文章编号:1674-2974(2024)10-0106-10 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2024204

中心距误差对小模数齿轮接触与弯曲强度的影响

胡波[1],申朋[1],刘辉华[2],尹来容[1†],汪红兵[1],周长江[3]
(1. 长沙理工大学 汽车与机械工程学院,湖南 长沙 410114;
2. 湖南德晟智能科技有限公司,湖南 娄底 417126;
3. 湖南大学 机械与运载工程学院,湖南 长沙 410082)

摘 要:为探究小模数齿轮中心距误差对轮齿强度的影响,以及标准GB/T 3480—2021对含中心距误差小模数齿轮强度设计的适用性,推导了含中心距误差的重合度系数、齿廓系数与应力修正系数计算公式,建立了含中心距误差的小模数齿轮有限元接触模型,提出有限元接触模型网格密度的验证方法.对2种计算方法得到的不同中心距误差下接触与弯曲应力进行了对比研究,结果表明,接触区域齿廓有限单元宽度不超过Hertz接触半宽的1/3时,齿轮有限元接触计算精度较高;采用标准GB/T 3480—2021校核含中心距误差的小模数齿轮强度,将产生冗余设计;当中心距误差达到1.33%时,接触应力幅值的最大变化为4.23%,而弯曲应力幅值的最大变化达到了16.25%,中心距误差对小模数齿轮弯曲应力的影响比接触应力更为显著.

关键词:齿轮;有限元法;小模数;中心距误差;齿轮强度
中图分类号:TH112 **文献标志码**:A

Influence of Center Distance Error on Contact and Bending Strength of Small Module Gear

HU Bo[1], SHEN Peng[1], LIU Huihua[2], YIN Lairong[1†], WANG Hongbing[1], ZHOU Changjiang[3]
(1. College of Automotive and Mechanical Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China;
2. Hunan Desheng Intelligent Technology Co., Ltd., Loudi 417126, China;
3. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: To investigate the influence of center distance error on tooth strength of small modulus gear and the applicability of GB/T 3480—2021 to the strength design of small modulus gear with center distance error, the calculation formulas of the contact coefficient, tooth profile coefficient, and stress correction coefficient are deduced by introducing center distance error. Then, the finite element model of small modulus gear with center distance error is established, and the verifying method to determine the mesh density is proposed. The contact stress and bending stress under different center distance errors obtained by the two methods are compared, and the results show that

* **收稿日期**:2023-08-28
基金项目:国家自然科学基金资助项目(52375038, 52005051), National Natural Science Foundation of China(52375038,52005051); 湖南省自然科学基金资助项目(2021JJ40580, 2023JJ5077), Natural Science Foundation of Hunan Province (2021JJ40580 2023JJ5077);湖南省教育厅优秀青年项目(22B0348), Excellent Youth Program of Hunan Education Department (22B0348)
作者简介:胡波(1989—),男,湖南汨罗人,长沙理工大学副教授,博士
† 通信联系人,E-mail: yinlairong@hotmail.com

when the width of the element in the tooth profile contact area does not exceed 1/3 of the Hertz contact half-width, this contact model has a good calculation accuracy. The use of GB/T 3480—2021 to check the strength of small modulus gear with center distance error will produce a redundant design; when the center distance error reaches 1.33%, the maximum change of the contact stress amplitude is 4.23%, and the maximum change of the bending stress amplitude is more than 16.25%. The influence of center distance error on the bending stress of small modulus gear is more significant than the contact stress.

Key words: gear; finite element method; small module; center distance error; gear strength

随着智能时代的到来，小模数齿轮传动已成为5G通信、无人机、智能家居与服务机器人等战略新型产业的核心零部件. 由于小模数齿轮副的中心距与齿高非常小，其接触性能对中心距误差非常敏感. 小模数齿轮传动系统的零部件体积被极大压缩[1]，中间级齿轮常被设计在固定轴上高速旋转，导致齿轮中心孔与轴之间存在间隙，引起小模数齿轮副较大的中心距变化. 这种与常规模数齿轮传动不同的设计，可能影响齿轮强度的计算. 然而，现行的齿轮强度计算标准中，并未考虑这些特殊因素. 因此，有必要研究小模数齿轮中心距误差对轮齿强度的影响，以及GB/T 3480—2021对含中心距误差小模数齿轮强度设计的适用性.

当前，已有很多学者使用有限元法对齿轮弯曲及接触强度开展了研究. 曾昊晗等[2]基于有限元分析，通过优化滚刀齿顶轮廓，提升了加工的直齿圆柱齿轮弯曲强度. 吴立言等[3]结合概率有限元法与齿轮疲劳强度理论，建立了齿根弯曲疲劳强度可靠度数值计算模型. Miyachika等[4]利用有限元法获得了齿轮材料疲劳极限图谱，提出了一种新的薄缘直齿轮弯曲强度估算方法. Li[5]利用开发的有限元软件，研究了离心载荷对高速直齿轮弯曲强度的影响. Jing等[6]基于有限元法研究了大模数齿轮弯曲强度的计算方法，提出了在不同载荷下沿齿宽方向的非均匀系数. Thirumurugan等[7]研究了考虑相邻齿上载荷预测直齿轮弯曲应力的方法，发现考虑邻齿载荷时，最大弯曲应力水平将增加. Maper等[8]利用ANSYS对修形直齿轮的应力进行了分析，推导了弯曲应力计算公式，并引入4个公式估算了齿顶修形直齿轮的接触应力和弯曲应力. Cao等[9]基于有限元法，提出了一种正交斜齿接触压力和载荷分布的数值计算方法. 朱孝录[10]通过试验方法研究了齿轮内在品质对弯曲强度的影响，并通过试验证明齿面脱碳层深度对齿根弯曲应力具有很大影响.

Shi等[11]提出了一种分析轮齿表面接触强度可靠性的方法，并考虑了几种齿形误差，结合实验设计法和有限元法对轮齿表面接触应力取样，并利用威布尔分布进行了拟合分析. Zimmer等[12]通过改进粗糙疲劳寿命预测模型，提出了一种用于计算齿面承载能力的新数值方法. 滕文爽等[13]比较评估了我国航空工业标准(HB)与国际标准化组织标准(ISO)计算齿面接触疲劳承载能力的差异，提出ISO标准比HB标准考虑的影响因素更多、范围更广. 周长江等[14]对比了ISO与AGMA标准计算接触与弯曲强度，发现两种标准计算的接触与弯曲强度存在较大差异.

上述诸多学者利用有限元法或齿轮强度计算标准研究了不同因素对齿轮强度的影响，也对比了各类强度标准计算的差异，为齿轮强度设计提供了丰富的理论指导. 然而，鲜有文献针对小模数齿轮中心距误差对轮齿强度的影响，以及标准GB/T 3480—2021对含中心距误差小模数齿轮强度设计的适用性进行研究. 为此，本文对标准GB/T 3480—2021中与齿轮中心距误差相关的系数进行理论推导，并结合有限元接触分析，对比研究中心距误差对小模数齿轮接触与弯曲强度的影响，评估标准GB/T 3480—2021对含中心距误差小模数齿轮强度设计的准确性.

1　含中心距误差的小模数齿轮强度计算方法

小模数齿轮传动的中心距与全齿高都非常小，其接触位置对中心距的变化非常敏感；同时，因齿根圆较小，小模数齿轮难以设计轴承支承，而是设计成绕固定轴旋转. 齿轮中心孔与固定轴形成间隙配合，进一步增大了小模数齿轮副中心距的变化量. 因此，

中心距误差对小模数齿轮接触与弯曲强度的影响值得研究.

由于中心距的变化,齿轮最大接触与弯曲应力对应的啮合位置将偏离理论的节点与单啮外界点,从而导致齿轮标准计算的接触与弯曲应力存在偏差.为了研究中心距误差对小模数齿轮强度的影响,以及齿轮标准计算含中心距误差的齿轮强度偏差大小,本文对比研究基于标准GB/T 3480—2021与有限元法的齿轮接触与弯曲应力计算结果.

1.1 基于国家标准的小模数齿轮强度计算

标准GB/T 3480.2—2021与GB/T 3480.3—2021中接触与弯曲强度的计算公式分别为[15-16]:

$$\sigma_{\mathrm{H}} = Z_{\mathrm{B}}(Z_{\mathrm{D}})Z_{\mathrm{H}}Z_{\mathrm{E}}Z_{\varepsilon}Z_{\beta}\sqrt{\frac{2T_1}{d_1^2 b}\frac{u+1}{u}K_{\mathrm{A}}K_{\mathrm{V}}K_{\mathrm{H}\beta}K_{\mathrm{H}\alpha}} \tag{1}$$

$$\sigma_{\mathrm{F}} = \frac{2T_1}{m_{\mathrm{n}}^2 z_1 b}Y_{\mathrm{F}}Y_{\mathrm{S}}Y_{\beta}Y_{\mathrm{B}}Y_{\mathrm{DT}}K_{\mathrm{A}}K_{\mathrm{V}}K_{\mathrm{F}\beta}K_{\mathrm{F}\alpha} \tag{2}$$

式中:σ_{H}为齿轮接触应力;$Z_{\mathrm{B}}(Z_{\mathrm{D}})$为小(大)齿轮的单对齿啮合系数;$Z_{\mathrm{H}}$为节点区域系数;$Z_{\mathrm{E}}$为弹性系数;$Z_{\varepsilon}$为重合度系数;$Z_{\beta}$为螺旋角系数;$T_1$为小齿轮扭矩;$d_1$为小齿轮分度圆直径;$b$为齿宽;$u$为传动比;$K_{\mathrm{A}}$为使用系数;$K_{\mathrm{V}}$为动载系数;$K_{\mathrm{H}\beta}$为接触强度计算的螺旋线载荷分配系数;$K_{\mathrm{H}\alpha}$为接触强度计算的齿间载荷分配系数;$\sigma_{\mathrm{F}}$为齿轮弯曲应力;$m_{\mathrm{n}}$为齿轮法向模数;$Y_{\mathrm{F}}$为齿廓系数;$Y_{\mathrm{S}}$为应力修正系数;$Y_{\beta}$为螺旋角系数;$Y_{\mathrm{B}}$为轮缘厚度系数;$Y_{\mathrm{DT}}$为齿高系数;$K_{\mathrm{F}\beta}$为弯曲强度计算的螺旋线载荷分配系数;$K_{\mathrm{F}\alpha}$为弯曲强度计算的齿间载荷分配系数.其中,与齿轮副中心距变化相关的主要参数包括重合度系数Z_{ε}、齿廓系数Y_{F}与应力修正系数Y_{S}.Z_{ε}可根据中心距变化后计算的重合度,再查文献[15]中的图4确定.实际中心距下齿轮副的重合度ε_{α}与系数Z_{ε}计算式为:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_1(\tan\alpha_{a1} - \tan\alpha') + z_2(\tan\alpha_{a2} - \tan\alpha')}{2\pi} \tag{3}$$

$$Z_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{4-\varepsilon_{\alpha}}{3}} \tag{4}$$

式中:z_1和z_2为两齿轮的齿数;α_{a1}和α_{a2}为两齿轮齿顶圆压力角;α'为齿轮副的啮合角.当齿轮副的中心距存在误差,其实际中心距a'与标准中心距a不相等时,啮合角α'不再等于分度圆压力角α,可表示为:

$$\alpha' = \arccos\frac{a\cos\alpha}{a'} \tag{5}$$

式中:α为齿轮副的压力角.Y_{F}与Y_{S}是齿根弯曲强度计算的两个重要参数,其值可由解析法确定.Y_{F}以过齿廓根部左、右两过渡曲线与30°切线相切点的截面作为危险截面进行计算,外齿轮的Y_{F}计算式可表示为:

$$Y_{\mathrm{F}} = \frac{6\left(\frac{h_{\mathrm{Fe}}}{m_{\mathrm{n}}}\right)\cos\alpha_{\mathrm{Fen}}}{\left(\frac{S_{\mathrm{Fn}}}{m_{\mathrm{n}}}\right)^2\cos\alpha_{\mathrm{n}}} \tag{6}$$

式中:h_{Fe}为危险截面处的弯曲力臂;S_{Fn}为危险截面处的法向弦长;α_{Fen}为载荷作用角;α_{n}为齿轮副的法向压力角.小模数金属齿轮多采用滚齿加工,因此,外齿轮危险截面处的法向弦长S_{Fn}与单啮区外界点处弯曲力臂h_{Fe}分别为:

$$S_{\mathrm{Fn}} = m_{\mathrm{n}}z_{\mathrm{n}}\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) + \sqrt{3}\left(\frac{m_{\mathrm{n}}G}{\cos\theta} - \rho_{\mathrm{fP}}\right) \tag{7}$$

$$h_{\mathrm{Fe}} = \left(\cos\gamma_{\mathrm{e}} - \sin\gamma_{\mathrm{e}}\cdot\tan\alpha_{\mathrm{Fen}}\right)\cdot\frac{d_{\mathrm{en}}}{2} - \frac{m_{\mathrm{n}}z_{\mathrm{n}}}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) - \left(\frac{m_{\mathrm{n}}G}{2\cos\theta} - \frac{\rho_{\mathrm{fP}}}{2}\right) \tag{8}$$

式中:ρ_{fP}为圆柱齿轮基本齿条的齿根圆角半径;d_{en}为当量齿轮单对齿啮合区外界点直径;z_{n}为当量齿数;G为计算辅助值;θ为切角;γ_{e}为当量齿轮辅助角,具体计算方法可参照文献[16].

应力修正系数Y_{S}是考虑了齿根过渡圆弧处应力集中效应以及压应力、剪应力对弯曲应力的影响而引入的系数:

$$Y_{\mathrm{S}} = (1.2 + 0.13L)q_{\mathrm{s}}^{L/(1.21L+2.3)} \tag{9}$$

式中:q_{s}为缺口参数;L为计算辅助值.L和q_{s}的计算式分别如下:

$$L = \frac{S_{\mathrm{Fn}}}{h_{\mathrm{Fe}}} \tag{10}$$

$$q_{\mathrm{s}} = \frac{S_{\mathrm{Fn}}}{2\rho_{\mathrm{F}}} \tag{11}$$

ρ_{F}为危险截面处的齿根圆角半径,ρ_{F}可表示为:

$$\rho_{\mathrm{F}} = \rho_{\mathrm{fP}} + \frac{2m_{\mathrm{n}}G^2}{\cos\theta\cdot(z_{\mathrm{n}}\cos^2\theta - 2G)} \tag{12}$$

经过计算实际中心距下齿轮的重合度系数Z_{ε}、齿廓系数Y_{F}与应力修正系数Y_{S},可获得由国家标准计算的含中心距误差的齿轮接触与弯曲应力.然而,动载系数、使用系数等其他经验系数是否适用含中心距误差的齿轮强度计算需要进一步验证.为此,采取有限元仿真与之对比,验证其可行性.

1.2 基于有限元法的小模数齿轮强度计算

1.2.1 齿轮有限元接触建模

建立单个渐开线轮齿模型,为便于有限元网格局部加密,将其分割为五部分.导入ABAQUS通过阵

列建立4齿模型,再划分建立网格模型,网格划分采用结构划分方式,生成八节点线性六面体减缩积分单元(C3D8R)网格.常规模数齿轮接触分析时,常采用齿面层网格加密,轮齿内部稀疏的处理方式,以兼顾计算精度与效率.但模数较小时,受三维软件尺寸分辨率的影响,对齿根上部整体加密的方式具备更好的计算精度,如图1所示.针对网格密度,本文将渐开线齿廓段定义为P段,齿根过渡曲线段定义为Q段.

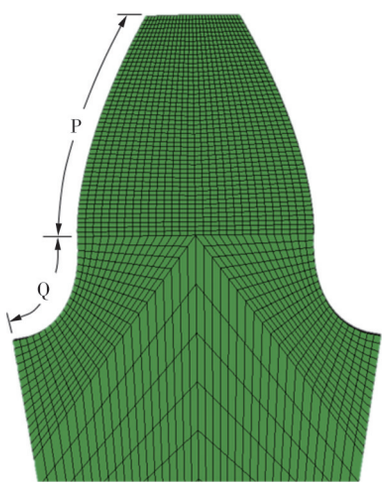


图1　有限元网格沿齿廓分布

Fig.1　Distribution of finite element mesh along tooth profile

由标准直齿轮重合度知,最多存在两对轮齿同时啮合,为节约计算时间且能够完整地经历啮入啮出状态,可选定4对轮齿进行接触分析,以中间两齿啮合的最大接触与弯曲应力值作为仿真结果进行分析.为模拟齿轮副的转动过程,采用参考点刚性耦合约束模型,通过设置齿轮孔中心参考点的坐标值,并引入不同的位移偏差来模拟中心距误差.轮齿接触作用采用面面接触,法向行为选择“硬”接触方式,并允许接触后分离;因齿面存在相对滑动,求解时选择有限滑移公式,并在切向行为选择“罚”的计算方法.小模数齿轮传动多采用脂润滑方式,摩擦因数均值大于油润滑齿轮,这里设置摩擦因数为0.08.在不同的分析步中,设置耦合参考点的转角或转矩来控制齿轮运动和接触.边界条件定义后的齿轮接触有限元模型如图2所示.齿轮啮合过程属于非线性接触问题,本文采用显式求解对小模数齿轮接触进行准静态仿真.

1.2.2　网格密度验证

网格密度的选取对计算结果的精确性至关重要,网格密度越大,计算精度越高,但计算效率越低.

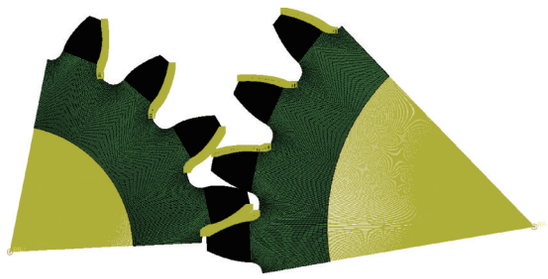


图2　齿轮接触有限元模型

Fig.2　Finite element model of gear contact

本文采取逐步增加网格密度,分别比较前后两次计算的接触和弯曲应力值,当前后两次的接触应力相对误差小于1.0%且弯曲应力相对误差小于0.1%时,认为无须进一步加密网格.为探究网格密度对轮齿应力产生的影响,选取一对标准渐开线直齿轮,齿轮副的基本参数见表1.依次增加P段和Q段的网格层数.不同网格密度的齿廓接触应力和不同网格密度的齿根弯曲应力的计算结果分别如表2和表3所示.

表1　齿轮副的基本参数

Tab.1　Basic parameter of the gear pair

参数	小齿轮	大齿轮	参数	小齿轮	大齿轮
齿数	19	26	齿顶高系数	1	1
模数/mm	0.8	0.8	顶隙系数	0.25	0.25
齿宽/mm	6	6	弹性模量/ GPa	206	206
变位系数	0	0	泊松比	0.28	0.28
摩擦因数	0.08	0.08	负载扭矩/(N·mm)	—	280

表2　不同网格密度的齿廓接触应力

Tab.2　Contact stress under different mesh density of tooth profile

P段	接触应力/MPa	相对误差/%
100层	315.1	9.04
150层	346.4	4.49
200层	362.7	2.26
250层	372.9	−0.48
300层	371.1	−0.49
350层	369.3	—

表3　不同网格密度的齿根弯曲应力

Tab.3　Bending stress under different mesh density of tooth root

Q段	弯曲应力/MPa	相对误差/%
10层	21.25	0.89
20层	21.44	0.14
30层	21.47	0.05
40层	21.48	0
50层	21.48	0
60层	21.48	—

不同网格层数下最大接触应力与最大弯曲应力曲线如图3所示,P段网格层数不同时最大接触应力位置如图4所示.由图3可知,当渐开线区域网格层数达到250层时,继续细化网格,接触应力值的变化很小;过渡曲线段网格层数达30层时,继续细化网格,弯曲应力值基本不变.根据网格细化前后两次计算值的误差,小模数齿轮副单元网格密度渐开线段为250层,齿根过渡曲线段为30层时具有较好的计算精度.最终,该有限元接触模型具有847 682个节点和744 000个单元.

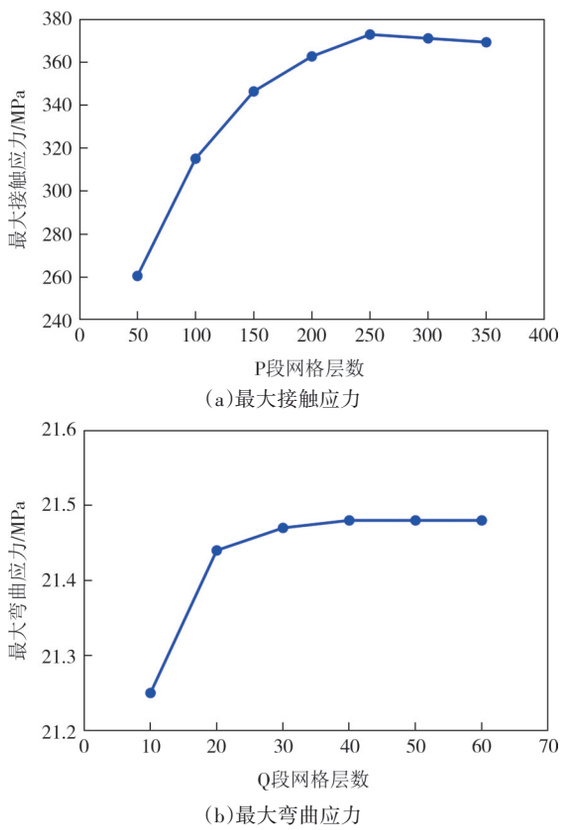


图3 不同网格层数下最大接触应力与最大弯曲应力曲线

Fig.3 Curves of the maximum contact and bending stresses under different mesh density

有限元法是以节点进行应力计算的,接触应力最大值通常为接触宽度的中心.齿面接触半宽内的网格数量直接决定有限元法计算接触应力的精度.当齿高方向网格数量无限增加时,存在一个无限接近中心线的节点,节点应力越接近理想值.当单元的宽度尺寸较大时,难以确保沿齿高方向每个啮合点处的接触宽度中心线有接近的节点数量,而导致较大的误差.通过Hertz接触公式计算的接触半宽为

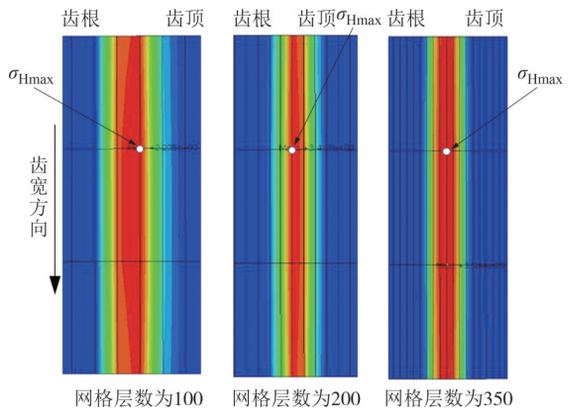


图4 P段网格层数不同时最大接触应力位置

Fig.4 The position of the maximum contact stress under different mesh density in section P

9.62×10^{-3} mm,接触应力为385.5 MPa;当P段网格层数为250层时,单元宽度尺寸为3.02×10^{-3} mm.对比多组仿真计算结果发现:在小模数齿轮接触分析中,Hertz接触半宽大于网格单元宽度尺寸的3倍时,计算精度较好,并适用于不同参数的小模数齿轮副.因此,后续不同模数的齿轮依据单元的宽度不超过Hertz接触半宽的1/3进行网格划分.

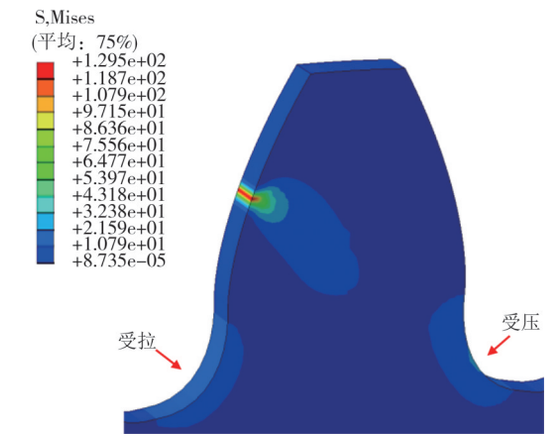
2 结果与分析

图5为齿轮的Mises等效应力与接触应力云图.Mises等效应力在接触区域以辐射状分布,当齿轮接触位置处于单啮外界点时,齿根弯曲应力达到最大值,且弯曲压应力大于弯曲拉应力.接触应力计算结果显示,齿轮的接触应力最大值出现在单啮内界点.因此,齿轮的标准与有限元计算值都以单啮外界点处的齿根弯曲压应力及单啮内界点处的接触应力进行统计分析.

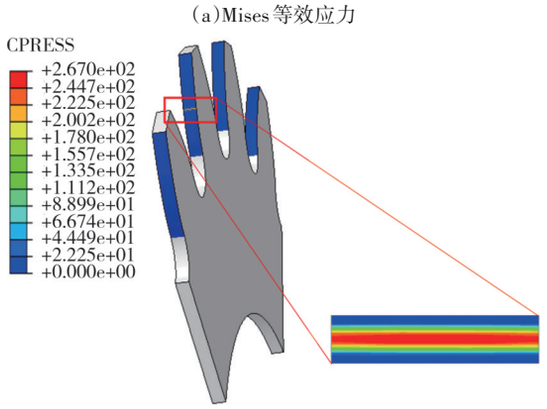
为研究不同模数下中心距误差对齿轮副强度的影响,选取模数为0.2 mm、0.5 mm和0.8 mm,对比不同模数下,中心距误差对应力的影响程度.为了使不同模数齿轮在相同齿数情况下的应力应变程度一致,负载扭矩及齿宽应根据模数的不同进行相应比例缩放,如表4所示.

2.1 中心距误差对接触强度的影响

为了研究中心距误差对齿轮接触强度的影响,以小齿轮为研究对象,将标准GB/T 3480.2—2021、GB/T 3480.3—2021的计算结果与有限元计算结果



(a)Mises 等效应力



(b)接触应力

图 5　齿轮的 Mises 等效应力与接触应力云图

Fig.5　Mises equivalent stress and contact stress nephogram of gear

表 4　不同模数时齿宽、缩放比例系数和负载扭矩

Tab.4　Tooth width, scaling factor and load torque with different modules

模数/mm	缩放比例系数	齿宽/mm	载荷缩放倍数	负载扭矩/(N·mm)
0.8	1.0	6.00	1	280.0
0.5	1.6	3.75	1.6^3	68.4
0.2	4.0	1.50	4^3	4.4

进行对比，如表 5 所示. 由于小模数齿轮孔与固定轴间隙配合的设计，往往齿轮副的实际中心距大于理论中心距，因此，本文主要研究中心距正偏差引起的接触与弯曲应力变化. 以本文模数 0.2 mm 齿轮副为例，考虑到国标 7~8 级精度小模数齿轮副的制造误差与轴孔配合间隙引起的最大中心距误差约为中心距的 1.33%，本文限定研究的中心距相对误差范围为 0%~1.33%，并将其分为 7 等份，研究不同程度误差对接触与弯曲应力的影响. 表 5 中，σ_H 是由 GB/T 3480.2—2021 标准计算的最大接触应力，σ_{HFEM} 是有限元法计算的接触应力，两者的相对误差为：

$$\delta_H = \frac{\sigma_H - \sigma_{HFEM}}{\sigma_{HFEM}} \tag{13}$$

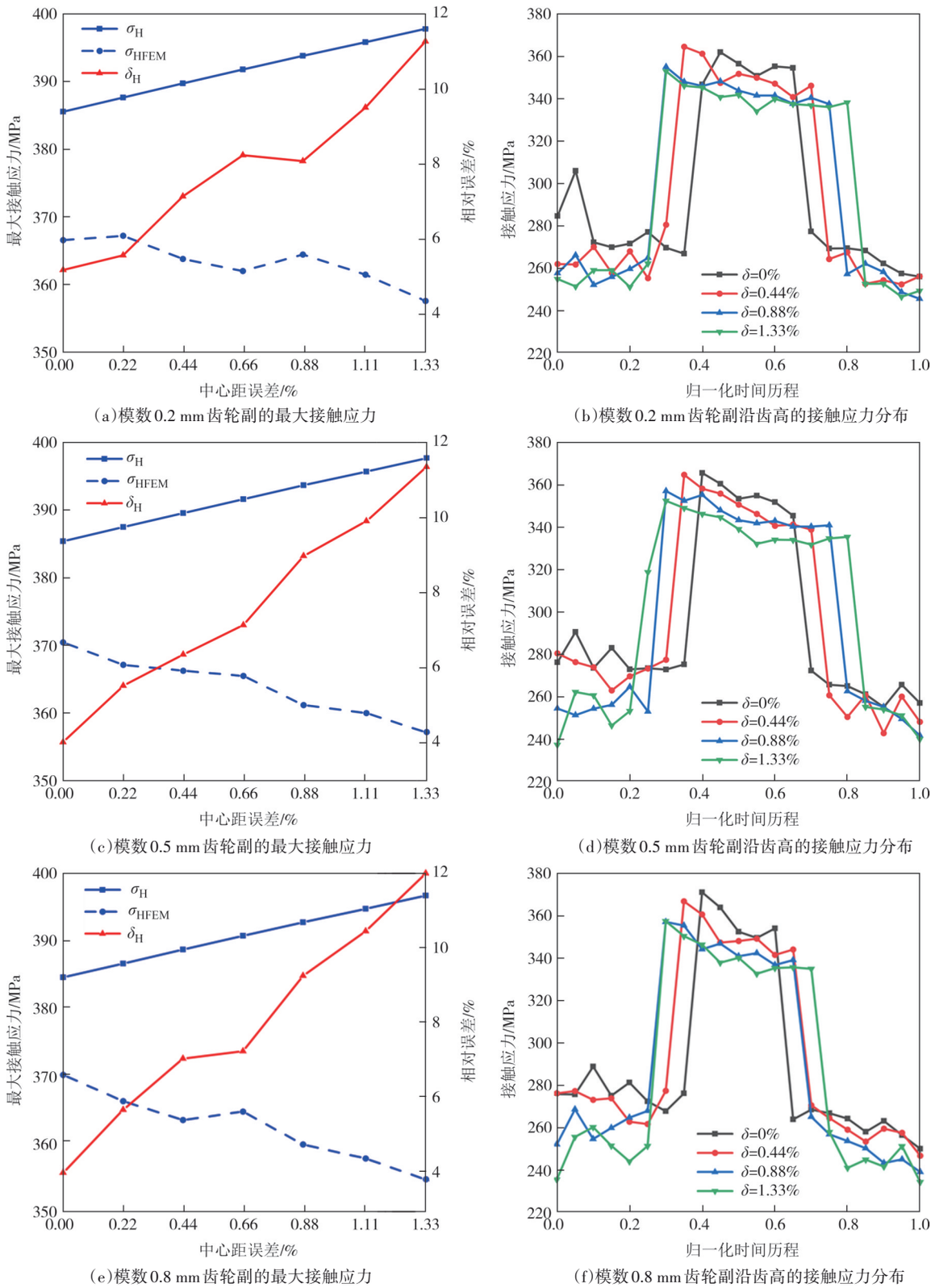
表 5　不同中心距误差下齿轮接触应力对比

Tab.5　Comparison of gear contact stress under different center distance errors

模数/mm	中心距误差 δ/%	σ_H/MPa	σ_{HFEM}/MPa	δ_H/%
0.2	0	385.55	366.55	5.18
	0.22	387.65	367.20	5.57
	0.44	389.73	363.75	7.14
	0.66	391.79	361.95	8.24
	0.88	393.83	364.40	8.08
	1.11	395.84	361.45	9.51
	1.33	397.84	357.55	11.27
0.5	0	385.37	370.45	4.03
	0.22	387.46	367.15	5.53
	0.44	389.54	366.25	6.36
	0.66	391.60	365.50	7.14
	0.88	393.64	361.20	8.98
	1.11	395.65	360.00	9.90
	1.33	397.65	357.15	11.34
0.8	0	384.41	369.85	3.94
	0.22	386.50	365.90	5.63
	0.44	388.57	363.10	7.01
	0.66	390.63	364.35	7.21
	0.88	392.66	359.45	9.24
	1.11	394.67	357.35	10.44
	1.33	396.66	354.20	11.99

图 6 为不同中心距误差下最大接触应力及沿齿高分布. 在模数相同的情况下，随着中心距误差的增大，基于标准 GB/T 3480.2—2021 计算的接触应力值几乎呈线性规律增大. 其主要原因是随着中心距的增大，齿轮副的重合度减小，重合度系数增大[见式(4)]，从而使得接触应力随中心距误差的增大而增大. 然而，随中心距误差增大，各啮合点的半径大于理论值，引起有限元计算结果逐渐减小.

当中心距误差为 1.33% 时，3 种模数下的接触应力相对于无中心距误差时分别降低 2.46%、3.59% 和 4.23%. 分析表明：中心距误差对有限元接触应力的影响很小. 但随着中心距误差的增大，2 种计算方法之间的相对误差逐渐增大，当中心距误差达到 1.33% 时，2 种计算结果的相对误差接近 12%. 因此，针对含中心距误差的小模数齿轮接触，采用有限元法进行接触强度计算更合适.



(a)模数0.2 mm齿轮副的最大接触应力 (b)模数0.2 mm齿轮副沿齿高的接触应力分布

(c)模数0.5 mm齿轮副的最大接触应力 (d)模数0.5 mm齿轮副沿齿高的接触应力分布

(e)模数0.8 mm齿轮副的最大接触应力 (f)模数0.8 mm齿轮副沿齿高的接触应力分布

图6 不同中心距误差下最大接触应力及沿齿高分布

Fig.6 Maximum contact stress and its distribution along tooth height under different distance center errors

接触应力沿齿高方向呈近似“几”字形分布,啮合位置越过单啮内界点后,齿轮进入单齿啮合区,由相邻两对轮齿承载突变为一对轮齿承载,使得单齿啮合区接触应力明显增大.中心距误差的存在并未改变这种形态,但其降低了重合度,引起单齿啮合区的占比上升;同时单啮内界点的接触应力幅值有所

下降.

2.2　中心距误差对弯曲强度的影响

不同中心距误差下齿轮弯曲应力对比如表6所示.其中σ_F是由标准GB/T 3480—2021计算的最大弯曲应力,σ_{FFEM}是有限元法计算的弯曲应力,两者的相对误差为:

$$\delta_F = \frac{\sigma_F - \sigma_{FFEM}}{\sigma_{FFEM}} \tag{14}$$

表6　不同中心距误差下齿轮弯曲应力对比

Tab.6　Gear bending stress under different center distance errors

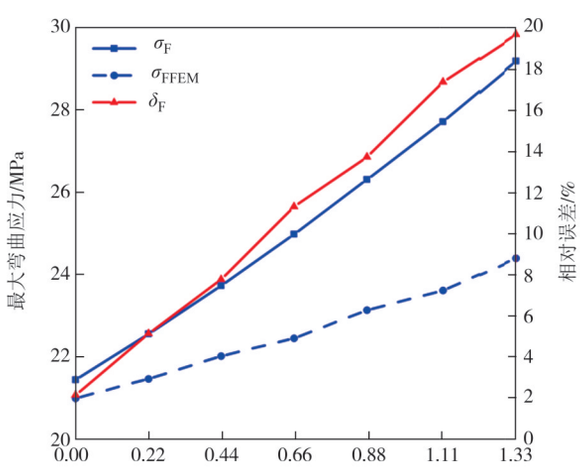
模数/mm	中心距误差δ/%	σ_F/MPa	σ_{FFEM}/MPa	δ_F/%
0.2	0	21.44	20.99	2.14
	0.22	22.56	21.46	5.13
	0.44	23.73	22.02	7.77
	0.66	24.99	22.45	11.31
	0.88	26.32	23.14	13.74
	1.11	27.73	23.62	17.40
	1.33	29.21	24.40	19.71
0.5	0	21.42	21.03	1.85
	0.22	22.54	21.56	4.55
	0.44	23.72	21.40	10.84
	0.66	24.98	22.55	10.78
	0.88	26.30	23.10	13.85
	1.11	27.71	23.68	17.02
	1.33	29.19	24.43	19.48
0.8	0	21.32	20.85	2.25
	0.22	22.42	21.36	4.96
	0.44	23.59	21.73	8.56
	0.66	24.84	22.32	11.29
	0.88	26.17	22.98	13.88
	1.11	27.56	23.44	17.58
	1.33	29.04	24.17	20.15

不同中心距误差下最大弯曲应力及沿齿高分布如图7所示.由图7可知,在模数相同的情况下,随着中心距误差的增大,实际齿廓系数与应力修正系数之积增大,使得基于标准GB/T 3480.3—2021计算的最大弯曲应力呈线性增大.基于有限元计算的最大弯曲应力也随中心距误差几乎呈线性增大.不考虑中心距误差时,基于该国家标准与有限元计算的弯曲应力值较为接近,相对误差仅为2%左右.

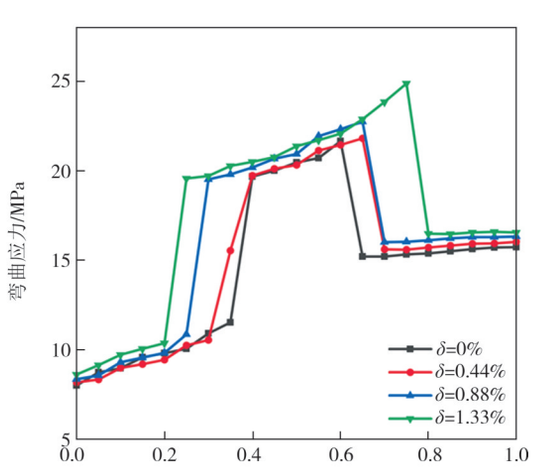
当中心距误差为1.33%时,3种模数下的弯曲应力相对于无中心距误差时分别增大了16.25%、13.92%和15.92%,结果表明中心距误差对弯曲应力的影响较大,且其对齿轮弯曲应力的影响比接触应力更为显著.随中心距误差增大,2种计算结果的相对误差迅速增大,当中心距误差达到1.33%时,2种计算结果的相对误差为20%左右.

同样,弯曲应力沿齿高方向呈“几”字形分布,单齿啮合区弯曲应力更大.单齿啮合区的占比随中心距误差的增大而上升,且最大弯曲应力也随之增大.由于近齿顶区,轮齿弯曲力臂更大,单啮外界点的应力值大于单啮内界点,且近齿顶的双啮区弯曲应力大于近齿根双啮区的应力.中心距误差增大,同时增加了最大弯曲应力及单齿啮合时间,不利于齿轮弯曲疲劳寿命.

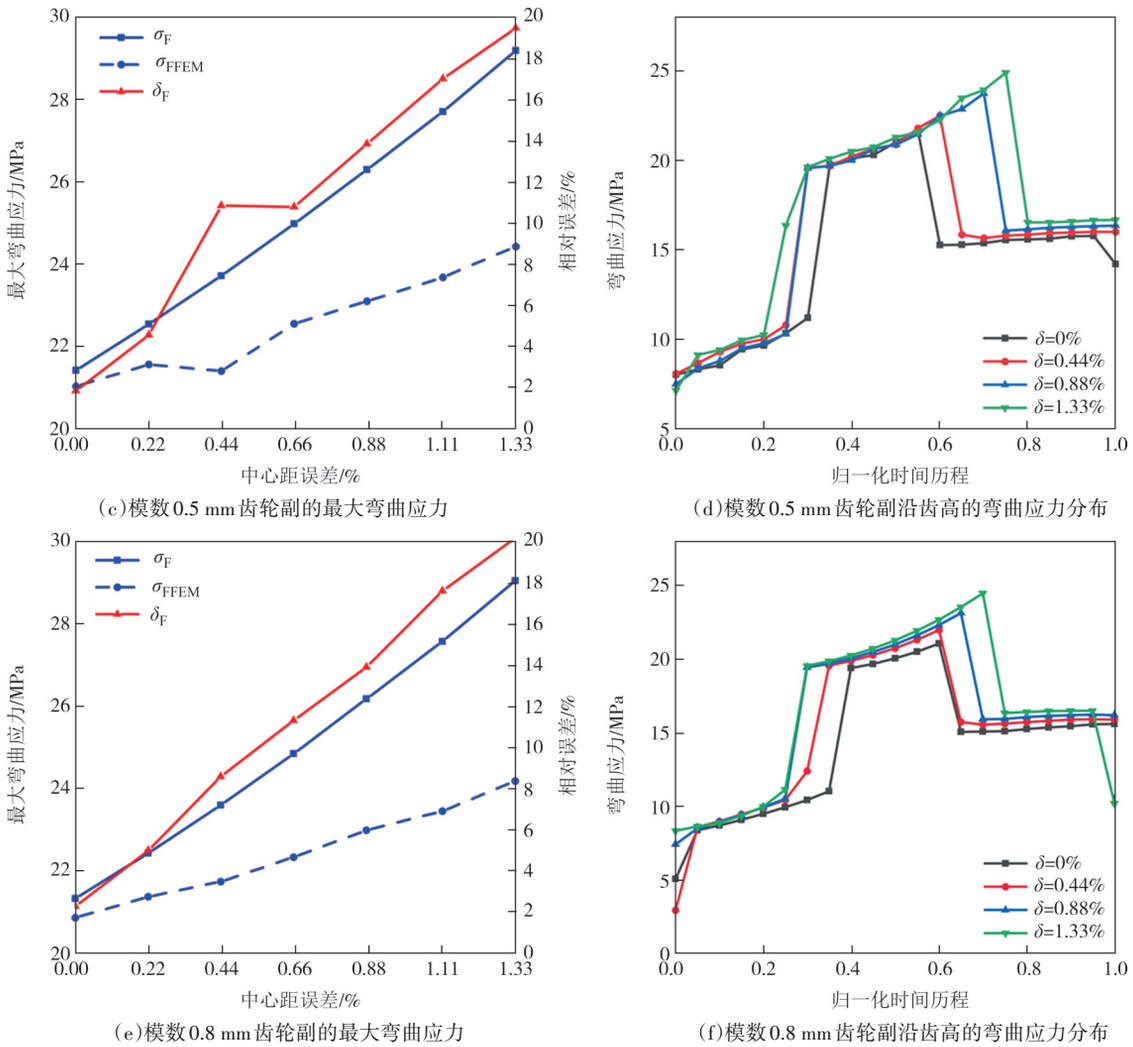
整体上,标准GB/T 3480—2021计算的接触应力与弯曲应力都大于有限元计算的结果.若采用国家标准校核含中心距误差的小模数齿轮强度,将产生较为保守的结果,且保守程度随中心距误差的增大而增大,产生冗余设计.



(a)模数0.2 mm齿轮副的最大弯曲应力



(b)模数0.2 mm齿轮副沿齿高的弯曲应力分布



(c)模数0.5 mm齿轮副的最大弯曲应力　(d)模数0.5 mm齿轮副沿齿高的弯曲应力分布

(e)模数0.8 mm齿轮副的最大弯曲应力　(f)模数0.8 mm齿轮副沿齿高的弯曲应力分布

图7　不同中心距误差下最大弯曲应力及沿齿高分布

Fig.7　Maximum bending stress and its distribution along tooth height under different distance center errors

3　结 论

为了探究小模数齿轮中心距误差对轮齿强度的影响,以及标准GB/T 3480—2021对含中心距误差小模数齿轮强度设计的适用性,本文计算了含中心距误差的重合度系数、齿廓系数与应力修正系数,并建立含中心距误差的小模数齿轮有限元接触模型.通过对比研究2种计算方法得到的不同中心距误差下齿面接触应力与齿根弯曲应力,得到的主要结论如下:

1)齿轮有限元接触建模中,可以通过Hertz接触半宽来确定单元的尺寸.接触区域齿廓有限元单元宽度不超过Hertz接触半宽的1/3时,齿轮有限元接触计算精度较高.

2)采用标准GB/T 3480—2021校核含中心距误差的小模数齿轮强度,将产生冗余设计.基于该标准计算的接触应力与弯曲应力都大于有限元计算的结果;当中心距误差达到1.33%时,计算的接触应力相对误差约为12%,而弯曲应力相对误差为20%左右.采用该标准进行强度校核,结果较为保守;可降低安全系数进行小模数齿轮强度设计.

3)中心距误差对小模数齿轮弯曲应力的影响比接触应力更为显著.当中心距误差达到1.33%时,相比无误差情况下接触应力幅值的最大变化为4.23%,而弯曲应力幅值的最大变化达到了16.25%.

参考文献

[1]　石照耀,张万年,林家春.小模数齿轮测量:现状与趋势[J].北京工业大学学报,2008,34(2):113-119.
SHI Z Y, ZHANG W N, LIN J C. Present status and trends of measurement technology of fine-pitch gears [J]. Journal of

Beijing University of Technology, 2008, 34(2): 113-119. (in Chinese)

[2] 曾昊晗,孙会明,王陶,等. 变半径齿根圆角锥齿轮几何建模与疲劳强度仿真分析[J]. 机械传动,2022,46(8):61-66.
ZENG H H, SUN H M, WANG T, et al. Geometric modeling and fatigue strength simulation of bevel gears with variable radius tooth root [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2022, 46(8): 61-66.(in Chinese)

[3] 吴立言, 刘更, 王步瀛. 齿轮可靠度计算的概率有限元法(第Ⅰ部分: 基于齿根弯曲疲劳强度的计算)[J].机械传动, 1992, 16(2): 1-4.
WU L Y, LIU G, WANG B Y. Probabilistic finite element method for gear reliability calculation-part Ⅰ: calculation of fatigue strength based on tooth root bending [J]. Journal of Mechanical Transmission, 1992, 16(2): 1-4. (in Chinese)

[4] MIYACHIKA K, ODA S, KOIDE T, et al. Bending strength estimation of thin-rimmed spur gears [J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C, 1995, 61(582): 386-391.

[5] LI S T. Centrifugal load and its effects on bending strength and contact strength of a high speed thin-walled spur gear with offset web [J]. Mechanism and Machine Theory, 2008, 43(2): 217-239.

[6] JING W, GUAN Z, DATONG Q. Experimental investigation of bending strength for large modulus involute gears [C]// Proceedings of the International Conference on Power Transmissions, October 27, 2017. Chongqing: Taylor & Francis Group, 2017.

[7] THIRUMURUGAN R, DEEPAK C C C, KARTHIEEBAN K. Effect of adjacent teeth load on bending strength of high contact ratio asymmetrical spur gear drive [J]. International Journal of Vehicle Structures Systems, 2017, 9(1): 32-35.

[8] MAPER A, KARUPPANAN S, PATIL S S. Analysis and formulation of spur gear stresses with different tip modifications[J]. Journal of Central South University, 2019, 26(9):2368-2378.

[9] CAO B, ALESSANDRO F, LI G L, et al. A computerized method of contact pressure and load distribution for crossed beveloid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 175: 104943.

[10] 朱孝录. 齿轮内在品质对齿轮强度和寿命的影响[J]. 机械传动, 2021, 45(9): 112-118.
ZHU X L. Influence of internal quality of gear on strength and life of gear [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(9): 112-118.(in Chinese)

[11] SHI Y Y, SUN Z L, LI G Q, et al. The method of analyzing the reliability of tooth surface contact strength based on finite element method and weibull distribution [J]. Applied Mechanics and Materials, 2009, 16/17/18/19: 363-367.

[12] ZIMMER M, BARTEL D. Efficient running-in of gears and improved prediction of the tooth flank load carrying capacity [J]. Industrial Lubrication and Tribology, 2019, 71(3): 366-373.

[13] 滕文爽,郭梅,宋振海. HB与ISO锥齿轮齿面接触疲劳强度计算标准比较[J]. 机械传动,2021,45(4):156-159.
TENG W S, GUO M, SONG Z H. Comparison between HB and ISO standard for calculating bevel gear tooth surface contact fatigue strength[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2021, 45(4): 156-159.(in Chinese)

[14] 周长江, 龙继国, 王昊辰, 等. 弧齿锥齿轮接触与弯曲强度ISO与AGMA标准比较及有限元验证[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2018, 45(4): 1-9.
ZHOU C J, LONG J G, WANG H C, et al. Comparative analysis of contact and bending strength using ISO and AGMA standards in spiral bevel gears with numerical verification [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(4): 1-9. (in Chinese)

[15] 直齿轮和斜齿轮承载能力计算 第2部分:齿面接触强度(点蚀)计算: GB/T 3480.2—2021[S]. 北京: 中国标准出版社, 2021.
Calculation of load capacity of spur and helical gears: part 2: calculation of surface durability (pitting): GB/T 3480.2—2021[S]. Beijing: Standards Press of China, 2021. (in Chinese)

[16] 直齿轮和斜齿轮承载能力计算 第3部分:轮齿弯曲强度计算: GB/T 3480.3—2021[S]. 北京: 中国标准出版社, 2021.
Calculation of load capacity of spur and helical gears: part 3: calculation of tooth bending strength: GB/T 3480.3—2021 [S]. Beijing: Standards Press of China, 2021.(in Chinese)