·实验技术·

基于液滴冻结现象的凝固点测量实验设计与实现

陈龙泉，董智元，冯浩岩，陶　然，靳亚康

（电子科技大学 物理学院，成都 611731）

摘要：凝固点是液态物质最基本的热物性参数之一，对其进行精确测量具有重要的应用价值。该文基于液滴冻结现象搭建了一套微型液体凝固点测试平台，并开展水和盐水结冰相变和传热过程的实验观测，进而测得冰点、再辉时间、结冰时间以及再辉阶段水结晶质量比等重要相变物理参数。实验结果表明，在水中添加少量盐可有效延迟其结冰发生时间、延缓水结晶速度及降低再辉阶段结晶水的比例。该实验平台的开发有助于物理学及相关专业学生深入理解液固相变现象、热力学吸放热过程和热量的传递，培养学生在学习中将理论与实践相结合的能力，提升学生综合素养。

关　键　词：凝固点；液滴结冰；冰点；液固相变；潜热释放

中图分类号：TP75　　**文献标志码：**A　　DOI: 10.12179/1672-4550.20240412

Design and Implementation of a Freezing Point Measurement Platform Based on Dropwise Freezing Phenomenon

CHEN Longquan, DONG Zhiyuan, FENG Haoyan, TAO Ran, JIN Yakang

（School of Physics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China）

Abstract: The freezing point is one of the most fundamental thermophysical parameters for liquid substances, and its accurate measurement holds significant practical value. In this work, a micro-scale liquid freezing point test platform is developed based on the dropwise freezing phenomenon. Experimental observations of the phase transition and heat transfer processes are conducted for water and saltwater during freezing. Key physical parameters of phase transition, including the freezing point of water, recalescence time, freezing time, and the mass fraction of solidified water during realescence, are measured. The results demonstrate that adding a small amount of salt into water can effectively delay the onset of freezing, slow down the liquid solidification speed and reduce the mass fraction of solidified water during the realescence stage. The development of this experimental platform is beneficial for physics and related majors, helping students to deeply understand the liquid-solid phase transition phenomena, the heat adsorption/release processes in thermodynamics, and heat transfer. It also fosters their ability to combine theoretical knowledge with experimental practice during their study, and improves their comprehensive skills.

Key words: freezing point; dropwise freezing; freezing point of water; liquid-solid phase transition; latent heat release

液态物质的凝固点，通常定义为物质由液态转变为固态时，固液共存状态(即临界状态)所对应的温度[1]。固液共存状态亦存在于物质从固态转变为液态的过程中，其对应温度称为熔点。对于大多数物质，在相同压强下的凝固点和熔点一致。作为液态物质重要的热物性参数之一，凝固点(熔点)的精确测量不仅能表征物质的性质和纯度，而且为学生提供了解材料的实际应用场景和发掘其潜在用途的学习机会。如牛奶的凝固点主要受水、乳糖和可溶性盐含量影响，因而对其凝固点的测量可以检验产品掺水、掺杂情况[2−3]；航空发动机顺畅、高效供油是保证发动机正常运转的关键之一，航空煤油的凝固点决定了其适用的气候条件、飞机飞行范围和航程要求[4−5]；由于药物溶液的凝固点与溶液中溶质浓度有关，医学领域还发展了溶液凝固点下降数据法用于计

收稿日期：2024−08−09

基金项目：电子科技大学课程教改项目(2024)；四川省高等教育人才培养质量和教学改革项目(JG2024-0226)。

作者简介：陈龙泉，博士，教授，主要从事相变物理、软凝聚态物质及微尺度与界面流动方面的研究。E-mail: lqchen@uestc.edu.cn

算药液的渗透压，进而用于配制注射液或眼用溶液[6−7]。

水是地球上最常见的液态物质，也是生命体最重要的组成部分，地球表面约有 71% 的面积被水覆盖。人类对水的物理特性研究和探索已超过一个世纪且从未停止[8]，因而水常被用于大学物理相变实验教学。当前水的凝固点(即结冰温度，亦称为冰点)可通过手动法、差式扫描量热法、近红外光谱法、热成像法以及自动相转换法等测量[9]。手动法是先将液态水在冰点器中均匀降温至过冷状态(即温度低于零度)，再通过外力作用(如搅拌或摇动)诱导结晶，液固相变过程中释放的潜热会使样品处于一个稳定的温度[10]，即为待测量的冰点。该方法是物理实验教学中最常见的冰点测量法，也被广泛应用于工业生产和科学研发。差示扫描量热法则采用程序控温，先将样品从室温降至一个极低温度凝结，再将温度重新升至室温，从记录的体系热流数据及其与温度/时间的关系外推熔融起始或终止温度作为冰点数据[11−12]。由于具有简便快速、重复性好且无繁杂的样品制备过程等优点，差式扫描量热法在医药、食品、材料等多个领域均得到了广泛运用。近红外光谱法主要依赖于样品化学键(如 O—H、C—H、N—H 等)对特定波长的近红外光吸收效应，利用已建立的光谱信息与温度关系来反推与测量样品光谱信息所对应的冰点值[5, 13]。热成像仪是通过非接触探测物体发出的红外能量并将其转换为表面温度的设备，采用该设备可对水结冰或冰融化过程进行实时监测，进而获得冰点[14−15]。自动相转换法需对液态样品降温凝结和升温熔化过程中的温度进行观测，利用样品在液体和固体状态下不同的光学特性(投射和反射)进行标定相转换，进而确定冰点温度[16−17]。虽然上述实验方法均可用于对液态材料冰点的准确测量，但多数测量需在封闭仪器中开展，因而实验的可视性不强，不利于学生直观理解与掌握相变物理现象及相关传热过程。

科教协同育人是我国教育改革的新举措，其目的是通过将高校科研成果转化为教学资源，探索教学科研融合的高端创新人才培养模式[18]。对于高校教研型教师而言，应开展科研反哺教学，将相关领域的最新研究成果引入课堂，强化科研育人功能。因此，基于近年来对液滴相变和传热传质现象的研究经验，本文开展了新型冰点测量实验平台的设计和搭建，并通过对纯水和盐水冰点的准确测量验证了实验的可行性。与现有液体凝固点测试实验装置和方向相比，本实验平台不仅能准确测量相变转换温度，而且可对液固相变过程进行实时观测。

1　液体冻结过程及温度曲线

液体从室温(T_R)降到冻结发生温度(T_f)后直至完全凝固过程中的温度变化曲线如图 1 所示。根据液体的温度和物质状态，整个物理过程可以划分为以下 5 个阶段。

1) 常规冷却阶段：液体温度从室温降至凝固点T_S(对于水和水溶液，该温度又称为冰点)。

2) 过冷阶段：液体温度虽降至凝固点以下，但由于缺少凝固核仍处于液态，称为过冷液体。过冷状态属于一种热力学亚稳态[19]，在微小扰动下易诱发液固相变。

3) 再辉阶段：当成核结晶过程触发后，部分过冷液体快速凝固，一般会形成树枝状晶体。由于该凝固过程发生迅速，所释放的潜热从固液相界面向过冷液体中传递的速率比液体向周围环境传递的速率快，因此液体的温度会迅速回升至凝固点T_S。已有实验研究表明，在纯水结冰的再辉阶段，仅有 20% 左右的水能形成冰[20]，所以此阶段的产物为冰水混合物。

4) 等温凝固阶段：剩余的液体开始凝固，一般从与低温源接触的液体开始。若低温源温度恒定，相变所释放的潜热将使未完全凝固的固液混合物持续保持在凝固点。所有液体将在该阶段完全冻结。

5) 冷却阶段：凝固后的物质从凝固点(T_S)降至冻结温度T_f。

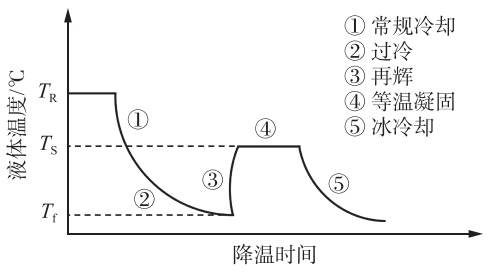


图 1　液体降温凝固过程中温度–时间示意图

从上述过程可见，再辉阶段固液混合物的温度会迅速爬升至凝固温度并在等温凝固阶段保持，因而可以设计实验平台在这两个阶段开展凝固点测量。

2　液滴凝固实验观测装置的设计与搭建

现有的主流凝固点测量设备多采用样品封闭式测量[10–12]，因而无法对液体相变现象及传热过程进行直接观测；同时，测量所需样品量一般较大，所以测量时间也比较长。微型化实验以其试剂量少、测试时间短、操作简单等优势，已成为现代大学实验教学的重点发展方向[21–22]。同时，微观物理现象需要使用精度较高的仪器来观测，这有利于学生了解和掌握现代高精度实验表征手段。此外，涉及微量试剂的实验要求学生在操作时更加小心谨慎，这有助于培养学生实验的操作习惯、动手能力和观察能力。

本实验设计拟通过对直径为毫米尺寸液滴(体积在微升量级)在固体基底上的冻结过程进行观测以测量液体的凝固点。液滴冻结过程测量平台如图 2(a)所示。将固体基底放置在半导体制冷片上，待测液滴置于固体基底中央。为延长液滴冻结过程时间，固体基底应选用导热系数较低的材料。基底降温过程中液滴的温度变化采用红外热像仪获取，其工作波段应包括中远红外波段(3~14 μm)。液体在冷却和凝固过程中其光学性质会发生变化，因而使用电荷耦合器件(CCD)相机从平台侧面对液滴状态进行观测，所使用照明系统应为冷光源。为进一步减少外界环境(如温度、湿度、气流等)对液滴冻结过程的影响，整个降温单元应放置于一个绝热箱中。

根据图 2(a)的设计图，搭建了一套液滴冻结实验观测平台，实物图如图 2(b)所示。该测试平台的主要硬件及参数如下。

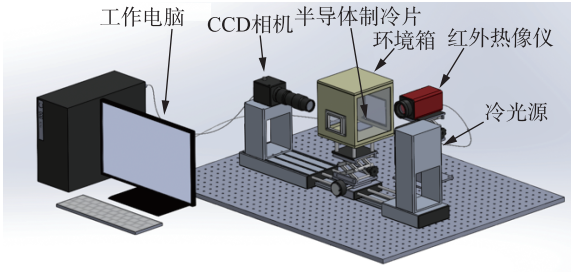
1) 德国 IDS 高速相机(型号：UI-3360CP-M-GL)，全幅分辨率：2 048 × 1 088 pixel，拍摄速度：152 fps，配置索雷博(Thorlabs)6.5 倍变焦镜头和 1.33 倍增长光筒。

2) 飞础科红外热像仪(型号：FOTRIC 246M)，分辨率：384 × 288 pixel，响应波段：7.5~14 μm，热灵敏度低于 50 mK，微距镜头分辨率：50 μm，测温量程：−20~650 ℃，测温精度：±2 ℃ 或±2%。

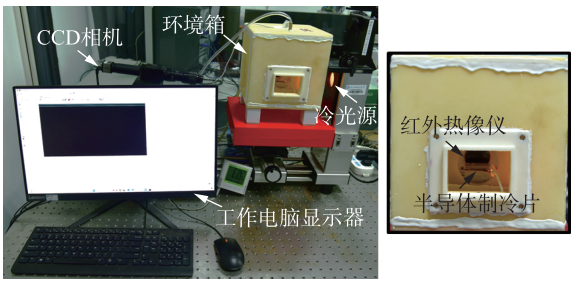
3) 索雷博(Thorlabs)半导体制冷片(型号：TEC-3-6)，环境温度 27 ℃ 时最高温差 65 ℃。

4) 发光二极管(LED)光源。

5) 特氟龙(Teflon)制环境箱，尺寸：20 cm × 20 cm × 20 cm。



(a) 结冰观测实验平台设计图



(b) 结冰观测实验平台实物图

图 2　水滴结冰观测实验平台的设计与搭建

3　超纯水液滴结冰过程观测

基于所搭建的液滴冻结实验观测平台，首先开展纯水结冰实验测试，实验操作流程如图 3 所示。

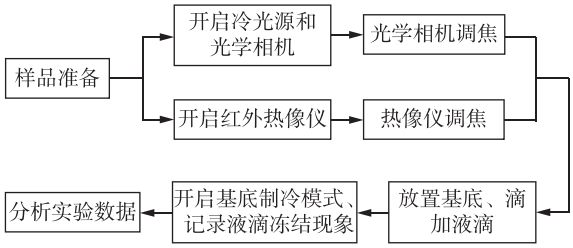


图 3　液滴冻结实验操作流程图

水样品取自德国默克密理博公司(Merck Millipore)的 Synergy UV-R 型超纯水系统，相关物理参数为：电阻率为 18.2 MΩ，重金属离子浓度低于 0.1×10^{-9}，总有机碳浓度低于 5×10^{-9}，热源/内毒素低于 0.001 EU/mL，尺寸大于 0.1 μm 的颗粒物浓度低于 0.01/mL，微生物浓度低于 0.1 CFU/mL。固体基底采用涂附特氟龙疏水涂层的玻璃基片，水滴在其上的接触角为 120°，其导热系数为 0.9 W/(m·K)。具体实验操作如下：打开冷光源和 CCD 相机电源开关，打开电脑桌面的相机程序界面，通过转动调焦旋钮和调整相机位置将观察位置确定在样品台中心区域；打开红外热像仪电源开关以及电脑桌面的操作软件，移动红外热像仪位置使其聚焦在样品台中心区域；将疏水玻璃基

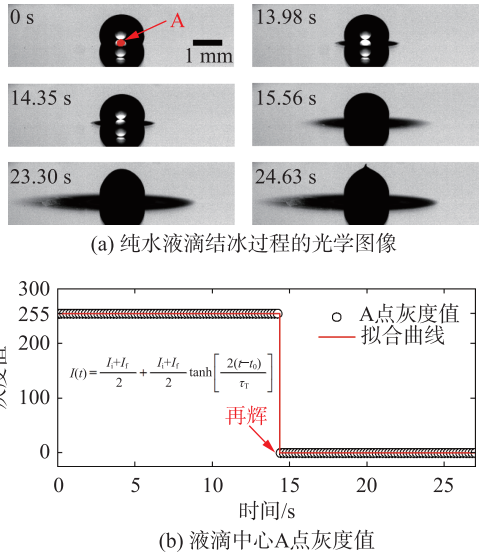
片放置在样品台中心，并使用微型注射器将 4 μL 水滴滴落在基片中心；打开电压源开关，通过给制冷片施加 8 V 的电压来对其上的基片进行降温，利用 CCD 相机和红外热像仪同时对液滴的结冰和降温过程进行记录；待液滴完全结冰后，停止两台相机的记录，对获取的数据进行处理。

水滴在冷却过程中的物态变化如图 4(a)所示。在结冰发生前，CCD 相机中观察到的液滴呈黑色球冠形，且在其中心有一个亮圆斑。这是由于背景照明光会被液滴外围折射而入射到中心区域的光可以穿透液滴的缘故。中心圆斑的存在同时也说明此时的水具有良好的光学穿透性。当水开始结晶(即进入再辉阶段)，其光学透射性减弱，液滴中心区域的亮斑也随即消失，整个液滴变成黑色。与此同时，液滴周围出现了一个黑色环，这是由于蒸发的水汽在表面凝聚成小液滴所形成[23]。在之后的凝固阶段，即冰水混合物从基底开始向上完全凝固，液滴的体积会略微增大，外形则逐渐由球冠形向椭球形转变；当液滴顶部变为尖状，水滴完全结冰[24]。为定量表征液滴结冰过程中光学特性的变化，我们将获取的彩色图片转换为灰度图片，并绘制了液滴中心点 A 处的灰度值随时间变化曲线。如图 4(b)所示，在再辉发生前，A 点的透光性非常好，平均灰度值为 255；一旦进入再辉阶段，A 点的灰度值迅速降至 4，并在后续结冰过程中几乎保持常值。灰度值跳变区域可用光滑的赫维赛德阶跃函数进行拟合[25]，即：

$$I(t)=\frac{I_{\mathrm{i}}+I_{\mathrm{f}}}{2}+\frac{I_{\mathrm{i}}+I_{\mathrm{f}}}{2}\tanh\left[\frac{2(t-t_0)}{\tau_{\mathrm{T}}}\right] \tag{1}$$

式中：I_{i}是初始灰度值，I_{f}是最终灰度值，t_0是时间，τ_{T}是灰度值跳变特征时间。最佳拟合获得再辉现象的特征时间是 1.77 ms。

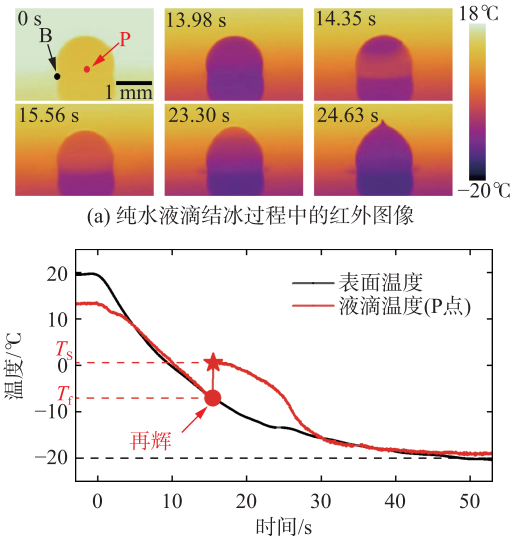
液滴在降温和结冰过程中的红外热像仪图像如图 5(a)所示。选取液滴中部位置 P 点为温度监测点，该点处水的温度随时间变化规律如图 5(b)所示。结合图 4(a)和图 5(a)可以发现，在前 10.42 s 的持续降温过程中，液滴温度逐渐从室温(T_{R} = 18 ℃)降至零度，并在后续冷却中进入过冷水状态。在再辉发生的一瞬间，液滴顶部温度迅速上升至一个极值，并在之后逐渐下降。在液滴顶部成尖后(24.63 s)，P 点温度开始迅速下降，直至与基底温度一致。对比图 1 和图 5(b)可以发现，实验中并未出现等温凝固阶段，这是由于固体表面一直处于降温状态所致，如图 5(b)黑线所示；但结冰过程中水温变化趋势大体与理论预测一致，这验证了实验方法的合理性。



(a) 纯水液滴结冰过程的光学图像

(b) 液滴中心A点灰度值

图 4　纯水液滴物态变化与液滴中心灰度值变化



(a) 纯水液滴结冰过程中的红外图像

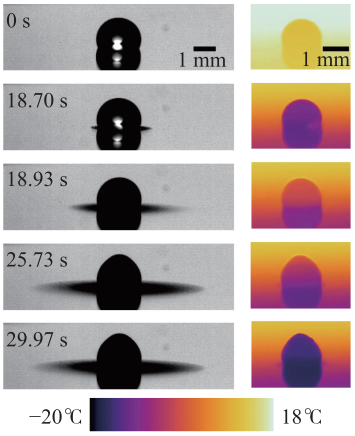
(b) 液滴结冰过程中水和固体表面的温度变化
(分别由图(a)中的P点和B点测得)

图 5　纯水液滴结冰过程的红外图像与温度随时间变化

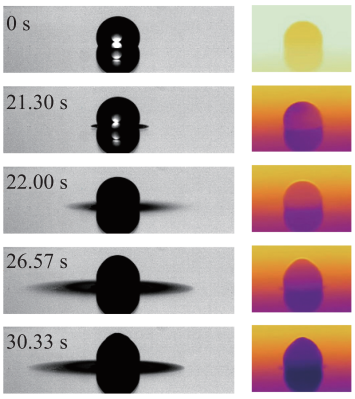
4　盐水液滴结冰过程观测

采用称重法配制了质量比为 260、460 和 600 mmol/L 的盐水。所采用的水仍取自超纯水系统，盐的纯度为 99.8%(优级纯，NaCl，成都化夏化学试剂有限公司)，并通过磁力搅拌器将盐和水均匀混合。盐水液滴结冰实验操作步骤与上述纯水液滴结冰实验一致。图 6(a)~图 6(c)对比了 3 种不同浓度盐水液滴结冰过程中的光学和热像仪

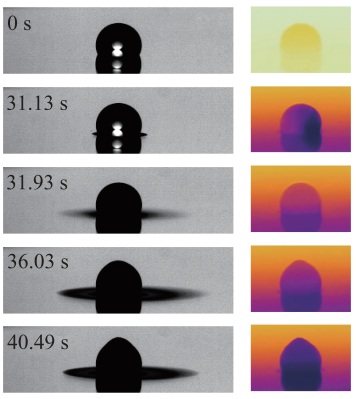
图片。与前面的水滴实验过程一样，盐水液滴先从室温降至过冷状态，在结冰开始后迅速升温，再逐渐降温至表面温度。从图 6(d)展示的液滴温度变化曲线可发现，260、460 和 600 mmol/L 盐水发生结冰的时间分别是 18.70、21.30 和 31.13 s，所对应的表面温度分别是–10.20、–12.01、–15.96 ℃。这些实验数据表明，在水中添加盐可以有效延迟结冰的发生，且延迟效果随盐溶液浓度的增加而增强，这与已有研究结果吻合[26–27]。



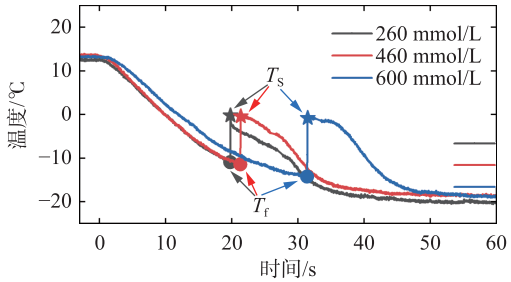
(a) 260 mmol/L盐水液滴结冰过程的光学和红外图像



(b) 460 mmol/L盐水液滴结冰过程的光学和红外图像



(c) 600 mmol/L盐水液滴结冰过程的光学和红外图像



(d) 3种液滴结冰过程中其中心点处的温度变化对比

图 6　不同浓度盐水液滴结冰过程及温度变化

5　结果分析

5.1　水和盐水冰点

根据图 1 所示的冰点测量原理，液滴在发生再辉后所达到的温度即为冰点。我们对每一种液滴的结冰过程进行了 5 次重复实验，并对图 5 和图 6 中温度跳升点的温度求平均，获得纯水、260、460、600 mmol/L 盐水的冰点分别为 0、–0.9、–1.8、–1.9 ℃。根据联合国教科文组织 1983 年的报告，盐水液滴的冰点可用如下经验公式描述[28]：

$$T_S = a_0 C + a_1 C^{3/2} + a_2 S^2 + bP \qquad (2)$$

式中：$a_0 = -5.75\times10^{-2}$，$a_1 = 1.71\times10^{-3}$，$a_2 = -2.15\times10^{-4}$，$b = -7.53\times10^{-4}$，P = 500 MPa。基于式(2)的计算结果，我们对比了冰点的理论值和实验值。如图 7 所示，实验测量值和理论值吻合较好，最大误差仅为 0.6 ℃。

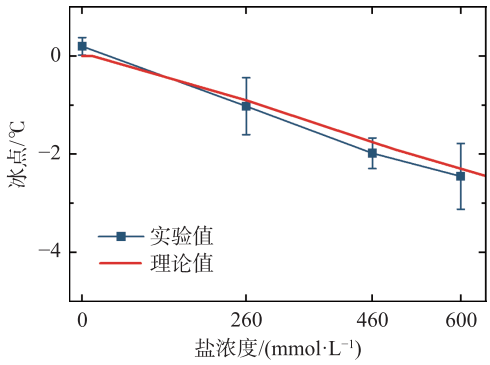


图 7　纯水和盐水冰点的实验测量值和理论值对比

5.2　再辉时间

再辉过程是一个快速的冰晶生长过程，一般从降温表面附近成核，并迅速在整个液滴内形成树枝状冰晶网络[8]，从而降低光在液滴里的穿透性。因此，冰晶生长速度可估算为：

$$V_{ice} \sim R_0/\tau_T \qquad (3)$$

采用上式计算所得水、260、460 和 600 mmol/L 盐水的结晶速度为 0.25~0.47 m/s。从热力学角度来讲，树枝状冰晶生长过程是一个扩散受限的传热过程，求解稳态热传导方程可获得描述结晶速度的关系式[29]：

$$\Delta T \cdot c_p / L = Pe \cdot e^{pe} \int_{Pe}^{\xi} \frac{e^{-\xi}}{\xi} d\xi \qquad (4)$$

式中：c_p为比热容，单位 J/(kg·℃)；L为熔化相的潜热，单位 cal/cm^3；$Pe = r_t V/2k_m$为佩克莱特数；r_t为冰晶尖端半径，单位 cm；V为冰晶尖端速度，单位 m/s；k_m为熔化相的热扩散系数，单位 m^2/s。采用式(4)计算得到的水和盐水的结晶速度为 0.14~0.23 m/s，如表 1 所示，这与实验估算值基本吻合。

表 1　不同浓度盐水溶液热力学参量与结晶速度

液体物性	盐浓度/(mmol·L^{-1})			
	0	260	460	600
表面张力/(mN·m^{-1})	67.0	67.1	67.3	67.3
凝固潜热/(cal·cm^{-3})	79.7	78.5	77.5	76.9
导热系数/(W·(m·K)$^{-1}$)	0.580	0.578	0.576	0.576
比热容/(J·(kg·℃)$^{-1}$)	4217.4	4113.0	4035.9	3986.5
结晶速度/(m·s^{-1})	0.23	0.18	0.15	0.14

5.3　再辉过程中的结冰比例

值得注意的是，在再辉阶段仅有部分水发生了结晶，而剩余的水则在后续阶段完全凝固。由于再辉过程持续时间非常短(毫秒量级，见图 4)，因此可以近似为一个绝热过程，即凝固相变释放的潜热完全被液体吸收，从而导致其快速升温。根据能量守恒定律，再辉阶段发生结晶的水的比重为：

$$\chi = \frac{m_S}{m_0} = \frac{c(T_S - T_f)}{L} \qquad (5)$$

式中：m_S为发生凝固的水质量，单位 kg；m_0为水的总重量，单位 kg。如表 2 所示，纯水液滴在再辉阶段的结晶比例约为 20.2%，盐的添加会使结晶比例降低，从 260 mmol/L 的 18.88% 降至 600 mmol/L 的 17.41%，这与文献 [30] 研究结果吻合。

表 2　不同浓度盐水溶液再辉阶段结晶比例

盐浓度/(mmol·L^{-1})	0	260	460	600
结晶比例/%	20.20	18.88	17.63	17.41

6　结束语

本文基于液滴在固体基底上的结冰现象搭建了一套液态物质冰点测量的实验平台，实现了对水和盐水冰点的高精度测量，并对相应的固−液相变及其传热过程进行了观测。纯水和盐水对比结冰实验结果表明，在水中添加适量盐可有效地延迟结冰发生时间，降低结冰发生温度，且相关效应随盐浓度的增加而增强。液滴结冰过程分为再辉和等温凝固两个阶段。在再辉阶段，纯水液滴中发生结晶的液体质量比约 20.2%，添加盐会使该比例降低，而平均结晶速度加快。在等温凝固阶段，结冰总时间随盐浓度的增加而延长。该实验平台不仅可以用于精确测量液态物质的冰点，而且能加深学生对液固相变过程及热力学的吸放热过程和热量传递过程的理解，培养了学生理论与实践相结合的学习能力，并在一定程度上激发了学生的创新精神。

参 考 文 献

[1] HUININK H P, HUININK H, RUIJTEN P, et al. Fluids in porous media: Transport and phase changes[M]. San Rafael: Morgan & Claypool Publishers, 2016.

[2] 董德宽, 孟瑾. 检测牛奶冰点的意义与原理[J]. 乳业科学与技术, 2005(5): 213−217.

[3] 孙长青, 王世平. 牛奶的冰点测定及利用冰点下降检测牛奶中掺水及其他掺杂技术[J]. 中国乳品工业, 1991, 19(3): 110−124.

[4] 吴明清, 赵丽萍, 常春艳, 等. 喷气燃料冰点的测定方法[J]. 石油炼制与化工, 2012, 43(7): 98−103.

[5] 袁洪福, 岳俊奇, 陆婉珍. CCD 近红外光谱快速测定喷气燃料的冰点[J]. 分析化学, 1998, 26(5): 603−606.

[6] 胡文铎. 应用溶液渗透压和冰点下降值计算等渗溶液的渗透压[J]. 药学通报, 1979, 14(3): 133−135.

[7] 于洪渊. 冰点下降数据法计算药液的渗透压[J]. 药学通报, 1980, 15(7): 34−35.

[8] KALITA A, MROZEK-MCCOURT M, KALDAWI T. F, et al. Microstructure and crystal order during freezing of supercooled water drops[J]. Nature, 2023, 620: 557−561.

[9] 何日梅, 范晓辉, 李广福, 等. 冰点测量的方法、应用现状和量值溯源途径[J]. 中国计量, 2023(9): 105−113.

[10] 王爱东, 张凤玲. 冰点器的正确使用与改进[J]. 中国计量, 2013(4): 116−117.
[11] KOGA K, YOSHIZUMI H. Differential scanning calorimetry (DSC) studies on the freezing processes of water-ethanol mixtures and distilled spirits[J]. Journal of Food Science, 1979, 44: 1386−1389.
[12] 朱炯, 吴建敏, 黄海伟, 等. 差示扫描量热法在药品检验中的研究进展[J]. 中国药事, 2018, 32(2): 210−215.
[13] 赵洪涛, 孙岩, 郭一畅, 等. 近红外光谱用于低温水结构的分析[J]. 高等学校化学学报, 2020, 41(9): 1968−1974.
[14] ZALAZAR M, ZYPMAN F, DRORI R. Micro-thermography for imaging ice crystal growth and nucleation inside non-transparent materials[J]. Review of Scientific Instruments, 2023, 23: 1−7.
[15] KLEINHEINS J, KISELEV A, KEINERT A, et al. Thermal imaging of freezing drizzle droplets: Pressure release events as a source of secondary ice particles[J]. Journal of The Atmospheric Sciences, 2021, 78(5): 1703−1713.
[16] 中国国家标准化管理委员会. 航空燃料冰点测定法(自动相转换法)[M]. 北京: 中国标准出版社, 2009.
[17] 罗争光, 邬超, 杨小峰. 自动冰点测定器的研究[J]. 自动化仪表, 2016, 37(7): 40−42.
[18] 王鸿蕴, 戴国琳, 马爽. “双一流”高校教学科研协同育人模式研究[J]. 高教教育, 2023, 41(11): 1−4.
[19] POOLE P H, SCIORTINO F, ESSMANN U, et al. Phase-Behavior of metastable water[J]. Nature, 1992, 360: 324−328.
[20] HINDMARSH J P, WILSON D I, JOHNS M L. Using magnetic resonance to validate predictions of the solid fraction formed during recalescence of freezing drops[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2005, 48(5): 1017−1021.
[21] 李雾良, 古昆. 微型化学实验与创新教育模式的探索[J]. 云南教育, 2001, 19(26): 40−42.
[22] 陶兰, 李万梅, 费婷虹, 等. 开放性有机化学实验教学的微型实验模式[J]. 教育教学论坛, 2012(35): 254−255.
[23] JUNG S, TIWARI M K, POULIKAKOS D. Frost halos from supercooled water droplets[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2012, 109(40): 16073−16078.
[24] MARíN A G, ENRíQUEZ O R, BRUNET P, et al. Universality of tip singularity formation in freezing water drops[J]. Physical Review Letters, 2014, 113: 1−5.
[25] DUFF G F D, NAYLOR D. Differential equations of applied mathematics[M]. New York: John Wiley & Sons,1966.
[26] BARMA M C, PENG Z B, MOGHTADERI B, et al. Effects of drop size and salt concentration on the freezing temperature of supercooled drops of salt solutions[J]. Separation and Purification Technology, 2021, 274: 1−13.
[27] NAJIM A. A review of advances in freeze desalination and future prospects[J]. NPJ Clean Water, 2022, 5: 1−5.
[28] FOFONOFF N P, MILLARD R C. Algorithms for computation of fundamental properties of seawater[J]. Unesco Technical Papers in Marine Science, 1983, 44: 51−53.
[29] IVANTSOV G. P. The temperature field around spherical, cylindrical, and needle-shaped crystals which grow in supercooled melts[J]. Doklady. Akademii. Nauk SSSR, 1947, 58: 567−569.
[30] RAHMAN M S, AHMED M, CHEN X D. Freezing-melting process and desalination: I. Review of the state-of-the-art[J]. Separation and Purification Reviews, 2006, 35: 59−96.

编辑 钟晓