文章编号：1003－1251(2024)03－0040－08

一种弹丸全向入射弹着点定位模型的研究

伍彩云，卓戈洋，朱英勋

（沈阳理工大学 装备工程学院，沈阳 110159）

摘　要：立靶测量是射击训练及射击比赛中一种常用的弹着点位置测量方法，弹道俯仰角是立靶测量的重要参数之一，其偏差水平是影响测量精度的重要因素。重武器弹丸入射时由于重力、地形等各种因素的影响，使弹丸产生弹道俯仰角，因此以弹丸垂直入射为假设条件的传统T型报靶模型不再适用。针对上述情形，本文以单个激波传感器全向入射理论为基础，提出基于6个激波传感器组成H型阵列的弹丸全向入射弹着点定位模型，解决传统T靶模型传感器数目少、无法求解俯仰角与方位角的问题，以提高测量的精度。对该模型进行数学推导与仿真分析，并应用到靶场实验中进行验证。实验结果表明，通过该模型计算出的弹着点坐标与实际弹着点坐标相比误差较小。因此，该模型能够有效减小弹道俯仰角对报靶系统的影响，更具实用价值。

关　键　词：声学定位；自动报靶；传感器；俯仰角

中图分类号：TJ06　**文献标志码：**A　**DOI：**10.3969/j.issn.1003－1251.2024.03.006

Research on Positioning Model of Omnidirectional Incidence Projectile Impact Point

WU Caiyun，ZHUO Geyang，ZHU Yingxun

（Shenyang Ligong University，Shenyang 110159，China）

Abstract：The vertical target measurement is a commonly used method for measuring the impact point position in shooting training and shooting competitions. The elevation angle of the projectile is an important parameter in vertical target measurement. And its deviation level is a significant factor affecting measurement accuracy. In the case of heavy weapons，the projectile trajectory is affected by factors such as gravity and terrain，making the traditional T-shaped target model，which assumes vertical projectile impact，no longer applicable. In response to this situation，based on a single shock wave sensor′s theory of omnidirectional incidence this paper proposes a positioning model of projectile omnidirectional impact point with a H-shaped array of six shock wave sensors. It solves the problem that the traditional T-target model has a small number of sensors and is unable to solve the pitch and azimuth angles，and improves the accuracy of the measurement. The mathematical derivation and simulation analysis of the model are conducted，and it is validated through field experiments. The experimental results show that the calculated impact point coordinates using this model have small errors compared to the actual impact point coordinates. Therefore，the model can effectively reduce the influence of the ballistic pitch angle on the target reporting system，which is more practical value.

Key words：acoustic positioning；automatic target reporting；sensors；pitch angle

收稿日期：2023－08－30

基金项目：国家自然科学基金项目(62102272)

作者简介：伍彩云(1976—)，女，教授，博士，研究方向为自适应控制等。

射击训练与射击比赛在军事训练中是不可或缺的项目,随着现代科学技术的不断发展,公安、刑警、部队等部门进行射击比赛和射击训练时,对于自动报靶系统的使用条件以及报靶精度的要求也在不断提高[1]。声电定位自动报靶[2-3]、基于激光的自动报靶[4-5]、基于图像处理的自动报靶[6-7]等都是常见的自动报靶方式。目前,很多国家均具有关于声学定位技术的研究成果。俄罗斯、英国、美国、日本、以色列、瑞典等发达国家的技术比较先进,国内对此研究的开展则较晚一些。1990 年以后,国内大学和科研院所才相继开展了基于声学定位的相关研究[8]。当前我国大多数军事射击训练设施的自动化程度偏低,自动报靶尚未普及[9]。

与其他自动报靶方式相比,声学定位报靶系统具有测量精度较高、误差较小、使用条件广泛且不受光照影响等独特优势,因此声学定位自动报靶方式被广泛应用于自动报靶系统[10]。

对于轻武器射击的自动报靶系统,目前大多采用传统的 T 型传感器阵列,其所获得的关于测量时差的方程组仅有 3 个是线性不相关的,因此理论上只能求得 3 个未知数,即横坐标、纵坐标和入射速度[11]。由于并未考虑俯仰角,因此对入射弹丸的报靶精度会产生一定的影响。虽然在轻武器射击训练中,通常靶面中心与枪口最多相差 1 米多(对于卧姿),对于 100 米射击距离,所产生的偏差在毫米量级,但由于重武器射击条件复杂,对诸如山坡、洼地目标的射击通常俯仰角较大,俯仰角对射击精度的影响已不可忽略,因此在设计重武器射击自动报靶系统的过程中,考虑俯仰角的存在具有非常重要的意义。现有对于全方位入射弹丸的报靶系统主要采用空间向量方法[12],该方法基于传统 T 型传感器报靶系统,俯仰角和方位角通过靶面安装陀螺仪测得,系统复杂,误差较大,仅适用于武器测试试验中炮口高低角、方位角固定的情形。因此研究一种新的具有弹着点坐标、俯仰角、方位角、速度多参数同时测量的高精度报靶系统是非常必要的。

为了得到更加精确的弹丸靶面坐标,必须解决重武器弹丸入射时俯仰角带来的传统 T 型报靶模型不再适用、计算得出的坐标误差较大的问题。因此,本文设计一种 H 型靶弹丸全向入射弹着点定位模型。在此模型基础上,设计弹丸全向入射弹着点定位自动报靶系统。该系统采用 6 个传感器组成 H 型阵列,可以得到 5 个关于时差的非线性方程,对 5 个未知数进行求解,解决了传统 T 型报靶系统使用 4 个传感器、求解未知数个数较少的问题,因此能够适用于具有俯仰角的重武器弹丸入射的自动报靶系统,应用范围更广。H 型传感器阵列对应的数学模型更加复杂,研究难度较大,本文通过几何法推导出声波到达各个传感器的时间差与弹丸速度、弹丸高低俯仰角、弹丸水平方位角及弹着点位置坐标之间的几何关系,建立 H 型靶弹丸全向入射弹着点定位模型,并求解得到弹着点坐标。

1　弹丸垂直入射测量原理

为了得到 H 型靶弹丸全向入射弹着点定位模型,首先分析单个传感器的弹丸垂直入射测量原理,在此基础上展开研究。弹丸垂直入射示意图如图 1 所示。

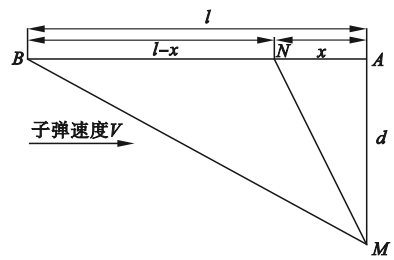


图 1　弹丸垂直入射示意图

Fig. 1　Schematic diagram of vertical incidence of projectile

假设在弹道线周围的某一点 M 放置了激波传感器,该传感器与弹道线的距离为 d。当弹丸的飞行速度 V 大于声速 C 时,通过三角关系得出以下结论:在弹道线上一定存在一个点 B,从该点产生的声波传播到点 M 所需的时间等于弹丸从该点飞行到靶面 A 所需时间加上弹丸在靶面上产生的声波传播到点 M 所需时间的总和[13];在弹丸弹道线上一定存在一点 N,使得弹丸在 N 点时产生的声波到达激波传感器放置点 M 的时间最短,即 M 点接收到声波的最早时刻对应的弹丸处于弹道线上的 N 点处。设点 B 到靶面 A 的距离为 l,点 N 到靶面 A 的距离为 x,则点 B 到点 N 的距离为 $l-x$,弹丸从点 B 飞行到点 N 的时间为 t_V,点 N 处产生的声波到达 M 点的时间为 t_C'。

由图 1 可以看出,报靶系统的精度与当地声音传播速度、弹丸在空中的飞行速度和传感器收到声波信号的时间密切相关。同时,温度对于声速具有一定的影响,可以通过传统的温度声速矫

正公式(1)对其进行修正。

$$C = 331.4 + 0.61 \times T \tag{1}$$

式中 T 为当地环境温度。

根据图 1 可定义时间 t 为

$$t = t'_C + t_V = \frac{\sqrt{x^2 + d^2}}{C} + \frac{(l - x)}{V} \tag{2}$$

其中

$$t'_C = \frac{\sqrt{x^2 + d^2}}{C} \tag{3}$$

为了得到 t 的极小值,将式(2)对 x 进行一阶求导,令其导数为零,此时对应的 x 为 $x_{\min}$。

$$x_{\min} = \frac{Cd}{\sqrt{V^2 - C^2}} \tag{4}$$

根据式(3)和式(4)得到弹丸从最小值点产生的声波到达传感器的时间为

$$t'_{C\min} = \frac{\sqrt{d^2 + x_{\min}^2}}{C} \tag{5}$$

当 V、C、d 的取值固定不变时,M 点传感器接收到声波信号的开始时刻,弹丸对应在弹道线上的位置随之确定,该传感器最早接收声波的时刻即可确定[14]。

在实际射击打靶时,由于受到重力、地形等各种因素的影响,弹丸几乎不可能垂直入射靶面,会存在一定的水平斜射角与高低俯仰角。对于轻武器射击而言,弹丸入射时的俯仰角较小,所产生的偏差在毫米量级,但重武器射击条件复杂,通常俯仰角较大,俯仰角对射击精度的影响较大,不可忽略。

2 全向入射模型建立

2.1 单个传感器的弹丸全向入射理论

首先针对单个传感器求出弹丸全向入射模型,然后将单个传感器扩展至 6 个传感器,得到 H 型靶弹丸全向入射弹着点定位模型。弹丸全向入射对于单传感器示意图如图 2 所示。

假设弹丸以速度 V 入射靶面 Θ,且弹丸入射弹道线与 Z 轴正方向的夹角为 α,与地面 Φ 的夹角为 β,此时 $\angle B_1M_1P' = \alpha$,$\angle K_1PB'_1 = \beta$,$\angle K_1B_1A_1 = \beta$. 弹丸在靶面上的弹着点为 $P(x, y, 0)$,投影到地面上的点为 P'。对于传感器 M_1 而言,存在过点 M_1 的虚拟靶面 Ω,使得弹丸弹道线垂直于此虚拟靶面。过点 M_1 作弹道线平面 Π 的垂线,交 Π 于点 B_1;过点 B_1 作弹道线的垂线,交弹道线于点 A_1;连接 M_1、A_1,设 M_1A_1 为 d_1。过 B_1 作地面 Φ 的垂线,交弹道线于点 K_1。过点 P 作 B_1K_1 的垂线,交 B_1K_1 于点 B'_1。在弹道线上一定存在一点 N_1,使得该点为传感器 M_1 最早接收到声波的时刻弹丸在弹道线上的位置,修正后的当地声速为 C。

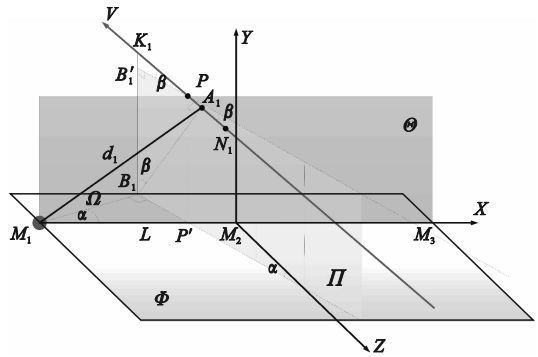


图 2 弹丸全向入射对于单传感器示意图

Fig. 2 Schematic of projectile omnidirectional incidence for a single sensor

根据式(4)可以得出 N_1 到 A_1 的最小距离 $x_{1\min}$ 为

$$x_{1\min} = \frac{Cd_1}{\sqrt{V^2 - C^2}} \tag{6}$$

根据式(5)可以得出弹丸从 N 点产生的声波到达传感器的时间 $t'_{1C\min}$ 为

$$t'_{1C\min} = \frac{\sqrt{d_1^2 + x_{1\min}^2}}{C} \tag{7}$$

对于靶面 Θ 而言,由于 M_1 相对于弹道线的位置没有发生改变,因此 M_1、N_1 的相对位置也没有发生变化。

图 2 中 M_1 与 M_2 之间的距离为 L,d_1 是关于 x、y、α 和 β 的函数,为了得到 d_1,本文以 M_2 为坐标原点,M_1 的坐标为 $M_1(-L, 0, 0)$、P 的坐标为 $P(x, y, 0)$、P' 的坐标为 $P'(x, 0, 0)$,可以得到 $PP' = y$,$M_1P' = |L + x|$。

由图 2 的 Rt$\triangle M_1B_1P'$,得

$$\begin{cases} M_1B_1 = M_1P' \cdot \cos(\angle B_1M_1P') \\ \qquad = |L + x| \cos\alpha \\ B_1P' = M_1P' \cdot \sin(\angle B_1M_1P') \\ \qquad = |L + x| \sin\alpha \end{cases} \tag{8}$$

由于 $B'_1P = B_1P'$,所以 $B'_1P = |L + x| \sin\alpha$ 成立。

在图 2 的 Rt$\triangle K_1B'_1P$ 中,有

$$\begin{aligned} B'_1K_1 &= B'_1P \cdot \tan(\angle K_1PB'_1) \\ &= |L + x| \sin\alpha \tan\beta \end{aligned} \tag{9}$$

由于 $PP' = B_1B'_1$,所以 $B_1B'_1 = y$ 成立。

在图 2 的 Rt△$K_1B_1A_1$ 中,有

$$\begin{cases} B_1K_1 = B_1'K_1 + B_1B_1' \\ \quad = |L+x|\sin\alpha\tan\beta + y \\ A_1B_1 = B_1K_1 \cdot \cos(\angle K_1B_1A_1) \\ \quad = |L+x|\sin\alpha\sin\beta + y\cos\beta \end{cases} \tag{10}$$

在图 2 的 Rt△$A_1M_1B_1$ 中,有

$$d_1 = M_1A_1 = \sqrt{(M_1B_1)^2 + (A_1B_1)^2}$$
$$= ((L+x)^2\cos^2\alpha + (|L+x|\sin\alpha\sin\beta + y\cos\beta)^2)^{0.5} \tag{11}$$

2.2　H 型靶弹丸全向入射弹着点定位模型

H 型靶弹丸全向入射弹着点定位模型如图 3 所示。本文使用了 6 个激波传感器构成了 H 型阵列,在建立 H 型靶数学模型的过程中,考虑到俯仰角的影响,与传统 T 型报靶系统相比,H 靶数学模型的推导过程发生了变化,后者增加了关于俯仰角的变量 β,需要列出 5 个非线性方程,并且对 5 个未知数进行求解,使该模型可适用于具有俯仰角的重武器弹丸入射的自动报靶系统,能够得到更加精确的弹着点坐标。具体设计如下:传感器 M_1 与 M_2、M_2 与 M_3、M_4 与 M_5、M_5 与 M_6 之间的距离为 L,M_1 与 M_4、M_2 与 M_5、M_3 与 M_6 之间的距离为 D,以传感器 M_2 为坐标原点,由此得到传感器 M_1、M_2、M_3、M_4、M_5 和 M_6 的坐标分别为 $M_1(-L,0,0)$、$M_2(0,0,0)$、$M_3(0,0,L)$、$M_4(-L,0,D)$、$M_5(0,0,D)$、$M_6(L,0,D)$。

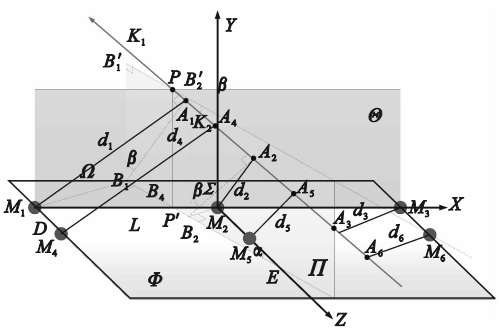


图 3　H 型靶弹丸全向入射定位模型

Fig. 3　H-target projectile omnidirectional incidence localization model

假设弹丸以速度 V 入射靶面 Θ,且弹丸入射弹道线与 Z 轴正方向的夹角为 α,与地面 Φ 的夹角为 β,此时 $\angle B_2M_2P' = \alpha$,$\angle K_2PB_2' = \beta$,$\angle K_2B_2A_2 = \beta$。弹丸在靶面上的弹着点为 $P(x,y,0)$,投影到地面上的点为 P'。A_1、A_2、A_3、A_4、A_5 和 A_6 分别为 6 个传感器 M_1、M_2、M_3、M_4、M_5 和 M_6 对应于 6 个虚拟靶面(垂直于弹道线)上的弹着点。令 $d_1 = M_1A_1$、$d_2 = M_2A_2$、$d_3 = M_3A_3$、$d_4 = M_4A_4$、$d_5 = M_5A_5$ 及 $d_6 = M_6A_6$。C 为修正后的当地声速,满足 $V > C$。

由图 3 可见,对于传感器 M_2 而言,存在过点 M_2 的虚拟靶面 Σ,使得弹丸弹道线垂直于此虚拟靶面。过点 M_2 作弹道线平面 Π 的垂线,交 Π 于点 B_2;过点 B_2 作弹道线的垂线,交弹道线于点 A_2;连接 M_2、A_2。过 B_2 作地面 Φ 的垂线,交弹道线于点 K_2。过点 P 作 B_2K_2 的垂线,交 B_2K_2 的延长线于点 B_2'。

由 2.1 中单个传感器的弹丸全向入射理论可知,d 是关于 x、y、α 和 β 的函数,为得到 d_2,本文以 M_2 为坐标原点,此时 M_2 的坐标为 $M_2(0,0,0)$、P 的坐标为 $P(x,y,0)$ 及 P'的坐标为 $P'(x,0,0)$,根据图 3,可以得到 $PP' = y$,$M_2P' = |x|$。

在图 3 的 Rt△M_2B_2P'中,有

$$\begin{cases} B_2P' = M_2P' \cdot \sin(\angle B_2M_2P') \\ \quad = |x|\sin\alpha \\ M_2B_2 = M_2P' \cdot \cos(\angle B_2M_2P') \\ \quad = |x|\cos\alpha \end{cases} \tag{12}$$

由于 $B_2'P = B_2P'$,所以 $B_2'P = |x|\sin\alpha$ 成立。

在图 3 的 Rt△$K_2B_2'P$ 中,有

$$B_2'K_2 = B_2'P \cdot \tan(\angle K_2PB_2') = |x|\sin\alpha\tan\beta \tag{13}$$

由于 $PP' = B_2B_2'$,因此 $B_2B_2' = y$ 成立。

在图 3 的 Rt△$K_1B_1A_1$ 中,有

$$\begin{cases} B_2K_2 = B_2B_2' - B_2'K_2 \\ \quad = y - |x|\sin\alpha\tan\beta \\ A_2B_2 = B_2K_2 \cdot \cos(\angle K_2B_2A_2) \\ \quad = y\cos\beta - |x|\sin\alpha\sin\beta \end{cases} \tag{14}$$

在图 3 的 Rt△$A_2M_2B_2$ 中,有

$$d_2 = M_2A_2 = \sqrt{(M_2B_2)^2 + (A_2B_2)^2}$$
$$= (x^2\cos^2\alpha + (y\cos\beta - |x|\sin\alpha\sin\beta)^2)^{0.5} \tag{15}$$

同理可得 $d_3 \sim d_6$ 的表达式为

$$d_3 = ((L-x)^2\cos^2\alpha + (y\cos\beta - |L-x|\sin\alpha\sin\beta)^2)^{0.5} \tag{16}$$

$$d_4 = ((|L+x|\cos\alpha + D\sin\alpha)^2 + (y\cos\beta + |L+x|\sin\alpha\sin\beta + D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5} \tag{17}$$

$$d_5 = ((|x|\cos\alpha - D\sin\alpha)^2 + (y\cos\beta - |x|\sin\alpha\sin\beta - D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5} \tag{18}$$

$$d_6 = ((|L-x|\cos\alpha - D\sin\alpha)^2 + (y\cos\beta - |L-x|\sin\alpha\sin\beta -$$

$$D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5} \tag{19}$$

根据上述条件可得

$$\begin{cases} t'_{1C\min}-t'_{2C\min}=\Delta T12+\dfrac{x_{1\min}-x_{2\min}}{V} \\ t'_{2C\min}-t'_{3C\min}=\Delta T23+\dfrac{x_{2\min}-x_{3\min}}{V} \\ t'_{4C\min}-t'_{5C\min}=\Delta T45+\dfrac{x_{4\min}-x_{5\min}}{V} \\ t'_{5C\min}-t'_{6C\min}=\Delta T56+\dfrac{x_{5\min}-x_{6\min}}{V} \\ t'_{2C\min}-t'_{5C\min}=\Delta T25+\dfrac{x_{2\min}-x_{5\min}}{V} \end{cases} \tag{20}$$

式中:$\Delta T12$、$\Delta T23$、$\Delta T45$、$\Delta T56$、$\Delta T25$ 分别为传感器 M_1、M_2、M_3、M_4、M_5 和 M_6 收到声波时所测出的时间差。采用以卫星授时为基础的高精度弹丸全弹道飞行时间测量方法得到[15]。

将式(4)、式(5)、式(11)及式(15)~(19)代入式(20)可以得到下面关于弹丸弹着点坐标(x,y)、弹丸飞行速度 V、方位角 α 以及俯仰角 β 的方程组为

$$((L+x)^2\cos^2\alpha+(|L+x|\sin\alpha\sin\beta+y\cos\beta)^2)^{0.5}-(x^2\cos^2\alpha+(y\cos\beta-|x|\sin\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}=\frac{CV}{\sqrt{V^2-C^2}}\left(\frac{L\sin\alpha\cos\beta}{V}+\Delta T12\right) \tag{21}$$

$$(x^2\cos^2\alpha+(y\cos\beta-|x|\sin\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}-((L-x)^2\cos^2\alpha+(y\cos\beta-|L-x|\sin\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}=\frac{CV}{\sqrt{V^2-C^2}}\left(\frac{L\sin\alpha\cos\beta}{V}+\Delta T23\right) \tag{22}$$

$$((|L+x|\cos\alpha+D\sin\alpha)^2+(y\cos\beta+|L+x|\sin\alpha\sin\beta+D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}-((|x|\cos\alpha-D\sin\alpha)^2+(y\cos\beta-|x|\sin\alpha\sin\beta-D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}=\frac{CV}{\sqrt{V^2-C^2}}\left(\frac{L\sin\alpha\cos\beta}{V}+\Delta T45\right) \tag{23}$$

$$((|x|\cos\alpha-D\sin\alpha)^2+(y\cos\beta-|x|\sin\alpha\sin\beta-D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}-((|L-x|\cos\alpha-D\sin\alpha)^2+(y\cos\beta-|L-x|\sin\alpha\sin\beta-D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}=\frac{CV}{\sqrt{V^2-C^2}}\left(\frac{L\sin\alpha\cos\beta}{V}+\Delta T56\right) \tag{24}$$

$$(x^2\cos^2\alpha+(y\cos\beta-|x|\sin\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}-((|x|\cos\alpha-D\sin\alpha)^2+(y\cos\beta-|x|\sin\alpha\sin\beta-D\cos\alpha\sin\beta)^2)^{0.5}=\frac{CV}{\sqrt{V^2-C^2}}\left(\frac{D\cos\alpha\cos\beta}{V}+\Delta T25\right) \tag{25}$$

由于式(21)~(25)是关于 x、y、V、α 和 β 的非线性独立方程组,无解析解,但可以利用牛顿迭代法[16-18]对其进行计算,从而得到靶面弹着点坐标(x,y)、弹丸飞行速度 V、方位角 α 以及俯仰角 β。

综上所述,本文采用了 6 个激波传感器组成 H 型阵列,引入了俯仰角变量 β,通过以上建模方法,得到与受俯仰角影响的弹丸弹着点坐标(x,y)、弹丸飞行速度 V、方位角 α 以及俯仰角 β 相关的 5 个方程,可以求解得到(x,y)、V、α 以及 β。而未考虑弹丸受俯仰角影响的传统 T 靶模型,仅能列出与弹丸弹着点坐标(x,y)相关的 3 个方程,只能求解得到(x,y)和 V。

需要指出的是,如果将 5 个方程中式(23)和式(24)去掉,并令 $\alpha=0$、$\beta=0$,此时的方程组则退化成为传统 T 型传感器定位模型的求解方程。

3 算法和模型验证及绝对误差分析

3.1 算法验证及绝对误差分析

本文采用牛顿迭代法对式(21)~(25)非线性方程组进行求解。牛顿迭代法在每一步迭代中求解线性方程组来逼近原方程组的解,并且通过舍去高阶量简化迭代过程[19-20],为了验证本文所使用的牛顿迭代算法求解非线性方程组所产生的误差在实际测量允许范围内,接下来利用反演法进行计算。

首先设定 4 组 x、y、V、α 和 β 的初值,如表 1 所示。

表 1 变量初值

Table 1 Initial values of variates

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})	α/(°)	β/(°)
1	-3 000	0	750	1	1
2	-3 000	6 000	750	1	1
3	3 000	0	750	1	1
4	3 000	6 000	750	1	1

将初值带入式(21)~(25),计算得到 $\Delta T12$、$\Delta T23$、$\Delta T45$、$\Delta T56$、$\Delta T25$ 的值,如表 2 所示。

将计算得到的 4 组 $\Delta T12$、$\Delta T23$、$\Delta T45$、$\Delta T56$、$\Delta T25$ 的值代入式(21)~(25),用牛顿迭代法求解关于 x、y、V、α 和 β 的非线性独立方程组,得到 4 组 x、y、V、α 和 β 的计算值,如表 3 所示。

表 2　时间差的值

Table 2　Values of time difference　　ms

序号	ΔT12	ΔT23	ΔT45	ΔT56	ΔT25
1	-2.495 9	-2.495 9	-2.452 7	-2.495 9	-0.644 9
2	-0.968 5	-1.266 2	-0.912 2	-1.265 3	-0.637 5
3	2.449 4	2.449 4	2.492 5	2.449 3	-0.644 9
4	1.224 7	0.924 8	1.283 7	0.923 1	-0.637 5

表 3　计算值

Table 3　Calculated values

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})	α/(°)	β/(°)
1	-3 001.3	1.2	749.9	1.07	0.45
2	-3 000.4	5 999.6	750.0	1.00	1.00
3	3 000.2	1.5	750.1	1.01	0.46
4	3 000.4	6 000.5	750.0	1.00	1.00

将 x、y、V、α 和 β 的计算值与初始设定值进行对比,分析其绝对误差,如表 4 所示。

表 4　初值与计算值之间的误差值

Table 4　Error values between initial and calculated values

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})	α/(°)	β/(°)
1	1.3	-1.2	0.1	-0.07	0.55
2	0.4	0.4	0.0	0.0	0.0
3	-0.2	-1.5	-0.1	-0.01	0.54
4	-0.4	-0.5	0.0	0.0	0.0

分析表 4 中的数据可知,x 方向上的计算误差不超过 1.3 mm,y 方向上的计算误差不超过 1.5 mm,V 上的计算误差不超过 0.1 m/s,斜射角、俯仰角上的计算误差不超过 1°。

本文采用牛顿迭代算法得到的数值与设定的初始数值十分接近。与文献[21]的数据进行对比可知,该算法误差较小。由此可见,本文所提出的一种弹丸全向入射弹着点定位模型对于弹着点坐标的求解是可行的。

3.2　模型验证及绝对误差分析

为验证本文建立的数学模型的精准性,在某靶场进行了相关的射击试验,当天的温度约为 40.2 ℃,H 型靶的长度 L 为 1 m,宽度 D 为 0.5 m,靶面长为 6 m,高为 6 m。在不同的射击点进行打靶射击,得到弹丸相对于靶面的任意角度入射,测量结果如表 5 所示,试验采集的部分数据以及代入 H 靶数学模型的计算结果如表 6 和表 7 所示,根据表 5 与表 7 可以得到 H 靶模型绝对误差如表 8 所示。代入传统 T 靶模型的计算结果如表 9 所示。根据表 5 与表 9 可以得到 T 靶模型绝对误差,如表 10 所示。

表 5　实际测量结果

Table 5　Actual measurement results

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})
1	1 620.468	5 486.781	657.189 5
2	1 409.251	5 586.785	653.525 3
3	1 261.257	5 533.457	652.486 4
4	1 372.456	5 530.824	669.045 8
5	2 160.578	5 118.281	663.428 5
6	2 499.635	5 263.457	672.452 1
7	2 211.458	5 282.928	653.487 2
8	2 815.495	5 142.845	675.587 2
9	2 395.452	5 090.457	678.512 1
10	1 895.285	5 331.782	650.178 2
11	1 992.754	5 231.857	658.428 7
12	1 904.583	5 360.457	654.982 0

表 6　实验采集的数据

Table 6　Experimentally collected data

序号	ΔT12	ΔT23	ΔT45	ΔT56	ΔT25
1	0.839 6	0.461 6	0.866 7	0.459 0	-0.747 0
2	0.754 7	0.372 1	0.735 6	0.371 5	-0.775 6
3	0.722 1	0.330 9	0.731 2	0.332 8	-0.761 2
4	0.769 1	0.376 5	0.737 1	0.378 4	-0.763 5
5	1.088 8	0.727 2	1.100 0	0.727 1	-0.747 7
6	1.172 9	0.838 9	1.193 5	0.838 3	-0.732 7
7	1.066 5	0.712 7	1.135 9	0.711 9	-0.727 7
8	1.266 0	0.956 8	1.286 5	0.951 9	-0.729 1
9	1.162 2	0.820 6	1.124 3	0.816 3	-0.760 1
10	0.986 8	0.619 0	0.961 3	0.628 0	-0.780 6
11	1.032 0	0.667 4	1.036 0	0.672 4	-0.757 2
12	0.971 0	0.607 8	1.007 4	0.612 2	-0.744 8

表 7　H 靶模型计算结果

Table 7　Calculation results of the H-target model

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})	α/(°)	β/(°)
1	1 650.504	5 479.579	658.280 3	0.826 730	0.382 5
2	1 403.707	5 585.237	653.056 9	0.103 257	-0.526 6
3	1 249.520	5 540.098	651.871 9	-0.611 850	0.423 5
4	1 353.644	5 537.765	668.277 1	-0.608 980	-0.612 5
5	2 162.370	5 116.578	663.655 2	0.103 453	0.254 6
6	2 506.096	5 256.479	673.042 3	0.323 873	0.387 5
7	2 229.140	5 268.155	655.520 0	0.743 492	1.518 5
8	2 851.953	5 125.420	677.953 4	1.438 414	-0.348 2
9	2 413.548	5 081.713	676.300 7	0.734 699	-1.468 5
10	1 860.440	5 350.867	647.272 1	-2.496 090	0.385 4
11	1 969.564	5 248.668	656.472 9	-1.242 930	0.685 4
12	1 873.872	5 368.081	653.013 3	-0.938 250	1.386 4

对表 8 中的数据进行分析可知,通过 H 型弹丸全向入射弹着点定位模型计算得到的弹着点坐标在 x 方向上的误差最大为 36.158 mm,y 方向上的误差最大为 19.085 mm,V 上的误差最大为 2.906 1 m/s。且 x 方向上的误差均值为 20.6 mm,y 方向上的误差均值为 9.625 mm。对表 10 中的数据进行分析可知,通过传统 T 靶模型

计算得到的弹着点坐标在 x 方向上的误差最大为 75.174 mm,y 方向上的误差最大为 98.712 mm,V 上的误差最大为 3.823 m/s,且 x 方向上的误差均值为 38.856 mm,y 方向上的误差均值为 29.726 mm。

表 8 H 靶模型绝对误差

Table 8 H-target model absolute error

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})
1	-30.036	7.202	-1.091 0
2	5.544	1.548	0.468 4
3	11.737	-6.641	-1.108 0
4	18.812	-6.941	0.768 7
5	-1.792	1.730	-0.226 7
6	-23.605	6.978	-0.590 2
7	-17.682	14.773	-2.032 8
8	-36.158	17.425	-2.366 2
9	-18.096	8.744	2.211 4
10	34.845	-19.085	2.906 1
11	23.190	-16.811	1.955 8
12	25.711	-7.624	1.968 7

表 9 传统 T 靶模型计算结果

Table 9 Calculation results of traditional T-target

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})
1	1 580.132	5 510.155	655.308 0
2	1 394.578	5 588.434	652.741 5
3	1 303.750	5 523.840	653.594 8
4	1 405.413	5 520.876	670.241 3
5	2 154.546	51 21.271	663.130 0
6	2 482.491	5 273.150	671.140 9
7	2 170.655	5 304.421	651.890 5
8	2 754.092	5 210.920	678.449 2
9	2 361.033	5 118.523	676.043 0
10	1 934.544	5 263.070	653.894 7
11	2 067.928	5 199.105	662.251 7
12	1 950.908	5 331.601	657.030 2

表 10 传统 T 靶模型绝对误差

Table 10 Absolute error of the traditional T-target model

序号	x/mm	y/mm	V/(m·s^{-1})
1	40.336	-23.374	1.881 5
2	29.924	-1.649	0.783 8
3	-42.493	9.617	-1.108 4
4	-32.957	9.948	-1.195 5
5	6.032	-2.990	0.298 5
6	17.144	-9.693	1.311 2
7	40.803	-21.493	1.596 7
8	61.403	-68.075	-2.862 0
9	34.419	-28.066	2.469 1
10	-39.259	98.712	-3.716 5
11	-75.174	32.752	-3.823 0
12	-46.325	28.856	-2.048 2

通过对表 8 中的数据与文献[21]的数据进行对比可知,H 靶模型误差较小,符合重武器射击报靶精度要求。通过表 8 与表 10 数据对比可知,H 靶模型的 x 方向、y 方向上的误差均值和最大误差均小于传统 T 靶模型。

4 结论

本文通过对弹丸全向入射过程进行几何分析,提出了一种 H 型弹丸全向入射弹着点定位模型,解决了传统 T 靶模型无法测量弹丸俯仰角,以及弹着点坐标测量误差较大的问题。首先根据弹丸全向入射定位模型建立非线性方程组,然后利用反演法证明牛顿迭代法求解所产生的误差在允许范围内,验证本文所提出的弹丸全向入射弹着点定位模型对于弹着点坐标的求解是可行的。最后,利用打靶射击试验对该模型进行验证。试验结果表明通过该 H 型弹丸全向入射弹着点定位模型进行自动报靶与通过传统 T 靶模型进行自动报靶相比,报靶精度更高、误差更小,更具有实用价值。

参考文献(References):

[1] 王江潭,陈飞. 提升轻武器射击教学训练实效的思考[J]. 军事交通学报,2022,1(4):59-62.
WANG J T,CHEN F. Thoughts on improving effectiveness of light weapons shooting teaching and training[J]. Journal of Military Transportation,2022,1(4):59-62. (in Chinese)

[2] 于正亮,肖曦. 开放式声电定位报靶系统[J]. 四川兵工学报,2015,36(2):15-17,40.
YU Z L,XIAO X. Research on open acoustic scoring system [J]. Journal of Sichuan Ordnance,2015,36(2):15-17,40. (in Chinese)

[3] 黄国伟. 基于声学定位的激波报靶系统设计与优化[D]. 杭州:浙江大学,2020.

[4] 陈广庆,孙建,王吉岱,等. 基于激光靶的野外自动报靶系统设计[J]. 电子技术应用,2015,41(5):32-34,38.
CHEN G Q,SUN J,WANG J D,et al. The design of automatic scoring system based on laser[J]. Application of Electronic Technique,2015,41(5):32-34,38. (in Chinese)

[5] 魏义虎,陈雷. 基于 LabVIEW 的激光模拟射击自动报靶系统研究[J]. 现代电子技术,2015,38(20):114-116,120.
WEI Y H,CHEN L. Research on LabVIEW-based automatic target-scoring system of laser simulation shooting[J]. Modern Electronics Technique,2015,38(20):114-116,120. (in Chinese)

[6] 苏忠伟. 基于图像处理技术的自动报靶系统研究[D]. 厦门:厦门大学,2020

[7] 尹乾. 基于图像处理技术的自动报靶系统研究[D]. 重庆:重庆大学,2017.

[8] 徐靖伦. 一种基于激波定位的自动报靶系统研制[D]. 青岛:青岛科技大学,2022.

[9] 胡杰,支凯艳,陈小军. 基于 LabVIEW 的图像处理自动报靶软件设计与实现[J]. 兵器装备工程学报,2019,40(11):

83 – 86.
HU J, ZHI K Y, CHEN X J. Design and implementation of automatic target application software for image processing based on LabVIEW[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2019, 40(11): 83 – 86. (in Chinese)
[10] 刘春光,张亚宁. 基于 MFC 的人工报靶程序设计[J]. 现代信息科技,2022,6(14):123 – 125.
LIU C G, ZHANG Y N. Design of manual target reporting program based on MFC[J]. Modern Information Technology, 2022, 6(14): 123 – 125. (in Chinese)
[11] 黄克平,应浩,张亚,等. 基于开放式 T 靶的弹丸斜入射数学模型[J]. 应用声学,2010,29(1):43 – 47.
HUANG K P, YING H, ZHANG Y, et al. Mathematical model of bullet shooting at oblique incidence based on opened T-shape target[J]. Applied Acoustics, 2010, 29(1): 43 – 47. (in Chinese)
[12] 王颖,赵常寿,刘洋. 基于开放式 T 靶弹丸任意角入射声学定位算法研究[J]. 科学技术与工程,2013,13(29):8751 – 8754.
WANG Y, ZHAO C S, LIU Y. The research of acoustic localization algorithm of bullet shooting at arbitrary incidence based on opened T-shape target[J]. Science Technology and Engineering, 2013, 13(29): 8751 – 8754. (in Chinese)
[13] 黄克平,应浩,黄婷,等. 开放式三维 T 靶数学模型建立及解析算法[J]. 四川兵工学报,2008,29(5):124 – 126.
HUANG K P, YING H, HUANG T, et al. Establishment and analytical algorithm of open three-dimensional T target mathematical model[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2008, 29(5): 124 – 126. (in Chinese)
[14] 应浩,黄克平. 开放式 T 靶弹丸斜入射风矢量修正模型[J]. 兵工自动化,2015,34(7):12 – 14.
YING H, HUANG K P. Oblique incidence wind vector correction model about opened T-shape target projectile[J]. Ordnance Industry Automation, 2015, 34(7): 12 – 14. (in Chinese)
[15] 刘红梅,陈俊彪,吴建敏,等. 一种高精度弹丸全弹道飞行时间测量方法[J]. 沈阳理工大学学报,2022,41(5):91 – 94.
LIU H M, CHEN J B, WU J M, et al. A high-precision measurement method of full ballistic flight time of projectile[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2022, 41(5): 91 – 94. (in Chinese)
[16] 陈伟,蔡静,高寿兰. 求解非线性方程的一类改进型牛顿迭代法[J]. 湖州师范学院学报,2021,43(8):1 – 5.
CHEN W, CAI J, GAO S L. A class of improved Newtonian iterative methods for solving nonlinear equations[J]. Journal of Huzhou University, 2021, 43(8): 1 – 5. (in Chinese)
[17] PENG J J, LIAO A P, PENG Z Y, et al. Newton's iterative method to solve a nonlinear matrix equation[J]. Linear and Multilinear Algebra, 2019, 67(9): 1867 – 1878.
[18] LU J F, FEI G R. Non-linear localization algorithm based on Newton iterations[J]. Journal on Internet of Things, 2020, 2(4): 129 – 134.
[19] 孙宝印,申伟,孙天舒,等. 改进的降阶牛顿迭代数值子结构方法[J]. 工程力学,2022,39(8):1 – 8.
SUN B Y, SHEN W, SUN T S, et al. An improved reduced-order numerical substructure method based on Newton iterative algorithm[J]. Engineering Mechanics, 2022, 39(8): 1 – 8. (in Chinese)
[20] 姚梦媛,卢长娜. 基于牛顿迭代法的改进预估[J]. 湖州师范学院学报,2022,44(8):6 – 12.
YAO M Y, LU C N. A new predictor-corrector method based on Newton iterative method[J]. Journal of Huzhou University, 2022, 44(8): 6 – 12. (in Chinese)
[21] 李胜红. 装甲车辆实弹射击自动报靶系统的设计与实现[D]. 济南:山东大学,2013.

(责任编辑:和晓军)

(上接第 39 页)

[8] 鲁博,瞿绍军. 融合 BiFPN 和改进 Yolov3-tiny 网络的航拍图像车辆检测方法[J]. 小型微型计算机系统,2021,42(8):1694 – 1698.
LU B, QU S J. Vehicle detection method in aerial images based on BiFPN and improved Yolov3-tiny network[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2021, 42(8): 1694 – 1698. (in Chinese)
[9] 修宇璇. 基于语义分割和逆透视变换的车道线检测算法研究[D]. 天津:天津大学,2018.
XIU Y X. Research on lane detection algorithm based on semantic segmentation and inverse perspective mapping[D]. Tianjin: Tianjin University, 2018. (in Chinese)
[10] 李海华,万热华,陈小玲,等. 一种基于逆透视变换的车道线检测方法[J]. 工业仪表与自动化装置,2021(2):97 – 100.
LI H H, WAN R H, CHEN X L, et al. A lane line detection method based on inverse perspective transformation[J]. Industrial Instrumentation & Automation, 2021(2): 97 – 100. (in Chinese)
[11] QIAO S Y, CHEN L C, YUILLE A. DetectoRS: detecting objects with recursive feature pyramid and switchable atrous convolution[C]//2021 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Nashville, USA: IEEE, 2021: 10208 – 10219.
[12] 王溪波,曹士彭,赵怀慈,等. 双边特征聚合与注意力机制点云语义分割[J]. 仪器仪表学报,2021,42(12):175 – 183.
WANG X B, CAO S P, ZHAO H C, et al. Semantic segmentation of point cloud via bilateral feature aggregation and attention mechanism[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(12): 175 – 183. (in Chinese)
[13] 王大方,刘磊,曹江,等. 基于空洞空间池化金字塔的自动驾驶图像语义分割方法[J]. 汽车工程,2022,44(12):1818 – 1824.
WANG D F, LIU L, CAO J, et al. Semantic segmentation method of autonomous driving images based on atrous spatial pyramid pooling[J]. Automotive Engineering, 2022, 44(12): 1818 – 1824. (in Chinese)
[14] LU C Y, VAN DE MOLENGRAFT M J G, DUBBELMANG. Monocular semantic occupancy grid mapping with convolutional variational encoder-decoder networks[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2019, 4(2): 445 – 452.
[15] RODDICK T, CIPOLLA R. Predicting semantic map representations from images using pyramid occupancy networks[C]// 2020 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Seattle, USA: IEEE, 2020: 11135 – 11144.

(责任编辑:和晓军)