文章编号:1674-2974(2025)06-0024-12 DOI:10.16339/j.cnki.hdxbzkb.2025173

基于混合LQR/H∞与GPC的深海集矿车内外环控制

秦兆博[1,2],侯嘉晖[1,2],李致远[1],边有钢[1,2†],崔庆佳[1,2],胡满江[1,2]
(1. 湖南大学 机械与运载工程学院,湖南 长沙 410082;
2. 湖南大学无锡智能控制研究院,江苏 无锡 214131)

摘 要:为解决深海集矿车在海底自主行驶时易受到动态洋流等因素造成的时变外界干扰的问题,进一步提高深海集矿车运动控制精度,提出一种基于混合线性二次型调节器(linear quadratic regulator, LQR)/H无穷(H-infinity, H∞)与广义预测控制(generalized predictive control, GPC)的深海集矿车内外环控制方法.基于考虑时变外界干扰影响的深海集矿车误差运动学模型,结合LQR与H∞控制相构建方位外环控制器,使得控制器不仅具备线性最优控制方法的快速跟踪能力,还有较强鲁棒性;结合基于履带纵向运动学模型构建的GPC速度控制器与深海集矿车动力学模型,设计了速度内环控制器.该控制器在考虑深海集矿车动力学特性的同时,确保了求解过程的实时性.仿真结果表明,相比于常用的横向模型预测控制(model predictive control, MPC)/纵向比例积分微分(proportion integration differentiation, PID)控制方法,该方法不仅具有更高的横/纵向控制精度,还对时变外界干扰具备更强的鲁棒性.

关键词:集矿车;车辆控制;线性二次调节器;鲁棒性
中图分类号:TP273 **文献标志码**:A

Inner and Outer Loop Control of Deep-sea Mining Vehicle Based on Hybrid LQR/H∞ and GPC

QIN Zhaobo[1,2], HOU Jiahui[1,2], LI Zhiyuan[1], BIAN Yougang[1,2†], CUI Qingjia[1,2], HU Manjiang[1,2]
(1. College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;
2. Wuxi Intelligent Control Research Institute of Hunan University, Wuxi 214131, China)

Abstract: To address the issue that the deep-sea mining vehicle is vulnerable to time-varying external disturbances caused by some factors such as dynamic ocean currents when operating autonomously on the seabed, and to further improve the motion control accuracy of deep-sea mining vehicle, an inner and outer loop control method of deep-sea mining vehicle based on hybrid LQR/H∞ and GPC is proposed. Based on the error kinematic model of the deep-sea mining vehicle that considers time-varying external disturbances, the LQR and H∞ control methods are combined to construct the azimuth outer loop controller, which enables the controller to possess both the

* **收稿日期**:2024-02-01
基金项目:湖南省自然科学基金资助项目(2021JC0010), Natural Science Foundation of Hunan Province (2021JC0010);长三角科技创新共同体联合攻关计划项目(2022CSJGG0900), Yangtze River Delta S&T Innovation Community Joint Research Project (2022CSJGG0900);整车先进设计制造技术全国重点实验室项目(72275004, 32315007), State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing Technology for Vehicle Project(72275004, 32315007)
作者简介:秦兆博(1990—),男,黑龙江大庆人,湖南大学副研究员,博士
† 通信联系人,E-mail: byg19@hnu.edu.cn

ability of fast tracking of linear optimal control methods and strong robustness. The speed inner loop controller is constructed by combining the GPC speed controller based on the track's longitudinally kinematics model and the deep-sea mining vehicle's dynamic model, so that the controller can ensure real-time solutions while considering the dynamic characteristics of the deep-sea mining vehicle. The simulation results show that compared with the commonly used MPC controller in the lateral controller and the traditional PID controller in the longitudinal controller, the proposed method not only has higher lateral and longitudinal control accuracy, but also shows stronger robustness to time-varying external disturbances.

Key words: mining vehicle; vehicle control; linear quadratic regulator; robustness

近年来,随着陆地矿产资源日益枯竭,深海中丰富的矿物质资源引起了广泛关注.深海采矿技术作为一门跨学科领域,逐渐成为众多领域专家学者的研究焦点.深海集矿车作为海底采矿作业的核心载体,如何在深海复杂环境下对其进行精确运动控制是深海采矿作业顺利完成的关键.因此,深入研究深海集矿车的运动控制技术具有重要意义.

针对深海集矿车这类采用履带式行走机构的车辆,学者们已对其运动控制方法进行了大量研究.匡文龙等[1]提出一种基于轨迹误差模型的融合控制方法,将李雅普诺夫方法与反演滑模控制相结合,实现低速条件下对轨迹的良好跟踪,但所采用的轨迹误差模型未考虑履带滑移等因素,对于强干扰、大曲率等复杂工况难以达到较好的控制效果.胡家铭等[2]提出一种引入反馈校正的模型预测控制(model predictive control,MPC)方法,能够在一定程度上抑制由车辆滑移导致的建模误差和外界干扰,但该方法未对滑动参数进行显式估计,当产生较大滑移时难以对模型进行准确校正;Corradini[3]提出了一种耦合 MIMO 数据驱动控制和滑模控制的控制体系结构,包括一个故障估计机制,旨在减轻执行器由滑动而导致的有效性损失,作者利用了先前在无模型自适应控制框架中可用的结果,并对其进行扩展以处理履带车辆的路径跟随问题,但该方法过度依赖数据质量难以直接应用;Zhao 等[4]基于履带车滑移运动学模型提出了一种基于瞬时转向中心的滑动参数实时估计方法,包括与 MPC 相结合的运动感知模型预测控制策略,从而有效降低了平均跟踪误差,但该方法未考虑履带车在行驶过程中受到的外界干扰,难以在强干扰工况下保持鲁棒性.Rigatos[5]基于履带车滑移运动学模型,提出一种 H 无穷(H-infinity,H∞)反馈控制器,该方法在抑制建模误差与外界干扰的同时还保留了线性最优控制的特点,能够快速跟踪参考路径,但未考虑履带车的动力学特性,在复杂转向工况下难以保证控制效果;Kuwahara 等[6]考虑滑移和非完整约束会干扰履带车辆的精确运动,建立了基于驱动力控制和虚拟转弯速度控制(virtual-turning velocity control,VTVC)的位置控制系统,通过控制转弯速度跟随虚拟基准来抑制横向干扰.

以上研究主要针对运动环境相对简单的陆用履带车,并未考虑深海复杂环境对深海集矿车运动控制的影响.关于这一领域.众多学者也展开了深入的研究.Chen 等[7]引入非线性滑移控制模型和抗随机环境噪声,使控制更接近实际作业条件,并提出了一种改进的深度确定性策略梯度(independent deep deterministic policy gradient,IDDPG)算法,降低了对 Q 值的过高估计,增强了智能体探索全局最优的能力,针对这类问题设计了一般奖励函数,结合改进模型的不确定性,提高了控制器的泛化能力和对未知环境的适应能力;Weng 等[8]针对深海采矿车定制了带工具变量的递归最小二乘系统识别算法(iterative variable-structure recursive least squares,IV-RLS),并据此设计参数自整定控制器,对系统的响应时间和鲁棒性进行了优化,实现了对深海采矿车的高效率精确控制;Li 等[9]考虑履带式水下推土机运行产生的履带间滑动和软沉积物导致的航向偏离问题,分析了滑移率对轨迹跟踪控制偏差的影响,提出了一种基于 MPC 的考虑滑动和平滑的策略(model predictive control considering smooth scrolling,MPC-CSS),提高了轨迹跟踪过程中对履带滑动的抗干扰能力;Xiong 等[10]提出了一种考虑推土阻力、压实阻力、水阻力以及水流方向和流速影响的非完

整约束下海底履带式车辆动力学建模方法和运动控制方法,采用基于模型的比例-积分-导数三自由度方法进行反步控制,并用李雅普诺夫理论证明了其稳定性.

上述研究的对象虽为深海集矿车,但并未考虑集矿车的动力学特性以及集矿车在深海作业过程中易受到动态洋流等因素造成的时变外界干扰等问题,这些因素均会对集矿车的精确运动控制造成较大影响.因此,本文提出一种基于混合线性二次型调节器(linear quadratic regulator,LQR)/H∞与GPC的深海集矿车内外环控制方法.其中,基于考虑时变外界干扰影响的深海集矿车误差运动学模型建立的方位外环控制器兼具LQR与H∞两种控制方法的优点,能够在有效抑制外界干扰的同时实现对期望路径的精确跟踪;而通过结合基于履带纵向运动学模型构建的广义预测控制(generalized predictive control,GPC)速度控制器与深海集矿车动力学模型得到的速度内环控制器,能够在考虑集矿车动力学特性的同时保证控制器求解的实时性,从而实现对方位外环控制器输出的期望速度的良好跟踪.

1 总体控制框架

本文设计的基于混合LQR/H∞与GPC的深海集矿车内外环控制系统总体控制框架如图1所示.在控制过程中,首先混合LQR/H∞方位外环控制器根据深海集矿车实时反馈状态及参考轨迹计算出两侧履带期望速度;其次广义预测速度内环控制器结合两侧履带实际速度与两侧履带期望速度获得两侧电机期望转矩,并将其下发至深海集矿车.

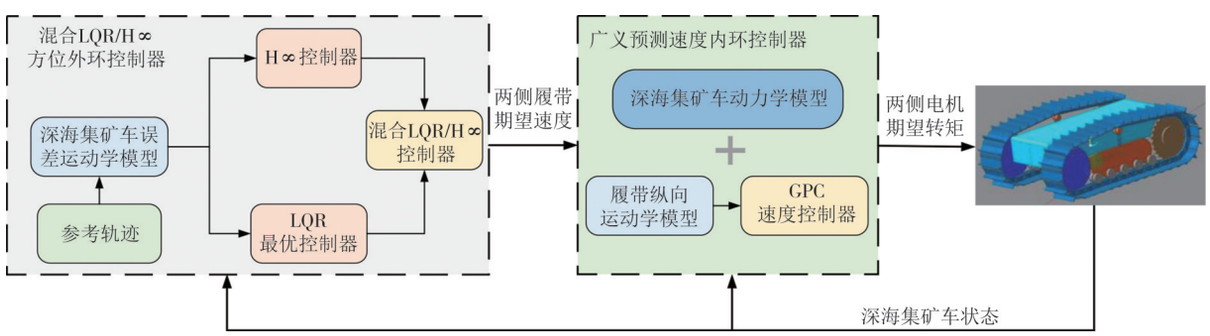


图1 总体控制框架

Fig.1 Overall control framework

2 混合LQR/H∞的方位外环控制器

2.1 深海集矿车误差运动学模型

深海集矿车采用双电动机独立驱动两侧履带的驱动方式.通过控制两侧驱动电机的输出转矩,可以间接控制两侧履带速度,从而实现集矿车的运动控制.考虑到完整构建集矿车的运动过程过于复杂,为简化集矿车的运动行为分析,先做出如下假设[11]:

1)忽略集矿车车体与两侧履带间的相对运动;

2)忽略集矿车的俯仰、侧倾以及垂向运动;

3)假设集矿车质心与几何中心重合,且不考虑运动产生的载荷转移;

4)将集矿车两侧履带的滑移与绕大地坐标系Z轴的滑转视为集矿车所受时变外界干扰的一部分;

5)将时变外界干扰对集矿车运动的影响分解为对集矿车纵向速度和横摆角速度的影响.

由于深海集矿车动力学模型相对复杂,将其用作控制器模型会增加控制器求解难度,因此本文基于深海集矿车运动学模型构建方位外环控制器模型.常用的深海集矿车运动学模型如下所示:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(v_{\mathrm{r}}+v_{\mathrm{l}})\cos\theta/2\\ (v_{\mathrm{r}}+v_{\mathrm{l}})\sin\theta/2\\ (v_{\mathrm{r}}-v_{\mathrm{l}})/B_{\mathrm{d}}\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中:(x,y,θ)为集矿车质心在大地坐标系XOY下的坐标;v_{l}、v_{r}为集矿车左、右两侧履带纵向速度;B_{d}为集矿车两侧履带中心线的间距.

考虑到深海集矿车的运动控制目标为使集矿车质心坐标与参考轨迹上的参考点坐标重合,且其控制过程易受到时变外界干扰的影响,因此将式(1)所示模型中的状态量修改为误差状态量,并增加干扰项,得到深海集矿车误差运动学模型,如图2所示.

图2中,$x_{\mathrm{B}}o_{\mathrm{B}}y_{\mathrm{B}}$为固结于深海集矿车质心的车辆坐标系;$\omega$为基于两侧履带纵向速度得到的集矿车横摆角速度;$v_{\mathrm{w}}$为时变外界干扰对集矿车纵向速度

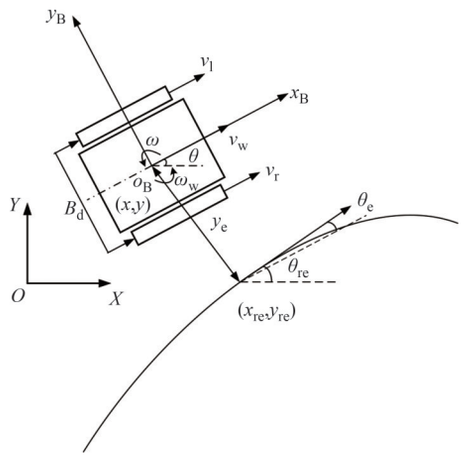


图 2　深海集矿车误差运动学模型

Fig.2　Error kinematic model of the deep-sea mining vehicle

的干扰项;ω_w为时变外界干扰对集矿车横摆角速度的干扰项;$(x_{re},y_{re},\theta_{re})$为集矿车质心在参考轨迹上的当前参考点在大地坐标系下的坐标;y_e、θ_e分别为集矿车质心与当前参考点的横向误差与横摆角误差.v_l、v_r可表示为:

$$\begin{bmatrix} v_l \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_d\omega_l \\ R_d\omega_r \end{bmatrix} \tag{2}$$

式中:ω_l、ω_r为集矿车左、右两侧履带驱动轮角速度;R_d为履带驱动轮半径.

y_e和θ_e可用如下方法计算:

$$y_e = (x - x_{re})\sin\theta_{re} - (y - y_{re})\cos\theta_{re} \tag{3}$$

$$\theta_e = \theta - \theta_{re} \tag{4}$$

因此,上述深海集矿车误差运动学模型可表示为:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (v_r + v_l + v_w)\sin\theta_e/2 \\ \omega_w + (v_r - v_l)/B_d \end{bmatrix} \tag{5}$$

2.2　方位外环控制器设计

LQR 是一种针对线性系统,且目标函数为系统状态和控制输入的二次型函数的最优控制方法.H∞是一种通过使干扰到系统评价的传递函数范数最小来获得最优抗扰性能的控制方法.本文综合两种控制方法的特点,采用一种混合 LQR/H∞控制方法来设计深海集矿车方位外环控制器.

2.2.1　基于深海集矿车误差运动学模型的 LQR 最优控制器

1)　离散近似线性时变误差系统

LQR 的控制对象为线性离散系统,因此需要对式(5)所示的深海集矿车误差运动学模型进行线性化与离散化处理.

将式(5)基于参考轨迹进行一阶近似泰勒展开,忽略线性化误差与时变外界干扰项后,再进行一阶差商离散化处理,最终可得离散近似线性时变误差系统如下:

$$\bar{\boldsymbol{X}}(k+1) = \boldsymbol{A}_k\bar{\boldsymbol{X}}(k) + \boldsymbol{B}_k\bar{\boldsymbol{\mu}}(k) \tag{6}$$

$$\bar{\boldsymbol{X}}(k) = \begin{bmatrix} y_e(k) - y_{e,re}(k) \\ \theta_e(k) - \theta_{e,re}(k) \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}(k) = \begin{bmatrix} v_r(k) - v_{r,re}(k) \\ v_l(k) - v_{l,re}(k) \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\boldsymbol{A}_k = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{(v_{l,re} + v_{r,re})\cos\theta_{e,re}T}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$\boldsymbol{B}_k = \begin{bmatrix} \dfrac{T\sin\theta_{e,re}}{2} & \dfrac{T\sin\theta_{e,re}}{2} \\ \dfrac{T}{B_d} & -\dfrac{T}{B_d} \end{bmatrix} \tag{10}$$

式中:$\boldsymbol{A}_k$、$\boldsymbol{B}_k$分别为系统的状态矩阵与控制矩阵;T为采样时间;$\bar{\boldsymbol{X}}(k)$为系统相对状态量;$\bar{\boldsymbol{\mu}}(k)$为系统相对控制量;$y_{e,re}(k)$、$\theta_{e,re}(k)$分别为参考横向误差与参考横摆角误差;$v_{l,re}(k)$、$v_{r,re}(k)$分别为参考左、右两侧履带纵向速度.

2)　LQR 最优控制器

根据深海集矿车精确跟踪参考轨迹的控制要求,设计目标函数如下[12]:

$$\min_{\bar{\boldsymbol{\mu}}(k)} J = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\bar{\boldsymbol{X}}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\bar{\boldsymbol{X}}(k) + \bar{\boldsymbol{\mu}}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\bar{\boldsymbol{\mu}}(k)\right) \tag{11}$$

式中:$\boldsymbol{Q}$为系统相对状态量的权重矩阵;$\boldsymbol{R}$为系统相对控制量的权重矩阵.

LQR 最优控制器采用状态反馈控制律:

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}(k) = \boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{X}}(k) \tag{12}$$

式中:$\boldsymbol{K}$为 LQR 最优控制器的状态反馈增益矩阵.

将式(12)代入式(11),可得:

$$\min_{\boldsymbol{K}} J = \left[\bar{\boldsymbol{X}}(k)^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{Q} + \boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{X}\right)\bar{\boldsymbol{X}}(k)\right] \tag{13}$$

若存在一个对称正定常量矩阵$\boldsymbol{P}$使得系统趋于稳定,可得:

$$\boldsymbol{K} = -\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \tag{14}$$

式中:$\boldsymbol{P}$为如下 Riccati 方程的正定解:

$$\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_k + \boldsymbol{Q} - \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} = 0 \tag{15}$$

2.2.2　基于深海集矿车误差运动学模型的混合 LQR/H∞控制器

LQR 最优控制器无法考虑模型线性化、履带滑移等因素造成的建模误差,也难以对海底动态洋流等因素造成的时变外界干扰保持较强鲁棒性,而 H∞控制的目标是使闭环系统在保持稳定的同时,让系

统干扰对系统评价输出的影响尽可能小.因此本研究在LQR最优控制器的基础上结合H∞控制的特点,设计混合LQR/H∞控制器,用以实现在时变外界干扰条件下的深海集矿车精确控制.

在离散近似线性时变误差系统的基础上,考虑模型线性化、履带滑移等因素造成的建模误差以及海底动态洋流等因素产生的时变外界干扰,建立离散扰动线性时变误差系统如下:

$$\bar{\boldsymbol{X}}(k+1)=\boldsymbol{A}_k\bar{\boldsymbol{X}}(k)+\boldsymbol{B}_k\bar{\boldsymbol{\mu}}(k)+\boldsymbol{B}_{\xi,k}\boldsymbol{\xi}(k) \tag{16}$$

$$\boldsymbol{B}_{\xi,k}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{\xi}(k)=\left[y_{\mathrm{w}}T;\ \theta_{\mathrm{w}}T\right] \tag{18}$$

式中:$\boldsymbol{B}_{\xi,k}$为扰动项系数矩阵;y_{w}、θ_{w}分别为作用于横向误差和横摆角误差的干扰项;T为采样时间.

基于LQR最优控制器的目标函数,可得离散扰动线性时变误差系统的评价输出为:

$$\boldsymbol{Z}(k)=\left[\boldsymbol{Q}^{1/2}\bar{\boldsymbol{X}}(k);\ \boldsymbol{R}^{1/2}\bar{\boldsymbol{\mu}}(k)\right] \tag{19}$$

根据H∞性能要求:保证系统稳定前提下,使系统扰动到系统评价输出的传递函数的H∞范数最小.可得如下H∞最优控制问题:

$$\min\|T_{Z\xi}\|_\infty \tag{20}$$

式中:$T_{Z\xi}$为系统扰动到系统评价输出的传递函数.

为降低控制器求解难度,给定一常数γ,将上述H∞最优控制问题转化为如下H∞近优控制问题:

$$\|T_{Z\xi}\|_\infty\leqslant\gamma \tag{21}$$

针对式(16)所示离散扰动线性时变误差系统,设计二次型李雅普诺夫函数如下[13-14]:

$$V(\bar{\boldsymbol{X}})=\bar{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\bar{\boldsymbol{X}} \tag{22}$$

式中:$\boldsymbol{P}_1$为对称正定常量矩阵.

H∞控制器同样采用状态反馈控制律,结合式(22)可得如下表达式:

$$\begin{cases}V\left[\bar{\boldsymbol{X}}(k+1)\right]-V\left[\bar{\boldsymbol{X}}(k)\right]=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{W}-\\ \quad\bar{\boldsymbol{X}}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\bar{\boldsymbol{X}}(k)\\ \boldsymbol{W}=(\boldsymbol{A}_k+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{K}_1)\bar{\boldsymbol{X}}(k)+\boldsymbol{B}_{\xi,k}\boldsymbol{\xi}(k)\end{cases} \tag{23}$$

式中:$\boldsymbol{K}_1$为H∞控制器的状态反馈增益矩阵.

由于系统控制过程中应保持稳定,则有$\lim\limits_{k\to\infty}\bar{\boldsymbol{X}}(k)=0$,因此将式(23)左右两边从$k=0$到∞相加,可得:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left[\boldsymbol{Z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}(k)\right]=\sum_{k=0}^{\infty}\left[\gamma^2\boldsymbol{\xi}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}(k)+\boldsymbol{N}\boldsymbol{M}(k)\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}\right]+\bar{\boldsymbol{X}}(0)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\bar{\boldsymbol{X}}(0) \tag{24}$$

其中,

$$\boldsymbol{N}=\left[\bar{\boldsymbol{X}}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}(k)^{\mathrm{T}}\right] \tag{25}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}(k)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{S}-\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H} & \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_{\xi,k}\\ \boldsymbol{B}_{\xi,k}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{S} & \boldsymbol{B}_{\xi,k}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}_{\xi,k}-\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}\\ \boldsymbol{S}=(\boldsymbol{A}_k+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{K}_1)\\ \boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q}^{0.5}\\ \boldsymbol{R}^{0.5}\boldsymbol{K}_1\end{bmatrix}\end{cases} \tag{26}$$

当$\bar{\boldsymbol{X}}(0)=0$时,式(21)所示H∞近优控制问题可表示为:

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left[\boldsymbol{Z}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}(k)-\gamma^2\boldsymbol{\xi}(k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi}(k)\right]\leqslant 0 \tag{27}$$

将式(24)与式(27)相结合,可知当$\boldsymbol{M}(k)\leqslant 0$时,式(27)即可被满足,也就是H∞性能要求得到满足,从而将H∞近优控制问题转化为寻找合理的状态反馈增益矩阵$\boldsymbol{K}_1$使得不等式条件$\boldsymbol{M}(k)\leqslant 0$得到满足.

将$\boldsymbol{M}(k)\leqslant 0$改写为如下线性不等式矩阵:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}_1 & 0 & (\boldsymbol{A}_k+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{K}_1)^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Q}^{0.5^{\mathrm{T}}} & (\boldsymbol{R}^{0.5}\boldsymbol{K}_1)^{\mathrm{T}}\\ 0 & \gamma^2\boldsymbol{I} & \boldsymbol{B}_{\xi,k}{}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\ \boldsymbol{A}_k+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{K}_1 & \boldsymbol{B}_{\xi,k} & \boldsymbol{P}_1{}^{-1} & 0 & 0\\ \boldsymbol{Q}^{0.5} & 0 & 0 & \boldsymbol{I} & 0\\ \boldsymbol{R}^{0.5}\boldsymbol{K}_1 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{I}\end{bmatrix}\geqslant 0 \tag{28}$$

选取一正常量ρ,对上述线性矩阵不等式左乘、右乘$\mathrm{diag}(\rho^{0.5}P^{-1},\rho^{0.5}\boldsymbol{I},\rho^{0.5}\boldsymbol{I},\rho^{0.5}\boldsymbol{I},\rho^{0.5}\boldsymbol{I})$,并令$\boldsymbol{D}=\rho\boldsymbol{P}_1{}^{-1}$,$\boldsymbol{K}_1=\boldsymbol{Y}\boldsymbol{D}^{-1}$,可得:

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{D} & 0 & (\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{D}+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{D}\boldsymbol{Q}^{0.5^{\mathrm{T}}} & (\boldsymbol{Y}\boldsymbol{R}^{0.5})^{\mathrm{T}}\\ 0 & \rho\gamma^2\boldsymbol{I} & \rho\boldsymbol{B}_{\xi,k}{}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\ \boldsymbol{A}_k\boldsymbol{D}+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{Y} & \rho\boldsymbol{B}_{\xi,k} & \boldsymbol{D} & 0 & 0\\ \boldsymbol{Q}^{0.5}\boldsymbol{D} & 0 & 0 & \rho\boldsymbol{I} & 0\\ \boldsymbol{R}^{0.5}\boldsymbol{Y} & 0 & 0 & 0 & \rho\boldsymbol{I}\end{bmatrix}\geqslant 0 \tag{29}$$

通过求解上述线性矩阵不等式,即可得到满足H∞性能要求的状态反馈增益矩阵$\boldsymbol{K}_1$.

基于式(15)所示LQR最优控制器的Riccati方程,同样可转化得到如下线性矩阵不等式组:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}_k{}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{P}^{-1} & \boldsymbol{B}_k\\ \boldsymbol{B}_k{}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}\end{bmatrix}\leqslant 0\\ \begin{bmatrix}\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}_k{}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{P}^{-1} & \boldsymbol{B}_k\\ \boldsymbol{B}_k{}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R}\end{bmatrix}\geqslant 0\\ \boldsymbol{P}^{-1}>0\end{cases} \tag{30}$$

将式(29)与式(30)相结合,即可得到混合LQR/H∞控制器的线性矩阵不等式组:

$$\begin{cases}\begin{bmatrix} \boldsymbol{D}^* & 0 & (\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{D}^*+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{D}^*\boldsymbol{Q}^{0.5^{\mathrm{T}}} & (\boldsymbol{Y}^*\boldsymbol{R}^{0.5})^{\mathrm{T}} \\ 0 & \rho\gamma^2\boldsymbol{I} & \rho\boldsymbol{B}_{\xi,k}{}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ \boldsymbol{A}_k\boldsymbol{D}^*+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{Y}^* & \rho\boldsymbol{B}_{\xi,k} & \boldsymbol{D}^* & 0 & 0 \\ \boldsymbol{Q}^{0.5}\boldsymbol{D}^* & 0 & 0 & \rho\boldsymbol{I} & 0 \\ \boldsymbol{R}^{0.5}\boldsymbol{Y}^* & 0 & 0 & 0 & \rho\boldsymbol{I} \end{bmatrix} \geqslant 0 \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho}\boldsymbol{D}^*\boldsymbol{A}_k{}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{D}^*\frac{1}{\rho} & \boldsymbol{B}_k \\ \boldsymbol{B}_k{}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R} \end{bmatrix} \leqslant 0 \\ \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho}\boldsymbol{D}^*\boldsymbol{A}_k{}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{D}^*\frac{1}{\rho} & \boldsymbol{B}_k \\ \boldsymbol{B}_k{}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{R} \end{bmatrix} \geqslant 0 \\ \frac{1}{\rho}\boldsymbol{D}^*>0 \end{cases} \tag{31}$$

式中:$\boldsymbol{D}^*=\rho\boldsymbol{P}^{*-1}$;$\boldsymbol{Y}^*=\boldsymbol{K}^*\left(\boldsymbol{D}^*\right)^{-1}$;$\boldsymbol{P}^*$为线性矩阵不等式组的正定解;$\boldsymbol{K}^*$为同时满足 LQR 最优控制器目标函数最优与 H∞性能要求的状态反馈增益矩阵.

根据$\boldsymbol{K}^*$可以求得如下最优控制律:

$$\bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)=\boldsymbol{K}^*\bar{\boldsymbol{X}}(k) \tag{32}$$

式中:$\bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)=\left[\bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)_{\mathrm{r}};\ \bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)_{\mathrm{l}}\right]$为最优相对控制量,结合两侧履带参考速度$[v_{\mathrm{r,re}}(k);\ v_{\mathrm{l,re}}(k)]$,可根据下式获得两侧履带期望速度:

$$\begin{cases} v_{\mathrm{r}}^*=\dfrac{2v_{\mathrm{c}}(k)+\bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)_{\mathrm{r}}+v_{\mathrm{r,re}}(k)-\bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)_{\mathrm{l}}-v_{\mathrm{l,re}}(k)}{2} \\ v_{\mathrm{l}}^*=\dfrac{2v_{\mathrm{c}}(k)-\bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)_{\mathrm{r}}-v_{\mathrm{r,re}}(k)+\bar{\boldsymbol{\mu}}^*(k)_{\mathrm{l}}+v_{\mathrm{l,re}}(k)}{2} \end{cases} \tag{33}$$

式中:$v_{\mathrm{c}}(k)$为由参考点获取的参考速度.

式(22)所示的李雅普诺夫函数的导数为:

$$\dot{V}(\bar{\boldsymbol{X}})=\bar{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\dot{\bar{\boldsymbol{X}}}+\dot{\bar{\boldsymbol{X}}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1\bar{\boldsymbol{X}}=$$
$$\bar{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K})\bar{\boldsymbol{X}}+\bar{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\boldsymbol{P}_1\bar{\boldsymbol{X}}=-\bar{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\bar{\boldsymbol{X}} \tag{34}$$

$$\boldsymbol{Q}=-(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1+\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{A}-\boldsymbol{P}_1\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}-\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_1) \tag{35}$$

由于式(22)中$\boldsymbol{P}_1$为对称正定常量矩阵,若能证明式(35)中$\boldsymbol{Q}>0$,则李雅普诺夫函数的导数$\dot{V}(\bar{\boldsymbol{X}})<0$,即满足系统渐近稳定条件.

由于 LQR 最优控制器中矩阵$\boldsymbol{R}$满足$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}>0$且$\boldsymbol{R}^{-1}$存在并有界,即:

$$\boldsymbol{K}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} \tag{36}$$

则系统稳定条件可改写为:

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}<0 \tag{37}$$

对于上述不等式,使用舒尔补定理对其进行化简,可以得到:

$$\begin{bmatrix} -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} & \boldsymbol{R} \end{bmatrix}>0 \tag{38}$$

将上式左侧矩阵改写为线性形式,进行数值求解,若其满足不等式(38),则系统满足渐近稳定条件.

3　速度内环控制器设计

鉴于深海集矿车在行驶过程中与地面间的相互作用力复杂且参数具有显著的时变性等特点,采用传统的比例积分微分控制(proportional-integral-derivative control, PID)控制或滑模控制均难以实现集矿车的精确纵向控制,也难以对深海复杂行驶环境保持鲁棒性.因此,为进一步提高集矿车控制精度,保证求解过程的实时性,本文采用对复杂工况具备较强鲁棒性与适应性的 GPC 算法构建 GPC 速度控制器[15-16],并将其与深海集矿车动力学模型相结合建立速度内环控制器.

3.1　GPC 速度控制器

3.1.1　预测模型

首先建立履带纵向运动学模型.由于深海集矿车纵向动力学模型较为复杂且参数时变性较强,若以其作为控制器模型难以满足速度控制的实时性要求.因此,本文采用如下履带纵向运动学模型作为 GPC 速度控制器模型:

$$\begin{bmatrix}\dot{v}_{\mathrm{r}}\\ \dot{v}_{\mathrm{l}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{\mathrm{r}}\\ a_{\mathrm{l}}\end{bmatrix} \tag{39}$$

式中:a_{l}、a_{r}分别为左、右两侧履带加速度.

其次建立受控自回归积分滑动平均(controlled auto-regressive integrated moving average, CARIMA)模型.在零初始条件下,将式(34)所示模型进行零阶保持与 Z 变换后,得到 GPC 算法常用的 CARIMA 模型:

$$\begin{cases} A(z^{-1})y(k)=B(z^{-1})u(k-1) \\ A(z^{-1})=1+a_1z^{-1}+\cdots+a_{n_{\mathrm{a}}}z^{-n_{\mathrm{a}}} \\ B(z^{-1})=b_0+b_1z^{-1}+\cdots+b_{n_{\mathrm{a}}}z^{-n_{\mathrm{b}}} \end{cases} \tag{40}$$

式中:$A\left(z^{-1}\right)$与$B\left(z^{-1}\right)$中的各项系数分别为状态空间方程 Z 变换后得到的分母端与分子端系数.

3.1.2　GPC 速度控制律设计

针对式(35)所示 GPC 速度控制器预测模型,引入 Diophantine 方程[17-18]:

$$\begin{cases} 1=E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta+z^{-j}F_j(z^{-1}) \\ E_j(z^{-1})=e_{j,0}+e_{j,1}z^{-1}+\cdots+e_{j,j-1}z^{-(j-1)} \\ F_j(z^{-1})=f_{j,0}+f_{j,0}z^{-1}+\cdots+f_{j,n_{\mathrm{a}}}z^{-n_{\mathrm{a}}} \end{cases} \tag{41}$$

式中:$E_j\left(z^{-1}\right)$与$F_j(z^{-1})$是由$A\left(z^{-1}\right)$和预测长度j唯一确定的多项式.

将式(35)与式(36)相结合，可得到j步后预测输出$y(k+j|k)$的值：

$$\begin{aligned} y(k+j|k) &= \tilde{G}_j(z^{-1})\Delta u(k+j-1|k) + \\ & H_j(z^{-1})\Delta u(k|k) + F_j(z^{-1})y(k|k) \end{aligned} \tag{42}$$

其中，

$$\begin{cases} E_j(z^{-1})B(z^{-1}) = \tilde{G}_j(z^{-1}) + z^{-(j-1)}H_j(z^{-1}) \\ \tilde{G}_j(z^{-1}) = g_{j,0} + g_{j,1}z^{-1} + \cdots + g_{j,j-1}z^{-(j-1)} \\ H_j(z^{-1}) = h_{j,0} + h_{j,1}z^{-1} + \cdots + h_{j,n_b}z^{-n_b} \end{cases} \tag{43}$$

由上式可得单个控制周期内，GPC速度控制器在预测时域$N_y \times T$内的预测输出序列为：

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} y(k+1|k) \\ \vdots \\ y(k+N_y|k) \end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix} g_{1,0} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{N_y,N_y-1} & \cdots & g_{N_y,N_y-N_u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1|k) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,n_b} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_y,1} & \cdots & h_{N_y,n_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u(k-1|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k-n_b|k) \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} f_{1,0} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_{N_y,0} & \cdots & f_{N_y,n_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k|k) \\ \vdots \\ y(k-n_a|k) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{44}$$

根据方位外环控制器给出的两侧履带期望速度$[v^*_r;\ v^*_l]$，通过如下柔化处理可得到某一侧履带的参考速度序列：

$$v_{c,g}(k+j|k) = \sigma v_{c,g}(k+j-1|k) + (1-\sigma)v^* \tag{45}$$

式中：$v_{c,g}$为GPC速度控制器的参考速度；$v_{c,g}(k+j|k)$为履带当前实际速度；v^*为方位外环控制器输入的履带期望速度；σ为柔化因子.

根据深海集矿车在保证车辆稳定性的前提下精准跟踪期望速度的要求，结合式(39)与式(40)可设计目标函数如下：

$$\begin{aligned} \min_{\Delta u(k+j|k)} J_g = &\sum_{j=1}^{N_y} \mathrm{ey}(k+j|k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta}\mathrm{ey}(k+j|k) + \\ &\sum_{j=1}^{N_u} \Delta u(k+j|k)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda}\Delta u(k+j|k) \end{aligned} \tag{46}$$

式中：$\mathrm{ey} = y - v_{c,g}$，表征预测时域内的速度误差；$\boldsymbol{\beta}$、$\boldsymbol{\lambda}$分别为速度误差项与控制量项的权重矩阵，$N_u$为控制步长.

为满足机械限制并保证控制的平顺性，需对控制量的大小以及控制增量的大小进行限制，即对履带的实时加速度与加速度增量设置约束如下：

$$\begin{cases} u_{\min}(k+j) \leqslant u(k+j) \leqslant u_{\max}(k+j), \\ j = 0, \cdots, N_u - 1 \\ \Delta u_{\min}(k+j) \leqslant \Delta u(k+j) \leqslant \Delta u_{\max}(k+j), \\ j = 0, \cdots, N_u - 1 \end{cases} \tag{47}$$

通过求解上述多约束多目标优化问题，获得最优控制序列，选取序列中的第一项与履带当前加速度的值相加，获得两侧履带期望加速度$[a^*_r;\ a^*_l]$.

3.2 深海集矿车动力学模型

深海集矿车在海底行驶时所受运动阻力包括：压实阻力、推土阻力、转向阻力矩、水阻力以及离心力等[19].由于集矿车运动速度较低，转向过程为匀速转向，其运动过程所受离心力与横向阻力可忽略，同时其所受水阻力在方位外环控制器中已被视为对集矿车的干扰进行了鲁棒控制.因此，可将集矿车运动过程所受压实阻力与推土阻力简化为对集矿车两侧履带的纵向阻力，并忽略水阻力与离心力，得到深海集矿车动力学模型如下[20-22]：

$$\begin{cases} ma = F_r + F_l - R_r - R_l \\ J_w\alpha = 0.5B_d(F_r - F_l - R_r + R_l) - M_{\mathrm{turn}} \end{cases} \tag{48}$$

$$a = (a_r + a_l)/2 \tag{49}$$

$$M_{\mathrm{turn}} = m_w g f_R l/4 \tag{50}$$

$$R_r = m_w g f_r/2 \tag{51}$$

$$R_l = m_w g f_l/2 \tag{52}$$

式中：a为集矿车质心加速度；F_l，F_r分别为左、右两侧履带牵引力；R_l、R_r分别为左、右两侧履带纵向阻力，f_l、f_r为左右两侧履带纵向阻力系数；M_{turn}为转向阻力矩的大小；f_R为转向阻力系数；m为总质量；m_w为水下相对质量；J_w水下转动惯量；α为横摆角加速度；l为履带接地长度；g为重力加速度常量.

根据式(43)~式(47)可得两侧履带纵向动力学方程为：

$$\begin{cases} ma_r/2 = F_r - R_r + M_{\mathrm{turn}}/B_d \\ ma_l/2 = F_l - R_l + M_{\mathrm{turn}}/B_d \end{cases} \tag{53}$$

根据式(48)，结合两侧GPC速度控制器求出的两侧履带期望加速度$[a^*_r;\ a^*_l]$，可求出两侧履带期望牵引力$[F^*_r;\ F^*_l]$，最后根据驱动轮半径与电机到驱动轮的传动比可得到速度内环控制器输出，即两侧电机期望转矩$[T^*_r;\ T^*_l]$.

4 数值仿真验证

为验证所提出方法的控制精度与鲁棒性，本文

基于 Recurdyn/Simulink 搭建了联合仿真平台，在仿真环境中设置了变速水流，分别进行了无变速水流与有变速水流条件下的集矿车运动控制仿真. 同时，为进一步验证该方法的有效性，将其与 MPC-GPC、混合 LQR/H∞-PID 与 MPC-PID 的仿真结果进行对比分析.

本文搭建的深海集矿车仿真模型如图 3 所示，集矿车参数如表 1 所示，地形设置为平面黏土地形.

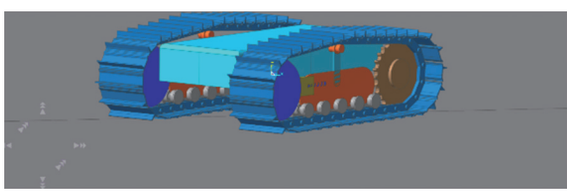


图 3　深海集矿车仿真模型

Fig.3　Simulation model of the deep-sea mining vehicle

表 1　深海集矿车模型参数

Tab.1　Model parameters of the deep-sea mining vehicle

集矿车参数	数值
质量/kg	11 434
长×宽×高/(m×m×m)	2.85×2.4×0.9
驱动轮半径/m	0.375
履带中心距/m	1.8

仿真环境中设置的变速水流参数如表 2 所示. 仿真所用参考路径为一个完整周期、幅值为 40 m 的正弦曲线，其起点坐标为(0, 0)，终点坐标为(125.657 2,0)，如图 4 所示，参考路径上各点对应参考速度如图 5 所示.

表 2　变速水流参数

Tab.2　Parameters of variable speed water flow

参考周期范围	X方向水速/(m·s^{-1})	Y方向水速/(m·s^{-1})
[0,T/4]	−0.15	2.50
(T/4,3T/4)	−0.15	0.15
[3T/4,T]	−2.50	0.15

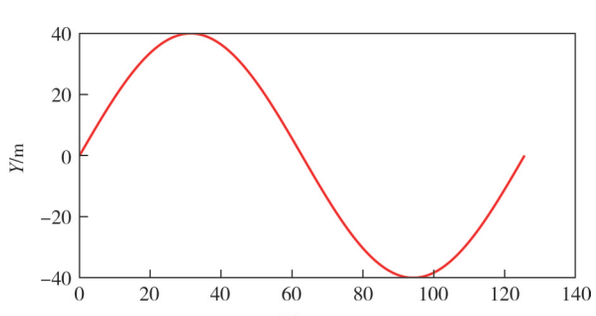


图 4　参考路径

Fig.4　Reference path

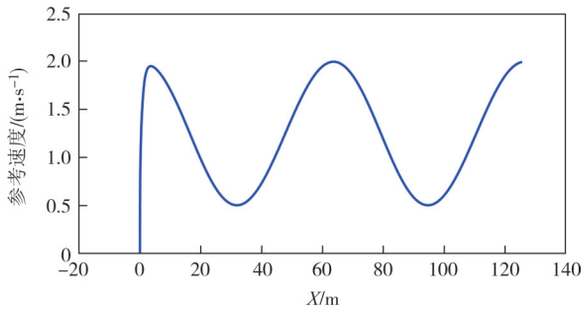


图 5　参考速度

Fig.5　Reference speed

仿真所用参数可按所属内、外环控制器进行区分，部分仿真所用参数如表 3 所示.

表 3　仿真所用参数

Tab.3　Parameters in simulation

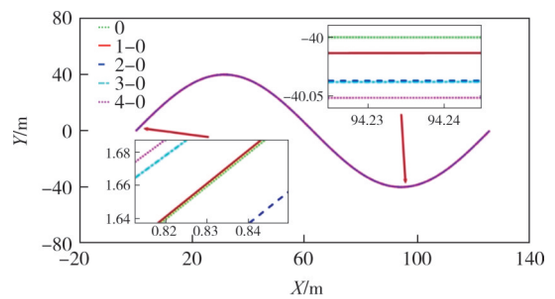
参数名称	所属控制器	数值
相对状态量权重$\boldsymbol{Q}$	混合 LQR/H∞	[100,0;0,45]
相对控制量权重$\boldsymbol{R}$	混合 LQR/H∞	[10,0;0,10]
H∞控制正常数γ	混合 LQR/H∞	5
松弛变量ρ	混合 LQR/H∞	50
预测步长N_p	MPC	30
控制步长N_c	MPC	12
预测步长N_y	GPC	20
控制步长N_u	GPC	18
柔化因子σ	GPC	0.45
速度误差权重矩阵$\boldsymbol{\beta}$	GPC	10×$\boldsymbol{I}_{20}$
控制量权重矩阵$\boldsymbol{\lambda}$	GPC	1×$\boldsymbol{I}_{18}$
比例增益K_P	PID	1.2
积分增益K_I	PID	0.1
微分增益K_D	PID	0.01

图 6 和图 7 分别为无变速水流、有变速水流条件下四种控制器的仿真结果，其中(a)为路径跟踪结果、(b)为横向误差、(c)为横摆角误差、(d)为速度跟踪结果. 图 6 和图 7 中的 0 表示参考路径或参考速度，1-0、2-0、3-0、4-0 依次表示无变速水流条件下混合 LQR/H∞-GPC、MPC-GPC、混合 LQR/H∞-PID、MPC-PID 的仿真结果；同理，1-1、2-1、3-1、4-1 依次为有变速水流条件下四种控制器的仿真结果. 表 4~表 7 依次为无变速水流条件下仿真结果分析、有变速水流条件下仿真结果分析、水流扰动引起的误差增量、变速区域仿真结果分析. 结合以上图表对仿真结果进行分析如下：

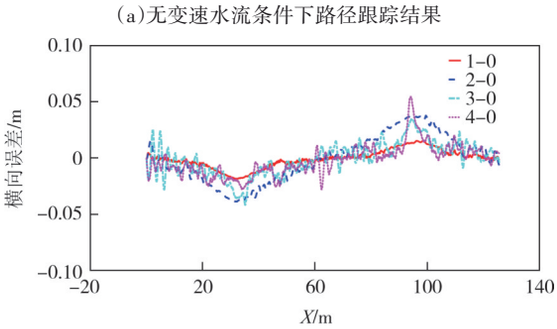
首先针对变速区域仿真结果进行分析. 从图 6(a)、图 7(a)可以看出，四种控制器均能较好地跟踪参考路径，但在有变速水流条件下的起步路段和正弦曲

线波谷路段，由于此处水流速度较大且变化较快，对集矿车施加了较大的外部扰动，各控制器受水流扰动的影响程度有所区别.

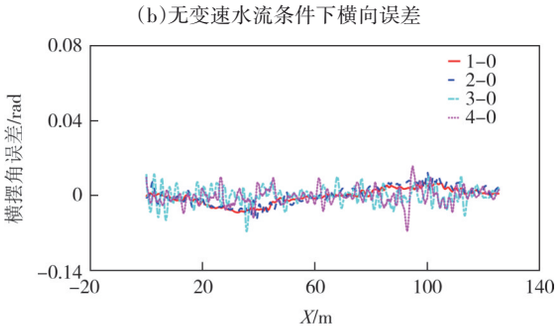
结合图6(b)(c)及图7(b)(c)以及表7可知，无论是起步路段还是波谷路段，混合LQR/H∞-GPC受变速水流的影响程度均最小，起步路段横向误差峰值增量与横摆角误差峰值增量分别为：0.006 696 m与0.006 927 rad，波谷路段横向误差峰值增量与横摆角误差峰值增量分别为0.014 45 m与0.023 224 rad.



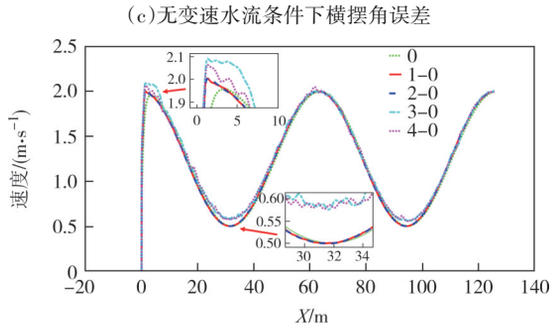
(a)无变速水流条件下路径跟踪结果



(b)无变速水流条件下横向误差



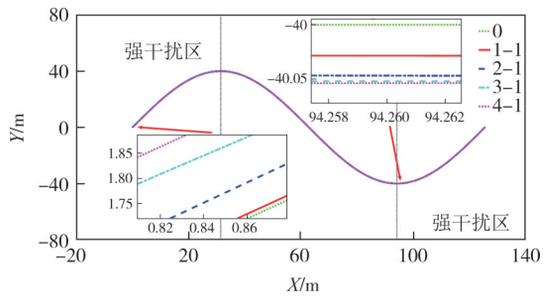
(c)无变速水流条件下横摆角误差



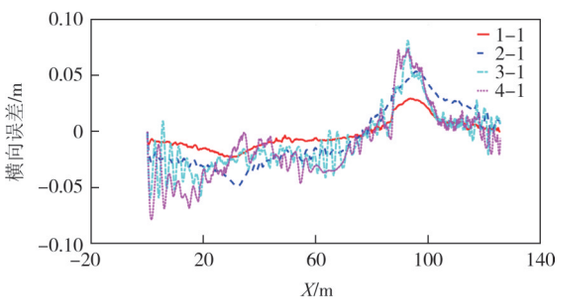
(d)无变速水流条件下速度跟踪结果

图6 无变速水流条件下仿真结果

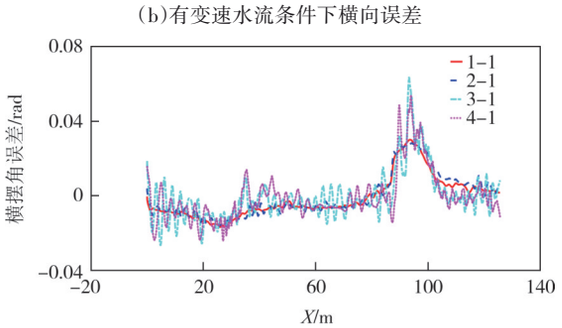
Fig.6 Simulation results without variable speed water flow



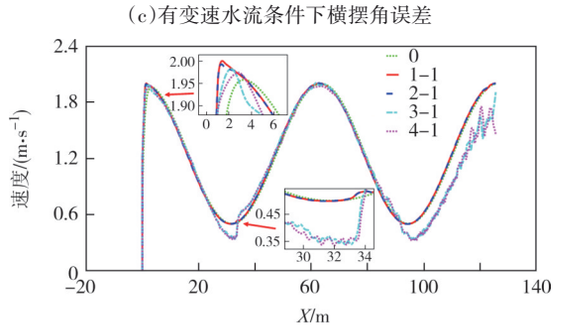
(a)有变速水流条件下路径跟踪结果



(b)有变速水流条件下横向误差



(c)有变速水流条件下横摆角误差



(d)有变速水流条件下速度跟踪结果

图7 有变速水流条件下仿真结果

Fig.7 Simulation results with variable speed water flow

其次对横向误差进行分析.由表4、表5可知，无论是无变速水流条件还是有变速水流条件下，四种控制器中，混合LQR/H∞-GPC的最大横向误差均最小，分别为0.018 52 m与0.029 88 m；平均横向误差也远低于其他三种控制器，分别为0.007 m与0.012 2 m. 由表6可知，混合LQR/H∞-GPC在整个跟踪过程中受变速水流的影响也最小，最大横向误差增量与平均横向误差增量分别为0.011 36 m与0.005 2 m. 如表5、表6所示，在剩余三种控制器中，MPC-GPC相

较于其他两种控制器的平均横向误差较大，但受变速水流的影响较小，最大横向误差增量与平均横向误差增量以及最大横向误差均低于其他控制器;而混合LQR/H∞-PID与MPC-PID的平均横向误差与最大横向误差均较为接近.

再次,对横摆角误差进行分析.从图6(c)、图7(c)可知，无论是在无变速水流条件下还是在有变速水流条件下,混合LQR/H∞-GPC的横摆角误差曲线均最为平缓.结合表4~表6可知，在无变速水流条件下混合LQR/H∞-GPC最大横摆角误差最小,仅为0.009 142 rad,在有变速水流条件下最大横摆角误差略高于MPC-GPC,为0.029 95 rad. 剩余三种控制器中，MPC-GPC的横摆角误差曲线相较于其他两个控制器较为平缓,且峰值横摆角误差变化幅度最小.

表4　无变速水流条件下仿真结果分析

Tab.4　Analysis of simulation results without variable speed water flow

控制器类型	最大横向误差/m	最大横摆角误差/rad	平均横向误差/m	平均横摆角误差/rad
混合LQR/H∞-GPC	0.018 52	0.009 142	0.007 0	0.003 7
MPC-GPC	0.038 59	0.013 23	0.020 1	0.004 7
混合LQR/H∞-PID	0.041 61	0.019 24	0.012 6	0.003 4
MPC-PID	0.054 47	0.019 07	0.011 3	0.003 3

表5　有变速水流条件下仿真结果分析

Tab.5　Analysis of simulation results with variable speed water flow

控制器类型	最大横向误差/m	最大横摆角误差/rad	平均横向误差/m	平均横摆角误差/rad
混合LQR/H∞-GPC	0.029 88	0.029 95	0.012 2	0.009 9
MPC-GPC	0.053 97	0.029 15	0.027 6	0.010 5
混合LQR/H∞-PID	0.081 43	0.063 25	0.023 6	0.010 3
MPC-PID	0.078 19	0.053 74	0.027 4	0.010 6

表6　水流扰动引起的误差增量

Tab.6　The error increment caused by disturbances induced by water flow

控制器类型	最大横向误差增量/m	最大横摆角误差增量/rad	平均横向误差增量/m	平均横摆角误差增量/rad
混合LQR/H∞-GPC	0.011 36	0.020 808	0.005 2	0.006 2
MPC-GPC	0.015 38	0.015 92	0.007 5	0.005 8
混合LQR/H∞-PID	0.039 82	0.044 01	0.011	0.006 9
MPC-PID	0.023 72	0.034 67	0.016 1	0.007 3

表7　变速区域仿真结果分析

Tab.7　Analysis of simulation results in the variable speed zone.

控制器类型	起步路段横向误差峰值增量/m	起步路段横摆角误差峰值增量/rad	波谷路段横向误差峰值增量/m	波谷路段横摆角误差峰值增量/rad
混合LQR/H∞-GPC	0.006 696	0.006 927	0.014 45	0.023 224
MPC-GPC	0.011 57	0.006 407	0.016 37	0.016 82
混合LQR/H∞-PID	0.039 51	0.010 683	0.047 03	0.051 92
MPC-PID	0.058 06	0.014 027	0.019 9	0.038 25

而混合LQR/H∞-PID与MPC-PID的横摆角误差曲线均抖振较为剧烈，其中MPC-PID在有无变速水流条件下的最大横摆角误差与平均横摆角误差，以及受变速水流扰动的影响程度均略小于混合LQR/H∞-PID.

最后,对速度跟踪结果进行分析. 由图6(d)与图7(d)可知，四种控制器中，无论有无变速水流的条件下，混合LQR/H∞-GPC与MPC-GPC均能稳定、快速地跟踪集矿车的参考速度，且最大速度误差在无变速水流条件下均为0.003 m/s，在有变速水流条件下均为0.007 m/s. 而混合LQR/H∞-PID与MPC-PID在无变速水流条件下的起始路段因收敛速度较慢而产生较大超调，在参考速度的最小值区域，两种控制器均会与参考速度产生0.07 m/s的稳态误差;

而在有变速水流条件下，两种控制器受变速水流影响，难以在[3/4,1]周期内保持对参考速度的跟踪.

从上述分析结果可以发现，混合LQR/H∞通过结合LQR最优控制与H∞控制两种算法的优点，使得方位外环控制器不仅具有线性最优控制器稳定、快速的跟踪性能，还对变速水流等时变外界干扰具备较强鲁棒性，相比具有相同的速度内环控制器MPC-GPC，混合LQR/H∞-GPC在有无变速水流条件下的横向控制精度均较高，且受到变速水流扰动的影响程度也较小.采用基于GPC的速度内环控制器，相较于传统的PID控制器，不仅综合考虑了集矿车的执行器约束与控制平滑性约束，还能兼顾集矿车动力学特性，相比具有相同方位外环控制器的混合LQR/H∞-PID，混合LQR/H∞-GPC能够对参考速度进行快速渐近跟踪的同时，还具备更强的稳定性与适应性，并且能够对变速水流保持较强鲁棒性，实现了更高精度的纵向控制.将混合LQR/H∞与GPC分别作为方位外环控制器与速度内环控制器的混合LQR/H∞-GPC，相比于MPC-GPC、混合LQR/H∞-PID与MPC-PID三种控制器，具备更高的横/纵向控制精度，并对变速水流扰动具有更强的鲁棒性.

5 结论

本文提出了基于混合LQR/H∞与GPC的深海集矿车内外环控制方法，该方法在方位外环控制器中将LQR最优控制器与H∞控制器相结合建立混合LQR/H∞控制器，有效抑制外界干扰的同时实现对期望路径的精确跟踪；在速度内环控制器中将基于履带纵向运动学模型建立的GPC速度控制器与深海集矿车动力学模型相结合，实现了对方位外环控制器输出控制量的良好跟踪.通过Recurdyn/Simulink联合仿真对所提出的方法进行了验证，仿真结果表明：在方位外环控制器方面，混合LQR/H∞控制器相比于常用的MPC控制器具有更高的横向控制精度，并对时变外界干扰具备更强的鲁棒性；在速度内环控制器方面，相比于传统的PID控制器，基于GPC的速度内环控制器不仅能够稳定快速地跟踪参考速度，同时具备更强的鲁棒性；而两相结合的混合LQR/H∞-GPC，相比于MPC-GPC、混合LQR/H∞-PID与MPC-PID等不同内外环算法结合的控制器，在横/纵向控制精度以及对外界扰动的鲁棒性等方面，均具有更好的控制效果，具有较高的实用价值.

参考文献

[1] 匡文龙，沈文龙，姬长英，等.农用履带机器人轨迹跟踪控制系统设计与试验[J].东北农业大学学报，2020，51(4)：78-87.
KUANG W L，SHEN W L，JI C Y，et al. Design and experiment of trajectory tracking controller for agricultural tracked robot[J]. Journal of Northeast Agricultural University，2020，51(4)：78-87.(in Chinese)

[2] 胡家铭，胡宇辉，陈慧岩，等. 基于模型预测控制的无人驾驶履带车辆轨迹跟踪方法研究[J]. 兵工学报，2019，40(3)：456-463.
HU J M，HU Y H，CHEN H Y，et al. Research on trajectory tracking of unmanned tracked vehicles based on model predictive control [J]. Acta Armamentarii，2019，40 (3)：456-463.(in Chinese)

[3] CORRADINI M L. Data driven control and slip estimation for agricultural tracked vehicles[J]. Franklin Open，2023，5：100048.

[4] ZHAO Z Y，LIU H O，CHEN H Y，et al. Kinematics-aware model predictive control for autonomous high-speed tracked vehicles under the off-road conditions[J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2019，123：333-350.

[5] RIGATOS G. A nonlinear optimal control approach for tracked mobile robots[J]. Journal of Systems Science and Complexity，2021，34(4)：1279-1300.

[6] KUWAHARA H，MURAKAMI T. Position control considering slip motion of tracked vehicle using driving force distribution and lateral disturbance suppression [J]. IEEE Access，2022，10：20571-20580.

[7] CHEN Q H，YANG J M，MAO J H，et al. A path following controller for deep-sea mining vehicles considering slip control and random resistance based on improved deep deterministic policy gradient[J]. Ocean Engineering，2023，278：114069.

[8] WENG Q，Yang J，Liang Q，et al. System identification and parameter self-tuning controller on deep-sea mining vehicle[J]. China Ocean Engineering，2023，37(1)：53-61.

[9] LI Y，HE D C，MA F，et al. MPC-based trajectory tracking control of unmanned underwater tracked bulldozer considering track slipping and motion smoothing[J]. Ocean Engineering，2023，279：114449.

[10] XIONG H，CHEN Y X，LI Y X，et al. Dynamic model-based back-stepping control design for-trajectory tracking of seabed tracked vehicles [J]. Journal of Mechanical Science and Technology，2022，36(8)：4221-4232.

[11] 侯宇涵，翟丽，张雪莹.双侧电机驱动履带车辆操纵稳定性与轨迹跟踪综合控制[C]//中国汽车工程学会年会暨展览会.2020，

上海, 中国:2020 中国汽车工程学会年会暨展览会,2020:351-356.
HOU Y H, ZHAI L, ZHANG X Y. Handling stability and tracjectory tracking intergrated control of dual-motor driventracked vehicle [C]//Proceedings of China-SAE Congress. 2020, Shanghai, China: Proceedings of China-SAE Congress, 2020:351-356. (in Chinese)

[12] 胡杰, 钟鑫凯, 陈瑞楠, 等. 基于模糊 LQR 的智能汽车路径跟踪控制[J]. 汽车工程, 2022, 44(1):17-25, 43.
HU J, ZHONG X K, CHEN R N, et al. Path tracking control of intelligent vehicle based on fuzzy LQR [J]. Automotive Engineering, 2022, 44(1):17-25, 43.(in Chinese)

[13] ORUKPE P E, JAIMOUKHA I M, EL-ZOBAIDI H M H. Model predictive control based on mixed H2/H control approach [C]// 2007 American Control Conference. July 9-13, 2007, New York, NY, USA. IEEE, 2007:6147-6150.

[14] 黄鹤. 混合 H2/H∞指标鲁棒模型预测控制器的设计[D]. 上海:上海交通大学,2011.
HUANG H. Design of mixed H2/H ∞ robust model predictive controller[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2011. (in Chinese)

[15] CLARKE D W, MOHTADI C, TUFFS P S. Generalized predictive control: part Ⅰ. The basic algorithm [J]. Automatica, 1987, 23(2): 137-148.

[16] XI Y G, LI D W. Predictive control: fundamentals and developments[M]. John Wiley & Sons Singapore Pte. Ltd, 2019-08-29.

[17] 曾庆含, 刘春光, 魏曙光, 等. 电驱动履带车辆带约束广义预测速度控制[J]. 火力与指挥控制, 2016, 41(4): 57-60, 65.
ZENG Q H, LIU C G, WEI S G, et al. Constrained generalized predictive velocity control of electric drive tracked vehicle [J]. Fire Control & Command Control, 2016, 41(4): 57-60, 65. (in Chinese)

[18] 周浩. 基于广义预测控制算法的水面无人船航向控制器设计[D]. 武汉:武汉理工大学,2018.
ZHOU H. Design of direction controller for surface vessel based on generalized predictive control algorithm [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2018. (in Chinese)

[19] BEKKER M G. Land locomotion on the surface of planets [J]. ARS Journal, 1962, 32(11): 1651-1659.

[20] 陈峰. 深海底采矿机器车运动建模与控制研究[D]. 长沙: 中南大学, 2005.
CHEN F. Study on deep seabed mining robot vehicle motion modeling and control [D]. Changsha: Central South University, 2005. (in Chinese)

[21] 韩庆珏. 深海履带式集矿机打滑及路径跟踪控制问题研究[D]. 长沙: 中南大学,2014.
HAN Q J. Slip and path tracking control of deep-sea tracked miner [D]. Changsha: Central South University, 2014. (in Chinese)

[22] 邹渊, 孙逢春, 张承宁. 电传动履带车辆"驾驶员—综合控制器"在环的双侧驱动控制实时仿真[J]. 机械工程学报,2007, 43(3): 193-198.
ZOU Y, SUN F C, ZHANG C N. Electric tracked vehicle real-time simulation of dual-motor driving control with driver-glogal controller in-loop [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(3): 193-198. (in Chinese)