研究论文|Research Article
数理基础科学|Mathematics and Physics

引用格式:孙培耀, 张靖文, 王思哲, 等. 基于冗余感知极大团中心性的复杂网络关键节点识别 [J]. 海南大学学报(自然科学版中英文), 2026, 44(4): 458−470.

Citation: Sun Peiyao, Zhang Jingwen, Wang Sizhe, et al. Identification of key nodes in complex networks *via* redundancy-aware maximal clique centrality[J]. Natural Science of Hainan University, 2026, 44(4): 458−470.

Open Access

基于冗余感知极大团中心性的复杂网络关键节点识别

孙培耀[1,4], 张靖文[1,3], 王思哲[1,2], 王浩华[1,4] ✉

(1. 海南大学 数学与统计学院, 海南 海口 570228; 2. 天津大学 数学学院, 天津 300072; 3. 海南大学 网络安全空间学院, 海南 海口 570228; 4. 海南省工程建模与统计计算重点实验室, 海南 海口 570228)

摘　要: 针对复杂网络多源传播中现有方法易导致影响力重叠的问题, 本文提出了基于冗余感知极大团中心性的复杂网络关键节点识别方法。该方法以极大团为基础计算单元, 精准量化节点在跨越低约束极大团时的高阶桥接价值; 引入 Katz 中心性作为全局惩罚项, 以寻找拓扑分布离散且互补的次核心枢纽, 实现动力学去冗余。参数分析实验揭示了去冗余强度与网络结构的内在关联。6 个真实世界网络上的易感−感染−恢复动力学仿真实验表明, 该方法有效克服了局部传播内耗, 在不同干预比例下均实现了最优的标准化稳态感染规模。单调性指数与平均最短路径长度分析结果证实, 该方法具备极高的节点排序分辨率和空间离散度。

关键词: 冗余感知; 极大团; 复杂网络; 关键节点识别

中图分类号: G232　　**文献标志码:** A　　**文章编号:** 1004-1729(2026)04-0458-13

DOI: 10.65658/j.hndk.2026031901　　CSTR: 32403.14.hndk.2026031901

Identification of key nodes in complex networks *via* redundancy-aware maximal clique centrality

Sun Peiyao[1,4], Zhang Jingwen[1,3], Wang Sizhe[1,2], Wang Haohua[1,4] ✉

(1. School of Mathematics and Statistics, Hainan University, Haikou 570228, China; 2. The School of Mathematics, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 3. School of Information and Cyberspace Security, Hainan University, Haikou 570228, China; 4. Hainan Key Laboratory for Engineering Modeling and Statistical Calculation, Haikou 570228, China)

Abstract: To address the issue of influence overlap commonly caused by existing methods in multi-source spreading on complex networks, this paper proposes a redundancy-aware maximal clique centrality method for key node identification in complex networks. Taking maximal cliques as the fundamental computational unit, the proposed method accurately quantifies the higher-order bridging value of nodes as they span low-constraint maximal cliques. Furthermore, Katz centrality is introduced as a global penalty term to identify topologically dispersed and complementary sub-core hubs, thereby achieving dynamical de-redundancy. Parameter analysis experiments reveal the intrinsic correlation between de-redundancy intensity and network structure. Susceptible-Infected-Recovered spreading dynamics simulations conducted on six real-world networks

Received: 2025−04−09; **Revised:** 2025−08−09; **Accepted:** 2026−05−27.

✉ **Corresponding author(s):** Wang Haohua, E-mail: huazi8112@hainanu.edu.cn.

demonstrate that this method effectively overcomes local spreading interference, achieving the optimal standardized steady-state infection scale across various intervention ratios. Numerical results, supported by analyses of the monotonicity index and average shortest path length, confirm that the proposed method exhibits exceptionally high node-ranking resolution and spatial dispersion.

Keywords: redundancy-aware; maximal clique; complex networks; key node identification

0 引 言

复杂网络[1]作为抽象和建模现实世界复杂系统相互作用的有力工具,已被广泛应用于社会学、生物学以及交通运输等多个领域[2−4]。在复杂网络分析的众多研究方向中,如何有效寻找最具影响力的关键节点始终是研究的重中之重[5]。精准定位出复杂网络中具备强传播力或结构破坏力的节点,对于控制流行性疾病的蔓延、遏制恶意谣言的级联暴发等都具有极其重要的现实意义[6−7]。

为量化节点重要性,早期学者提出了度中心性、介数中心性及 K-Shell 分解等经典二元拓扑方法[8−10]。近年来,为提升多源传播场景下的识别精度与覆盖广度,研究者们提出了大量新型方法。例如,为缓解传播源的局部聚拢,VoteRank 及其改进方法引入了迭代投票与邻居能力衰减机制,在选择初始感染节点时主动拉开节点间距,以提高信息传播覆盖的多样性[11]。沿着这一思路,出现了众多改进策略,如:VoteRank++引入局部节点状态信息以优化投票策略;EnRenew 则基于信息熵更新机制动态调整节点影响力,从而精准识别关键节点[12−13]。在复杂拓扑特征提取方面,基于引力模型的复合中心性方法,以及利用深度强化学习的关键节点识别方法,在近期的研究中展现出优异的排序性能[14−15]。

但是现有前沿方法仍面临 2 个局限。首先是高阶拓扑视角的缺失,多数现有方法仍局限于节点间二元连边的低阶假设。文献 [16] 表明,现实中的群体互动往往以单纯形或极大团等高阶形式发生。其次,在常见的多源传播场景中,现有方法容易引发严重的影响力重叠,即“富人俱乐部”现象[17]。此外,在实际传播阻断或营销策略中,干预资源通常受限,需要寻找一组头部节点作为初始传播源。现有方法普遍遵循“节点越核心越重要”的贪心原则,倾向于选取深陷网络核心层的密集节点。但在动力学演化中,这些高度聚集的核心节点由于彼此间存在大量极短的路径,其各自的影响力范围会发生严重重叠,产生核心冗余,边际传播效益急剧递减,严重限制了全局多源影响力的最大化[18]。

基于上述问题,本文提出了一种全新的节点影响力评估方法——冗余感知极大团中心性(redundancy-aware maximal clique centrality, RMCC)。RMCC 将高阶拓扑分析与动力学去冗余机制进行深度融合,以极大团为基础计算单元,精准量化节点在跨越低约束极大团时的高阶桥接价值,并引入 Katz 中心性作为惩罚项,旨在寻找拓扑分布离散且互补的次核心枢纽[19]。通过 6 个真实世界网络上的多维度对比实验,充分验证了 RMCC 在克服多源传播影响力重叠瓶颈、提升多源传播能力以及增强排序分辨率方面的优秀表现。

1 相关工作

目前已有的关键节点识别方法往往侧重于刻画不同的网络特征,按其侧重维度的差异,可大致划分为 4 类:基于局部连通性、基于全局路径、基于网络核心度以及多源传播中基于去冗余与节点分散策略的方法。

1.1 度中心性(degree centrality, DC) 度中心性作为最基础的中心性方法[8],逻辑清晰且运算高效。该方法基于节点拥有的直接邻居个数越多,则该节点影响力越大的逻辑,针对任意无向图中目标节点,其相应的度中心性:

$$DC(v_i) = k_i \tag{1}$$

其中,k_i代表节点v_i的邻居数量,即与之存在直接连边关系的节点总和。

1.2 介数中心性(betweenness centrality, BC) 介数中心性关注于整个网络的最短路径,旨在寻找网络承担桥梁作用的节点。其具体定义为通过目标节点的最短路径条数,与网络整体最短路径条数的比值[9]:

$$BC(v_i)=\sum_{s\neq v_i\neq t}\frac{\sigma_{st}(v_i)}{\sigma_{st}} \tag{2}$$

其中,σ_{st}代表任意2个节点s与t间的最短路径总和,$\sigma_s t(v_i)$是包含目标节点v_i的最短路径数。

1.3 接近中心性(closeness centrality, CC) 接近中心性依据平均距离越短则越处于中心的原则,评估节点到达其他节点的接近程度[20]。节点v_i的接近中心性计算:

$$CC(v_i)=\frac{N-1}{\sum_{j\neq i}d(v_i,v_j)} \tag{3}$$

其中,N对应网络中的节点总和,$\sum_{j\neq i}d(v_i,v_j)$代表目标节点v_i到网络中其余节点v_j的最短路径长度之和。

1.4 K-Shell分解(K-Shell) K-Shell分解方法的核心思想在于越靠近拓扑中心越关键[10]。该方法通过迭代地剔除网络中当前连边数小于等于k的边缘节点,从而实现对整个网络的圈层划分,经过筛选后保留下来的k_s节点群构成了网络的最核心层。

1.5 Katz中心性(Katz centrality) Katz中心性通过累加网络中所有可能长度的路径,并按照路径长度施加指数衰减因子,从而综合评估节点价值[19]。其矩阵计算公式严格定义为

$$\psi_K=\omega(\mathbf{I}-\theta\boldsymbol{A})^{-1}1 \tag{4}$$

其中,$\mathbf{I}$为单位矩阵,1为全1向量,$\boldsymbol{A}$为网络的邻接矩阵,ω为基础结构权重常数。为了保证矩阵收敛,路径衰减因子θ需要严格小于邻接矩阵最大特征值$\lambda_{\max}$的倒数。

1.6 EnRenew EnRenew构建了基于信息熵动态更新的识别框架[13]。节点v_i的初始传播能力由邻居度分布的信息熵衡量:

$$E(v_i)=-\sum_{v_j\in\Gamma(v_i)}p_{ij}\ln(p_{ij}) \tag{5}$$

其中,p_{ij}为邻居v_j的度占节点v_i所有邻居度数之和的比例。每轮选出$E(v_i)$最大的节点后,动态扣除该节点对局部可达节点的影响力并重算全局信息熵,从而动态规避影响力重叠。

1.7 VoteRank VoteRank通过迭代投票与邻居能力衰减机制分散传播源[11]。初始时所有节点投票能力$VA=1$,节点v_i的得分为邻居投票能力之和:

$$VS(v_i)=\sum_{v_j\in\Gamma(v_i)}VA(v_j) \tag{6}$$

每轮选出得分最高的节点作为初始感染节点且VA置零,并按衰减因子$f=1/\langle k\rangle$削弱其所有邻居的投票能力以此强制拉开节点拓扑间距,其中$\langle k\rangle$为平均度。

2 方法论

RMCC影响力评估方法,旨在克服上述7种常用关键节点评估方法(DC、BC、CC、K-Shell、Katz、EnRenew和VoteRank)在多源传播场景中易产生的"影响力重叠"问题。RMCC的计算框架分为3个递进阶段:提取高阶桥接拓扑、刻画局部与全局特征以及重构冗余惩罚。

2.1 高阶桥接能力评估 在真实的复杂网络$G=(V,E)$中,紧密相连的局部群体常常会引发传播内耗。为了捕捉这种高阶群体拓扑特征,采用极大团作为基础分析单元。首先通过遍历网络,识别出所有极大团的集合$M=\{C_1,C_2,\cdots,C_m\}$。

为了量化特定结构内部的信息封闭程度,定义了团约束性:

$$S(C)=\frac{1}{|C|}\sum_{v\in C}\frac{|\Gamma(v)\cap C|}{|\Gamma(v)|} \tag{7}$$

其中，$\Gamma(v)$表示节点v的邻居节点集合，$|C|$为极大团C中包含的节点总数。式(7)计算了团内节点被束缚在团内部的平均连边比例。

基于此，进一步计算节点的高阶桥接价值$\psi_H(v_i)$：

$$\psi_H(v_i)=\sum_{C\in M,v_i\in C}(1-S(C)) \tag{8}$$

$\psi_H(v_i)$值较高的节点意味着其同时参与了多个低约束的极大团，具有全局意义的结构桥接优势。此外，式(8)的累加求和机制能有效过滤网络拓扑异质性带来的局部干扰。若某边缘节点仅依附于单一低约束极大团，其因缺乏跨团的拓扑参与度，最终累加的高阶桥接价值依然受限。

2.2 多尺度特征度量 除了高阶拓扑位置，节点的基础传播能力同样决定了其动力学表现。在微观与宏观 2 个尺度上提取了关键特征：

在微观尺度上，节点的度k_i量化了其基础的局部信息吞吐量，这是驱动网络传播过程的初始动力。

在宏观尺度上，引入 Katz 中心性$\psi_K(v_i)$来衡量节点的全局绝对核心地位[19]。极高的 Katz 值通常意味着节点深陷于网络的密集核心。在多源传播场景下，若将深陷于网络的密集核心节点选作初始感染源，导致传播范围高度重叠。因此，RMCC 将 Katz 中心性作为评估冗余风险的代理指标。

2.3 指标构建 为了最大化传播广度的同时主动打破“富人俱乐部”陷阱，将上述高阶与多尺度特征进行非线性融合。首先对多尺度特征作归一化处理以消除量纲差异，归一化后的特征分别记为$N(\psi_H(v_i))$、$N(k_i)$和$N(\psi_K(v_i))$，然后构建最终的 RMCC 综合评估得分：

$$\phi_{\mathrm{RMCC}}(v_i)=N(\psi_H(v_i))\times N(k_i)-\alpha\cdot N(\psi_K(v_i)) \tag{9}$$

其中，$\alpha\geqslant 0$为冗余惩罚调节系数，用于控制不同网络的惩罚力度。

式(9)的构建逻辑，实质上是将集体优化中的动态边际收益转化为静态的启发式近似。在影响力最大化问题中，准确评估节点的边际传播收益依赖于高耗时的迭代模拟。针对高耗时的局限，RMCC 通过静态拓扑特征进行启发式评估，将预期边际收益近似拆解为独立传播上限与预期传播重叠之差。具体而言，式(9)的$N(\psi_H(v_i))$与$N(k_i)$分别代表节点v_i的高阶桥接优势和局部传播能力，$N(\psi_H(v_i))\times N(k_i)$刻画节点$v_i$的独立传播上限。值得注意的是，采用$N(\psi_H(v_i))\times N(k_i)$这一融合机制有效规避了极端拓扑异质性可能引发的 RMCC 失效风险：若出现节点自身连边极少，却恰好在多个低约束极大团中导致$\psi_H(v_i)$评估偏高，其极低的归一化局部度$N(k_i)$会在乘法融合中显著抑制失效风险，减去全局核心度$N(\psi_K(v_i))$实质上是提前扣除了因深陷网络核心层而带来的边际递减。综上所述，RMCC 通过高阶特征与冗余惩罚在网络中寻找一组分散且互补的关键节点集从而达到影响力最大化。RMCC 具体流程见方法 1。

方法 1：冗余感知的极大团中心性 （RMCC）

输入：无向图$G=(V,E)$，惩罚参数$\alpha\geqslant 0$

输出：所有节点$v_i\in V$的RMCC分数$\phi_{RMCC}(v_i)$

1. 检测G中的所有极大团，令$M=\{C_1,C_2,\cdots,C_m\}$为这些团的集合。

2. 对于集合M中的每个团C执行：

3. $S(C)\leftarrow\frac{1}{|C|}\sum_{v\in C}\frac{|\Gamma(v)\cap C|}{|\Gamma(v)|}$

4. 结束循环

5. 对于每个节点$v_i\in V$执行：

6. $\psi_H(v_i)\leftarrow\sum_{C\in M,v_i\in C}(1-S(C))$

7. $k_i\leftarrow\deg(v_i)$

8. 结束循环

9. 计算所有节点的Katz中心性ψ_K，计算公式为：$\psi_K=\omega(\mathbf{I}-\theta\boldsymbol{A})^{-1}1$

10. 使用最小–最大归一化，记作$\mathcal{N}(\cdot)$，将ψ_H、k_i和ψ_K的值放缩至$[0,1]$之间。

11. 对于每个节点$v_i \in V$执行：

12. $\phi_{\mathrm{RMCC}}(v_i) \leftarrow N(\psi_H(v_i)) \times N(k_i) - \alpha \cdot N(\psi_K(v_i))$

13. 结束循环

14. 返回结果集合 $\{\phi_{\mathrm{RMCC}}(v_i)\}_{v_i \in V}$

2.4 计算复杂度 RMCC的计算复杂度主要包含极大团挖掘与全局核心度求解。虽然经典Bron-Kerbosch极大团识别算法在极端情况下复杂度为$O(3^{N/3})$，但在稀疏的复杂网络中，其简并数d远远小于网络规模N。因此，在实际场景下，RMCC的计算复杂度可减少为$O(d \cdot N \cdot 3^{d/3})$。虽然计算复杂度仍保留指数项，但相比未经优化的Bron-Kerbosch极大团识别算法，避免了数千倍的冗余计算开销，在实际场景中更具备可行性[21]。Katz中心性需要矩阵求逆的过程，计算复杂度上限约为$O(N^3)$，但可通过稀疏矩阵迭代技术有效降至$O(M)$。RMCC特征的最终融合步骤耗时仅为线性$O(N)$。因此，RMCC在处理稀疏的中等规模复杂网络中，具备良好的计算效率与可扩展性。

3 实验分析

为了验证所提方法RMCC在识别关键节点的有效性，在真实世界网络上进行评估实验。将RMCC与前文7种关键节点识别方法进行对比，并通过多维度的评估指标来验证RMCC的有效性。

3.1 数据集 选取了6个来自不同领域的真实世界网络。这些网络涵盖了动物接触、文本共现、人际通信以及大规模在线社交等多种现实场景，具体背景说明如下：

Dolphins(海豚社交网络)：记录了常年活动在新西兰Doubtful Sound海域的62只宽吻海豚群体之间密集接触的动物社交网络[22]。

Lesmis(悲惨世界人物关系网)：来自维克多·雨果的经典小说《悲惨世界》。网络中的节点代表小说角色，若2名角色曾于同一剧情或段落内同时出现，即在代表角色的相应节点间建立连边[23]。

Adjnoun(词汇相邻网络)：源自《大卫·科波菲尔》，展示了英语行文中高频名词与形容词间存在的修饰搭配关系[24]。

Email(电子邮件网络)：来源于西班牙罗维拉-威尔吉利大学(URV)，真实记录了该校内部教职员工及研究人员之间的电子邮件往来交互[25]。

Hamster(仓鼠爱好者社交网)：提取自在线社交网站hamsterster.com，反映了拥有共同兴趣的用户之间建立的好友链接或社群关系[26]。

Lastfm_asia(亚洲用户社交网)：来自音乐流媒体应用Last.fm的数据，汇总了亚洲区活跃用户节点间的互粉行为与社交图谱[27]。

6个真实世界网络的拓扑特征统计如表1所示。表1中$|V|$与$|E|$分别代表网络的总节点数和连边数，$\langle k\rangle$与$\langle d\rangle$则分别对应网络的平均度与平均联通路径距离，β_{th}为基于网络结构计算得到的理论传播暴发临界值。

3.2 SIR模型 为了客观评估节点的实际影响力，将SIR模型[28]作为基准传播模型。

在该模型下，网络中的节点被划分为3种状态之一：易感状态S(Susceptible)、感染状态I(Infected)或恢复状态R(Recovered)。在$t=0$的演化起点，依据前文7种关键节点识别方法以及RMCC对节点进行排序，并各自选取排名前k的节点作为初始感染节点，网络中所有剩余节点统一初始化为易感状态。在随后的每个离散时间步中，传播严格遵循以下规则演化：

感染机制：处于感染状态I的节点会以概率β将状态为S的邻居节点感染。

恢复机制：处于感染状态I的节点会以概率γ转变为恢复状态R，且此后不再被传染。

表 1　6 个真实世界网络的拓扑特征统计

网络	$\|V\|$	$\|E\|$	$\langle k\rangle$	$\langle d\rangle$	β_{th}
Dolphins	62	159	5.129 0	3.357 0	0.172 3
Lesmis	77	254	6.597 4	2.641 1	0.090 5
Adjnoun	112	425	7.589 3	2.535 6	0.078 3
Email	1 133	5 451	9.622 2	3.606 0	0.056 5
Hamster	2 000	16 097	16.097 0	3.589 0	0.023 4
Lastfm_asia	7 624	27 806	7.294 3	5.232 2	0.040 9

终止条件: 一旦网络中所有处于感染状态 I 的节点都消失时, 则整个传播过程趋于稳态并终止。

为了确保传播能够暴发, 必须合理地设定感染率β。结合网络结构的异质性分布, 计算理论传播阈值β_{th}[29]:

$$\beta_{th}=\frac{\langle k\rangle}{\langle k^2\rangle-\langle k\rangle} \tag{10}$$

其中, $\langle k\rangle$和$\langle k^2\rangle$分别代表该网络的一阶与二阶平均度数值。在实验中, 设置恢复率$\gamma=0.5$, 并将感染率设置为略高于传播阈值, 即$\beta=1.5\times\beta_{th}$。为消除随机波动带来的误差, 所有 SIR 实验均在相同参数下独立重复 1 000 次取平均值。

3.3　评估指标

3.3.1　标准化感染规模　标准化感染规模f_t用于量化初始感染节点引发的最终传播范围, 即在特定离散时间步t下, 网络中所有被感染的节点总数占网络总节点数的比重[30]。当传播持续进行, 如果网络中不再存在处于感染状态的节点, 传播过程进入平稳期。此时, 累计感染节点数不再增长, 该稳定值定义为标准化稳态感染规模f_{tc}, 其计算公式为稳态时处于恢复状态的节点总数占全网总节点数的比例:

$$f_{tc}=\frac{|R|}{|V|} \tag{11}$$

该指标数值越大, 说明选出的关键节点在真实环境下影响力越强。

3.3.2　单调性指数　排名单调性指数(monotonicity index of ranking, $M(R)$)用于量化关键节点识别方法对网络节点的排序区分度, 以评估克服节点得分并列现象的能力[31], 其计算公式:

$$M(R)=\left(1-\frac{\sum_{r\in R}n_r(n_r-1)}{N(N-1)}\right)^2 \tag{12}$$

其中, n_r表示被分配到同一排名等级r的节点数量, N为网络总节点数。$M(R)$取值介于 0 到 1 之间。$M(R)$越接近 1, 意味着同分节点越少, 分辨力越强。

3.3.3　互补累积分布函数　互补累积分布函数(complementary cumulative distribution function, CCDF)用于评估关键节点在整体排名空间中的分布特征[32]。设随机变量X为节点获得的唯一排名等级, 其计算公式:

$$CCDF(r)=P(X>r)=1-\frac{\sum_{i=1}^{r}C_i}{N} \tag{13}$$

其中, C_i为获得排名等级i的节点数量。CCDF 曲线的下降趋势越平缓且在横轴上的跨度越广, 表明关键节点识别方法生成的唯一分数越多, 其对节点重要性的刻画越精细。

3.3.4　平均最短路径长度　平均最短路径长度用于分析关键节点识别方法筛选的关键节点集合S在网络中的空间分散程度[11], 其计算公式为

$$L_s = \frac{1}{|S|(|S|-1)} \sum_{i,j \in S, i \neq j} d_{ij} \tag{14}$$

其中，d_{ij}代表从节点i至节点j之间的最短路径距离。如果节点间不连通，则将其距离设为网络直径加1。L_s数值越大，表明关键节点在空间分布上越离散，覆盖的拓扑区域越广，传播重叠现象越少。

3.4 稳态传播分析 为了评估RMCC在识别关键节点的有效性，以SIR模型作为评估节点实际影响力的标准基准。将初始感染节点比例设定为p，即选取排名前p的节点构成初始感染节点集合，从而计算传播过程至稳态时的标准化稳态感染规模f_{tc}，如图1所示。

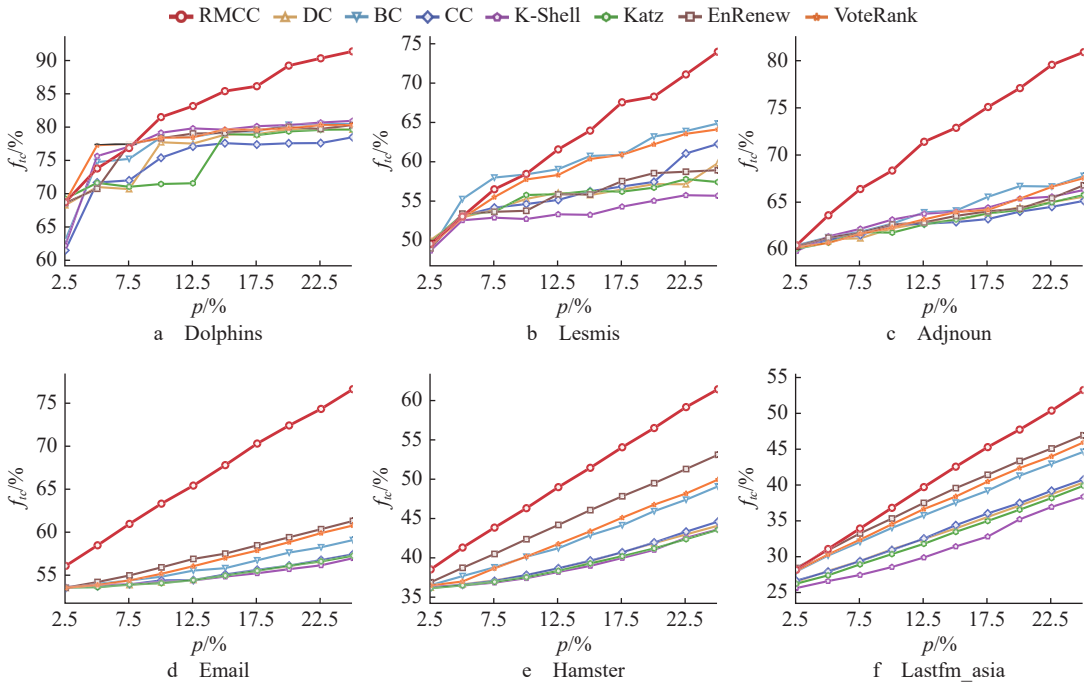


图1 $p \in [2.5\%, 25.0\%]$时各方法在6个真实世界网络中的标准化稳态感染规模f_{tc}

由图1可知，尽管所有方法的标准化感染规模均随p的增加而呈上升趋势，但RMCC均展现出明显优势。在规模较小的Dolphins和Lesmis中，当p极低(如2.5%)时，各方法表现相近。在Adjnoun、Email、Hamster和Lastfm_asia中，DC、BC、CC、K-Shell和Katz在p增大时，倾向于选取处于“富人俱乐部”的节点，导致明显的边际传播效益递减；VoteRank和EnRenew虽然一定程度缓解了节点的局部聚集，但仍低于RMCC曲线，且随p的增加，差距更大。当$p \geqslant 5\%$时，7种方法都暴露出影响力重叠的局限性，而RMCC则通过捕捉连接不同极大团的结构桥梁，优势迅速显现并保持领先，充分验证了RMCC识别关键节点的有效性。

3.5 传播演化分析 在舆情控制、病毒防控等实际应用场景中，干预成本通常受限，初始感染节点能否在短时间内引发大范围传播往往与最终覆盖规模同等重要。为此，将初始感染节点的数量严格限制为$k=15$，考察各方法在6个真实世界网络中的标准化感染规模f_t随时间步t的动态演化过程，如图2所示。

由图2可知，在时间步$t<10$的传播初期，DC、BC、CC和VoteRank表现出极快的初始传播速率，而K-Shell、Katz与EnRenew的初始传播则相对平缓，但7种方法的传播范围均迅速遭遇局部传播瓶颈，相比之下RMCC展现出了更持久的增长动能。尽管初期起势相对平缓，但RMCC能够在中后期有效打破局部传播瓶颈，迅速完成反超，并在6个真实世界网络中都达到了最高的f_t。这表明，在极度受限的干预资源下，RMCC能够有效规避早期传播的局部内耗，实现最深远的传播覆盖。

3.6 排序区分度分析 为了定量评估各方法区分节点的能力，计算各方法的排名单调性指数，如表2所示。

由表2可知，在非迭代方法中，RMCC展现出极佳的分辨能力，其$M(R)$均值高达0.998 5，显著优于

DC、BC、CC 和 K-Shell 等方法，且略高于同样具备全局特征的 Katz 中心性。EnRenew 和 VoteRank 在迭代选择过程中未出现评分并列现象，因此两者均输出了唯一排名序列，其 $M(R)$ 均达到 1.000 0。这说明 RMCC 通过融合高阶桥接特征和全局去冗余惩罚，能为网络中不同拓扑位置的节点提供高度差异化的评分，具备极高的排序分辨率。

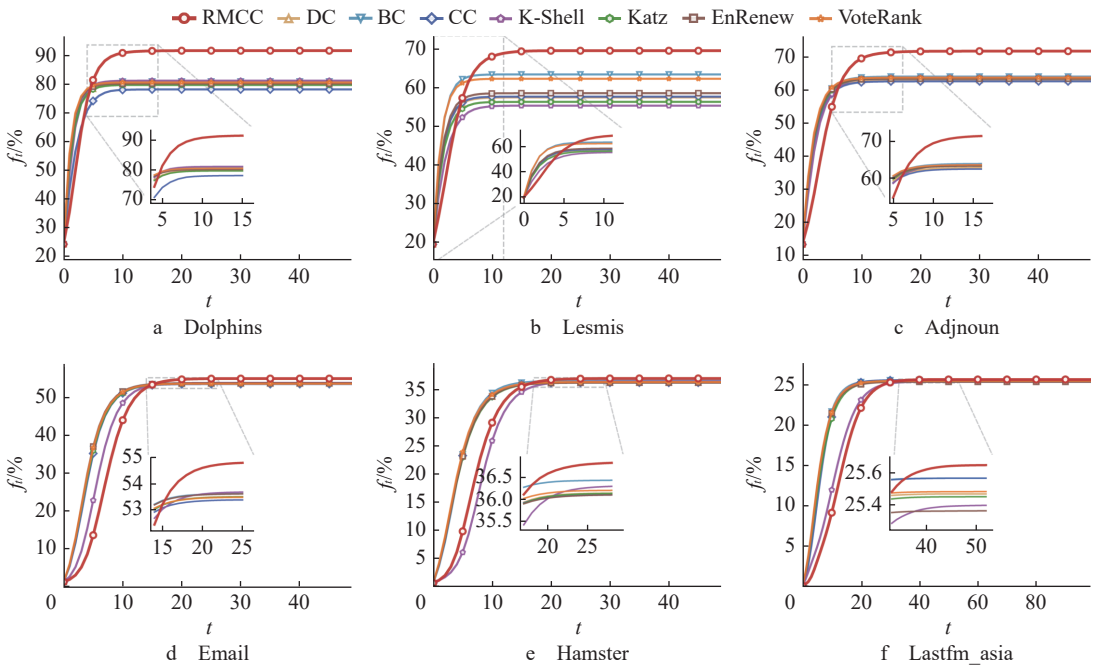


图 2　k=15 时各方法在 6 个真实世界网络中的标准化感染规模 f_t

表 2　各方法在 6 个真实世界网络中的单调性指数 $M(R)$

网络	RMCC	DC	BC	CC	K-Shell	Katz	VoteRank	EnRenew
Dolphins	0.997 9	0.831 2	0.962 3	0.973 7	0.376 9	0.831 2	1.000 0	1.000 0
Lesmis	0.993 9	0.814 7	0.476 6	0.941 4	0.744 1	0.814 7	1.000 0	1.000 0
Adjnoun	0.999 4	0.866 1	0.978 9	0.983 7	0.599 0	0.866 1	1.000 0	1.000 0
Email	1.000 0	0.887 4	0.940 0	0.998 8	0.808 8	0.887 4	1.000 0	1.000 0
Hamster	1.000 0	0.924 7	0.852 6	0.998 7	0.893 1	0.924 7	1.000 0	1.000 0
Lastfm_asia	1.000 0	0.797 8	0.834 5	0.999 7	0.734 8	0.797 8	1.000 0	1.000 0

排名单调性指数反映了宏观区分度，而 CCDF 则进一步揭示了得分并列在各排名梯队中的微观分布。CCDF 曲线的下降趋势越平缓，且延伸的最大跨度越广，表明 RMCC 生成的节点评分中唯一值的数量越多，即评分区分度越高。各方法在 6 个真实世界网络中的 CCDF，如图 3 所示。

由图 3 可知，DC、BC、CC 和 K-Shell 的 CCDF 曲线下降极陡峭，且横轴跨度极窄。说明这 4 种方法在不同排名梯队中存在大量的得分并列现象，难以对大量结构相似的节点进行有效区分。Katz、EnRenew、VoteRank 和 RMCC 的 CCDF 曲线下降最为平滑，几乎覆盖了横轴的最大跨度。进一步说明了 RMCC 能够为 6 个真实世界网络中处于不同拓扑位置的节点提供高度差异化的评分。

3.7　空间离散度分析　在真实的动力学演化中，若选取的初始感染节点彼此紧密相连，将导致严重的影响力重叠与传播资源浪费。因此，理想的初始感染节点在拓扑空间中应保持高度离散，以最大化全局覆盖面。为此，引入平均最短路径长度 L_s 来评估节点在不同 p 下的空间分布特征，结果如图 4 所示。

由图 4 可知，在所有 6 个真实世界网络中，RMCC 的曲线始终处于折线图的最上方，其 L_s 值在 $p \in [2.5\%, 25.0\%]$ 下均显著高于其他 7 种方法的 L_s 值。具体而言，DC、BC、CC、K-Shell 和 Katz 的曲线均位于折线图的底部区域，表明这 5 种方法选出的头部节点在物理拓扑上高度聚集。VoteRank 和 EnRenew

具备一定的启发式分散策略,其曲线相较于DC、BC、CC、K-Shell和Katz虽然有明显的抬升,但仍大幅落后于RMCC。因此,无论p如何变化,RMCC始终能够维持最高的空间离散性。

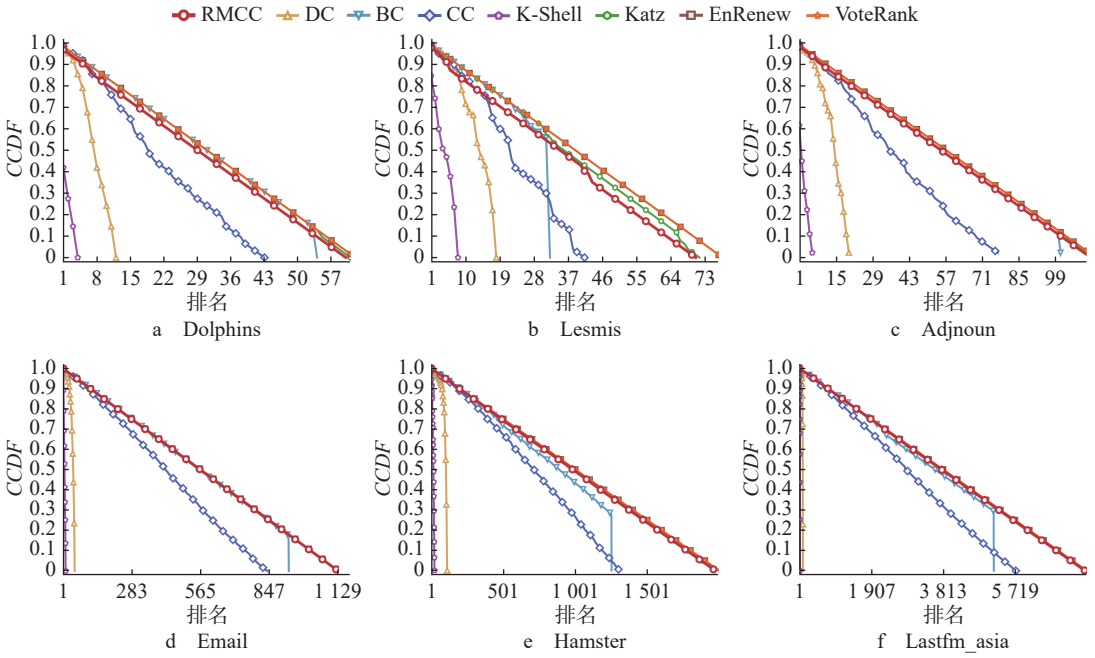


图3 各方法在6个真实世界网络中的互补累积分布函数*CCDF*

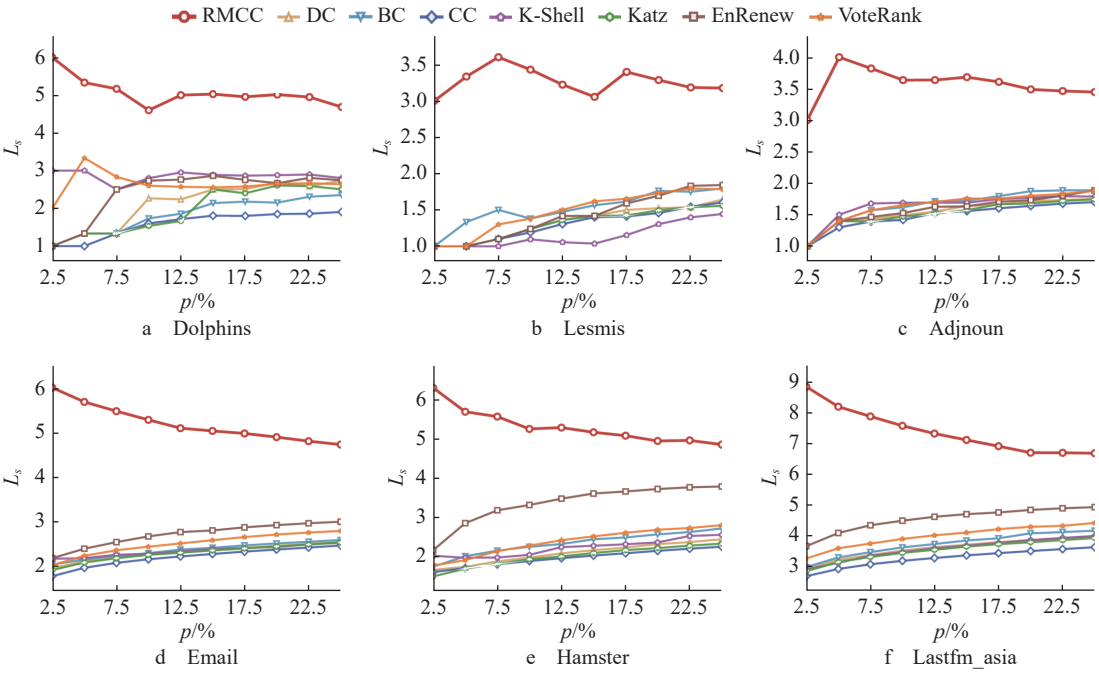


图4 $p\in[2.5\%, 25.0\%]$时各方法在6个真实世界网络中的平均最短路径长度L_s

3.8 惩罚系数分析 在RMCC中,惩罚系数α控制着基于Katz中心性的去冗余强度。为分析其影响,在规模与平均度相近($N=1\,000, \langle k\rangle \approx 5$)的Erdős-Rényi(ER)、Barabási-Albert(BA)和Watts-Strogatz(WS)3个不同的合成网络中各自选取排名前25%节点作为初始感染节点,分析$\alpha\in[0,2.0]$时f_{tc}与L_s的变化规律,如图5所示。

由图5可知,3个网络中f_{tc}和L_s分别随α增大也在增大,证实了惩罚项能有效拉开节点间距,克服局部传播内耗。由于不同网络对α的敏感度差异显著,因此RMCC耦合基于宏观拓扑的启发式α选择策略:同质性较强的随机网络(如ER网络)连边分布相对均匀,对惩罚的敏感度适中($\alpha\in[0.5,1.0]$);高异质性网

络(如 BA 网络)局部重叠极易瓦解,宜采用较小惩罚($\alpha \in [0.2, 0.5]$);高聚类网络(如 WS 网络)社群束缚强,需采用较大惩罚($\alpha \geqslant 1.0$)以打破局部内耗。需特别说明,3 个网络在$\alpha \geqslant 1.0$后均达到近优性能,为了统一评估,上述实验均统一设定$\alpha = 1.0$。

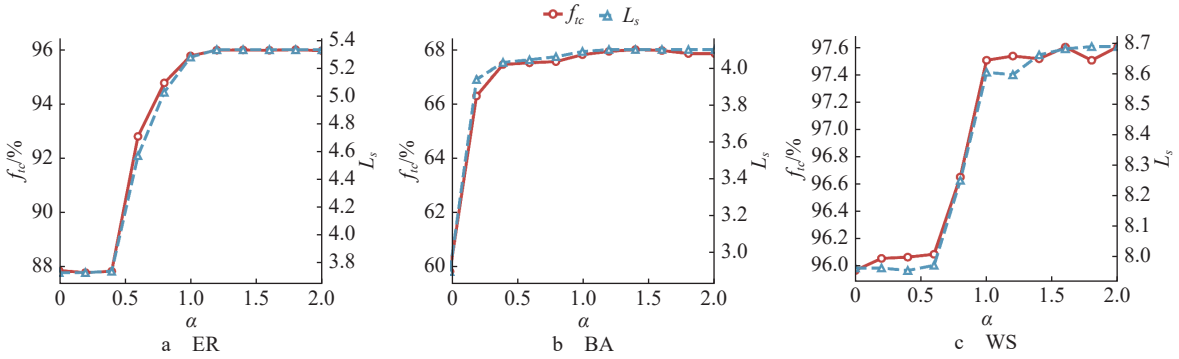


图 5 惩罚系数 α 对 3 个不同网络的 f_{tc} 和 L_s 影响

3.9 消融实验与机制分析 为明确 RMCC 的 3 个组成部分相互结合的必要性,设计了消融实验。构造了 3 个变体方法:Variant *A*(仅保留度中心性的 RMCC)、Variant *B*(移除 Katz 惩罚,仅保留度与极大团的 RMCC)、Variant *C*(移除极大团,仅保留度与 Katz 惩罚的 RMCC),与 RMCC(完整的 RMCC)进行对比,如图 6 所示。

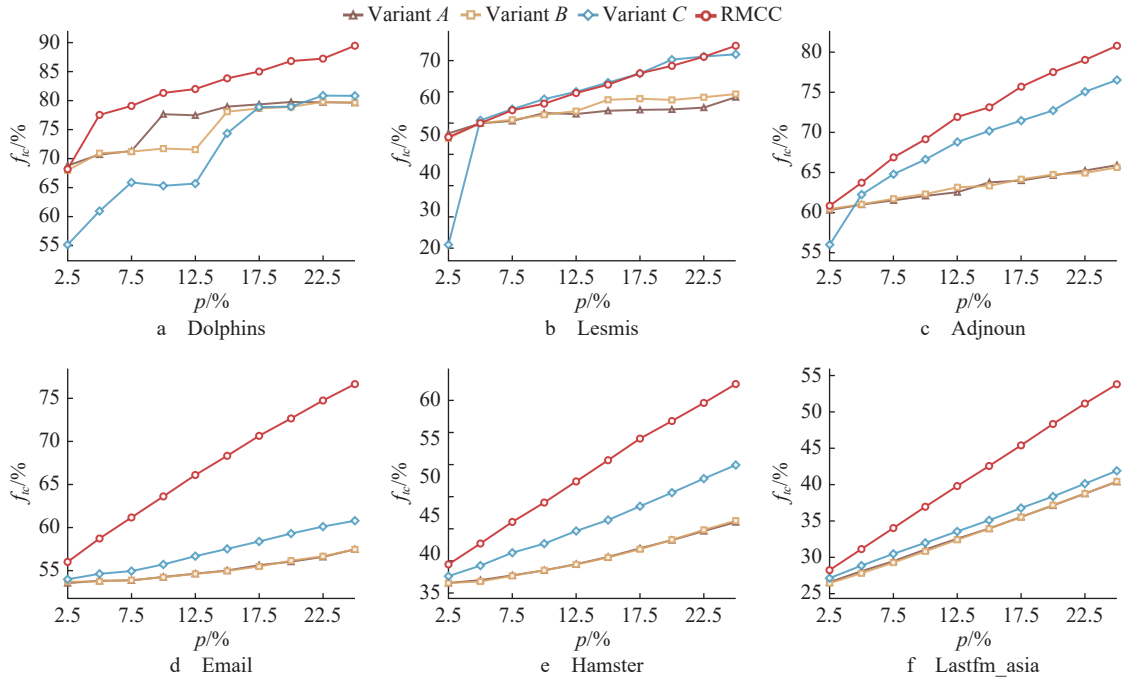


图 6 RMCC 及其变体在 6 个真实世界网络中的标准化稳态感染规模 f_{tc}

由图 6 可知,仅依靠局部度特征选取节点极易导致严重的局部传播重叠导致 Variant *A* 表现最差;Variant *B* 同样表现极差,且随着 p 增加迅速陷入边际效益递减。这是因为仅叠加局部度与高阶特征无法避免影响力重叠。因此,引入基于全局衰减的 Katz 中心性作为惩罚项,是打破核心重叠、实现空间离散的必要需求。Variant *C* 虽优于 Variant *A* 和 Variant *B*,但始终弱于完整的 RMCC,这证明仅靠宏观惩罚引导节点向网络边缘分散仍存在局限性。RMCC 中极大团的必要性在于引导去冗余后的次核心节点落在能够跨越局部社区的高阶桥梁位置。综上,RMCC 的构造并非简单的特征拼接,而是三者缺一不可的。

3.10 算法运行效率分析 在 ER、BA 和 WS 3 个不同的合成网络上,保持平均度$\langle k \rangle \approx 5$的情况下,网络规模 N 从 1 000 至 20 000 逐渐递增,对各方法的运行耗时进行了对比评估,如图 7 所示。

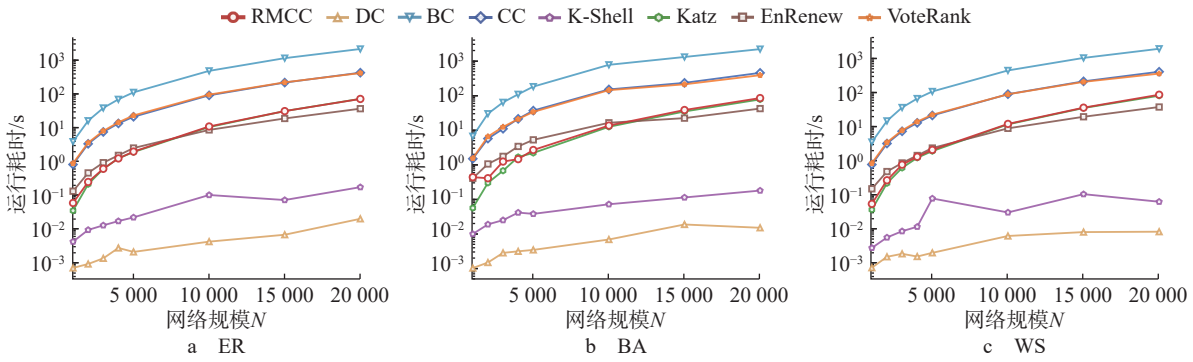


图 7 各方法在 3 个不同合成网络中的运行耗时

由图 7 可知,各方法的运行耗时随网络规模的扩大呈现出显著差异。DC 和 K-Shell 由于计算逻辑相对简便,运行耗时始终维持在较低水平;Katz 和 EnRenew 的运行耗时处于中等水平,随网络规模的扩大呈稳步增长;BC、CC 和 VoteRank,其耗时随网络规模的增大呈剧烈上升趋势,在处理大规模网络时面临严重的计算瓶颈。相比之下,RMCC 尽管融合了极大团挖掘与全局去冗余惩罚,其实际运行耗时仍低于 BC、CC 和 VoteRank 的运行耗时,且增长趋势平滑,展现出良好的线性扩展性,充分证明 RMCC 在提升关键节点识别精度的同时,具备在实际场景中高效处理稀疏的中等规模复杂网络的能力。

4 结 论

在复杂网络多源传播场景中,现有方法易陷入影响力重叠的局限,因此本文提出了一种冗余感知的极大团中心性方法。RMCC 打破了越核心越重要的固有定势,将极大团的高阶拓扑桥接特征与基于全局核心度的去冗余惩罚机制相融合。在 6 个真实世界网络的多维度对比实验表明,RMCC 能够有效规避早期局部传播的内耗现象,在不同干预比例和受限资源下均实现了最优的标准化稳态感染规模;同时,单调性指数和平均最短路径长度分析进一步证实,RMCC 不仅具备极高的节点排序分辨率,还能在拓扑空间中精准识别出分布高度离散的高阶桥接枢纽,从而实现全局节点影响力最大化。此外,针对 RMCC 的惩罚系数,分析了去冗余强度随网络变化的内在机制。综上所述,RMCC 为关键节点识别提供了一种兼顾高阶拓扑与动力学去冗余的新范式,可进一步拓展其在时序或多层网络等复杂动态场景中的应用。

参考文献:

[1] Strogatz S H. Exploring complex networks[J]. Nature, 2001, 410(6825): 268−276.

[2] Yeung C M A, Liccardi I, Lu K H, et al. Decentralization: the future of online social networking[C]//Linking the World's Information: Essays on Tim Berners-lee's Invention of the World Wide Web. New York: Association for Computing Machinery, 2023: 187−199. DOI:10.1145/3591366.3591383.

[3] Gosak M, Markovič R, Dolenšek J, et al. Network science of biological systems at different scales: a review[J]. Physics of Life Reviews, 2018, 24: 118−135.

[4] Zanin M, Sun X, Wandelt S. Studying the topology of transportation systems through complex networks: handle with care[J]. Journal of Advanced Transportation, 2018, 2018(1): 3156137.

[5] Chen D X, Chen J W, Zhang X Y, et al. Critical nodes identification in complex networks: a survey[J]. Complex Engineering Systems, 2025, 5(3): 11.

[6] Pastor-Satorras R, Castellano C, Van Mieghem P, et al. Epidemic processes in complex networks[J]. Reviews of Modern Physics, 2015, 87(3): 925−979.

[7] Zhao L J, Qiu X Y, Wang X L, et al. Rumor spreading model considering forgetting and remembering mechanisms in inhomogeneous networks[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2013, 392(4): 987−994.

[8] Freeman L C. Centrality in social networks conceptual clarification[J]. Social Networks, 1978, 1(3): 215−239.

[9] Newman M E J. A measure of betweenness centrality based on random walks[J]. Social Networks, 2005, 27(1): 39−54.

[10] Kitsak M, Gallos L K, Havlin S, et al. Identification of influential spreaders in complex networks[J]. Nature Physics, 2010, 6(11): 888−893.

[11] Zhang J X, Chen D B, Dong Q, et al. Identifying a set of influential spreaders in complex networks[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 27823.

[12] Liu P F, Li L J, Fang S Y, et al. Identifying influential nodes in social networks: a voting approach[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2021, 152: 111309. DOI:10.1016/j.chaos.2021.111309.

[13] Guo C G, Yang L W, Chen X, et al. Influential nodes identification in complex networks via information entropy[J]. Entropy, 2020, 22(2): 242.

[14] Zhong L F, Gao X Y, Zhao L, et al. Identifying key nodes in complex networks based on an improved gravity model[J]. Frontiers in Physics, 2023, 11: 1239660.

[15] Fan C J, Zeng L, Sun Y Z, et al. Finding key players in complex networks through deep reinforcement learning[J]. Nature Machine Intelligence, 2020, 2(6): 317−324.

[16] Majhi S, Perc M, Ghosh D. Dynamics on higher-order networks: a review[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2022, 19(188): 20220043.

[17] Colizza V, Flammini A, Serranno M A, et al. Detecting rich-club ordering in complex networks[J]. Nature Physics, 2006, 2(2): 110−115.

[18] Kempe D, Kleinberg J, Tardos É. Maximizing the spread of influence through a social network[C]//Proceedings of the 9th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. Washington: ACM, 2003: 137−146. DOI:10.1145/956750.956769.

[19] Katz L. A new status index derived from sociometric analysis[J]. Psychometrika, 1953, 18(1): 39−43.

[20] Sabidussi G. The centrality index of a graph[J]. Psychometrika, 1966, 31(4): 581−603.

[21] Bron C, Kerbosch J. Algorithm 457: finding all cliques of an undirected graph[J]. Communications of the ACM, 1973, 16(9): 575−577.

[22] Lusseau D, Schneider K, Boisseau O J, et al. The bottlenose dolphin community of doubtful sound features a large proportion of long-lasting associations: can geographic isolation explain this unique trait?[J]. Behavioral Ecology and Sociobiology, 2003, 54(4): 396−405.

[23] Knuth D E. The Stanford GraphBase: A platform for combinatorial computing[M]. New York: Association for Computing Machinery, 1993. DOI:10.1145/164984.

[24] Newman M E J. Finding community structure in networks using the eigenvectors of matrices[J]. Physical Review E, 2006, 74(3): 036104.

[25] Guimerà R, Danon L, Díaz-Guilera A, et al. Self-similar community structure in a network of human interactions[J]. Physical Review E, 2003, 68(6): 065103.

[26] Kunegis J. KONECT: the koblenz network collection[C]//Proceedings of the 22nd International Conference on World Wide Web. Rio de Janeiro: ACM, 2013: 1343−1350. DOI:10.1145/2487788.2488173.

[27] Rozemberczki B, Sarkar R. Characteristic functions on graphs: birds of a feather, from statistical descriptors to parametric models[C]//Proceedings of the 29th ACM International Conference on Information & Knowledge Management. New York: Association for Computing Machinery, 2020: 1325−1334. DOI:10.1145/3340531.3411866.

[28] Keeling M J, Eames K T D. Networks and epidemic models[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2005, 2(4): 295−307.

[29] Castellano C, Pastor-Satorras R. Thresholds for epidemic spreading in networks[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(21): 218701.

[30] Berahmand K, Bouyer A, Samdi N. A new centrality measure based on the negative and positive effects of clustering coefficient for identifying influential spreaders in complex networks[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2018, 110: 41−54.

DOI:10.1016/j.chaos.2018.03.014.

[31] Bae J, Kim S. Identifying and ranking influential spreaders in complex networks by neighborhood coreness[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2014, 395: 549−559.

[32] Zhao Z L, Li D, Sun Y, et al. Ranking influential spreaders based on both node k-shell and structural hole[J]. Knowledge-Based Systems, 2023, 260: 110163.

作者贡献声明

孙培耀提出并设计本研究,完成数值模拟,开展理论分析,解读研究结果,并撰写论文。张靖文负责数据处理与分析,参与理论分析。王思哲负责数据处理与分析。王浩华提供理论和论文指导与论文修改,并提供经费支持。

利益冲突声明

作者声明,其不存在已知的可能影响本论文所报告工作的竞争性经济利益或个人关系。

AI 使用声明

本文未使用人工智能(AI)协助撰写。

伦理声明

不适用:本文不涉及人类或动物的生物学研究。

电子补充材料

补充材料可在本文的在线版本中获取 https://doi.org/10.65658/j.hndk.2026031901。

数据可用性

支持论文结论所需的所有数据均已包含在稿件和/或电子补充材料中。如需获取与本文相关的其他数据,可向通信作者提出申请。

致谢/Acknowledgements

本文得到国家自然科学基金(12261028, 11961018);海南省高等学校科学研究资助项目(Hnky2026-5)支持。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (12261028, 11961018) and the Scientific Research Project of Higher Education Institutions in Hainan Province (Hnky2026-5).

作者简介

孙培耀(2001—),男,河南安阳人,海南大学数学与统计学院数学专业 2024 级硕士研究生。E-mail: 960692852@qq.com。

张靖文(1999—),男,江西景德镇人,海南大学网络安全空间学院 2023 级博士研究生。E-mail: ZhangJW99@hainanu.edu.cn。

王思哲(1996—),男,湖北黄冈人,天津大学数学学院 2023 级博士研究生。E-mail: wangsizhe@tju.edu.cn。

王浩华(1981—),男,湖北天门人,博士,教授,研究方向:随机动力系统。E-mail: huazi8112@hainanu.edu.cn。

(责任编辑:高 喆,英文校对:马 力)

This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY 4.0, https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

© The Author(s) 2026. Published by Journal Editorial Department of Hainan University.