一种考虑干扰的模型预测轨迹跟踪避障控制方法

王 杰[1,2] 唐 攀[1,2] 毕修文[1,2] 邓珍波[1,2,3*] 孙永亮[1,2]
1.中国航空工业集团成都飞机工业(集团)有限责任公司,成都,610073
2.四川省航空智能制造装备工程技术研究中心,成都,610092
3.中国航空研究院,北京,210094

摘要:移动机器人在复杂环境中执行轨迹跟踪任务时易受外部干扰和系统不确定性影响,导致跟踪精度下降甚至引发碰撞风险。提出了一种融合扩张状态观测器、控制障碍函数和非线性模型预测控制的鲁棒轨迹跟踪避障方法。通过构建包含运动学约束和安全性约束的非线性模型预测控制优化框架,将轨迹跟踪问题转化为多目标优化问题;引入扩张状态观测器实时估计并补偿系统所受的集总干扰,显著提高控制器的抗扰动能力;结合控制障碍函数构建动态安全域,通过非线性模型预测控制器确保机器人在避障过程中始终满足速度、加速度等物理约束。仿真结果表明,移动机器人在静态障碍物和固定轨迹环境且模型参数存在高达±50%的失配干扰下,所提方法仍能保持小于0.05 m的跟踪精度,相较于传统非线性模型预测控制,所提方法抗干扰能力显著增强,并能同时实现有效的障碍物规避,速度误差降低了83.3%,角速度误差降低了86.7%,跟踪误差降低了75%,充分验证了该方法在干扰环境下的控制鲁棒性与安全性。实际场景实验表明,所提方法在固定障碍物与轨迹环境下不仅能稳定运行,还能实时估计并补偿未知干扰,从而充分验证了其工程有效性。

关键词:移动机器人;模型预测控制;控制障碍函数;扩张状态观测器;轨迹跟踪
中图分类号:TP242;TP273;TP13
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.11.017 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

A Model Predictive Control Method for Trajectory Tracking and Obstacle Avoidance Considering Disturbances

WANG Jie[1,2] TANG Pan[1,2] BI Xiuwen[1,2] DENG Zhenbo[1,2,3*] SUN Yongliang[1,2]
1.AVIC Chengdu Aircraft Industry(Group) Co.,Ltd.,Chengdu,610073
2.Sichuan Aviation Intelligent Manufacturing Equipment Engineering Technology Research Center, Chengdu,610092
3.Chinese Aeronautical Establishment,Beijing,210094

Abstract: In complex environments, mobile robot trajectory tracking is susceptible to external disturbances and system uncertainties, which reduce tracking accuracy and may cause collision risks. To address this issue, a robust trajectory tracking and obstacle avoidance method was proposed that integrated an extended state observer, control barrier function, and nonlinear model predictive control. By constructing a nonlinear model predictive control optimization framework that included kinematic and safety constraints, the trajectory tracking problem was transformed into a multi-objective optimization problem. An extended state observer was introduced to estimate and compensate for the aggregated disturbances experienced by the system in real time, significantly enhancing the controller's disturbance rejection capability. A dynamic safety region was constructed in conjunction with the control barrier function, ensuring that physical constraints such as speed and acceleration were always met by the robot during obstacle avoidance through the nonlinear model predictive controller. Simulation results demonstrate that a tracking accuracy of less than 0.05 m is maintained for the mobile robot in environments with static obstacles and a fixed trajectory, even under model parameter mismatches of up to ±50%. Compared to traditional nonlinear model predictive control, the anti-disturbance capability is significantly enhanced, and effective obstacle avoidance is simultaneously achieved. Specifically, the speed error is reduced by 83.3%, the angular velocity error is reduced by 86.7%, and the tracking error is reduced by 75%, thereby fully validating the control robustness and safety of the proposed method under disturbed conditions. Real-world experiments further confirm that stable operation is achieved in environments with fixed obstacles and trajectories, while unknown distur-

收稿日期:2025-08-31
基金项目:国家重点研发计划(2019YFB1701403);江苏省前沿引领技术基础研究专项(BK20202007)

bances are estimated and compensated for in real time, thus sufficiently verifying its engineering effectiveness.

Key words: mobile robot; model predictive control; control barrier function; extended state observer; trajectory tracking

0　引言

近年来，移动机器人凭借其巨大的应用潜力，已成为备受关注的领域之一。自主路径规划和运动控制是移动机器人的核心功能，也是机器人完成其他更高级任务的基础和前提。移动机器人的功能模块可以分为定位、感知、规划和控制四部分，其中，控制模块根据轨迹信息计算出控制指令，下发给机器人的执行机构以驱动机器人运动。

移动机器人轨迹跟踪控制器根据期望输出值计算控制量下发给执行机构，其中控制量要保证稳定和不突变，并确保各时刻下系统状态量的安全性，尽可能使移动机器人沿期望轨迹行驶。在轨迹跟踪领域，国内外学者已开展了广泛研究，主流方法主要包括传统控制方法和智能控制方法两类。首先是以纯跟踪法和前轮反馈控制法为代表的几何控制方法，其控制原理本质上归属于PID控制[1-2]。此外，传统方法还涵盖了传统的PID控制、滑模控制[3-4]、线性二次调节器[5-7](LQR)以及模型预测控制[8-9](MPC)。同时，智能控制方法也在此领域得到应用。在各类方法中，PID控制简单且易于实现，但具有参数难以调节、不适用于较复杂工况的缺点；滑模控制的抗干扰能力强、鲁棒性好，但是易产生“抖振”；LQR求解规范简单，但计算量大且对于非线性系统控制结果可能不理想；MPC易于处理多约束多状态控制问题，但实时性差、模型精度要求高；而智能控制对模型要求低、抗不变性干扰能力强，但却依赖训练样本且训练周期长，难以应对变化的干扰。

由此可知，各算法均存在一定的缺陷性。由于移动机器人系统属于多输入多输出且具有状态约束和控制量约束的系统，因此模型预测控制器更适合移动机器人轨迹跟踪研究。本文通过对该控制器进行改进，进一步提高移动机器人轨迹跟踪的鲁棒性并保证安全。

1　考虑干扰的模型预测控制跟踪避障控制方法

1.1　运动学模型

机器人运动过程会受到许多因素影响，需要建立准确的动态模型。文献[10]指出，只要模型能够准确反映机器人的实时状态，即可用来设计控制器以满足预期的控制需求。需要强调的是，由于采用的运动学建模未考虑机器人受力等动力学问题，因此仅适用于道路情况良好、低速状态下的运动，复杂工况下的结果并未考虑在内。

本文所使用的移动机器人为低速机器人，且假设实验环境下道路情况良好，所以移动机器人运动学模型可以简化为自行车模型，如图1所示，并作出如下假设：①移动机器人所处环境为水平平面，且忽略垂直方向上的力；②忽略机械结构带来的影响，将整个机器人视为刚体；③机器人在运动过程中轮胎无滑动；④忽略机器人自身内部原因(如通信延迟等)。

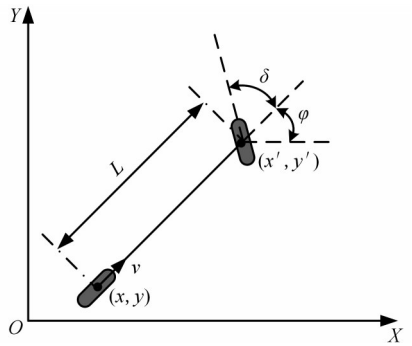


图1　自行车模型

Fig.1　Bicycle model

图1中，在全局坐标系OXY下，(x',y')、(x,y)分别为移动机器人的前轮轴心和后轮轴心位置坐标，δ为移动机器人前轮的转角，φ为移动机器人的航向角，L为移动机器人前轮与后轮的距离(即轴距)，v为移动机器人的速度。

对移动机器人后轮轴心进行分析，可以得到车辆运动学模型，其表达式如下[11]：

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\varphi\\ \sin\varphi\\ \tan\delta/L\end{bmatrix}v \tag{1}$$

该模型可简化为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\varphi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\varphi & 0\\ \sin\varphi & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v\\ \omega\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中：ω为移动机器人的角速度。

1.2　基于控制障碍函数的模型预测控制的设计

1.2.1　控制障碍函数

控制障碍函数[12](control barrier function，CBF)是一种用于设计安全控制系统的方法，可确保系统在运行过程中满足一定的安全要求。CBF的

基本思想是引入一个光滑的函数作为系统状态和控制输入的约束条件，并通过优化控制器来使该函数保持非负。若CBF值为非负，则表示系统状态满足安全约束；反之则表明系统状态可能违背了安全约束。

CBF可以描述系统状态与安全边界之间的关系，通过控制输入使系统在不确定性和外部干扰的情况下保持稳定与安全，从而确保系统状态始终处于安全边界内。在控制器设计过程中，需要考虑实际系统的动态特性、约束条件以及安全要求，选择合适的CBF形式并结合最优化方法求解控制器参数。

考虑非线性仿射控制系统，其表达式如下：

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} \tag{3}$$

其中，$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n$表示$n$维系统状态，$\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^m$表示$m$维控制输入，$\boldsymbol{f}:\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}^n$和$\boldsymbol{g}:\mathbf{R}^n\to\mathbf{R}^n\times\mathbf{R}^m$表示为局部利普希茨连续的向量场。

假设系统的安全性范围可以由连续可微函数$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$的零超水平集定义，则可表示为

$$\left.\begin{aligned}&S=\{\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n:\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\geqslant 0\}\\&\partial S=\{\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n:\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})=0\}\\&Int(S)=\{\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n:\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})>0\}\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

其中，S为系统的安全集，∂S表示安全集的边界，$Int(S)$表示安全集的内部。若系统在初始时刻t_0处于安全集S，即$\boldsymbol{x}(t_0)\in S$，且系统状态在后续所有时间内均满足$\boldsymbol{x}(t)\in S,\forall t>0$，则称集合$S$是前向不变的，该系统在此意义下是安全的。

目前应用最为广泛的一种CBF为零化控制障碍函数，可定义为：对于控制系统(式(3))，集合S是函数$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$的零超水平集。如果在$L_g\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\neq 0$的情况下，系统任意时刻的状态量$\boldsymbol{x}$和控制输入$\boldsymbol{u}$均满足：

$$\underbrace{L_f\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})+L_g\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}}_{\dot{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})}\geqslant-\gamma\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\qquad 0<\gamma<1 \tag{5}$$

$$L_f\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\triangleq\nabla\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\qquad L_g\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})\triangleq\nabla\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$$

则称函数$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$是一个有效的CBF。其中，$L_f\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$、$L_g\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$分别表示$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$沿着向量场$\boldsymbol{f}$和$\boldsymbol{g}$的Lie导数。在$k$时刻下将约束条件扩展到离散域，可得

$$\left.\begin{aligned}&\Delta\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k))\geqslant-\gamma\boldsymbol{h}(k)\qquad 0<\gamma<1\\&\Delta\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k))=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k+1),\boldsymbol{u}(k+1))-\\&\quad\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k),\boldsymbol{u}(k))\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

由式(5)可以得到一个保证系统安全的控制器的点集，其表达式如下：

$$U_{\mathrm{ZCBF}}=\{\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^m\,|\,\dot{\boldsymbol{h}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{u})\geqslant-\gamma(\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}))\} \tag{7}$$

当任意时刻下的控制输入量均在式(7)所示的集合之中时，则可以保证集合S的安全性。

1.2.2 模型离散化

移动机器人系统具有非线性特性，因此对该系统进行离散化时，使用龙格-库塔法[13](Runge-Kutta法)可以有效提高数值解的准确性。针对非线性函数$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(t,\boldsymbol{x})$，假设当前时刻为$k$，则函数在此时刻下的值为$\boldsymbol{x}(k)$，使用经典二阶Runge-Kutta法可以得到下一时刻(即$k+1$时刻)的函数值$\boldsymbol{x}(k+1)$，其表达式如下：

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{x}(k)+\frac{T}{2}(\boldsymbol{K}_1+\boldsymbol{K}_2) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{K}_1=\boldsymbol{f}(kT,\boldsymbol{x}(k))\qquad\boldsymbol{K}_2=\boldsymbol{f}(kT+T,\boldsymbol{x}(k)+T\boldsymbol{K}_1)$$

式中：T为采样周期(即$k+1$时刻与k时刻的时间间隔)。

1.2.3 基于控制障碍函数的非线性模型预测控制方法

如式(2)所示，规定$\boldsymbol{X}(t)$表示移动机器人的状态量$(x(t),y(t),\varphi(t))^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{u}(t)$表示移动机器人的输入量$(v(t),\omega(t))^{\mathrm{T}}$。假设存在已知参考轨迹$\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}(t)=(x_{\mathrm{R}}(t),y_{\mathrm{R}}(t),\varphi_{\mathrm{R}}(t))^{\mathrm{T}}$，并根据此参考轨迹计算出参考控制量$\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}(t)=(v_{\mathrm{R}}(t),\omega_{\mathrm{R}}(t))^{\mathrm{T}}$。

非线性模型预测控制(nonlinear MPC，NMPC)的目标是使机器人跟踪期望轨迹的同时保证系统的稳定性，因此，NMPC目标函数通常由两个部分组成：一部分是系统状态与参考轨迹之间的偏差，另一部分是控制输入及其增量的优化。同时为保证轨迹跟踪结束时移动机器人能够稳定在终端区域，需要设计终端代价函数。建立最优化问题所设计的优化目标函数，其表达式如下：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}(k)=\sum_{j=0}^{N_{\mathrm{p}}-1}[&\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+j)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+j))\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{X}(k+j)-\\&\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}(k+j))+(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j)-\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+j))\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}(k+j)-\\&\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}(k+j))+(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j+1)-\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j))\boldsymbol{G}\cdot\\&(\boldsymbol{u}(k+j+1)-\boldsymbol{u}(k+j))+(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+N_{\mathrm{p}})-\\&\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+N_{\mathrm{p}}))\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}(k+N_{\mathrm{p}})-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}(k+N_{\mathrm{p}}))]\end{aligned} \tag{9}$$

其中，假设$\boldsymbol{u}(k+N_{\mathrm{c}})=\boldsymbol{u}(k+N_{\mathrm{c}}+1)=\cdots=\boldsymbol{u}(k+N_{\mathrm{p}})=0$，$N_{\mathrm{c}}$为控制时域，$N_{\mathrm{p}}$为预测时域，对应的预测时域时长$T_{\mathrm{p}}=N_{\mathrm{p}}T$。$\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{G}$分别为状态偏差权重矩阵、控制量权重矩阵和控制增量权重矩阵，$\boldsymbol{P}$为终端状态权重矩阵。

由于实际移动机器人运动过程中存在一定的约束，故NMPC同样要设置约束条件。考虑到移动机器人存在速度和转角约束(即控制量约束)，因此需要设置控制量约束条件，其表达式如下：

$$\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\boldsymbol{u}(k+i)\leqslant\boldsymbol{u}_{\max}\qquad i=0,1,\cdots,N_{\mathrm{c}}-1 \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{u}_{\min}$、$\boldsymbol{u}_{\max}$分别为控制量的最小值和最大值。移动机器人控制量突变会导致执行器损坏，且现有执行器无法达到瞬时加速度过大，因此设置控制增量的约束条件，即

$$\Delta \boldsymbol{u}_{\min} \leqslant \Delta \boldsymbol{u}(k+i) \leqslant \Delta \boldsymbol{u}_{\max} \quad i=0,1,\cdots,N_c-1 \tag{11}$$

同时应满足动态约束条件，即满足模型约束（式(2)）。总结目标函数与对应的约束条件，可得到非线性优化问题(NLP)，可表示为

$$\left.\begin{aligned}
&\min\ \boldsymbol{J}(k)=\sum_{j=0}^{N_p-1}[(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+j)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+j))\cdot\\
&\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{X}(k+j)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}(k+j))+(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j)-\\
&\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+j))\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}(k+j)-\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}(k+j))+\\
&(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j+1)-\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j))\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u}(k+j+1)-\\
&\boldsymbol{u}(k+j))+(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+N_p)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+N_p))\cdot\\
&\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}(k+N_p)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}(k+N_p))]\\
&\text{s.t. } \boldsymbol{X}(k+i+1)=f_{\mathrm{d}}(\boldsymbol{X}(k+i),\boldsymbol{u}(k+i))\\
&\qquad\qquad i=0,1,\cdots,N_p-1\\
&\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\boldsymbol{u}(k+i)\leqslant\boldsymbol{u}_{\max}\quad i=0,1,\cdots,N_c-1\\
&\Delta\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\Delta\boldsymbol{u}(k+i)\leqslant\Delta\boldsymbol{u}_{\max}\\
&\qquad\qquad i=0,1,\cdots,N_c-1
\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

其中，$f_{\mathrm{d}}(\cdot)$表示经过Runge-Kutta法离散后的非线性函数。

接下来本文对基于控制障碍函数的非线性模型预测控制(NMPC-CBF)方法进行设计。考虑离散系统模型（式(8)）的轨迹跟踪问题以及轨迹跟踪过程中的安全性问题，本文提出的NMPC-CBF方法解决了上述问题的同时保证了最优性。

首先建立目标函数，其表达式如下：

$$\left.\begin{aligned}
&\min\ \boldsymbol{J}(k)=\sum_{j=0}^{N_p-1}[(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+j)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+j))\cdot\\
&\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{X}(k+j)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}(k+j))+(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j)-\\
&\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+j))\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}(k+j)-\boldsymbol{u}_{\mathrm{R}}(k+j))+\\
&(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j+1)-\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}(k+j))\boldsymbol{G}(\boldsymbol{u}(k+j+1)-\\
&\boldsymbol{u}(k+j))+(\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(k+N_p)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{T}}(k+N_p))\cdot\\
&\boldsymbol{P}(\boldsymbol{X}(k+N_p)-\boldsymbol{X}_{\mathrm{R}}(k+N_p))]\\
&\text{s.t. } \boldsymbol{X}(k+i+1)=f_{\mathrm{d}}(\boldsymbol{X}(k+i),\boldsymbol{u}(k+i))\\
&\qquad\qquad i=0,1,\cdots,N_p-1\\
&\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\boldsymbol{u}(k+i)\leqslant\boldsymbol{u}_{\max}\quad i=0,1,\cdots,N_c-1\\
&\Delta\boldsymbol{u}_{\min}\leqslant\Delta\boldsymbol{u}(k+i)\leqslant\Delta\boldsymbol{u}_{\max}\\
&\qquad\qquad i=0,1,\cdots,N_c-1\\
&\Delta\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k+i),\boldsymbol{u}(k+i))\geqslant-\gamma\boldsymbol{h}(k+i)\\
&\qquad\qquad 0<\gamma<1,i=0,1,\cdots,N_p
\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

$$\Delta\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k+i),\boldsymbol{u}(k+i))=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k+i+1),\boldsymbol{u}(k+i+1))-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k+i),\boldsymbol{u}(k+i))$$

通过求解式(13)，可得到控制序列$(\boldsymbol{u}^*(k),\boldsymbol{u}^*(k+1),\cdots,\boldsymbol{u}^*(k+N_c-1))^{\mathrm{T}}$，取控制序列中第一个控制量$\boldsymbol{u}^*(k)$作用于系统，其中$\boldsymbol{u}^*$表示最优控制量。基于新的系统状态量再次求解式(13)，以此循环形成闭环控制。

1.3　扩张状态观测器的设计及证明

取纵向位移$s(t)$和航向角$\varphi(t)$作为中间变量，其表达式如下：

$$\left.\begin{aligned}
&s(t)=\int_0^t\dot{x}(t)\cos(\varphi(t))+\dot{y}(t)\sin(\varphi(t))\mathrm{d}t=\\
&\int_0^t v(t)+d_1(t)\mathrm{d}t\\
&\varphi(t)=\int_0^t\omega(t)+d_2(t)\mathrm{d}t
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

对式(14)求导，可得

$$\left.\begin{aligned}
\dot{s}(t)&=v(t)+d_1(t)\\
\dot{\varphi}(t)&=\omega(t)+d_2(t)
\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

记$\boldsymbol{\Pi}(t)=(s(t),\varphi(t))^{\mathrm{T}}$，则有

$$\dot{\boldsymbol{\Pi}}(t)=\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{d}(t) \tag{16}$$

其中，$d_1(t)$为速度干扰，$d_2(t)$为角速度干扰，$\boldsymbol{d}(t)$为总体干扰。为观测系统的总体干扰$\boldsymbol{d}(t)$，设计扩张状态观测器[14-15]，其表达式如下：

$$\left.\begin{aligned}
&\boldsymbol{e}(t)=[\ e_s(t)\quad e_\varphi(t)\ ]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\Pi}(t)-\hat{\boldsymbol{\Pi}}(t)\\
&\dot{\hat{\boldsymbol{\Pi}}}(t)=\boldsymbol{u}(t)+\hat{\boldsymbol{d}}(t)-[\ l_{11}e_s(t)\quad l_{12}e_\varphi(t)\ ]^{\mathrm{T}}\\
&\dot{\hat{\boldsymbol{d}}}(t)=[\ l_{21}e_s(t)\quad l_{22}e_\varphi(t)\ ]^{\mathrm{T}}\\
&e_s(t)=s(t)-\hat{s}(t)\qquad e_\varphi(t)=\varphi(t)-\hat{\varphi}(t)
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

其中，l_{11}、l_{12}、l_{21}、l_{22}为大于0的可变数值，$\hat{\boldsymbol{d}}(t)$为干扰$\boldsymbol{d}(t)$的估计值，$\hat{\boldsymbol{\Pi}}(t)$为$\boldsymbol{\Pi}(t)$的估计值，$e_s(t)$、$e_\varphi(t)$分别为$s(t)$和$\varphi(t)$的估计误差，$\hat{s}(t)$、$\hat{\varphi}(t)$分别为$s(t)$和$\varphi(t)$的估计值。同时记录干扰估计误差$\boldsymbol{e}_{\mathrm{d}}(t)=\boldsymbol{d}(t)-\hat{\boldsymbol{d}}(t)$，定义$\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}(t)=(e_s(t),e_\varphi(t),e_{d_1}(t),e_{d_2}(t))^{\mathrm{T}}$，建立扩张状态观测器的误差系统，其表达式如下：

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{z}}(t)&=\begin{bmatrix}\dot{e}_s(t)\\ \dot{e}_\varphi(t)\\ \dot{e}_{d_1}(t)\\ \dot{e}_{d_2}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{s}(t)-\dot{\hat{s}}(t)\\ \dot{\varphi}(t)-\dot{\hat{\varphi}}(t)\\ \dot{d}_1(t)-\dot{\hat{d}}_1(t)\\ \dot{d}_2(t)-\dot{\hat{d}}_2(t)\end{bmatrix}=\\
&\begin{bmatrix}d_1(t)-\hat{d}_1(t)+l_{11}e_s(t)\\ d_2(t)-\hat{d}_2(t)+l_{12}e_\varphi(t)\\ \dot{d}_1(t)-l_{21}e_s(t)\\ \dot{d}_2(t)-l_{22}e_\varphi(t)\end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{18}$$

将式(18)改写为状态空间方程，可表示为

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{e}}_{\mathrm{z}}(t)&=\begin{bmatrix}l_{11}&0&1&0\\ 0&l_{12}&0&1\\ -l_{21}&0&0&0\\ 0&-l_{22}&0&0\end{bmatrix}\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}(t)+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ \dot{d}_1(t)\\ \dot{d}_2(t)\end{bmatrix}=\\
&\boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}(t)+\begin{bmatrix}0\\ \dot{\boldsymbol{d}}(t)\end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}l_{11}&0&1&0\\ 0&l_{12}&0&1\\ -l_{21}&0&0&0\\ 0&-l_{22}&0&0\end{bmatrix}$$

选择的Lyapunov函数可表示为

$$\boldsymbol{V}(t)=\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}\boldsymbol{e}_{\mathrm{z}}(t) \tag{20}$$

其中，$\boldsymbol{M}$为Lyapunov方程$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{A}=-\boldsymbol{B}$的正定对称解。通常定义$\boldsymbol{B}$为单位矩阵，其表达式如下：

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{21}$$

对Lyapunov函数进行求导，可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}(t)=&\dot{\boldsymbol{e}}_z^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}\boldsymbol{e}_z(t)+\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{e}}_z(t)=\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}+\\&\boldsymbol{M}\boldsymbol{A})\boldsymbol{e}_z(t)+2\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}[0\quad 0\quad \dot{d}_1(t)\quad \dot{d}_2(t)]^{\mathrm{T}}\leqslant\\&\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}(t)(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}+\boldsymbol{M}\boldsymbol{A})\boldsymbol{e}_z(t)+\alpha\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}\boldsymbol{e}_z(t)+\\&\frac{1}{\alpha}\lambda_{\max}(\boldsymbol{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}(t)\right|^2\leqslant 2\lambda_{\max}(\boldsymbol{A})\boldsymbol{V}(t)+\\&\alpha\boldsymbol{V}(t)+\frac{1}{\alpha}\lambda_{\max}(\boldsymbol{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}(t)\right|^2\end{aligned} \tag{22}$$

记$-2\lambda_{\max}(\boldsymbol{A})-\alpha$为$c_1$，$\frac{1}{\alpha}\lambda_{\max}(\boldsymbol{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}(t)\right|$为$J(t)$，其中$\alpha$为常数，$\lambda_{\max}(\boldsymbol{A})$表示矩阵$\boldsymbol{A}$的最大特征值。则式(22)可改写为

$$\dot{\boldsymbol{V}}(t)\leqslant -c_1\boldsymbol{V}(t)+J(t) \tag{23}$$

对式(23)进行求解，可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{V}(t)\leqslant&\exp(-c_1t)\boldsymbol{V}(0)+\int_0^t\exp(-c_1(t-\tau))J(\tau)\mathrm{d}\tau\leqslant\\&\exp(-c_1t)\boldsymbol{V}(0)+\frac{1}{\alpha}\lambda_{\max}(\boldsymbol{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}_{\max}\right|^2\int_0^t\exp(-c_1(t-\\&\tau))\mathrm{d}\tau=\exp(-c_1t)\boldsymbol{V}(0)+\frac{1}{\alpha}\lambda_{\max}(\boldsymbol{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}_{\max}\right|^2\left(\frac{1}{c_1}-\right.\\&\left.\frac{1}{c_1}\exp(-c_1t)\right)=\exp(-c_1t)\boldsymbol{V}(0)-\\&\frac{1}{c_1\alpha}\exp(-c_1t)\lambda_{\max}(\boldsymbol{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}_{\max}\right|^2+\frac{1}{c_1\alpha}\lambda_{\max}(\mathrm{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}_{\max}\right|^2\end{aligned} \tag{24}$$

当$c_1>0$即$-2\lambda_{\max}(\boldsymbol{A})-\alpha>0$时，$\lim\limits_{t\to\infty}\boldsymbol{V}(t)\leqslant\frac{1}{c_1\alpha}\lambda_{\max}(\boldsymbol{M})\left|\dot{\boldsymbol{d}}_{\max}\right|^2$，则证明$\boldsymbol{e}_z^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{M}\boldsymbol{e}_z(t)$是有界的，即$\boldsymbol{e}_z(t)$是有界的。

1.4 考虑干扰的模型预测轨迹跟踪避障控制方法

本方法通过设计一个集成了扩张状态观测器(ESO)的NMPC控制器，将轨迹跟踪、主动避障与抗干扰能力统一集中在一个优化问题中。

本文提出的控制器是一个双层结构，控制结构图见图2。上层为扩张状态观测器，用于实时估计系统的集总干扰(包括模型不确定性和外部干扰)；下层为考虑避障和扰动的NMPC控制器，它利用估计的扰动求解一个带有多重约束的优化问题，并生成最优控制指令。

2 仿真实验与分析

针对移动机器人轨迹跟踪过程中的安全问题，提出了两种避障方法，分别是NMPC-DC[16](距离约束下的NMPC)和NMPC-CBF。为对比不同避障方法的优劣，在MATLAB/Simulink平台进行了仿真实验，对比分析结果如图3所示。

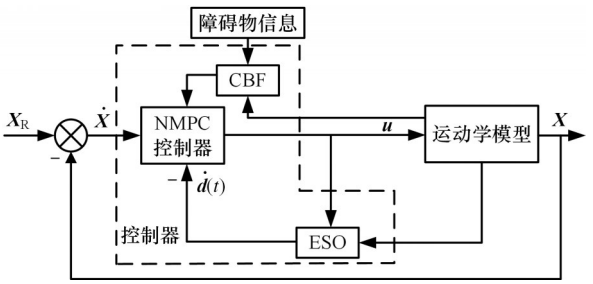


图2 控制结构图

Fig.2 Diagram of the control structure

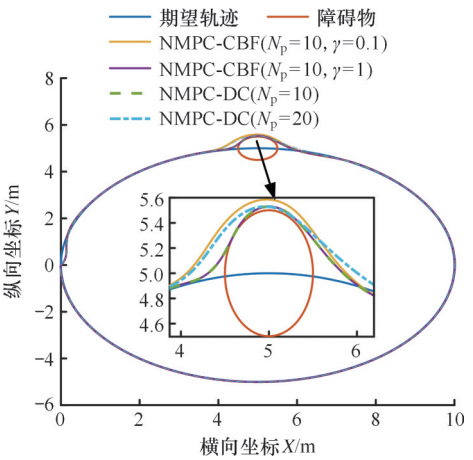


图3 无干扰NMPC-DC与NMPC-CBF结果对比图

Fig.3 Comparison diagram of results between NMPC-DC and NMPC-CBF with disturbance-free

由图3可知，在相同预测时域下，当$\gamma=1$时，NMPC-CBF与NMPC-DC结果相同，当$\gamma=0.1$时，即使NMPC-DC增大了预测时域，其避障效果仍不如NMPC-CBF的避障效果。NMPC-CBF能够采用更小的预测时域实现更好的避障效果，同时更小的预测时域可以缩短计算时间，提高响应速度。此外，CBF可以根据γ的不同取值来选择调节安全裕度。

设置两组对比仿真实验以验证所设计的融合扩张状态观测器、控制障碍函数和非线性模型预测控制(NMPC-CBF-ESO)方法的抗干扰性。

第一组中，速度干扰为$0.3\sin t$(m/s)，角速度干扰为$0.3\cos t$(rad/s)。图4～图6分别为不同控制器在此干扰环境下的轨迹跟踪结果对比图、轨迹跟踪过程中状态量变化图与ESO估计误差图。

第二组中，速度干扰为$0.5\sin t$(m/s)，角速度干扰为$0.5\cos t$(rad/s)。图7～图9分别为不同控制器在此干扰环境下的轨迹跟踪结果对比图、轨迹跟踪过程中状态量变化图与ESO估计误差图。

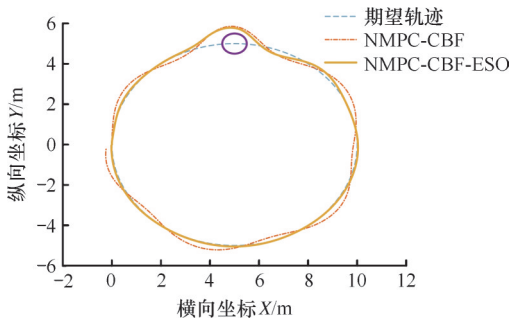
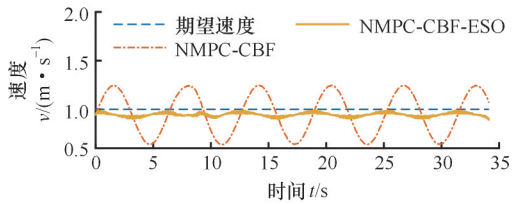
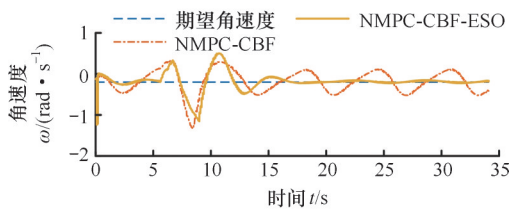


图4　NMPC-CBF与NMPC-CBF-ESO结果对比图（0.3sin t干扰）

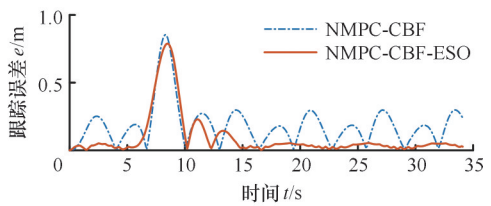
Fig.4　Comparison diagram of results between NMPC-CBF and NMPC-CBF-ESO（with disturbance 0.3sin t）



(a)速度



(b)角速度



(c)跟踪误差

图5　状态量及跟踪误差对比图（0.3sin t干扰）

Fig.5　Comparison diagram of state variables and tracking errors results（with disturbance 0.3sin t）

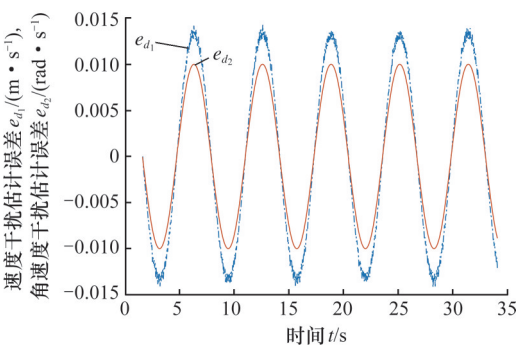


图6　ESO估计干扰误差图（0.3sin t干扰）

Fig.6　Comparison diagram of ESO estimation of disturbance error results（with disturbance 0.3sin t）

由图4和图7两组仿真实验可以得出NMPC-CBF-ESO对干扰的抵抗有一定效果，能够较好

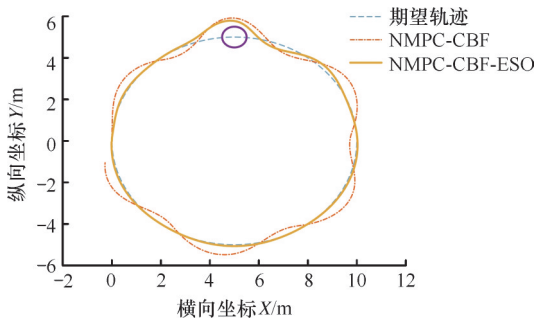
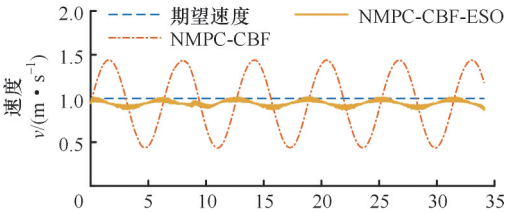
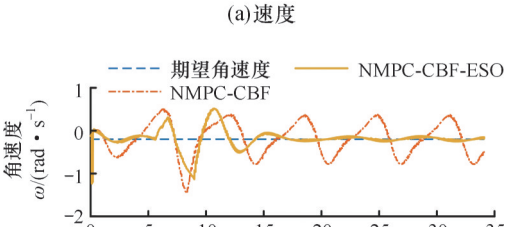


图7　NMPC-CBF与NMPC-CBF-ESO结果对比图（0.5sin t干扰）

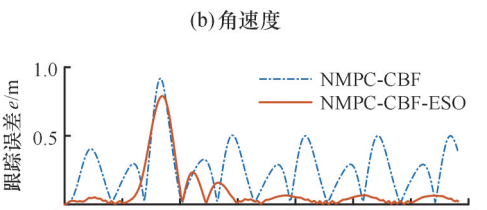
Fig.7　Comparison diagram of results between NMPC-CBF and NMPC-CBF-ESO（with disturbance 0.5sin t）



(a)速度



(b)角速度



(c)跟踪误差

图8　状态量及跟踪误差对比图（0.5sin t干扰）

Fig.8　Comparison diagram of state variables and tracking errors results（with disturbance 0.5sin t）

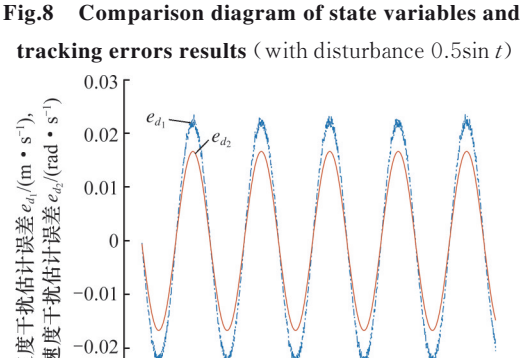


图9　ESO估计干扰误差图（0.5sin t干扰）

Fig.9　Comparison diagram of ESO estimation of disturbance error results（with disturbance 0.5sin t）

地在干扰环境下完成轨迹跟踪避障任务。图5和图8显示在轨迹跟踪过程中，速度、角速度均能达到期望值，且跟踪误差最终稳定在0.05 m左右。NMPC-CBF和NMPC-CBF-ESO的误差性能对比如表1所示，经过优化后NMPC-CBF-ESO各项误差指标均得到显著改善。具体而言，与NMPC-CBF相比，NMPC-CBF-ESO的速度误差降低了83.3%，角速度误差降低了86.7%，跟踪误差降低了75%。这一结果充分验证了所提算法的有效性。由图6和图9可以得出ESO在轨迹跟踪过程中能够准确地估计干扰值并返回给NMPC-CBF控制器，估计误差在±2%左右。

表1 误差性能对比分析

Tab.1 Comparative analysis of error performance

误差指标	NMPC-BF	NMPC-CBF-ESO	相对降幅/%
平均速度误差/($m \cdot s^{-1}$)	0.30	0.05	83.3
平均角速度误差/($rad \cdot s^{-1}$)	0.30	0.04	86.7
平均跟踪误差/m	0.20	0.05	75.0

综上所述，与NMPC-CBF算法相比，所提出的NMPC-CBF-ESO算法具有较好的抗干扰性，能够有效地完成轨迹跟踪避障任务。

3 实际场景的轨迹跟踪避障实验

为验证第2节提出的NMPC-CBF-ESO方法的有效性，采用移动机器人实验平台进行实验验证。整个系统基于机器人操作系统(ROS)搭建，将本文的控制算法用C++实现并封装为ROS控制节点。该节点接收感知模块发布的障碍物信息和定位模块发布的状态信息，并发布速度和角速度控制指令。控制节点发布的指令通过底盘通信节点被转换为移动机器人底层控制器能够解析的报文，从而驱动电机执行。

避障实验中，移动机器人跟踪的圆形参考轨迹可表示为

$$\left.\begin{aligned} x_R &= \sin\varphi_R \\ y_R &= 1-\cos\varphi_R \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

障碍物半径为0.07 m，圆心位于期望轨迹点(0,2)m。移动机器人具有一定的体积，轴距约为0.15 m，在实验中对障碍物进行膨胀处理，膨胀后障碍物占地可表示为半径为0.25 m的圆形，如图10所示，其中蓝色轨迹为期望轨迹，红色标识为障碍物。

非线性模型预测控制器的参数设计如表2所示，其中，控制障碍函数设置γ为0.1。移动机器人初始位置为(0,0)，初始航向角为0°，初始速度和初始角速度均为0，期望速度和角速度分别为0.2 m/s和0.2 rad/s。实验环境地板为木质地板，较为平坦且摩擦因数足够大，不易出现车轮打滑情况。

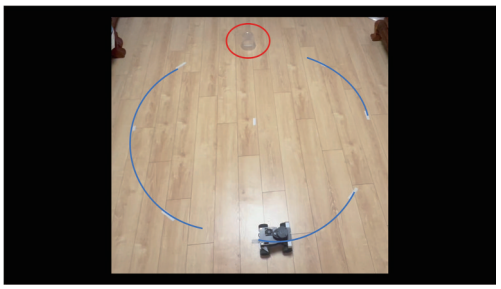


图10 轨迹跟踪避障实验环境

Fig.10 Experimental environment for trajectory tracking and obstacle avoidance

表2 NMPC控制器参数

Tab.2 NMPC controller parameter

参数名称	数值
采样周期/s	0.1
预测时域N_p	10
控制时域N_c	5
权重矩阵$\boldsymbol{Q}$	$\mathrm{diag}(1+0.05i, 1+0.05i, 0.02+0.005i)$ $i=1,2,\cdots,N_p$
权重矩阵$\boldsymbol{R}$	$\mathrm{diag}(0.1, 0.02)$
权重矩阵$\boldsymbol{P}$	$\mathrm{diag}(5, 5, 1)$
权重矩阵$\boldsymbol{G}$	$\mathrm{diag}(0.1, 0.02)$
控制量约束$\boldsymbol{u}_{min}$,$\boldsymbol{u}_{max}$	$[-1.0 \quad 1.0; -8.6 \quad 8.6]$

避障实验的截图见图11，图中使用白色贴纸标记期望轨迹，使用盒子代替障碍物。移动机器人实际行驶路径基本按照期望轨迹运行，并且轻松地避开了障碍物，在保证跟踪精确性的同时还保证了安全性。

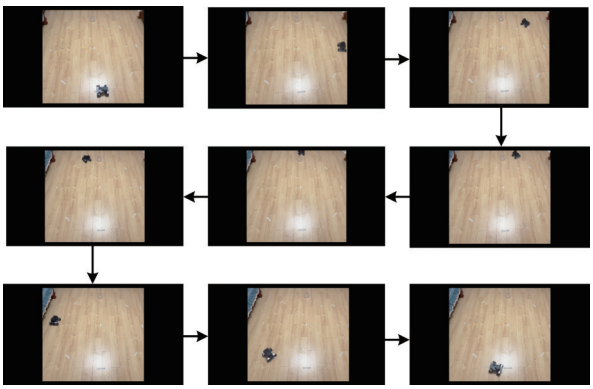


图11 轨迹跟踪避障实验截图

Fig.11 Screenshot of trajectory tracking obstacle avoidance experiment

图12所示为轨迹跟踪结果，由图中轨迹可以看出，实际运行情况与实验截图一致，且在避开障碍物后迅速回归到期望轨迹。图13所示为轨迹

跟踪过程中速度、角速度和跟踪误差的变化，可以看出，速度、角速度和跟踪误差在没有障碍物时都逼近期望值，各误差也维持在0.02 m/s、0.02 rad/s和0.02 m左右，角速度和速度曲线出现较多振荡，考虑由于通信延迟或机器人软硬件的局限性所致，应属正常现象。

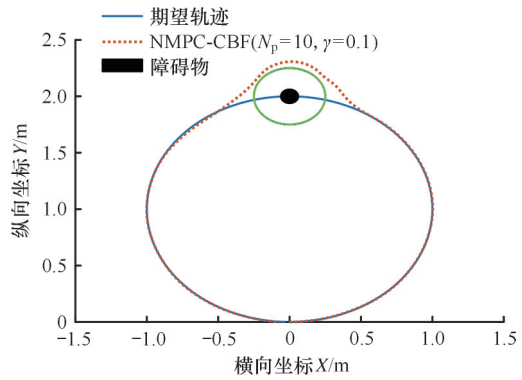


图12　轨迹跟踪避障实验结果图

Fig.12　Diagram of the results of trajectory tracking obstacle avoidance experiment

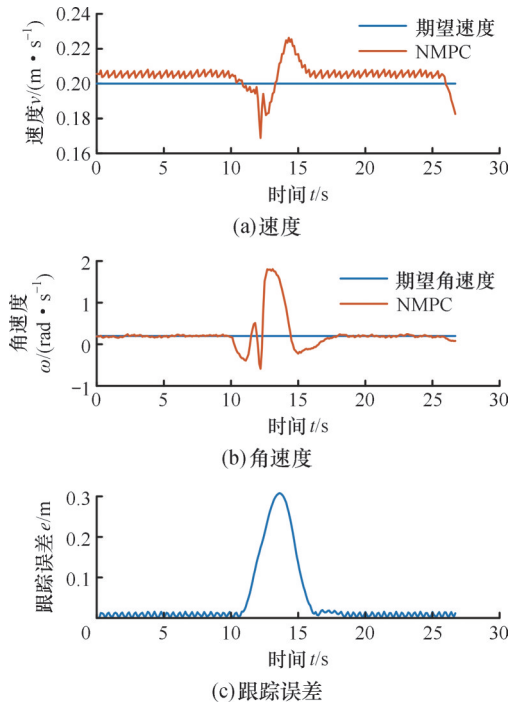


图13　轨迹跟踪避障实验状态变化图

Fig.13　Trajectory tracking obstacle avoidance experiment state change diagram

图14展示了ESO估计的速度和角速度干扰呈下降趋势，此干扰主要来源于里程计。里程计在估计位置信息时是由速度信号积分而来，所以误差随时间的增加而逐渐增大，ESO估计值也随之增大。

4　结语

针对移动机器人轨迹跟踪过程避障问题，建立移动机器人运动学模型，并提出NMPC-CBF控制方法，对比NMPC-DC方法具有较好的避障效果，使机器人处于较安全位置。在此基础上考虑移动机器人在轨迹跟踪避障过程中易受到干扰问题从而设计ESO，并利用Lyapunov函数论证分析ESO收敛性，进而提出NMPC-CBF-ESO控制方法。在MATLAB/Simulink仿真平台搭建两组仿真实验并在实际场景下完成实验，验证了所提出的NMPC-CBF-ESO方法的鲁棒性和安全性。

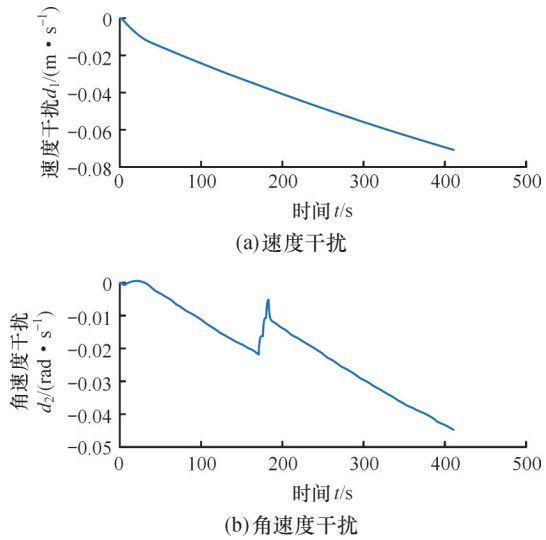


图14　ESO估计状态变化图

Fig.14　ESO estimated state change diagram

在低速情况下，实际移动机器人的跟踪误差相较于仿真环境下的误差有所增大。这主要源于实际运动过程中更为复杂的因素，包括机器人自身的轮胎非线性特性、道路环境扰动以及传感器噪声等，这些因素共同导致了控制性能的下降。尽管如此，仍在上述挑战下通过实验验证了所提控制方案在实际道路测试中具备良好的鲁棒性及工程有效性。

鉴于本研究的侧重点在于验证算法的抗干扰性能，本次仿真实验和实际场景实验未涉及动态障碍物场景，后续工作将集成动态避障功能，并优化算法以提升其响应速度与安全性，从而在更贴近实际的复杂环境中完成系统验证。

参考文献：

[1] MARINO R, SCALZI S, NETTO M. Nested PID Steering Control for Lane Keeping in Autonomous Vehicles[J]. Control Engineering Practice, 2011, 19(12): 1459-1467.

[2] HAN Gaining, FU Weiping, WANG Wen, et al. The Lateral Tracking Control for the Intelligent Vehicle Based on Adaptive PID Neural Network[J]. Sensors, 2017, 17(6): 1244.

[3] CHEN T, CHEN L, XU X, et al. Passive Fault-tolerant Path Following Control of Autonomous Distributed Drive Electric Vehicle Considering Steering System Fault[J].

Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 123: 298-315.
[4] 吴金文，周珣. 采用比例积分滑模控制的数控机床进给系统误差仿真研究[J]. 中国工程机械学报，2025，23(3)：448-453.
WU Jinwen, ZHOU Xun. Research on Error Simulation of CNC Machine Tool Feed System Using SMC-PI [J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2025, 23(3): 448-453.
[5] XU S, PENG H. Design, Analysis, and Experiments of Preview Path Tracking Control for Autonomous Vehicles [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2020, 21(1): 48-58.
[6] MAGHFIROH H, NIZAM M, ANWAR M, et al. Improved LQR Control Using PSO Optimization and Kalman Filter Estimator[J]. IEEE Access, 2022, 10: 18330-18337.
[7] 关胜闯，柳宇钧，杨清昊，等. 基于LQR和UKF的软体机器人无模型轨迹跟踪控制[J]. 中国机械工程，2025，36(3)：570-575.
GUAN Shengchuang, LIU Yujun, YANG Qinghao, et al. Model-free Trajectory Tracking Control of Soft Robots Based on LQR and UKF[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(3): 570-575.
[8] NUBERT J, KÖHLER J, BERENZ V, et al. Safe and Fast Tracking on a Robot Manipulator: Robust MPC and Neural Network Control[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 3050-3057.
[9] 顾苏怡，蒋昌华. 车辆主动悬架RBF神经网络的模型预测控制仿真研究[J]. 中国工程机械学报，2025，23(3)：410-414.
GU Suyi, JIANG Changhua. Simulation Study on Model Predictive Control of Vehicle Active Suspension Based on RBF Neural Network[J]. Chinese Journal of Construction Machinery, 2025, 23(3): 410-414.
[10] 龚建伟，姜岩，徐威. 无人驾驶车辆模型预测控制[M]. 北京：北京理工大学出版社，2014：134-138.
GONG Jianwei, JIANG Yan, XU Wei. Model Predictive Control for Self-driving Vehicles[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2014: 134-138.
[11] 蔡志鑫，古永鹏，董浩，等. 基于MPC的无人驾驶汽车轨迹控制研究[J]. 汽车实用技术，2022，47(1)：24-27.
CAI Zhixin, GU Yongpeng, DONG Hao, et al. Research on Tracking of Unmanned Vehicle Based on MPC[J]. Automobile Applied Technology, 2022, 47(1): 24-27.
[12] 陈杰，吕梓亮，黄鑫源，等. 非线性系统的安全分析与控制：障碍函数方法[J]. 自动化学报，2023，49(3)：567-579.
CHEN Jie, LYU Ziliang, HUANG Xinyuan, et al. Safety Analysis and Safety-critical Control of Nonlinear Systems: Barrier Function Approach[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(3): 567-579.
[13] 李文超，刘美如，丁华，等. 一种改进非线性模型预测轨迹跟踪控制方法研究[J]. 重庆理工大学学报(自然科学)，2023，37(11)：40-50.
LI Wenchao, LIU Meiru, DING Hua, et al. Research on an Improved Nonlinear Model Predictive Control Method for Vehicle Trajectory Tracking[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2023, 37(11): 40-50.
[14] ZHAO X, WANG Z, ZHANG H, et al. Hierarchical Prescribed-time ESO-based Fault-tolerant Controller Synthesis for Error-constrained Coordination of Networked Robotic Systems[J]. Nonlinear Dynamics, 2025, 113(4): 3593-3609.
[15] 类兴茂，丁海港，王思民，等. 基于自抗扰控制算法的负载敏感多路阀阀口压差精准调控[J]. 中国机械工程，2025，36(5)：954-962.
LEI Xingmao, DING Haigang, WANG Simin, et al. Precise Regulation of Differential Pressures at Port of Load-sensitive Multi-way Valves Based on ADRC Algorithm [J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(5): 954-962.
[16] ZHANG X, LINIGER A, BORRELLI F. Optimization-based Collision Avoidance[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 29(3): 972-983.

（编辑　胡佳慧）

作者简介：王　杰，男，1999年生，硕士研究生。研究方向为移动机器人路径规划、轨迹跟踪以及编队控制。E-mail：446246665@qq.com。**邓珍波***（通信作者），男，1988年生，高级工程师、博士研究生。研究方向为自动控制和增材制造。E-mail：836033320@qq.com。

本文引用格式：

王杰，唐攀，毕修文，等. 一种考虑干扰的模型预测轨迹跟踪避障控制方法[J]. 中国机械工程，2026，37(11)：2842-2850.

WANG Jie, TANG Pan, BI Xiuwen, et al. A Model Predictive Control Method for Trajectory Tracking and Obstacle Avoidance Considering Disturbances [J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(11): 2842-2850.

（上接第2841页）

[13] HU Tiannan, DING Xiaohong, SHEN Lei, et al. Improved Adaptive Growth Method of Stiffeners for Three-dimensional Box Structures with Respect to Natural Frequencies[J]. Computers & Structures, 2020, 239: 106330.
[14] 张德慧，丁晓红，胡天男，等. 基于改进自适应成长法的薄壁结构频率优化设计[J]. 航空学报，2023，44(19)：204-217.
ZHANG Dehui, DING Xiaohong, HU Tiannan, et al. Optimization Design of Natural Frequencies for Thin-walled Structures Based on Improved Adaptive Growth Method [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(19): 204-217.
[15] 李简，丁晓红，张轶杰，等. 箱型结构加强筋分布及支撑位置的协同优化设计[J]. 中国机械工程，2025，36(1)：69-77.
LI Jian, DING Xiaohong, ZHANG Yijie, et al. Hybrid Optimization for Housing Structure Stiffener and Support Location [J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(1): 69-77.

（编辑　胡佳慧）

作者简介：王俊翔，男，2000年生，硕士研究生。研究方向为结构设计。**丁晓红***（通信作者），女，1965年生，教授、博士研究生导师。研究方向为结构设计与优化。E-mail：dingxhsh021@126.com。

本文引用格式：

王俊翔，丁晓红，张横，等. 基于自适应成长法的薄壁结构加筋保形优化设计[J]. 中国机械工程，2026，37(11)：2832-2841.

WANG Junxiang, DING Xiaohong, ZHANG Heng, et al. Shape-preserving Optimization Design of Stiffened Thin-walled Structures Based on Adaptive Growth Method [J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(11): 2832-2841.