[文章编号] 1003－4684(2026)04-0044-05

基于拉普拉斯小波的变压器绕组 PD 定位研究

方子豪，刘 辉，万英杰

（湖北工业大学新能源及电网装备安全监测湖北省工程研究中心，湖北 武汉 430068）

[摘 要] 电力变压器是供配电系统当中的主要元器件之一，也是最重要的电压转换设备，变压器运行状态的好坏对供配电系统的稳定起到重要作用。变压器的故障绝大多数都是由绕组的局部放电(PD)发展而来，因此通过监测绕组局部放电可以有效的评估变压器的绝缘健康状态。通过将小波变换(WT)信号处理方法和拉普拉斯变换算法相结合，成为拉普拉斯小波变换(LWT)。通过使用包络小波(EWT)对算法进行改进，应用于对 PD 信号的处理，然后计算海林格距离实现变压器绕组进行局部放电点的定位。仿真数据表明，改进后的拉普拉斯小波算法可以精确且高效地进行放电点的定位。

[关键词] 局部放电；变压器绕组；小波分析；拉普拉斯；故障定位

[中图分类号] TM726.4 [文献标识码] A

局部放电信号与变压器绝缘系统相连，这些信号的高电平可能导致绝缘击穿。事实上，电力变压器中的局部放电分析已被广泛应用于检测和量化绝缘系统的劣化，因此检测和定位起着重要作用[1]。将小波包应用于 PD 定位，其中高频信息用于估计 PD 位置，特别是分析第一分解级别的细节系数。应用传递函数法，通过串联谐振频率，或者每个界面的传递函数，从而确定变压器绕组中 PD 的位置。

PD 信号使用小波变换进行处理，其中拉普拉斯函数被作为母小波，形成拉普拉斯小波，并假设 LWT 与 PD 信号具有相似性。因此，必须使用在标准校准过程中获得的 LWT 和 PD 参考信号之间的最大相关系数来确定和定义 LWT 参数[2]。此外，对于每个 PD 信号，计算包络小波变换(EWT)，并且用 EWT 系数代替信号参考。最后，将 PD 信号与新的 PD 参考信号进行比较，并应用海林格距离来确定沿绕组或绕组各部分之间的 PD 位置。

1 变压器绕组模型

1.1 集总参数模型

对于变压器绕组通常使用集总参数模型或者导体传输线模型表示，以便于数学计算和完成 PD 的定位。

通过将变压器绕组的每一匝都用固定电路等效，绕组的内部使用电感和电阻串联的方式等效匝内磁场和电阻，绕组间使用电容等效匝间磁场[3]。这样就可以将整个绕组使用集总参数模型等效出来，绕组的每个部分由 R、L 和 C 的集总参数表示，进而分段完成计算。

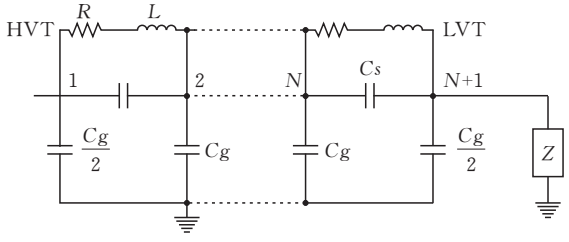

图 1 变压器绕组的集总参数模型

图中，变压器绕组模型具有 N 个节段，节点数等于 $N+1$。在本应用中，变压器绕组模型有 10 个截面，$L=180$ H，$R=1.2$ Ω，$Cs=13$ pF，$Cg=3000$ pF。

1.2 绕组中的 PD 信号模型

绕组中的 PD 信号特征在于指数阻尼函数，信号模型与雷电流非常相近，因而在通常的研究过程中，使用雷电流模型来近似表示 PD 信号[4]。

1)双指数函数模型：

$$i(0,t)=I_0[\exp(-\alpha t)-\exp(-\beta t)] \tag{1}$$

其中，I_0 表示为通道底部电流的峰值；α、β 为时间常数。

2)Heidler 函数模型：

$$i(0,t)=(I_0/\eta)[k_s^n/(1+k_s^n)]\exp(-t/\tau_2) \tag{2}$$

[收稿日期] 2023－09－05

[第一作者] 方子豪(1997－)，男，湖北武汉人，湖北工业大学硕士研究生，研究方向为电网设备安全监测。

[通信作者] 万英杰(1986－)，男，湖北孝感人，工学硕士，湖北工业大学工程师，研究方向为电力系统及其自动化。

式中 $k_s = t/\tau_1$；η 为峰值电流修正系数（$\eta = \exp[-(\tau_1/\tau_2)(n\tau_2/\tau_1)^{1/n}]$）。

$$S_{PD} = A\left(\frac{t}{t-T_f}\right)^n e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} \tag{3}$$

其中，t 是时间变量；A 是 PD 信号的振幅；T_f 是上升时间或前沿持续时间；τ 是函数振幅下降到其峰值的 37%的时间；n 是影响函数上升时间的因素。用于获取绕组段之间 PD 信号的 PD 模型如图 2 所示。其中电压端子 a 和 b 的电路解由(2)定义，其参数 $R=2$ kΩ、$C_1=300$ pF、$C_2=50$ pF。

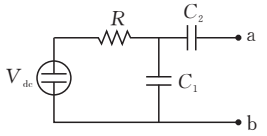

图 2　绕组节中的 PD 模型

如果 PD 发生在变压器绕组的任何位置，其响应将使用图 1 中的阻抗 Z 在中性端子捕获。

如果实际变压器中发生 PD，则发生的位置可能在匝内或匝之间，对地发生的可能性很小[6]。然而，由于本研究旨在详细识别绕组内部的 PD 信号传播特性，因此确定了注入模拟脉冲的位置为 3 种方式，即匝内、匝间和对地[7]。注入位置被确定为绕组模型的顶端、底端或中间部分。

假设使用实际变压器进行测试，模拟脉冲的波前持续时间大多设置为 30 ns，偶尔也设置为 1 μs 以检查波前持续时间的影响。模拟脉冲的幅度确定为 100 pC 和 1000 pC。同时，仅使用波前持续时间为 30 ns 的模拟脉冲进行匝间注入或耦合端的测量。通过模拟发现，波前持续时间为 1 μs 的波形的上升部分更陡峭。

关于参考信号，它们使用电磁暂态仿真程序，通过串联电容器的电压脉冲进行过程校准，其中振幅脉冲等于 1 V，电容器值为 50 pF，相当于 50 pC 的电荷。电压或电流信号在中性端子处捕获，并用作变压器绕组中 PD 位置的参考。

本工作中使用的 PD 参考信号是从 Heidler 函数中获得的。参考信号的数量将等于绕组部分的数量。完整的 PD 参考信号将使用 WT 进行处理，以确定变压器绕组中的 PD 位置[8]。

2　小波变换和拉普拉斯函数

2.1　小波变换

1）连续小波变换　小波分析的基本概念是选择一个合适的小波，称其为母小波，然后使用其转换和扩展版本进行分析，如等式所示：

$$WT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)\mathrm{d}t \tag{4}$$

其中 a 和 b 分别是尺度和平移参数；$\psi^*(a,b)$ 是所选的母小波；$*$ 表示复共轭的运算。

2）离散小波变换　信号 $R(i)$ 的一维离散小波变换定义如下：

$$R(i) = k_i - \frac{(k_i-\bar{k}_i)(\zeta_i-\bar{\zeta}_i)}{\sqrt{(k_i-\bar{k}_i)^2(\zeta_i-\bar{\zeta}_i)}} = A_j(i) + \sum_{j<J} D_j(i) \tag{5}$$

其中 A_j 表示 j 级别上的近似信号；D_j 是 j 级别上的细节信号。

在 j 水平处的近似信号如下获得：

$$A_j(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c\,A_{j,k}\,\varphi_{j,k}(i) \tag{6}$$

其中，$cA_{j,k}$ 是 j 级别上的近似信号；$\varphi_{j,k}(i)$ 为 j 级别上的细节信号。

j 级别上的细节信号表示如下：

$$D_j(i) = \sum_{k\in Z} c\,D_{j,k}\,\psi_{j,k}(i) \tag{7}$$

其中，$cD_{j,k}$ 为 j 级别上的细节信号；$\psi_{j,k}(i)$ 为小波函数。

2.2　拉普拉斯小波算法

拉普拉斯小波是一个复杂的、解析的、单侧阻尼指数，它由下式给出：

$$\psi(t) = \begin{cases} A\,e^{-\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\omega_c t} & t \geqslant 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \tag{8}$$

其中，ξ 是控制指数包络在时域中的衰减率并因此调节小波分辨率的阻尼因子，同时对应于小波在频域中的频率带宽[9]；频率 w_c 决定了小波在时域中的特征振荡次数，与频域中的小波中心频率相对应；A 为任意比例因子。

应该注意的是，拉普拉斯小波是通过考虑机械系统响应中预期的特征而产生的。拉普拉斯小波有实部和虚部，相位错相 90°[10]。以类似于傅里叶变换的方式，需要一个复杂的小波来正确处理小波和信号之间的相位差。小波可以只用一个实部来匹配通常真实的物理数据。但是，同时使用这两个部分可确保小波变换的平滑性和连续性。

$$\psi(t)\begin{cases} C\,e^{-\left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}+j\right)w_c(t)} & \text{if } t \geqslant 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{9}$$

其中，β 是阻尼因子；w_c 是小波的中心频率；c 是比例因子；频率 w_c 定义了小波的振荡；因子 β 允许在时域中控制指数函数的衰减率；WL 参数 β 和 w_c 都将由校准过程中获得的 PD 信号定义，在计算 WT 之前，这些参数定义 PD 信号波形。一旦计算出 WT，所获得的系数必须表示如下：

$$WT(a,b) = A(t)\,e^{j\theta(t)} \tag{10}$$

其中，$\theta(t)$ 是相位；$A(t)$ 为瞬时包络，也称为包络

小波变换(EWT)。由下式给出：

$$A(t)=\sqrt{\{Re[WT(a,b)]\}^2+\{Im[WT(a,b)]\}^2} \tag{11}$$

由于原始信号 $x(t)$和 WL 函数之间的相似性，WT 获得的 EWT 将用于确定沿变压器绕组的 PD 位置，如(11)所示。

根据(10)，要确定的 WL 参数为 C、w_c 和 β。其中，C 是固定为 1 到显示值之间的随机常数值，表示 WL 的归一化幅度。C 取从 0 到 1 的值，其表示 WL 的归一化幅度的最大值。参数 w_c 和 β 由以下方程定义：

$$\omega_c=\frac{\omega_c^{\min}+\omega_c^{\max}}{2} \tag{12}$$

$$\beta=\frac{\beta(\omega_c^{\min})+\beta(\omega_c^{\max})}{2} \tag{13}$$

其中，$\omega_c^{\min}$ 和 $\omega_c^{\max}$ 分别是中心频率的最小值和最大值，这已经取决于相关系数(k)，这些参数定义了变压器绕组的最小和最大谐振频率。根据滤波器组理论计算了 w_c 和 β。因此，k 的最大值将用于提供最佳 WL 的 w_c 和 β 的组合。

$$k=\sqrt{2}\,\frac{|\langle\psi_{a,b}(t),x(t)\rangle|}{\|\psi_{a,b}(t)\|\,\|x(t)\|} \tag{14}$$

为了获得 k，WL 将与 PD 参考信号相关，改变中心频率和阻尼因子，从而得到一个维度为(p，q)的矩阵 M，中心频率值的数量定义为 q。

3 局部放电定位算法

3.1 拉普拉斯小波算法参数确定

参数图 1 中所示的 RLC 模型已在 EMTP 软件 ATP 中实现。使用 10 MHz 的采样频率沿着绕组的每个部分获得 PD 信号[11]。中心频率的值从 60 kHz 到 500 kHz，增量为 1 kHz，因为 500 kHz 的测量频率在实际应用中是可以接受的。此外，阻尼因子取 0.01 和 0.5 之间的值，增量为 0.01。最后，将每个 PD 参考信号与 WL 函数相关联，以获得参数范围内的相关系数。输出电压和电流信号将用于确定相关系数。

当在高压端子附近存在 PD 时出现最小中心频率值，而当在中性端子附近存在帕金森时获得最大中心频率值[12]。根据结果，最佳 WL 参数将由绕组的第一和最后部分给出的 PD 参考信号来定义。

3.2 局部放电定位方法

使用最佳 WL 进行 PD 位置定位，该 WL 用于计算 WT[13]。对于绕组段上的所有 PD 参考信号，计算每个 PD 参考信号的 WT，其 EWT 系数将取代它，并用于获得定义 PD 位置的最小海林格距离。

海格林距离的平方被定义如下：

$$H^2(p,q)=\frac{1}{2}\int\left(\sqrt{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\lambda}}-\sqrt{\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\lambda}}\right)^2\mathrm{d}\lambda \tag{15}$$

这里 $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}\lambda}$ 和 $\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\lambda}$ 分别是 p 和 q 的尼克迪姆微分。这里的定义是与 λ 无关的，因此当另外一个概率测度替换 λ 时，只要 p 和 q 关于它绝对连续，那上式就不变。为了简单起见，通常把上式改写为：

$$H^2(p,q)=\frac{1}{2}\int\left(\sqrt{\mathrm{d}p}-\sqrt{\mathrm{d}q}\right)^2 d\lambda \tag{16}$$

对于两个离散概率分布 $p=(p_1,p_2,\cdots,p_n)$和 $q=(q_1,q_2,\cdots,q_n)$，它们的海林格距离可以定义如下：

$$H(p,q)=\frac{1}{\sqrt{2}}\int\sum_{i=1}^{n}\left(\sqrt{p_i}-\sqrt{q_i}\right)^2 \tag{17}$$

上式也可以写成：

$$1-H^2(p,q)=\sum_{i=1}^{n}\sqrt{p_i\,q_i} \tag{18}$$

海林格距离和巴氏系数存在较大的关系[14]。巴氏距离定义如下：

$$\begin{cases}D_B(p,q)=-ln(BC(p,q))\\ BC(p,q)=\sum\limits_{x\in X}\sqrt{p(x)q(x)}\end{cases} \tag{19}$$

$$\begin{cases}BC(p,q)=\int\sqrt{p(x)q(x)}\\ 0\leqslant BC\leqslant 1,0\leqslant D_B\leqslant\infty\end{cases} \tag{20}$$

求得巴氏系数 BC 之后，就可以求得巴氏距离和海林格距离，具体由下式给出：

$$\begin{cases}H_d(p,q)=\sqrt{1-BC(p,q)}\\ BC(p,q)=\sum\limits_{n}\sqrt{p(n)q(n)}\end{cases} \tag{21}$$

其中，q 是由 EWT 系数在每个部分中定义的概率质量分布；p 是当沿着绕组的任何部分存在 PD 信号时由 EWT 系数值定义的分布。这些分布由它们各自的 EWT 系数确定，如下所示：

$$q(n)=\frac{EWT_{PD}^{i}(n)}{\sum\limits_{n}EWT_{PD}^{i}(n)};n=1,2,\cdots,m \tag{22}$$

其中 m 是样本的数量；j 是每个部分的 PD 参考信号。然后，变压器绕组中的 PD 位置将由最小的海林格距离定义[15]。算法的实现流程如图 3 所示。

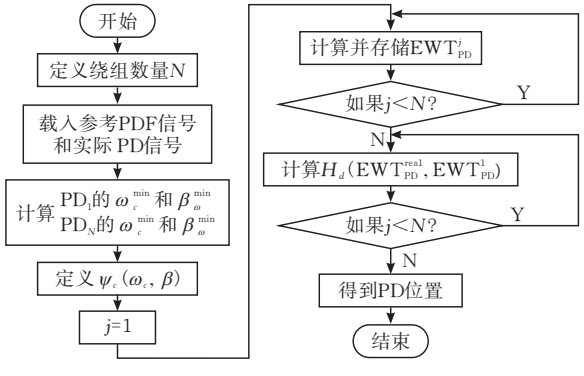

图 3 PD 定位算法流程

3.3 仿真分析

对所提出的变压器绕组局部放电定位方法进行了测试，测试了沿绕组各部分和绕组各部分之间注入的不同局部放电信号。在表 1 中，显示了沿绕组各部分注入的 PD 信号的获得结果。每列具有 PD 信号和每个 PD 参考信号之间的海林格距离值。例如，当在部分 2 注入 PD 信号时，其对应的距离值在列 2 中，最小海林格距离值为 0.0275，指示在部分 2 存在 PD。此外，如果在绕组的部分 7 处存在 PD 信号，则最小海林格距离为 0.066，元素(7,7)，这意味着在变压器绕组的部分 7。根据这些结果，可以得出关于所提出算法的准确性的结论。

表 1　绕组内的 PD 定位结果

绕组	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	**0.068**	0.188	0.232	0.252	0.220	0.304	0.330	0.315	0.385	0.386
2	0.177	**0.027**	0.141	0.238	0.160	0.256	0.322	0.262	0.335	0.351
3	0.215	0.139	**0.037**	0.227	0.153	0.192	0.297	0.241	0.302	0.326
4	0.235	0.234	0.222	**0.072**	0.191	0.248	0.233	0.270	0.333	0.329
5	0.211	0.164	0.160	0.191	**0.038**	0.179	0.225	0.170	0.267	0.280
6	0.306	0.262	0.205	0.254	0.181	**0.047**	0.246	0.183	0.217	0.262
7	0.333	0.329	0.310	0.235	0.236	0.258	**0.066**	0.218	0.286	0.255
8	0.311	0.265	0.247	0.275	0.176	0.182	0.218	**0.037**	0.175	0.199
9	0.390	0.347	0.317	0.347	0.284	0.227	0.301	0.186	**0.054**	0.199
10	0.386	0.356	0.334	0.336	0.287	0.272	0.265	0.205	0.188	**0.257**

表 2 中显示了绕组之间 PD 的相应结果。该结果是使用 371.5 kHz 的中心频率获得的，假设在部分之间注入的 PD 信号在变压器绕组中激发更高的谐振频率，例如，当在部分 5 和 6 之间存在 PD 时，将使用最小 Hellinger 距离来估计其位置，即 Hellinger 距离值为 0.0503，这意味着在部分 5 和 6 之间存在 PD 信号。此外，如果在区段 9 和 10 之间存在 PD 信号，则其对应的 Hellinger 距离值为 0.0378，指示区段 9 和区段 10 之间的 PD 信号，该数值结果与绕组的长度相关，在这种情况下，对应于变压器中性点的绕组长度的 10%。因此，可以评估不同幅度的脉冲，并且其精度不受影响，对于沿着绕组的部分及其之间的 PD，达到 100%的精度。该算法还提供了瞬时频率幅度(EWT)，减少了时域中的数据分散，改善和减少了对 PD 定位的限制。所提出的算法使用包含在 EWT 中的完整频谱，这相对于其他小波应用是一个优势，例如文中提出的用于 PD 定位的小波包，其中结果可能受到分解级别的影响。此外，当沿着绕组的各部分存在 PD 时，WL 可用于确定主振荡。

表 2　绕组间的 PD 定位结果

绕组	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11
1-2	**0.032**	0.159	0.132	0.226	0.286	0.241	0.344	0.350	0.330	0.412
2-3	0.153	**0.055**	0.157	0.230	0.260	0.244	0.332	0.332	0.332	0.407
3-4	0.132	0.168	**0.036**	0.222	0.248	0.212	0.320	0.318	0.311	0.406
4-5	0.222	0.238	0.224	**0.046**	0.228	0.190	0.257	0.289	0.263	0.359
5-6	0.281	0.252	0.240	0.231	**0.051**	0.228	0.325	0.276	0.327	0.407
6-7	0.240	0.244	0.311	0.184	0.226	**0.038**	0.223	0.226	0.223	0.312
7-8	0.344	0.340	0.322	0.256	0.327	0.233	**0.049**	0.216	0.202	0.272
8-9	0.346	0.328	0.312	0.286	0.273	0.223	0.199	**0.050**	0.206	0.299
9-10	0.334	0.342	0.317	0.267	0.330	0.224	0.193	0.218	**0.038**	0.203
10-11	0.418	0.420	0.414	0.367	0.415	0.328	0.269	0.314	0.221	**0.051**

4　结论

通过将小波变换信号处理方法和拉普拉斯变换算法相结合，成为拉普拉斯小波变换。通过使用包络小波对算法进行改进，对变压器绕组进行局部放电故障诊断。该算法是针对沿绕组内以及绕组之间的局部放电进行评估的。

拉普拉斯小波变换的使用减少了时域中的数据分散。使用拉普拉斯函数作为母小波表示对局部放电区域的改进，当 PD 处于定义的位置时，拉普拉斯小波算子可以用来知道更受激励的谐振频率。

此外，相对于文献中实际提出的方法，Hellinger 函数的使用增强了 PD 定位的误差。最后，由于结合了真实信号输入，可以将该方法作为离线应用来实现，从而获得电力变压器绕组绝缘条件的测量值。结果表明，拉普拉斯小波可以精确且高效的

完成变压器绕组局部放电的定位。

[参 考 文 献]

[1] 钱定冬,宋柯,王伟.基于鲸鱼算法的变压器局放超声内部定位研究[J].电子科技,2023,11(07):1-7.

[2] 王建元,梁惠娟,康爱民.国内电力变压器局部放电超声波定位研究进展[J].东北电力大学学报,2019,39(02):10-14.

[3] Wang S, He Y, Yin, et al. A partial discharge localization method in transformers based on linear conversion and density peak clustering[J]. IEEE Access 2021, 9:7447-7459.

[4] 刘豪,刘溪,王婵,等.基于终端测量梯形网络的变压器绕组内部局部放电定位方法[J].变压器,2019,56(03):55-61.

[5] 郑书生,陈金祥,李成榕,等.变压器绕组对局部放电特高频定位方法的影响[J].高电压技术,2013,39(02):324-329.

[6] 罗旖旎,黄超.变压器绕组的局部放电定位研究[J].变压器,2009,46(03):43-46.

[7] Karami H, Aviolat F Q, Azadifar, et al. Partial discharge localization in power transformers using acoustic time reversal[J]. Electr Power Syst. Res. 2022, 206:107801.

[8] 白少佐,郑殿春.基于传输函数理论的变压器绕组局部放电定位方法[J].变压器,2007(12):33-35+42.

[9] Rathod V B, Kumbhar G B, Bhalja B R. Performance analysis of acoustic sensors based time reversal technique for partial discharge localization in power transformers[J]. Electr. Power Syst. Res. 2022, 215, 108965.

[10] 谢玉.电力变压器局部放电带电检测及定位技术的思考[J].中国设备工程,2021(23):204-205.

[11] 黄盛洁,姚文捷.数字技术用于电力变压器局部放电定位[J].变压器,2023,60(01):35-40.

[12] Cai J, Zhou L, Hu J, et al. High-accuracy localisation method for PD in transformers[J]. IET Sci Meas Technol. 2020, 14: 104-110.

[13] Sharifinia S, Allahbakhshi M, Ghanbari T, et al. A new application of rogowski coil sensor for partial discharge localization in power transformers[J]. IEEE Sens. 2021, 21: 10743-10751.

[14] 贾骏,陶风波,杨强,等.复杂多径传播条件下变压器局部放电定位方法研究[J].中国电机工程学报,2022,42(14):5338-5348.

[15] 方子豪,陈潇一,孙佳伦.基于指数目标函数优化的变压器局部放电故障最佳定位点估计方法[J].智慧电力,2023,51(05):51-56+118.

PD Positioning of Transformer Windings Based on Laplace Wavelets

FANG Zihao, LIU Hui, WAN Yingjie

(*Hubei Engineering Research Center for Safety Monitoring of New Energy and Power Grid Equipment, Hubei Univ. of Tech., Wuhan* 430068, *China*)

Abstract: Power transformers are one of the main components and the most important voltage conversion equipment in the power supply and distribution system. The operation status of transformers plays an important role in the stability of the power supply and distribution system. The vast majority of transformer faults develop from partial discharge (PD) in windings, so monitoring PD in windings can effectively evaluate the insulation health status of transformers. By combining wavelet transform (WT) signal processing method with Laplace transform algorithm, Laplace wavelet transform (LWT) is formed. The algorithm is improved by using envelope wavelets (EWT), which is applied to the processing of PD signals, and then calculates the Hellinger distance to locate the partial discharge point of the transformer winding. The simulation data show that the improved Laplace wavelet algorithm can accurately and efficiently locate the discharge point.

Keywords: partial discharge; transformer winding; wavelet analysis; laplace; fault location

[责任编校:赵 瞳]