S_z	$\mathrm{10^{-3} kg\cdot m\cdot m^{-1}}$	−0.145

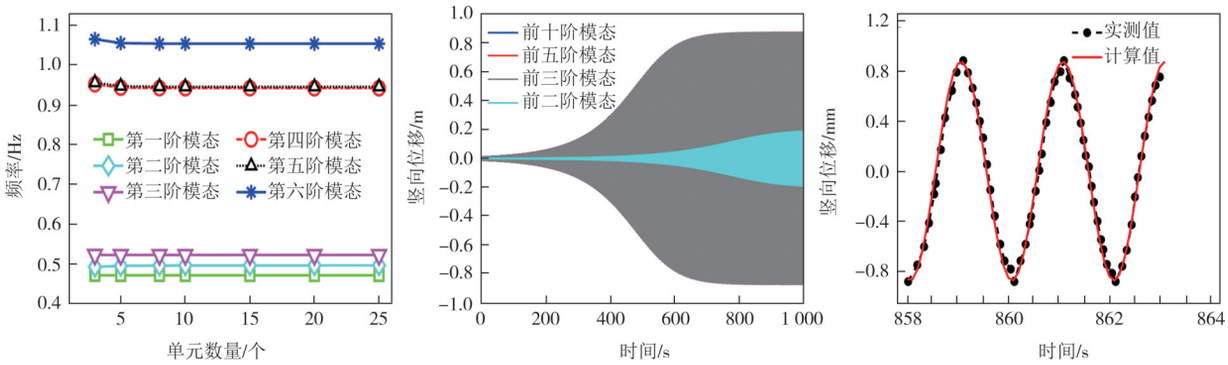
3　复合阻尼索对覆冰单导线的防舞研究

本节提出了一种利用复合阻尼索对覆冰单导线舞动进行控制的方法,建立了复合阻尼索-输电线耦合运动方程,并对其防舞效果进行了深入分析.

3.1　复合阻尼索的构造

复合阻尼索由包含阻尼器和复位弹簧的主索、副索和吊杆组合而成,形成以主索为支撑的阻尼器耗能减振体系. 主索和副索的一端与输电线相连,另一端则固定于输电塔或地面的锚固结构. 副索通过吊杆与主索相连,阻尼器与复位弹簧并联,其整体再与主索串联.

复合阻尼索减振原理如图4所示[29-30](仅画出了单侧复合阻尼索). 通过复合阻尼索防舞装置,能够在主索拉力的作用下,通过阻尼器的耗能减振作用,有效减小输电线的振动幅度.



(a)单元无关性 (b)模态收敛性 (c)舞动响应

图3 模型验证结果

Fig.3 Model validation results

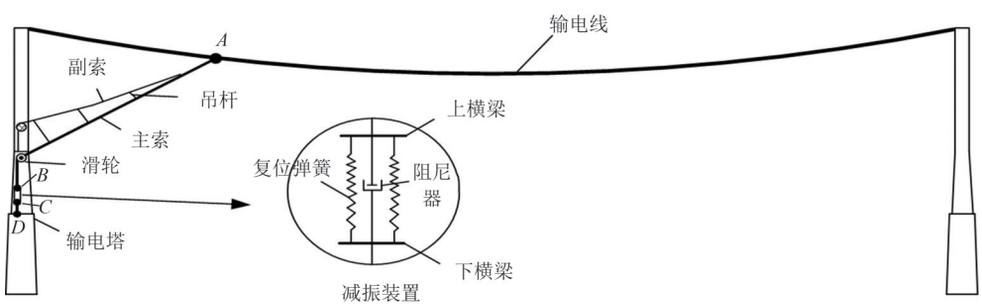


图4 复合阻尼索减振原理

Fig.4 Vibration reduction principle of compound damping cable

3.2 复合阻尼索-输电线耦合运动方程的建立

在本节中,基于前面所建立的四自由度覆冰导线舞动有限元模型,进一步构建复合阻尼索-输电线耦合运动方程.复合阻尼索采用对称安装方式,根据对称性原则,左侧复合阻尼索-输电线的受力情况如图5所示.

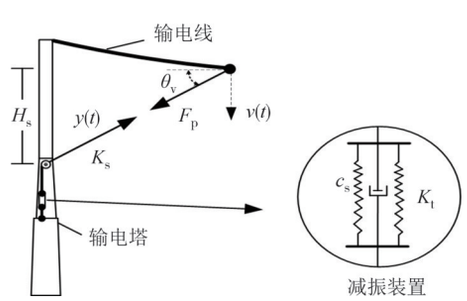


图5 复合阻尼索-输电线受力图

Fig.5 Compound damping cable-transmission line stress diagram

图5中输电线的各参数如下:K_t为复合阻尼索的复位弹簧刚度,K_s为主索的刚度,c_s为阻尼系数,H_s为安装高度,θ_v为安装角度,其值由阻尼索安装高度和阻尼索距输电塔的水平位置共同决定.$v(t)$为复合阻尼索与输电线连接处的竖向位移,$y(t)$为复合阻尼索沿主索方向的位移,F_p为主索的动拉力.则复合阻尼索沿主索方向的运动方程为:

$$m_s\ddot{y}+c_s\dot{y}+K_s y=F_p=K_t(v\sin\theta_v-y) \tag{16}$$

式中:m_s为复合阻尼索主索质量;$\ddot{y}$、$\dot{y}$、y分别为复合阻尼索沿主索方向的加速度、速度、位移.将输电线模型等长度划分为N个单元,因此共有$2N+1$个节点,根据1.3节求出单元矩阵,再将其组装得到总体矩阵.

设第j个节点为左侧复合阻尼索与输电线的连接点,依据对称性,其对应的右侧节点编号为$2N-j+2$.通过在这两个节点安装并调整复合阻尼索的张力,可以有效地抑制输电线的舞动.在此过程中,复合阻尼索对输电线的作用力可以被视为施加在第j个和第$2N-j+2$个节点上的外力F_p.根据式(8)、式(16),可将复合阻尼索-输电线耦合运动方程写为:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{U}}+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{U}}+(\boldsymbol{K}^{\mathrm{L}}+\boldsymbol{K}^{\mathrm{NL}})\boldsymbol{U}+\\&(\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_j+\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2})K_s\sin^2\theta_v\boldsymbol{U}-\\&(\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2}^{\mathrm{T}})K_s\sin\theta_v y=\boldsymbol{F}m\ddot{y}+\\&2c_s\dot{y}-(\boldsymbol{\varphi}_j+\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2})K_s\sin\theta_v\boldsymbol{U}+\\&2(K_s+K_t)y=0\end{aligned} \tag{17}$$

式中:$\boldsymbol{\varphi}_j\left[\delta_{1(4j-2)}\cdots\delta_{i(4j-2)}\cdots\delta_{8N+4(4j-2)}\right]$为复合阻尼索的安装位置向量.

$$\delta_{i(4j-2)}=\begin{cases}1, i=4j-2\\0, i\neq j\end{cases} \tag{18}$$

将式(17)写成矩阵形式如下:

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{O}}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{U}}\\ \ddot{y}\end{bmatrix}+\boldsymbol{C}_{\mathrm{O}}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{U}}\\ \dot{y}\end{bmatrix}+\boldsymbol{K}_{\mathrm{O}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{U}\\ y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}\\ 0\end{bmatrix} \tag{19}$$

其中,

$$\boldsymbol{M}_{\mathrm{O}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & m\end{bmatrix},\ \boldsymbol{C}_{\mathrm{O}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0} & 2c\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{O}}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{K}^{\mathrm{L}}+\boldsymbol{K}^{\mathrm{NL}})+(\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_j+\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2})K_{\mathrm{s}}\sin^2\theta_{\mathrm{v}} & -(\boldsymbol{\varphi}_j^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2}^{\mathrm{T}})K_{\mathrm{s}}\sin\theta_{\mathrm{v}}\\ -(\boldsymbol{\varphi}_j+\boldsymbol{\varphi}_{2N-j+2})K_{\mathrm{s}}\sin\theta_{\mathrm{v}} & 2(K_{\mathrm{s}}+K_{\mathrm{t}})\end{bmatrix}$$

分别为复合阻尼索-输电线体系的总体质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵.式(19)同样采用1.3节的舞动分析方法进行求解.

3.3　复合阻尼索防舞效果分析

在本节中,通过第2节的算例来验证复合阻尼索的防舞效果,为了更好地说明复合阻尼索的防舞效果,首先在容易发生舞动的风速范围(4~16 m/s)内,分析风速对单导线跨中舞动幅值的影响[32],如图6所示.选择在舞动幅值最大的情况下进行复合阻尼索的防舞控制.需要注意的是,根据实测结果[3],在该算例中初始攻角为10°.

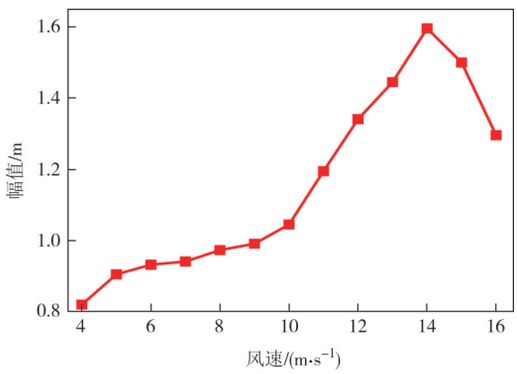
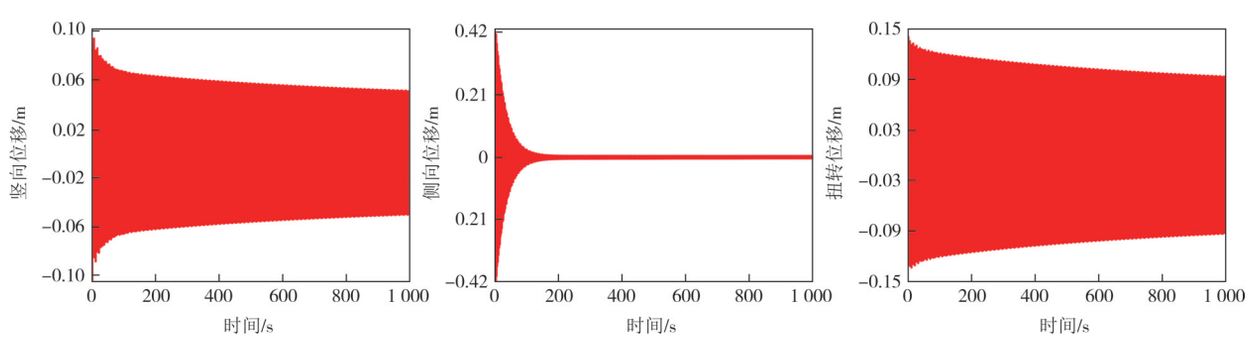


图6　不同风速下单导线跨中舞动幅值

Fig.6　Amplitude of galloping of single conductor spanning under different wind speeds

从图6可知,当风速为4 m/s时,导线开始起舞;随着风速的提高,升力变大,输电线的舞动幅值大致呈线性上升.然而,在风速超过14 m/s的阈值时,输电线的舞动幅值会显著下降.导线的舞动幅值随风速的变化趋势与王黎明等[32]的研究一致,证明了该趋势的准确性.

当风速为14 m/s时,D形导线跨中舞动幅值达到最大值,为1.596 m,因此,选择在此风速下对复合阻尼索的防舞抑制效果进行验证.导线安装复合阻尼索后的跨中竖向位移、侧向位移和扭转位移时程如图7所示.复合阻尼索的具体参数详见表2.



(a)竖向位移　(b)侧向位移　(c)扭转位移

图7　安装复合阻尼索后跨中的舞动

Fig.7　Galloping in mid-span after installation of compound damping cable

表2　复合阻尼索参数

Tab.2　Compound damping cable parameters

参数	符号	单位	数值
复位弹簧刚度	K_{t}	$\mathrm{N\cdot m^{-1}}$	3 500
主索刚度	K_{s}	$\mathrm{N\cdot m^{-1}}$	350 000
主索质量	m_{s}	kg	16
阻尼系数	c_{s}	$\mathrm{N\cdot s\cdot m^{-1}}$	2 500
阻尼索水平安装位置	x_{l}	m	12.588
阻尼索安装高度	H_{s}	m	10

由图7可知,当风速为14 m/s时,导线安装复合阻尼索后的跨中竖向位移、侧向位移和扭转位移时程在初始位移,即静平衡位置之后均出现了衰减的趋势,减振效果基本达到85%以上,同时由于在复合阻尼索-输电线耦合运动方程中复合阻尼索只作为竖向力加到了相应的节点上,但是不同方向的位移时程均发生了衰减,说明复合阻尼索对输电线任意方向的舞动都有抑制效果.另外分析了前三阶模态

对D形覆冰导线舞动的响应并对其进行了防舞控制,表明复合阻尼索可以对覆冰输电线舞动进行多阶模态的控制.

4 复合阻尼索参数分析

本节将探讨复合阻尼索中不同参数对输电线舞动抑制性能的影响.关键因素涵盖复合阻尼索的材料参数,如复位弹簧的刚度、主索的刚度、主索的质量、阻尼器的阻尼系数,以及复合阻尼索的安装参数,包括阻尼索水平安装位置与阻尼索安装高度.复合阻尼索采用对称安装方式,为了更好地说明复合阻尼索参数对导线减振效果的影响,风速选取4 m/s,计算了时长为500 s的位移时程.同时,选取安装复合阻尼索后的减振率和安装复合阻尼索后的衰减率两个指标说明防舞效果.

$$\phi_{\mathrm{D}}=\frac{A_{\mathrm{H}}-A_{\mathrm{Q}}}{A_{\mathrm{Q}}} \tag{20}$$

$$\phi_{\mathrm{A}}=\frac{A_{\mathrm{H,500}}-A_{\mathrm{QC}}}{A_{\mathrm{QC}}} \tag{21}$$

式中:ϕ_{D}为导线安装复合阻尼索后的减振率;A_{H}为导线安装复合阻尼索后的舞动稳态位移;A_{Q}为导线安装复合阻尼索前的舞动稳态位移;ϕ_{A}为导线安装复合阻尼索后的衰减率;$A_{\mathrm{H,500}}$为导线安装复合阻尼索后第500 s的位移;A_{QC}为导线的初始位移.需要说明的是,当衰减率为正时,位移时程是随时间增大的自激时程;当衰减率为负时,位移时程是一种衰减时程,且其绝对值越大,衰减的速率越快.

4.1 阻尼索水平安装位置与阻尼索安装高度

在不同水平安装位置、安装高度下安装复合阻尼索后的减振率和衰减率如图8所示.取阻尼系数为100 N·s/m.其余参数如表2所示.

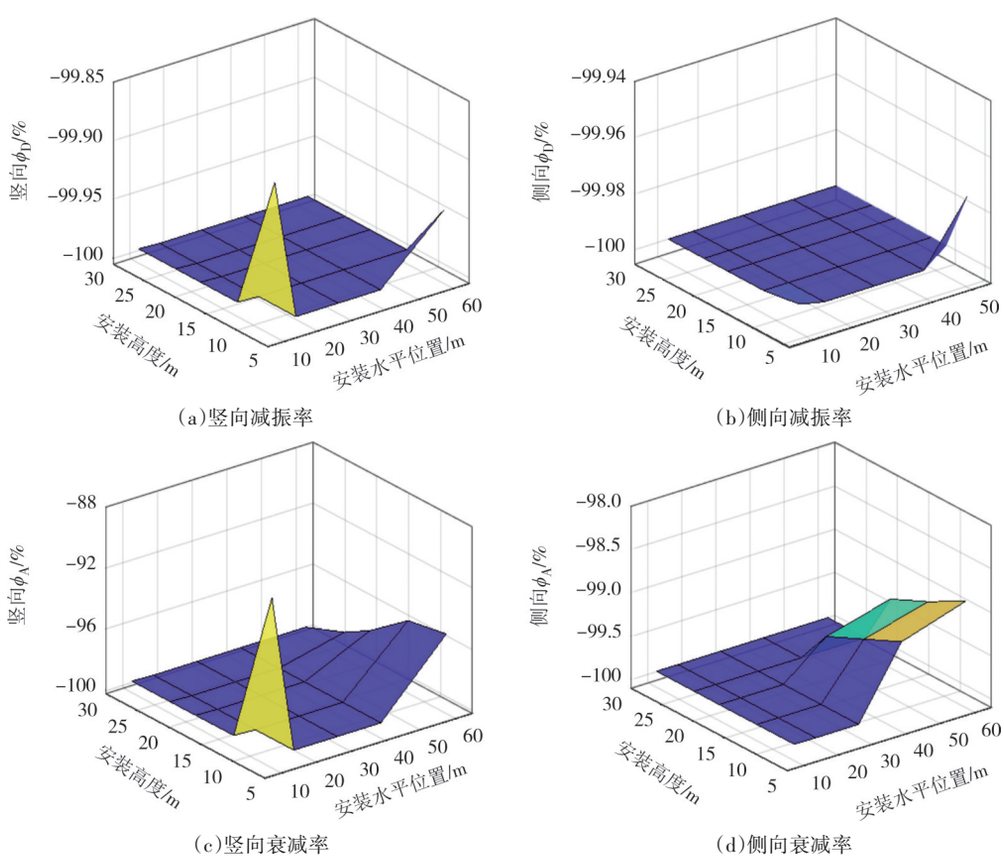


图8 阻尼索在不同水平安装位置和安装高度下的减振率和衰减率

Fig.8 Damping rate and attenuation rate of damping cable at different horizontal installation positions and installation heights

从图8(a)(b)可以看到,随着阻尼索水平安装位置与安装高度的增加,D形导线安装复合阻尼索后的竖向与侧向减振率基本都在100%.由图8(c)(d)可知,当安装高度从5 m增加到30 m时,D形导线竖向与侧向衰减率的绝对值越来越大.当安装高度达到12 m时,衰减率基本维持在90%左右,此时的位

移时程均为衰减时程.同时,随着阻尼索水平安装位置的增大,D形导线竖向与侧向的衰减率呈先增大后减小的趋势.说明随着安装位置的升高,阻尼索的减振效能会显著增强,并且在特定的安装高度上,可达到最佳的减振效果,这表明存在一个理想的安装点.

4.2　复位弹簧刚度与主索刚度

在探讨阻尼索对输电线振动抑制作用的过程中,选取了表2所示的阻尼索水平安装位置、阻尼索安装高度和主索质量作为参数,阻尼系数仍为100 N·s/m.在不同的复位弹簧刚度与主索刚度条件下,安装复合阻尼索后的减振率和衰减率如图9所示.

从图9(a)(b)中可以看出,随着复位弹簧刚度和主索刚度的增加,单导线在安装复合阻尼索后的竖向与侧向减振率基本均可达到100%.由图9(c)(d)可知,当主索刚度一定时,复位弹簧刚度越小,复合阻尼索的减振效果越好.同时,当复位弹簧刚度一定时,主索刚度越大,复合阻尼索的减振效果越好.

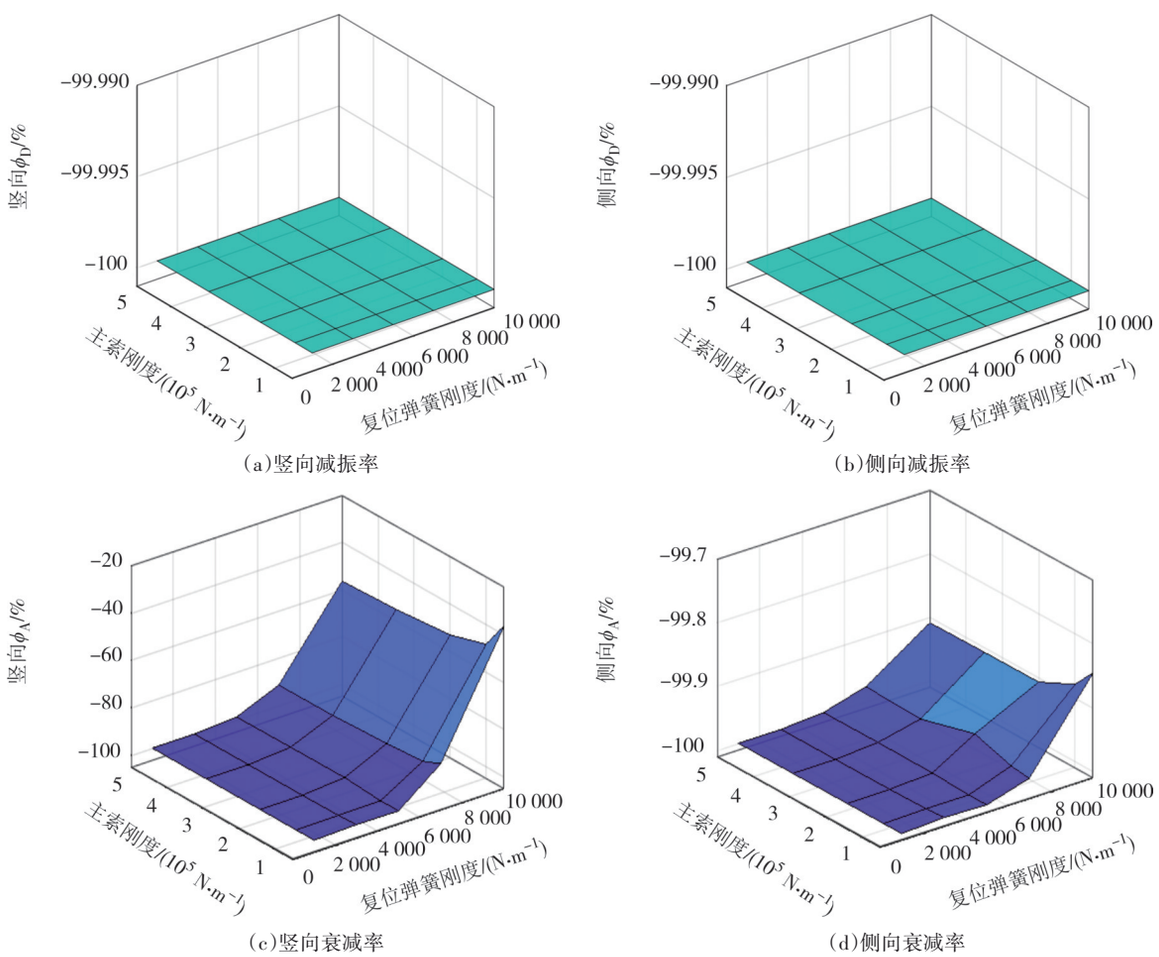


图9　阻尼索在不同复位弹簧刚度和主索刚度下的减振率和衰减率

Fig.9　Damping rate and attenuation rate of damping cable under different return spring stiffness and primary cable stiffness

4.3　阻尼器阻尼系数

除了阻尼系数,其他参数的选取如表2所示.在不同阻尼系数条件下,计算安装复合阻尼索后的减振率与衰减率,结果如图10所示.

从图10可以看出,当复合阻尼索的其他参数保持不变时,随着阻尼系数的增大,D形导线的减振率和衰减率均增大.这表明,阻尼系数越大,复合阻尼索的减振效果越好.

4.4　主索质量

在不同主索质量下,计算了安装复合阻尼索后的减振率与衰减率,结果如图11所示.

由图11可以看出,随着主索质量的增大,D形导线的减振率基本无变化,竖向衰减率增大,侧向衰减率基本不变,说明适当增大复合阻尼索的主索质量对D形导线的减振效果更好.

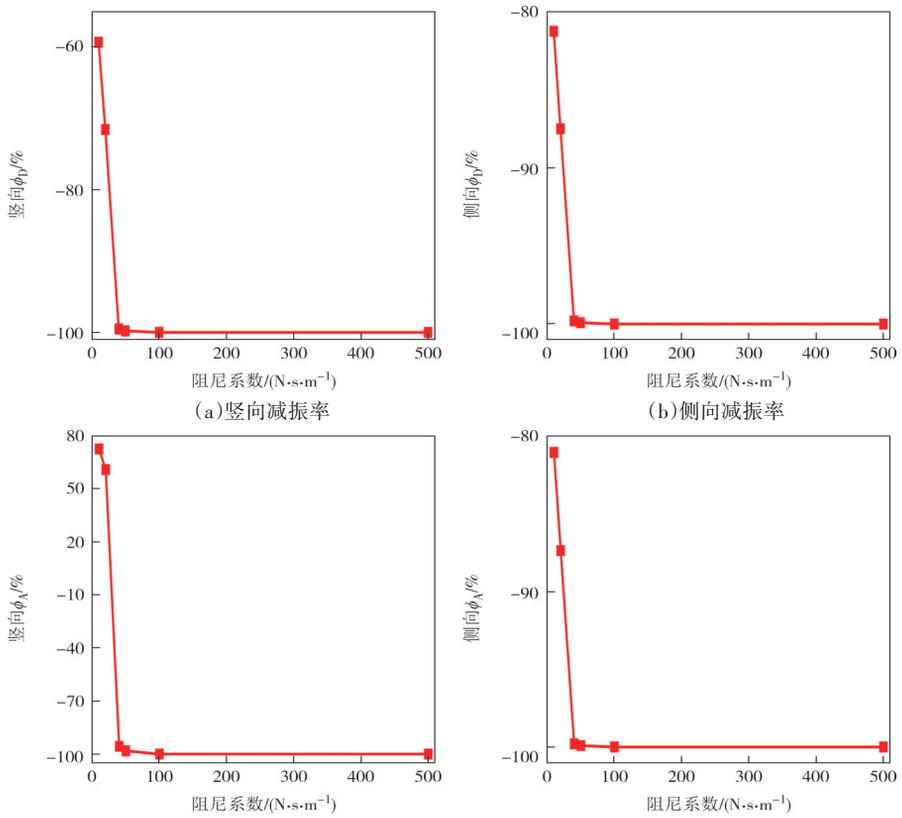


图 10 阻尼索在不同阻尼系数下的减振率和衰减率

Fig.10 Damping rate and attenuation rate of damping cable at different damping coefficients

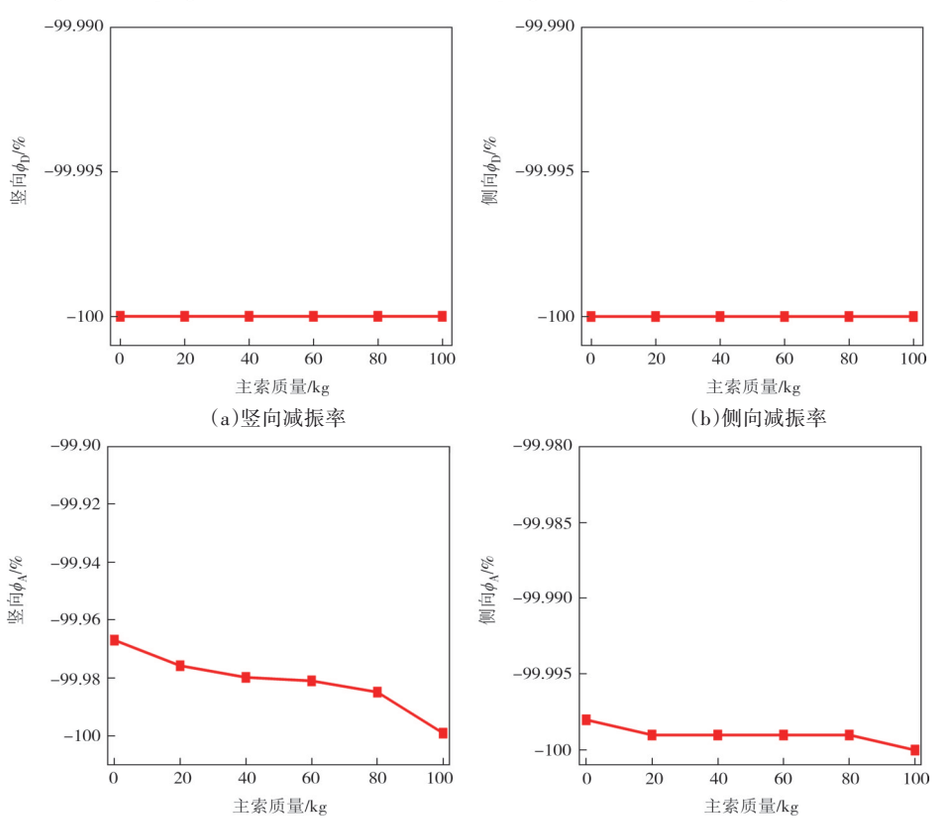


图 11 阻尼索在不同主索质量下的减振率和衰减率

Fig.11 Damping rate and attenuation rate of damping cable at different main cable masses

5 结 论

基于空间曲梁理论的应变-位移关系,利用虚功原理构建了覆冰单导线的动力学方程.通过数值计算对单元无关性进行了检验,并分析了模态截断对舞动响应的影响.复合阻尼索可借助各种阻尼器实现耗能,耗能效果好,且减振效果不受输电线频率变化的影响,可以同时抑制输电线多阶频率的振动.与现有阻尼器减振相比,阻尼索跨度更大,可借助输电线远离输电塔处较大的振幅驱动阻尼器进行减振.本文将复合阻尼索应用于输电线的防舞研究,建立了复合阻尼索-输电线的耦合运动方程,同时对相关参数(复位弹簧刚度、主索刚度、主索质量、阻尼器阻尼系数,以及阻尼索水平安装位置与阻尼索安装高度)进行了分析,相关结论如下.

1)通过与以往文献对比,验证了本文的研究结果.覆冰单导线在舞动计算中选择前三阶模态是合理的.此外,由于应变-位移关系简单,本模型对覆冰输电线的防舞具有更好的适用性.

2)复合阻尼索能取得很好的防舞效果,抑振效果达到85%以上.虽然复合阻尼索作为外荷载在耦合运动方程中只提供了竖向力,但导线不同方向的舞动都得到了相应的控制,说明复合阻尼索能抑制导线任意方向的舞动,并能对多模态的舞动起到抑制作用.

3)适当提高主索刚度、减小复位弹簧刚度,可以增强复合阻尼索的减振效果;阻尼系数和主索质量越大,复合阻尼索减振效果越好.当提高复合阻尼索的安装位置时,其减振性能会随之增强.然而,在固定安装高度的情况下,随着阻尼索水平位置逐渐向导线跨中移动,减振效果会经历一个先提升后降低的过程,表明存在一个最佳的安装点.

本文主要聚焦于复合阻尼索对单导线的防舞效果,对于弯曲刚度对输电线静平衡位移与舞动时程的影响、不同抗弯刚度下轴向和扭转刚度之间的相互影响,以及不同抗弯刚度对防舞效果的影响,将在下一研究阶段中进行深入讨论.

参考文献

[1] DEN HARTOG J P. Transmission line vibration due to sleet[J]. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1932,51(4):1074-1076.

[2] WEN Z P, XU H W, LOU W J. Eccentricity-induced galloping mechanism of a vertical-torsional coupled 3-DOF system[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2022, 229: 105174.

[3] DESAI Y M, YU P, POPPLEWELL N, et al. Finite element modelling of transmission line galloping [J]. Computers & Structures, 1995, 57(3): 407-420.

[4] CHEN J B, SUN G Q, GUO X C, et al. Galloping behaviors of ice-coated conductors under steady, unsteady and stochastic wind fields[J]. Cold Regions Science and Technology, 2022, 200: 103583.

[5] ZHOU L S, YAN B, ZHANG L, et al. Study on galloping behavior of iced eight bundle conductor transmission lines[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016,362:85-110.

[6] 伍川, 叶中飞, 严波, 等. 考虑导线偏心覆冰对四分裂导线舞动的影响[J]. 振动与冲击, 2020, 39(1): 29-36.
WU C, YE Z F, YAN B, et al. Effects of conductor eccentric icing on quad-bundle conductor galloping[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(1): 29-36. (in Chinese)

[7] LUONGO A, ZULLI D, PICCARDO G. Analytical and numerical approaches to nonlinear galloping of internally resonant suspended cables [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 315 (3): 375-393.

[8] LUONGO A, ZULLI D, PICCARDO G. On the effect of twist angle on nonlinear galloping of suspended cables[J]. Computers & Structures, 2009, 87(15/16): 1003-1014.

[9] 吕中宾, 陈文礼, 潘宇, 等. 输电导线风致舞动的数值模拟研究[J]. 自然灾害学报, 2017, 26(4): 1-9.
LÜ Z B, CHEN W L, PAN Y, et al. Numerical simulation on galloping of an iced conductor[J]. Journal of Natural Disasters, 2017, 26(4): 1-9. (in Chinese)

[10] CAI M Q, YANG X H, HUANG H J, et al. Investigation on galloping of D-shape iced 6-bundle conductors in transmission tower line[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2020, 24(6): 1799-1809.

[11] XIONG H, LI Z L, YAN Z T. Modal analysis of the iced transmission line based on three-dimensional curved beam element[J]. Advanced Materials Research, 2011, 291/292/293/294: 2049-2054.

[12] FOTI F, MARTINELLI L. Finite element modeling of cable galloping vibrations: part Ⅰ: formulation of mechanical and aerodynamic co-rotational elements [J]. Archive of Applied Mechanics, 2018, 88(5): 645-670.

[13] FOTI F, MARTINELLI L. Finite element modeling of cable galloping vibrations. part Ⅱ: application to an iced cable in 1∶2 multiple internal resonance[J]. Journal of Vibration and Control, 2018, 24(7): 1322-1340.

[14] ZHU Z H, MEGUID S A. Vibration analysis of a new curved beam element[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 309(1/2): 86-95.

[15] YAN Z T, LI Z L, SAVORY E, et al. Galloping of a single iced

conductor based on curved-beam theory[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2013,123: 77-87.

[16] YAN Z T, SAVORY E, LI Z L, et al. Galloping of iced quad-conductors bundles based on curved beam theory[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(6): 1657-1670.

[17] 张孜航, 韩艳, 盛国刚, 等. 基于曲梁理论的覆冰分裂导线舞动非线性动力分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2024, 51(1):180-189.
ZHANG Z H, HAN Y, SHENG G G, et al. Nonlinear dynamic analysis of galloping of iced bundle conductor based on curved beam theory[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2024, 51(1): 180-189.(in Chinese)

[18] QIN Z H, CHEN Y S, ZHAN X P, et al. Research on the galloping and anti-galloping of the transmission line [J]. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2012, 22(2): 1250038.

[19] ZHAO B, YANG J L, ZHAN X P. Differential design based on double pendulum anti-galloping device for important line [J]. Energy Reports,2021,7:613-618.

[20] SI J J, RUI X M, BIN L, et al. Development of a wind spoiler anti-galloping device for bundle conductors of UHV overhead transmission lines [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2020,35(3): 1348-1356.

[21] ASMARI SAADABAD N, MORADI H, VOSSOUGHI G. Semi-active control of forced oscillations in power transmission lines *via* optimum tuneable vibration absorbers: with review on linear dynamic aspects[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2014, 87: 163-178.

[22] 卢明, 任永辉, 向玲, 等. 500 kV水平布置输电线路相地间隔棒防舞仿真分析[J]. 高电压技术, 2017, 43(7): 2349-2354.
LU M, REN Y H, XIANG L, et al. Simulation of phase-to-ground spacer for anti-galloping of 500 kV horizontal arranged transmission lines[J]. High Voltage Engineering, 2017, 43(7): 2349-2354.(in Chinese)

[23] LOU W J, HUANG C R, HUANG M F, et al. Galloping suppression of iced transmission lines by viscoelastic-damping interphase spacers[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2020, 146(12): 04020135.

[24] CUI F J, LIU X J, ZHANG S X, et al. The impact of interphase spacers on galloping control of three-phase iced eight-bundled transmission lines: an experimental study[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2021, 36(1): 371-382.

[25] MOU Z Y, YAN B, YANG H X, et al. Study on anti-galloping efficiency of rotary clamp spacers for eight bundle conductor line [J]. Cold Regions Science and Technology, 2022, 193: 103414.

[26] MATSUMIYA H, YUKINO T, SHIMIZU M, et al. Field observation of galloping on four-bundled conductors and verification of countermeasure effect of loose spacers[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2022, 220: 104859.

[27] 禹见达, 唐伊人, 张湘琦, 等. 复合阻尼索设计及减振性能试验研究[J]. 振动工程学报, 2018, 31(4): 591-598.
YU J D, TANG Y R, ZHANG X Q, et al. Design of the compound damping cable and experimental studies on structural vibration control[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(4): 591-598.(in Chinese)

[28] 禹见达, 彭临峰, 张湘琦, 等. 垂度阻尼索的设计及对结构减振的试验研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(19): 39-44.
YU J D, PENG L F, ZHANG X Q, et al. Design of sag damping cable and tests for its application in structural vibration control [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(19): 39-44.(in Chinese)

[29] YU J D, FENG Z Q, ZHANG X Q, et al. Compound damping cable system for vibration control of high-rise structures[J]. Smart Structures and Systems, 2022, 29: 641-652.

[30] YU J D, DUAN Z B, ZHANG X Q, et al. Wind-induced vibration control of high-rise structures using compound damping cables [J]. Shock and Vibration, 2021 ,2021(1): 5537622.

[31] 彭文林, 禹见达, 胡磊, 等. 人行桥阻尼索减振研究[J]. 振动与冲击, 2023, 42(4): 256-262.
PENG W L, YU J D, HU L, et al. A study on vibration control of a footbridge by damping cables[J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(4): 256-262.(in Chinese)

[32] 王黎明, 王琼, 陆佳政, 等. 500 kV覆冰四分裂导线舞动特性[J]. 高电压技术, 2019, 45(7): 2284-2291.
WANG L M, WANG Q, LU J Z, et al. Galloping characteristics of 500 kV iced quad bundle conductor [J]. High Voltage Engineering, 2019, 45(7): 2284-2291.(in Chinese)