引用格式：赵夫群, 黄鹤, 耿国华. 基于区间分割和兼容加权的点云配准算法 [J]. 电子科技大学学报, 2026, 55(2): 201-214.
ZHAO F Q, HUANG H, GENG G H. Point cloud registration algorithm based on interval segmentation and compatibility weighting[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2026, 55(2): 201-214.

基于区间分割和兼容加权的点云配准算法

赵夫群[1*]，黄 鹤[1]，耿国华[2]

（1. 西安财经大学信息学院，西安 710100；2. 西北大学计算机学院，西安 710127）

摘要：针对重叠区域小、共享的特征点较少的点云存在配准精度不高的问题，提出一种基于区间分割和兼容加权的点云配准算法。该算法利用距离分割将点云划分为多个子区间，并通过构建子区间的特征描述符求取其直方图相似度，从而确定子区间的对应关系。引入可信性和一致性约束，求解刚体变换组合系数，从局部配准得到全局配准，从而实现点云粗配准。最后基于尺度不变相容约束进行双点采样，并计算对应点对的兼容性权重矩阵，对其进行投票后排序，求得共识最大化的刚体变换，完成点云精配准。实验采用斯坦福点云数据模型、3DMatch 室内场景数据模型以及农田点云数据模型进行验证，结果表明，对比 6 种配准算法，所提算法具有最高的配准精度和最低的配准耗时。在斯坦福点云数据的配准中，所提算法在平均精度上均提高了 10% 以上，平均耗时均降低了 14% 以上；在室内场景的点云配准中，所提算法在平均精度上均提高了 20% 以上，平均耗时均降低了 14% 以上；在农田点云数据配准中，所提算法在平均精度上均提高了 21% 以上，平均耗时均降低了 16% 以上，因此可以说该基于区间分割和兼容加权的点云配准算法是一种高效的点云配准算法。

关键词：点云配准；区间分割；组合系数；兼容性权重矩阵；共识最大化
中图分类号：TP391 **文献标志码：**A DOI: 10.12178/1001-0548.2024282

Point cloud registration algorithm based on interval segmentation and compatibility weighting

ZHAO Fuqun[1*], HUANG He[1], and GENG Guohua[2]

(1. Department of Information, Xi'an University of Finance and Economics, Xi'an 710100, China;
2. School of Computer, Northwestern University, Xi'an 710127, China)

Abstract: Aiming at the problem of low registration accuracy of point clouds with small overlapping areas and few shared feature points, a point cloud registration algorithm based on interval segmentation and compatible weighting is proposed. In this algorithm, the point cloud is divided into several sub-intervals by distance segmentation, and the histogram similarity is obtained by constructing the feature descriptors of the sub-intervals, so as to determine the corresponding relationship of the sub-intervals. By introducing credibility and consistency constraints, the combination coefficients of rigid body transformation are solved, and the global registration is obtained from local registration, thereby achieving the coarse registration of point cloud. Finally, two-point sampling is carried out based on the scale invariant compatibility constraint, the compatibility weight matrix of corresponding point pairs is calculated, the rigid body transformation with maximum consensus is obtained after voting, and the fine registration of point cloud is completed. Stanford point cloud data model, 3DMatch indoor scene data model and the farmland point cloud data model are used to verify the experiment. The results show that compared with the six registration algorithms, the proposed algorithm has the highest registration accuracy and the lowest registration time consumption. In the registration of Stanford point cloud data, the average accuracy of the proposed algorithm is improved by more than 10%, and the average time consumption is reduced by more than 14%. In the point cloud registration of indoor scenes, the average accuracy of the proposed algorithm is improved by more than 20%, and the average time consumption is reduced by more than 14%. In the registration of farmland point cloud data, the proposed algorithm has increased the average accuracy by more than 21% and reduced the average time consumption by more than 16%. Therefore, it can be said that the point cloud registration algorithm based on interval segmentation and compatible weighting is an efficient point cloud registration algorithm.

收稿日期：2024−10−17
基金项目：国家自然科学基金（62271393）；陕西省教育厅科学研究计划项目（25JS049）
作者简介：赵夫群，博士，教授，主要从事计算机视觉、三维重建方面的研究。
*通信作者 E-mail: fuqunzhao@126.com

Key words: point cloud registration; interval segmentation; combination coefficient; compatibility weight matrix; consensus maximization

随着扫描传感器技术的发展，三维点云的获取变得越来越便捷。目前，获取三维点云数据的代表性技术主要有：激光雷达技术（lighting detection and ranging, Li DAR），Kinect 捕获技术，多视角立体视觉（multi-view stereo, MVS）及 SFM（structure from motion）技术等[1]。对比二维图像，三维点云有着不可替代的优越性，不仅能够直接记录地物表面的三维空间坐标、反射强度信息，也能提供丰富的几何形状和纹理信息，有效弥补了二维图像空间属性的缺陷，已经广泛应用于城市规划、文化遗产保护、地貌测量、医疗辅助以及虚拟与增强现实等领域[2-5]。

作为三维点云处理的基础问题，点云配准就是将两个或多个存在重叠的点云数据（局部坐标系下）统一到同一坐标系下的过程。具体来说，从不同角度分别对实物进行数据采集，得到多个既独立、又部分重叠的部分点云。将每一部分的点云看作是一个刚体，则点云配准问题可归结为三维刚体的坐标变换问题，即根据一些预先指定的最佳匹配规则，通过坐标变换把部分重叠点云进行配准[6]。在实际应用中，由于受环境遮挡、点云采集设备的分辨率参数、物体本身的破损程度等多重因素的影响，采集获得的点云数据往往只包含部分信息。对于低重叠率的点云数据，由于重叠部分点云数据量很少，可以提取的特征有限，而直接利用原始点云配准会产生较多的离群子集，处理耗时而且容易匹配错误。因此，低重叠率的点云配准是配准问题中的难点。

近年来，针对低重叠率的点云配准问题，学界从基于特征和深度学习的配准方法两个维度展开了系列探索。早期研究聚焦于人工特征设计，如文献 [7] 利用内部形状特征（intrinsic shape signatures, ISS）对特征点云进行区域划分，提取重叠子区域，并使用超四点集（super 4-points congruent sets, Super4PCS）对完整重叠区域进行配准。但 ISS 特征对于复杂形状点云的表征能力有限，且 Super4PCS 在处理大规模点云时计算复杂度较高，导致其配准精度难以满足高精度需求，同时计算耗时较长。随着深度学习技术的发展，研究者开始构建端到端学习框架。文献 [8] 设计了一种强泛化全卷积网络，在重叠区域中搜索超点并在超点处生成特征描述子，并对全卷积模型引入旋转不变卷积策略。尽管该网络在特征学习方面具有一定的创新性，但在低重叠率情况下，超点的搜索容易受到噪声点和稀疏点的干扰。这一缺陷促使文献 [9] 开发基于图神经网络的对应学习模型，利用图结构捕捉局部几何关系，并通过特征细化模块增强空间一致性。然而，点云对应关系的稀疏性导致图网络易发生过拟合，暴露了深度学习模型的泛化缺陷。

为提升模型鲁棒性，研究者尝试融入注意力机制与知识引导策略。文献 [10] 设计的 PEAL 模型通过先验知识引导注意力聚焦潜在重叠区域，但先验信息的获取误差会影响注意力权重分配。针对此问题，文献 [11] 提出动态监控的耦合迭代框架，通过自适应监督信号实时修正注意力偏差，但该方法对监控参数的敏感性限制了其应用范围。在此基础上，文献 [12] 构建一种结合多头偏移注意和多头交叉注意的多级交互 Transformer，通过多头偏移/交叉注意力建立跨尺度特征关联，而文献 [13] 则融合 PointNet 与自注意力机制实现层次化特征融合。这些工作虽提升了特征表达能力，但注意力机制带来的计算复杂度与梯度不稳定问题，导致实际部署面临效率瓶颈。

以上算法在低重叠率点云配准中普遍存在配准精度较低、耗时较长的问题。基于此，本文提出一种基于区间分割和兼容加权的点云配准算法。首先，将点云进行区间分割，利用直方图相似度寻找匹配关系，并使用动态四点共线集算法对子区间进行配准；然后引入可信性和一致性约束，求解刚体变换组合系数，得到全局配准；最后，通过基于兼容性加权改进的随机抽样一致性算法完成精确配准。该算法从区域配准得到全局配准，放大了重叠区域的作用，对于重叠率较低的点云有较高的配准精度。

1 相关工作

根据源点云和目标点云的初始位置之间的距离，点云配准算法可分为全局点云配准算法和局部点云配准算法。

1.1 全局点云配准算法

全局点云配准算法中常用的是基于特征的全局配准算法，主要聚焦于描述子设计与特征关联优

化，如文献 [14] 研究了不同尺度下点云特征值和由相应曲率半径组成的描述子对快速点特征直方图（fast point feature histograms, FPFH）减少配错的影响；但其计算效率瓶颈促使文献 [15] 开发轻量级球面网格描述符，利用质心矩与矢量夹角构建低维特征。文献 [16] 进一步用法向角度、法向量与点到邻域点的点积、点与邻域点间的距离以及曲率构建了一种高效的局部描述符，结合优化样本一致性算法实现精度提升。随后向结构化特征延伸，如文献 [17] 通过三维角点检测与图匹配建立拓扑关联，而文献 [18] 则融合八叉树空间划分与 ISS 实现多粒度特征提取。随着深度学习兴起，文献 [19] 突破传统 PointNet 局限，通过动态图卷积捕获点云局部几何关系，标志着特征学习方法从手工设计向数据驱动的范式转变。与此同时，文献 [20] 和文献 [21] 分别采用动态阈值分割与超体素聚类强化线特征提取，展现了传统方法与现代分割技术的融合趋势。

除此之外，另一条技术脉络源于文献 [22] 提出的四点共线集（four-points congruent sets, 4PCS）算法，依据仿射不变性原理虽突破特征依赖，但其高重叠率的要求催生了文献 [23] 的动态重叠控制机制，通过迭代调整基础宽度增强算法适应性。文献 [24] 在此基础上引入超边缘约束，结合边界分割提升部分重叠场景的鲁棒性。为加速对应搜索，文献 [25] 融合局部形状描述子与广义四点共线集（generalized four-point congruent set, G4PCS），提出 3 种角度约束条件，加快了对应对的搜索。针对验证效率瓶颈，文献 [26] 在 Super4PCS 中引入法线一致性检验，大大减少了低重叠情况下候选变换的验证时间。文献 [27] 提出一种基于关键点的四点共线集（key point four-point congruent set, K4PCS），将 Harris-3D 关键点检测与 4PCS 结合，通过特征预筛选提升配准成功率；文献 [28] 则拓展了应用边界，将正态分布变换（normal distributions transform, NDT）配准框架与机器人避障任务深度融合，展现了算法工程化应用的潜力。

全局点云配准算法虽多样，但整体存在诸多问题。基于特征的算法往往面临计算复杂、特征描述稳定性不足、模型融合协调性差等问题，容易导致配准精度波动、效率低下。基于几何结构特征的算法，如 4PCS 系列算法，普遍存在对点云重叠比例要求较高、初始变换准确性依赖强等缺陷，因此在运用该算法之前，需要预先进行转换操作，以此获取较为良好的初始位姿，从而为后续算法的有效执行奠定基础。此外，NDT 用于粗配准时精度与复杂场景适应性欠佳，这些都制约着全局点云配准算法在更广泛场景下的高效、高精度应用。基于此，本文首先针对点云实施区间分割操作，并通过构建特征描述符筛选出对应的子区间，进而运用 D4PCS 算法对其进行配准。

1.2　局部点云配准算法

局部点云配准算法中最经典的是迭代最近点（iterative closest point, ICP）算法[29]，该算法通过不断迭代计算最优变换，直到满足收敛条件。但是由于其存在初始位姿要求高、计算效率低等问题，许多学者提出了多种改进 ICP 算法，如文献 [30] 提出的裁剪迭代最近点（trimmed iterative closest point, TrICP）算法通过欧氏距离排序裁剪低质量点对，首次建立了离群点筛选机制，而文献 [31] 的稀疏迭代最近点（sparse iterative closest point, SICP）算法进一步利用参数稀疏性抑制离群点干扰，二者共同奠定了鲁棒性优化的基础框架。为提升计算效率，文献 [32] 引入动态迭代系数优化收敛路径，文献 [33] 采用 BBF 算法降维加速最近邻搜索，文献 [34] 结合安德森加速与 Welsch 鲁棒核实现收敛速度与精度的平衡，而文献 [35] 通过替换欧氏距离为齿面几何特征距离，从度量空间重构角度简化计算复杂度。针对局部收敛瓶颈，文献 [36] 提出首个全局最优算法 Go-ICP，文献 [37] 引入 Kendall 形状空间映射增强非刚性配准能力，文献 [38] 则通过高斯概率模型为配准赋予统计解释，文献 [39] 融合法向量角度约束优化几何匹配，文献 [40] 使用点对点 ICP 结合自适应阈值的对应匹配、鲁棒核、简单但广泛适用的运动补偿方法以及点云子采样策略，文献 [41] 用全局结构建模抑制系统噪声，文献 [42] 基于几何特征交叉熵实现全局最优特征选择，共同推动 ICP 从局部迭代向全局概率化、流形空间化演进。但是，部分改进后的 ICP 仍是一种局部优化算法，不能保证收敛到全局最优解。

除此以外，文献 [43] 所提的随机采样一致性（random sample consensus, RANSAC）是经典模型拟合共识最大化的方法，在每次迭代中随机抽取 3 个对应关系，但是在高离群值场景下，其计算时间随离群值比例呈指数增长。对此，文献 [44] 提出尺度退火双权估计器优化参数估计，文献 [45] 利用尺度直方图预筛离群值提升假设可靠性，文

献 [46] 通过兼容三角形引导采样减少无效迭代，文献 [47] 构建图结构相互投票机制优化对应排序，文献 [48] 结合局部采样与全局假设实现分层验证，形成“离群值抑制−采样引导−验证加速”的改进闭环。

综上可得，经典的 ICP 算法存在初始位姿要求高、计算效率低等问题，虽有众多学者提出了多种改进算法，但仍为局部优化算法，难以收敛到全局最优解。而经典的 RANSAC 方法在高离群值场景下计算时间随离群值比例呈指数增长，并且提出的相关改进算法仍存在迭代耗时严重的问题。因此，本文将尺度不变约束与双点随机抽样相结合，并引入权重矩阵来加速算法的收敛。

2 基于区间分割的点云粗配准

针对重叠比例较低的点云，本算法首先将待配准的两片点云划分为多个子区间，通过识别这些子区间的匹配关系，对对应的子区间进行配准来缩小对应点的搜索范围；随后利用可信性和一致性约束求解组合系数；最后通过四元数法求得刚体变换，完成全局配准。

2.1 区间分割

采用距离分割对源点云$\boldsymbol{P}$和目标点云$\boldsymbol{Q}$进行分割[49]。首先，确定点云中间距最大的两个点的坐标$a(a_x,a_y,a_z)$和$b(b_x,b_y,b_z)$，并定义区间宽度d为：

$$d=\frac{\sqrt{(a_x-b_x)^2+(a_y-b_y)^2+(a_z-b_z)^2}}{n} \tag{1}$$

式中，n表示分割区间的个数，具体根据实验结果进行设定。

将分割后的源点云和目标点云定义为$\boldsymbol{P}[\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\cdots,\boldsymbol{P}_n]$和$\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{Q}_1,\boldsymbol{Q}_2,\cdots,\boldsymbol{Q}_n]$，其中$\boldsymbol{P}_x(x\in n)$、$\boldsymbol{Q}_y(y\in n)$分别表示分割后的源点云子区间和目标点云子区间。

2.2 子区间匹配

为了求源点云$\boldsymbol{P}[\boldsymbol{P}_1,\boldsymbol{P}_2,\cdots,\boldsymbol{P}_n]$中分割点云$\boldsymbol{P}_x$与目标点云$\boldsymbol{Q}[\boldsymbol{Q}_1,\boldsymbol{Q}_2,\cdots,\boldsymbol{Q}_n]$中分割点云$\boldsymbol{Q}_y$的对应关系，首先计算所有分割点云$\boldsymbol{P}_x$与$\boldsymbol{Q}_y$的法向量、曲率以及马氏距离方差，构建特征描述符，得到相应的直方图；然后根据灰度直方图匹配原理[50]，利用直方图相似性寻找分割点云$\boldsymbol{P}_x$与$\boldsymbol{Q}_y$的对应关系，从而实现源点云与目标点云的子区间匹配。

2.2.1 特征描述符构建

法向量、曲率变化、距离方差等几何特征反映了点云最基本的几何属性，对于表达点云的局部特征至关重要。此外，这些特征具有旋转平移不变性，能够进行有效描述，并且易于计算。因此，结合点云邻域的法向量角度、曲率和马氏距离方差 3 个特征来构建一种新的特征描述符。

1）法向角度

法向量是点云中关键的几何特征，对于对应的两片分割点云，点的法向量与其邻域点的法向量夹角一般是相似的，因此可以利用这一特性来寻找分割点云的对应关系。

首先对于点云$\boldsymbol{P}$中任一点$\boldsymbol{p}_i$，搜索其k个邻域点，然后建立协方差矩阵$\boldsymbol{C}$，定义为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{C}=\dfrac{1}{k}\displaystyle\sum_{i=1}^{k}(\boldsymbol{p}_{ij}-\bar{\boldsymbol{p}}_i)(\boldsymbol{p}_{ij}-\bar{\boldsymbol{p}}_i)^{\mathrm{T}}\\ \bar{\boldsymbol{p}}_i=\dfrac{1}{k}\displaystyle\sum_{i=1}^{k}\boldsymbol{p}_{ij}\end{cases} \tag{2}$$

式中，$\bar{\boldsymbol{p}}_i$为点$\boldsymbol{p}_i$的邻域点$\boldsymbol{p}_{ij}$的质心。

根据协方差矩阵，计算出特征值$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3(\lambda_1\leqslant\lambda_2\leqslant\lambda_3)$及其对应的特征向量$\boldsymbol{V}_1,\boldsymbol{V}_2,\boldsymbol{V}_3$，则最小特征值$\lambda_1$对应的特征向量$\boldsymbol{V}_1$即为点$\boldsymbol{p}_i$的法向量$\boldsymbol{n}_i$。

求出每个点的法向量后，点$\boldsymbol{p}_i$与其邻域点$\boldsymbol{p}_{ij}$法向量夹角$\theta_{n_i,n_{ij}}$的余弦值可表示为：

$$\cos\theta_{\boldsymbol{n}_i,\boldsymbol{n}_{ij}}=\frac{\boldsymbol{n}_i\cdot\boldsymbol{n}_{ij}}{|\boldsymbol{n}_i||\boldsymbol{n}_{ij}|} \tag{3}$$

式中，$|\cdot|$表示为向量的模，夹角$\theta_{\boldsymbol{n}_i,\boldsymbol{n}_{ij}}$的取值范围是$[0°,180°]$。

将点$\boldsymbol{p}_i$与其邻域点$\boldsymbol{p}_{ij}$法向量夹角$\theta_{\boldsymbol{n}_i,\boldsymbol{n}_{ij}}$定义为子特征$f_1$，由于子特征$f_1$多数情况主要分布在0°~60°之间，因此将法向量夹角分为$(0°,20°)$，$(20°,40°)$，$(40°,60°)$和$(60°,180°)$ 4 个区间。子特征f_1如图 1 所示。

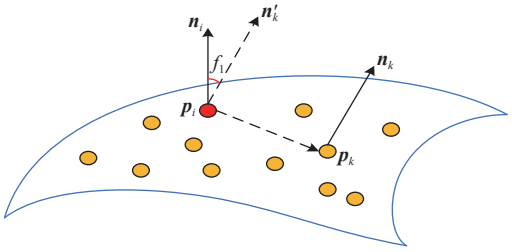


图 1 子特征f_1

2）曲率

点云中曲率是表征点云局部表面的凹凸程度以及变化趋势的重要评价指标。因此，为了寻找对应的分割点云，可以通过对协方差矩阵的特征值分析

来计算分割点云的曲率变化。

根据上述协方差矩阵$\boldsymbol{C}$求解出的特征值$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3(\lambda_1\leqslant\lambda_2\leqslant\lambda_3)$，点$\boldsymbol{p}_i$处的曲率表示为：

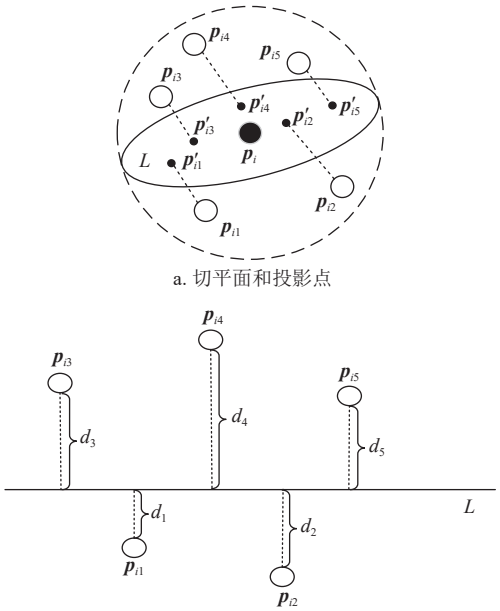
$$\tau(\boldsymbol{p}_i)=\frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3} \tag{4}$$

曲率$\tau(\boldsymbol{p}_i)$越小，表明该点$\boldsymbol{p}_i$及其邻域点位于平坦区域；曲率$\tau(\boldsymbol{p}_i)$越大，表明点$\boldsymbol{p}_i$及其邻域点位于起伏变化较大的区域。因此，将曲率$\tau(\boldsymbol{p}_i)$定义为子特征f_2。

3）马氏距离方差

对于对应的点云子区间，其邻域内各邻近点的分布情况应较为相似，在此可以使用距离方差对其进行描述。马氏距离[51]考虑了数据之间的相关性和不同尺度，通过对特征向量进行白化处理，将原始数据转换成不相关且具有相同方差的新的特征向量，在实际应用中具有较好的检测、聚类和识别等性能，因此能够在高维空间中更加准确地描述数据点之间的距离。

因此使用马氏距离作为距离参数，对于点$\boldsymbol{p}_i$，设其半径为r的邻域点集$\boldsymbol{p}_{ij}$所在球体投影到二维平面L，该平面垂直于点$\boldsymbol{p}_i$的法向量$\boldsymbol{n}_i$，如图 2a 所示。



a. 切平面和投影点

b. 邻近点与切面的马氏距离

图 2　子特征f_3

首先计算点云中各邻近点与二维切平面L之间的马氏距离$d_m(m=1,2,\cdots,k)$，可定义为：

$$d_m\left(p_{ij}-p'_{ij}\right)=\sqrt{\left(p_{ij}-p_{ij'}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{-1}\left(p_{ij}-p'_{ij}\right)} \tag{5}$$

式中，$\boldsymbol{p}'_{ij}$为点$\boldsymbol{p}_{ij}$在切平面L上的投影点。

然后将该距离d_m的方差定义为：

$$\sigma(\boldsymbol{p}_i)=\frac{1}{k}\sum_{m=1}^{k}\left(d_m-\bar{d}_i\right)^2 \tag{6}$$

式中，$\bar{d}_i$为各邻近点与切平面之间的马氏距离的平均值。

最后，将点$\boldsymbol{p}_i$及其邻域点集$\boldsymbol{p}_{ij}$与切平面之间的马氏距离方差$\sigma(\boldsymbol{p}_i)$定义为子特征f_3，其中各邻近点与切面的马氏距离如图 2b 所示。

4）构建特征描述符

在提出 3 个特征参数之后，可以得到各自特征的子直方图，分别为法向量夹角、曲率以及各邻近点与切平面的马氏距离方差。

当f_1位于区间$(0°,20°)$，$(20°,40°)$，$(40°,60°)$和$(60°,180°)$时，令k_1分别为 1、2、3、4。当$f_2<\frac{r}{2}$时，令k_2为 0；否则定义为 1。当$f_3<\varepsilon_{th}$时，令k_3为 0，否则定义为 1，其中ε_{th}为设定的阈值，一般设为$\varepsilon_{th}=1/3$。将子特征f_1、f_2、f_3分别分为 4、2、2 个区间，与常见的 SHOT、ROPS 等方法一致，每个子特征使用加法进行连接，因此，所提出的特征描述符包括 3 个特征(f_1、f_2、f_3)，将其定义为：

$$h=k_1+4\times k_2+4\times 2\times k_3 \tag{7}$$

对于指定点的邻域点，利用上式可得到相应的h值。其中，$k_1\sim k_3$的最小值分别为 1、0、0，所以h的最小值为 1；相对应地，$k_1\sim k_3$的最大值分别为 4、1、1，所以h的最大值为 16。因此h值是一个标量，取值范围为$[1,16]$。与之对应的直方图总尺寸为$4\times2\times2=16$维。

最后，根据h值来确定每个数据点的直方图。对于每个直方图区域，将每个直方图的点数除以点云总点数，得到每个直方图内点的比率。通过相同操作，可以获得点云子区间$\boldsymbol{P}_x$与$\boldsymbol{Q}_y$的特征直方图$\boldsymbol{H}_{P_x}$和$\boldsymbol{H}_{Q_x}$。

2.2.2　直方图相似度计算

基于上述方法，可以得到分割后的点云子区间$\boldsymbol{P}_x$与$\boldsymbol{Q}_y$的特征直方图$\boldsymbol{H}_{P_x}$和$\boldsymbol{H}_{Q_x}$。Bhattacharyya 距离是常用的距离测量参数[52]，具有对称和非负的特点，对概率分布本身不做任何假设，可以用来衡量直方图之间的相关程度。

因此，$\boldsymbol{H}_{P_x}$和$\boldsymbol{H}_{Q_x}$之间的相似度可以使用 Bhattacharyya 距离来求取。Bhattacharyya 距离的计算式为：

$$d(\boldsymbol{H}_{p_x},\boldsymbol{H}_{Q_y})=-\ln\left(\sum_{t=1}^{w}\sqrt{\boldsymbol{H}_{p_{x(t)}}\cdot\boldsymbol{H}_{Q_{y(t)}}}\right) \tag{8}$$

式中，w代表将空间划分为w个离散的区域，本文中w的取值范围为 4～10。然后统计每个区域内点的数量，得到直方图。

距离$d(\boldsymbol{H}_{p_x},\boldsymbol{H}_{Q_y})$越小，表明两个直方图$\boldsymbol{H}_{P_x}$和$\boldsymbol{H}_{Q_x}$之间的相似度越高，即点云子区间$\boldsymbol{P}_x$与$\boldsymbol{Q}_y$的相关性越高。在目标点云子区间$\boldsymbol{Q}_y$中，寻找与源点云子区间$\boldsymbol{P}_x$巴氏距离最小的子区间，这两个子区间构成一对匹配的分割点云，从而可以得到全部分割点云的匹配关系，后续的刚性变换计算只需要在具有对应关系的子区间内进行。该算法缩小了点云配准的搜索范围，将待配准的点云数量减少为$1/n^2$，极大提高了点云搜索效率。

获得全部分割点云的匹配关系后，利用 D4PCS 算法[23]对其进行配准，可以得到一系列刚体变换$\{\boldsymbol{T}_i\}_{i=1}^{n}$和LCP$\{\phi_i\}_{i=1}^{n}$。

2.3 组合系数求解

为了从区间配准得到全局配准，下面利用可信性和一致性约束来求解刚体变换的组合系数[53]。由于刚体变换是一种低维的线性变换，因此可以将线性变换$\boldsymbol{T}$表示为刚体变换序列$\{\boldsymbol{T}_i\}_{i=1}^{n}$的线性组合，并接近真实的全局刚体变换，线性变换$\boldsymbol{T}$可表示为：

$$\boldsymbol{T}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\omega_i\boldsymbol{T}_i}{\sum_{i=1}^{n}\omega_i} \tag{9}$$

式中，$\{\omega_i\}_{i=1}^{n}$是组合系数。

理想情况下，$\{\omega_i\}_{i=1}^{n}$的非零元素集合对应的刚体变换之间应较为接近，区间配准程度较高。针对上述两种约束条件，引入可信性和一致性信息，通过最大化能量函数求得组合系数，能量函数表示为：

$$\begin{cases}E(\boldsymbol{\omega})=\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\omega_i\omega_j c_1(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)c_2(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)\\ \text{s.t.}\sum_{i=1}^{n}\omega_i^2=1,\omega_i\geqslant 0\end{cases} \tag{10}$$

式中，$c_1(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)$为可信性信息，表示该变换为全局刚性变换的可能性，这里将其定义为$c_1(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)=\phi_i\phi_j$；$c_2(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)$为一致性信息，用来描述刚体变换$\boldsymbol{T}_i$和$\boldsymbol{T}_j$的相似性，并将其定义为：

$$c_2(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)=\exp\left(-\frac{d(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)}{\sigma^2}\right) \tag{11}$$

式中，参数σ是一个大于 0 的实数，用来调节可信性和一致性之间的比例；$d(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)$表示变换$\boldsymbol{T}_i$和$\boldsymbol{T}_j$的距离。

为了弥补参数之间的差异，将$d(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)$采用标准化欧式距离表示为：

$$d(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)=\sqrt{\sum_{k=1}^{3}\frac{\left(\theta_k^i-\theta_k^j\right)^2}{\sigma_{\theta_k}^2}+\sum_{k=1}^{3}\frac{\left(t_k^i-t_k^j\right)^2}{\sigma_{t_k}^2}} \tag{12}$$

式中，θ_k^i和$t_k^i(k=1,2,3)$分别表示刚体变换T_i的 3 个旋转角度和 3 个偏移量；σ_{θ_k}和$\sigma_{t_k}(k=1,2,3)$为刚体变换序列$\{\boldsymbol{T}_i\}_{i=1}^{n}$的标准差。

令$A_{ij}=c_1(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)c_2(\boldsymbol{T}_i,\boldsymbol{T}_j)$，并构造矩阵$\boldsymbol{A}$，则式 (10) 可以转化为：

$$\begin{cases}E(\boldsymbol{\omega})=\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{\omega}\\ \text{s.t.}\|\boldsymbol{\omega}\|_2=1\quad\boldsymbol{\omega}\geqslant 0\end{cases} \tag{13}$$

式中，$\boldsymbol{A}$为对称矩阵，其最大特征值对应的特征向量$\boldsymbol{\omega}$即可最大化能量函数$E(\boldsymbol{\omega})$。由于矩阵$\boldsymbol{A}$中的元素均为正数，根据 Perron-Frobenius 定理[54]，可以找到分量均为正数的$\boldsymbol{\omega}$，从而获得最优组合系数。

2.4 刚体变换求解

上述得到的线性变换$\boldsymbol{T}$一般不再是刚体变换，为得到最接近$\boldsymbol{T}$的刚体变换$\boldsymbol{T}^*$，将$\boldsymbol{T}^*$分解为一个旋转矩阵$\boldsymbol{R}^*$和一个平移向量$\boldsymbol{t}^*$，类似地将$\boldsymbol{T}$分解为$\boldsymbol{R}$和$\boldsymbol{t}$。

对于平移变换，令$\boldsymbol{t}^*=\boldsymbol{t}$；对于旋转变换，使用四元数[55]将旋转矩阵$\boldsymbol{R}^*$表示为：

$$\boldsymbol{R}^*=\begin{pmatrix}q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2 & 2(q_1q_2-q_0q_3) & 2(q_1q_3+q_0q_2)\\ 2(q_1q_2+q_0q_3) & q_0^2+q_2^2-q_1^2-q_3^2 & 2(q_2q_3-q_0q_1)\\ 2(q_1q_3-q_0q_2) & 2(q_2q_3+q_0q_1) & q_0^2+q_3^2-q_1^2-q_2^2\end{pmatrix} \tag{14}$$

式中，$q_0\geqslant 0$且$q_0^2+q_1^2+q_2^2+q_3^2=1$，为此得到旋转矩阵$\boldsymbol{R}^*$等价于求解以下约束优化问题：

$$\begin{cases}\min\limits_{q_0,q_1,q_2,q_3}\|\boldsymbol{R}^*-\boldsymbol{R}\|_F^2\\ \text{s.t. }q_0\geqslant 0,q_0^2+q_1^2+q_2^2+q_3^2=1\end{cases} \tag{15}$$

求得刚体变换$\boldsymbol{T}^*$后，对点云$\boldsymbol{P}$和$\boldsymbol{Q}$进行初始配准，配准后部分点云经过简化得到点云集合$\boldsymbol{X}=\{x_i\}_{i=1}^{N}$和$\boldsymbol{Y}=\{y_i\}_{i=1}^{N}$，其中$N$表示点的个数。

3 基于兼容加权的点云精配准

由上述可得两个待配准点云分别为$\boldsymbol{X}=\{x_i\}_{i=1}^{N}$

和$\boldsymbol{Y}=\{y_i\}_{i=1}^{N}$，$x_i \leftrightarrow y_i$是对应的，且$x_i,y_i \in R^3$。

若对应点对均为内点，则应满足以下不等式：

$$\|\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{t}-\boldsymbol{y}_i\| \leqslant \eta \tag{16}$$

式中，η表示内点阈值($\|\epsilon\| \leqslant \eta$)。

因此，设点集点云配准问题等价于以下最大化问题：

$$\begin{cases} \max\limits_{f\subset N} |f| \\ \text{s.t.} \left\|\boldsymbol{R}_f\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{t}_f-\boldsymbol{y}_i\right\| \leqslant \xi \quad \forall i \in f \end{cases} \tag{17}$$

式中，$(\boldsymbol{R}_f,\boldsymbol{t}_f)$代表刚性变换；而点集$f$表示其一致性集合，其目的是求解出能使$f$最大化的变换$(\boldsymbol{R}_f,\boldsymbol{t}_f)$。

3.1　具有尺度不变相容约束的双点随机采样

在传统的 RANSAC 算法中，点云配准需要选择 3 个随机对应点对，求解刚体变换来估计模型[56]。当离群比一定时，随机抽样的迭代次数将随维数（最小子集的大小）呈指数增长。为了减少其迭代次数，在每次迭代中只采样两个对应点对，然后分别找到与之兼容的对应作为第 3 个对应对的潜在候选集。

为衡量对应之间的兼容性，采用尺度不变成对兼容性约束[57]，可表示为：

$$\left\|y_i-y_j\right\|-\left\|x_i-x_j\right\| \leqslant 2\eta \tag{18}$$

根据三角不等式和旋转矩阵对范数$\boldsymbol{R}$不变的性质，可推导出该关系式：

$$\begin{aligned} &\left\|y_i-y_j\right\|-\left\|x_i-x_j\right\| = \\ &\left\|\|\boldsymbol{R}\|\cdot\left\|(x_i-x_j+\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\varepsilon_i-\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\varepsilon_j)\right\|-\left\|x_i-x_j\right\|\right\| \leqslant \\ &\left\|\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\varepsilon_i-\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\varepsilon_j+(x_i-x_j)-(x_i-x_j)\right\| = \\ &2\left\|(\varepsilon_i-\varepsilon_j)\right\| \leqslant 2\eta \end{aligned} \tag{19}$$

由式 (18) 可知，刚性变换前后，三维空间中的对应点间的距离是固定的。因此，在选择两个随机对应后，可利用式 (19) 检查两个对应是否相互兼容。如果兼容，则继续寻找与所选两个对应都兼容的所有对应；如果不兼容，则跳过该迭代，进行下一个迭代，再次选择随机样本。

3.2　兼容性权重矩阵

兼容性权重矩阵可用来表示对应对之间的成对兼容性[58]。假设一个$N\times N$的对称矩阵$\boldsymbol{W}\in\boldsymbol{R}^{N\times N}$，其中第$i$行和第$j$列的项$\boldsymbol{W}_{(i,j)}$非负，表示第$i$和第$j$个对应的兼容程度，因此矩阵$\boldsymbol{W}$可用来描述对应对集合$\boldsymbol{H}=\{\boldsymbol{h}(x_i,y_j)|i,j\in N\}$中每个可能的对应对的兼容性。当$\boldsymbol{W}_{(i,j)}=0$时，表示对应$i$和$j$严格不兼容；当$\boldsymbol{W}_{(i,j)}=v_{ij}(0<v_{ij}<1)$时，表示对应$i$和$j$一定程度上相互兼容。值$v_{ij}$衡量了对应对的兼容性程度，$v_{ij}$越大，对应$i$和$j$越兼容。

兼容性权重v_{ij}可使用鲁棒损失函数进行计算。鲁棒损失函数是用于机器学习和统计建模的一种损失函数，旨在降低对异常值或噪声数据点的敏感性。本文中使用 Welsch 损失函数[59]来计算每个对应对之间的兼容性权重。

对于兼容性权重矩阵$\boldsymbol{W}$，根据 Welsch 损失函数对应第i行和第j列的兼容性权重v_{ij}可由下式计算：

$$\boldsymbol{W}_{(i,j)}=v_{ij}\leftarrow\begin{cases} 1-\exp(-\dfrac{1}{2}(r_{ij}/2\eta)^2) & r_{ij}^2\leqslant(2\eta)^2 \\ 0 & r_{ij}^2>(2\eta)^2 \end{cases} \tag{20}$$

式中，$r_{ij}=\left|\left\|y_i-y_j\right\|-\left\|x_i-x_j\right\|\right|$表示点距离的残差。

当残差r_{ij}大于噪声上界2η时，表示对应i和j彼此不兼容且不能同时为内点，因此权重设置为零；当残差r_{ij}小于噪声上界2η时，表示i和j可能兼容且为内点，从而根据式 (20) 计算权值。

通过引入兼容性权重矩阵，在随机选择两个对应点，并得到与这两个对应都兼容的潜在对应集后，对每个潜在对应的权值进行求和并排序。

3.3　基于权重的投票和潜在对应的排序

假设随机选择两个对应分别为$\boldsymbol{K}$和$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{K},\boldsymbol{M}\in\boldsymbol{H})$，找到与$\boldsymbol{K}$和$\boldsymbol{M}$均兼容的所有对应，将其设为潜在对应集$\boldsymbol{D}\subset\boldsymbol{H}$。

根据$\boldsymbol{D}$，进一步得到矩阵$\boldsymbol{W}$的子矩阵$\boldsymbol{W}^+\in\boldsymbol{R}^{|D|\times|D|}$，子矩阵的行或列仅由$\boldsymbol{D}$中的对应组成。由于子矩阵$\boldsymbol{W}^+$中的每一行或列都与$\boldsymbol{K}$和$\boldsymbol{M}$兼容的对应关系相关联，因此可以通过计算子矩阵$\boldsymbol{W}^+$中一个对应关系与其他对应关系获取的总权重来度量每个对应关系的可靠性。其中，$\boldsymbol{W}^+$中第l个对应的总权重等于向量$\boldsymbol{W}^+(:,l)$的和，而$\boldsymbol{W}^+(:,l)$代表矩阵$\boldsymbol{W}^+$的第l列。计算$\boldsymbol{W}^+$中所有列的和，并根据各自的权重对对应进行重新排序。如果前两个对应$\boldsymbol{K}$和$\boldsymbol{M}$都是内点，则第 3 个对应的总权重越大，是内点的可能性越大。

因此，设集合$\boldsymbol{D}$按降序排列后为$\boldsymbol{D}'$，从中选择前几个对应与对应$\boldsymbol{K}$和$\boldsymbol{M}$组成最小子集，以便对共识最大化进行最小估计。

3.4　概率共识最大化

对于排序后的集合$\boldsymbol{D}'$，选择前 6 个对应点作为第 3 个对应点对的候选，并与$\boldsymbol{K}$和$\boldsymbol{M}$形成 6 个最小子集，分别计算 6 个子集对应的旋转平移模型$\boldsymbol{R}^*$和$\boldsymbol{t}^*$。保留集合$\boldsymbol{D}'$中找到最大共识集的子集作为本次迭代的最佳共识集，将其设为$\boldsymbol{\ell}_{\text{best}}$。随后继续进

行随机抽样，当获得的ℓ_{best}大于当前最大共识集N_{best}时，利用ℓ_{best}更新N_{best}。与 RANSAC 相似，基于概率来更新随机抽样的最大迭代次数，表达式为：

$$\max \mathrm{It}r_1 \geqslant \frac{\log(1-0.99)}{\log\left(1-\left(\frac{|N_{\text{best}}|}{N}\right)^2\right)} \tag{21}$$

式中，0.99 表示对至少一个内点进行抽样的置信度为 0.99。

当迭代次数达到最大迭代次数时，算法结束。

根据以上从粗到精的配准流程，完成点云数据模型的精确配准。其中，点云配准误差利用均方根误差 RMSE 进行度量，RMSE 计算式为：

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\|\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{t} - \boldsymbol{y}_i\|_2^2} \tag{22}$$

4 实验结果与分析

在本节中，该算法在 VS2022 环境下结合 PCL 点云库来实现，硬件环境为 Intel i7-10750 CPU，16 GB 内存。为了全面验证本文算法的性能，选取公共点云数据集、室内点云数据集以及农田点云数据进行实验。本文定义的低重叠率点云是指重叠率低于 60% 的点云。其中，对于点云数据的区间分割数n分别取值为 5、5、7、8、5、12 和 15。

4.1 数据集

研究采用 3 组点云数据模型验证所提算法的适用性，分别为来自斯坦福 3D 扫描资料库的公共点云数据模型[60]、来自普林斯顿大学的室内场景点云数据模型[61] 以及来自 Sketchfab 的农田点云数据[62]。在前两种类型的数据集中，分别选择 3 个点云数据模型，即来自 Stanford 的 Bunny、Dragon 和来自 3DMatch 的 Redkitchen、Studyroom 和 Home。在农田点云数据中选取 Tuy 点云数据。

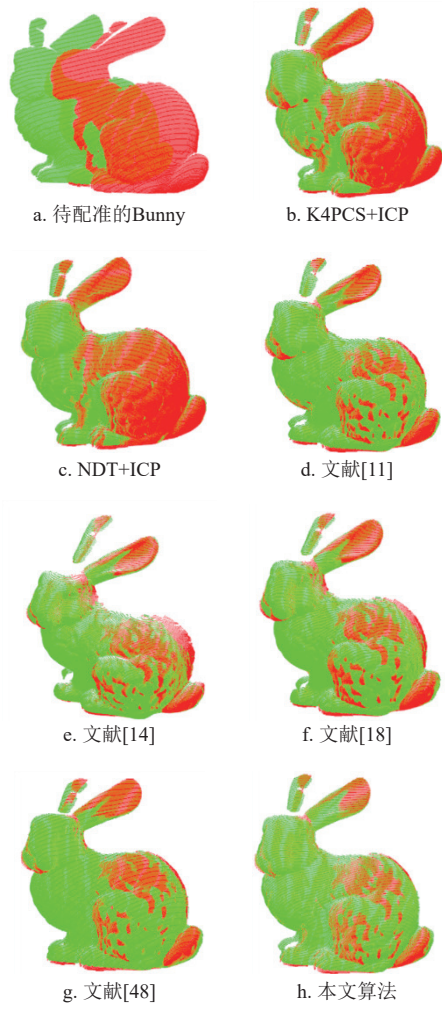
Stanford：Bunny 和 Dragon 这 2 个点云数据由 Cyberware3030 MS 采集，第 1 组由 bun000 和 bun045 组成，第 2 组由 Dragon000 和 Dragon048 组成，第 3 组由 Buddha000 和 Buddha024 组成。重叠率在 40%~60%。

3DMatch：Redkitchen、Studyroom 和 Home 3 个室内场景点云数据由 RGB-D 数据生成，第 1 组由 redkitchen000 和 redkitchen001 组成，第 2 组由 studyroom000 和 studyroom001 组成，第 3 组由 home000 和 home001 组成。重叠率在 30%~50%。

Tuy：使用索尼 A5000 相机以及 Geodrone M-6 多旋翼飞机生成，飞行高度 80 米。重叠率约为 20%。

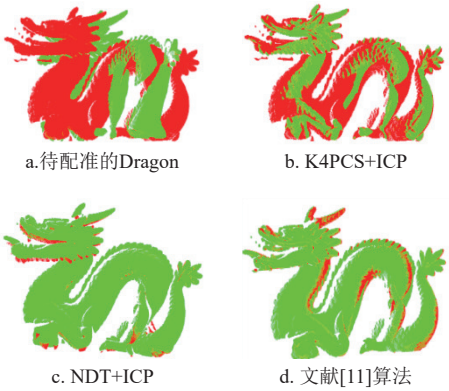
4.2 公共点云数据配准

对于 Bunny 和 Dragon 公共点云数据模型，分别采用文献 [11] 算法、文献 [14] 算法、文献 [18] 算法、K4PCS+ICP[27]、NDT+ICP[28]、文献 [48] 算法以及本文算法进行配准，配准结果如图 3～图 4 和表 1 所示。

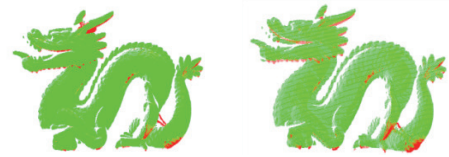


a. 待配准的Bunny　b. K4PCS+ICP　c. NDT+ICP　d. 文献[11]　e. 文献[14]　f. 文献[18]　g. 文献[48]　h. 本文算法

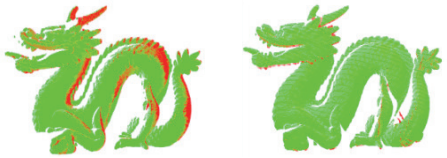
图 3　Bunny 点云配准结果



a.待配准的Dragon　b. K4PCS+ICP　c. NDT+ICP　d. 文献[11]算法



e. 文献[14]算法　　f. 文献[18]算法



g. 文献[48]算法　　h. 本文算法

图 4　Dragon 点云配准结果

从图 3～图 4 中可以发现，选取的 7 种算法均能有效实现配准。根据表 1 所示，对比 6 种配准算法，本文算法具有最高的配准精度和最低的配准耗时。

根据表 2 所示，在使用对比的 6 种算法中，与 K4PCS+ICP 算法[27] 相比，本文算法在平均配准精度上实现了显著提升，提高率最高可达 17.9%。对比文献 [48] 中的算法，本文算法在平均配准精度上的提高率虽相对较低，但也达到了 10.14%。值得注意的是，文献 [14] 算法和文献 [18] 算法在配准精度方面表现相近，二者差距较小。

表 1　公共点云配准结果

点云数据	点数	配准算法	配准误差/mm	耗时/s
Bunny	40 256, 40 097	K4PCS+ICP[27]	0.106 9	8.36
		文献[18]算法	0.109 3	9.28
		NDT+ICP[28]	0.104 0	9.06
		文献[14]算法	0.107 1	10.17
		文献[11]算法	0.103 6	8.33
		文献[48]算法	0.103 1	8.25
		本文算法	0.087 6	7.03
Dragon	126 546, 127 032	K4PCS+ICP[27]	0.135 8	11.24
		文献[18]算法	0.146 1	9.23
		NDT+ICP[28]	0.149 0	8.47
		文献[14]算法	0.160 2	14.26
		文献[11]算法	0.134 6	10.72
		文献[48]算法	0.134 2	9.18
		本文算法	0.120 6	8.25

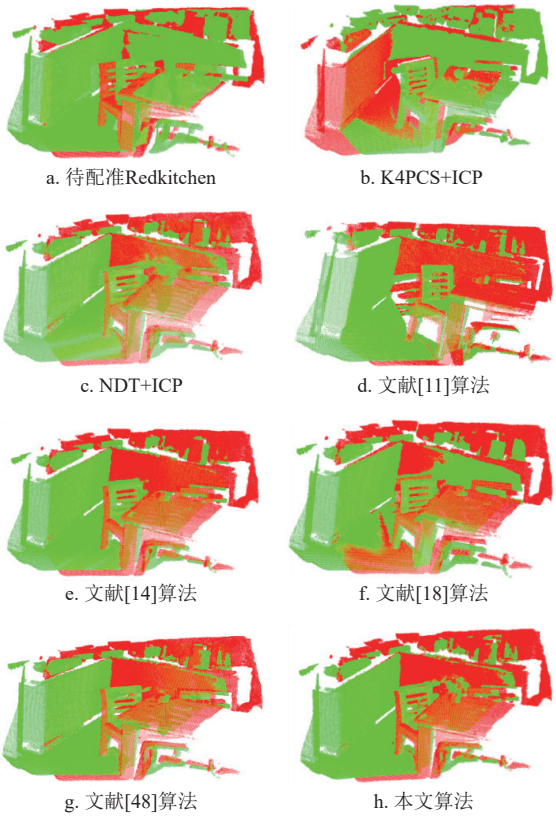
表 2　本文算法配准指标对比

对比算法	配准误差降低/%	耗时降低/%
K4PCS+ICP[27]	17.90	15.46
文献[18]算法	16.54	23.16
NDT+ICP[28]	14.14	16.70
文献[14]算法	16.46	34.05
文献[11]算法	10.50	20.38
文献[48]算法	10.14	14.93

在配准耗时方面，本文算法同样展现出了明显的优势。相较于文献 [14] 算法，本文算法的平均耗时降低幅度十分可观，最高可达 34.05%。即便与文献 [48] 算法对比，本文算法的平均耗时降低水平最低也有 14.93%。由此可见，无论是配准精度还是耗时，本文算法都展现出了较好的性能和应用潜力。

4.3　室内场景点云数据配准

将该基于区域分割和兼容加权的配准算法用于室内场景的点云数据配准中。实验选取来自 3DMatch 的 Redkitchen、Studyroom 和 Home3 组点云模型，对其分别采用文献 [11] 算法、文献 [14] 算法、文献 [18] 算法、K4PCS+ICP[27]、NDT+ICP[28]、文献 [48] 算法以及本文算法进行配准，配准结果如图 5～图 7 和表 3 所示。



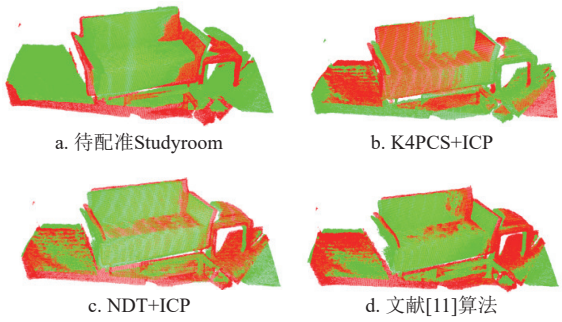
a. 待配准Redkitchen　　b. K4PCS+ICP

c. NDT+ICP　　d. 文献[11]算法

e. 文献[14]算法　　f. 文献[18]算法

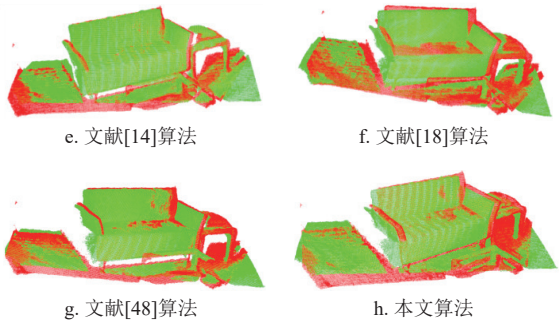
g. 文献[48]算法　　h. 本文算法

图 5　Redkitchen 点云配准结果



a. 待配准Studyroom　　b. K4PCS+ICP

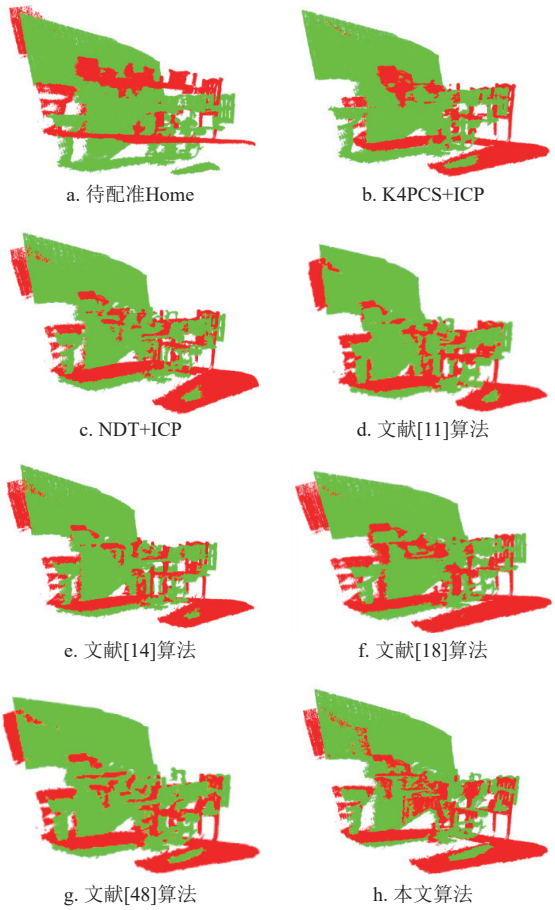
c. NDT+ICP　　d. 文献[11]算法



e. 文献[14]算法　f. 文献[18]算法

g. 文献[48]算法　h. 本文算法

图 6　Studyroom 点云配准结果



a. 待配准Home　b. K4PCS+ICP

c. NDT+ICP　d. 文献[11]算法

e. 文献[14]算法　f. 文献[18]算法

g. 文献[48]算法　h. 本文算法

图 7　Home 点云配准结果

由图 5～图 7 的配准结果可见，7 种配准算法均能够有效地处理一些室内场景的点云数据。根据表 3 所示，在使用的 7 种配准算法中，本文算法具有最高的配准精度和最低的配准耗时。

根据表 4 所示的本文算法与其他算法的配准指标对比结果可知，在 6 种对比算法中，本文算法的平均配准精度相较于文献 [18] 算法提升最高，提升了 34.59%；本文算法的平均配准精度相较于文献 [48] 算法提升最低，但也提升了 20.04%。在平均耗时方面，与 K4PCS+ICP 算法[27] 相比，本文算法平均耗时降低幅度最高，达 33.56%；与 NDT+ICP[28] 算法相比，本文算法平均耗时降低幅度最低，为 14.53%。

表 3　室内场景点云配准结果

点云数据	点数	配准算法	配准误差/mm	耗时/s
Redkitchen	258 342, 268 977	K4PCS+ICP[27]	0.092 7	20.75
		文献[18]算法	0.086 9	15.35
		NDT+ICP[28]	0.082 3	13.29
		文献[14]算法	0.109 4	18.02
		文献[11]算法	0.080 9	14.58
		文献[48]算法	0.078 7	13.92
		本文算法	0.044 7	11.94
Studyroom	238 793, 238 979	K4PCS+ICP[27]	0.032 2	14.06
		文献[18]算法	0.036 1	12.68
		NDT+ICP[28]	0.031 1	12.37
		文献[14]算法	0.036 3	13.74
		文献[11]算法	0.030 7	12.19
		文献[48]算法	0.029 8	11.88
		本文算法	0.027 9	9.67
Home	425 577, 373 295	K4PCS+ICP[27]	0.082 6	19.86
		文献[18]算法	0.076 6	17.03
		NDT+ICP[28]	0.068 6	16.40
		文献[14]算法	0.058 5	20.58
		文献[11]算法	0.058 2	16.54
		文献[48]算法	0.057 8	16.93
		本文算法	0.051 7	14.50

表 4　本文算法配准指标对比

对比算法	配准误差降低/%	耗时降低/%
K4PCS+ICP[27]	34.18	33.56
文献[18]算法	34.59	20.27
NDT+ICP[28]	26.87	14.53
文献[14]算法	31.3	30.97
文献[11]算法	21.68	17.04
文献[48]算法	20.04	15.72

此外，在 3 组室内场景数据的配准中，对于特征和重叠区域较少的 Redkitchen 点云，文献 [14] 的配准效果不佳，配准精度在 5 种算法中最低，而本文算法具有较好的配准效果；对于初始位姿较好的 Studyroom，本文算法的配准精度最优且所用时间最短；针对数据量较大、噪声和特征较多的 Home 点云，本文算法的计算时间仍为最短，且配准精度也达到较好的效果，说明本文算法具有较好的鲁棒性，在泛化性方面具有一定优势。

4.4　农田点云数据配准

为了进一步验证该基于区域分割和兼容加权的配准算法对于低重叠点云数据配准的效果，选取 Sketchfab 中的 Tuy 农田点云数据模型，对其分别采用文献 [11] 算法、文献 [14] 算法、文献 [18] 算

法、K4PCS+ICP[27]、NDT+ICP[28]、文献 [48] 算法以及本文算法进行分析，其中待配准的农田点云 Tuy 如图 8 所示，配准结果如图 9 和表 5 所示。

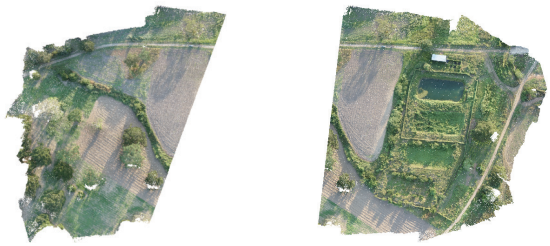


图 8　待配准的 Tuy

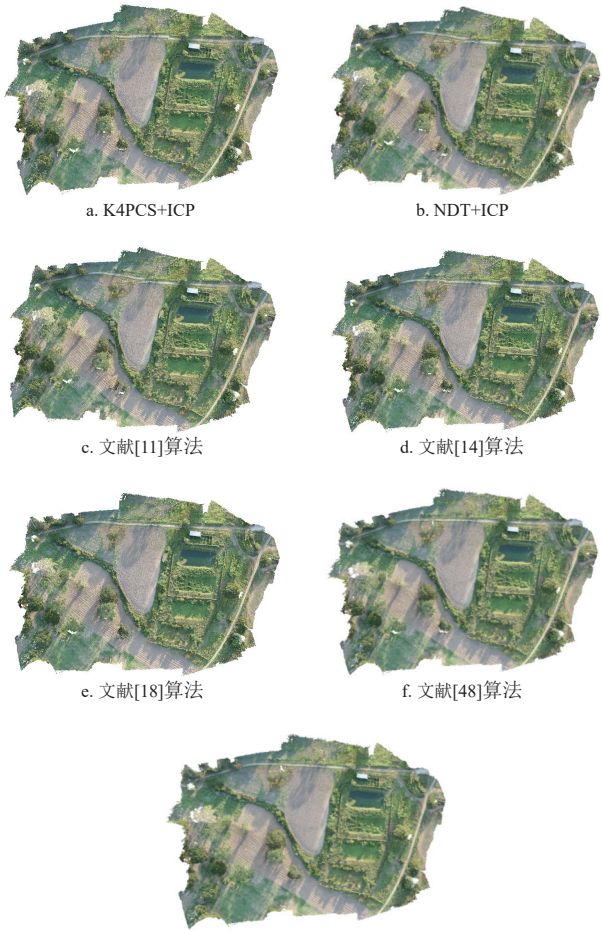


图 9　Tuy 点云配准结果

表 5　农田点云配准结果

点云数据	点数	配准算法	配准误差/mm	耗时/s
Tuy	523 201, 575 206	K4PCS+ICP[27]	0.249 3	30.75
		文献[18]算法	0.230 5	23.96
		NDT+ICP[28]	0.166 7	19.79
		文献[14]算法	0.131 4	25.32
		文献[11]算法	0.124 6	21.31
		文献[48]算法	0.103 6	20.06
		本文算法	0.081 8	16.55

由图 9 所示的配准结果可知，在所使用的 7 种配准算法中，K4PCS+ICP[27] 算法和文献 [18] 算法在对整体农田点云进行配准时，出现了较为明显的错位现象，这严重影响了对农田全貌的精准呈现。在 NDT+ICP[28] 算法、文献 [14] 算法和文献 [11] 算法配准结果中，部分均未能实现精准对齐，这在一定程度上降低了配准的完整性和准确性。文献 [48] 算法在处理田地边缘部分的点云时，配准效果不佳，无法有效还原田地边缘的真实形态。而本文算法在该农田点云配准任务中表现出色，能够很好地完成配准工作，无论是农田整体、田间小路还是田地边缘，都能实现精准配准。

根据表 5 所示，与 K4PCS+ICP[27] 算法相比，本文算法的配准效果提升最为显著。具体来看，平均配准误差的降低幅度高达 67.19%，平均耗时的减少比例也达到了 46.18%。与文献 [14] 算法和文献 [11] 算法相比，本文算法的平均配准误差降低水平较为相近，分别为 37.75% 和 34.35%。面对表现相对较好的文献 [48] 算法，本文算法在平均配准误差方面仍有 21.04% 的降低。在平均耗时的优化上，与 NDT+ICP[28] 算法相比，本文算法最低也能实现 16.37% 的降低。上述对比结果充分表明，本文算法在处理重叠率较低的农田点云数据时，不仅能够有效降低配准误差，还能显著减少配准耗时，具备出色的配准效果。

这是由于文献 [11] 提出一种基于双向耦合迭代的 BC-PCNet 模型，引入屏蔽区域在耦合迭代中监控两点云的重叠区域。然而，此方法在监控信号设置方面具有较高敏感性。由于信号阈值与参数的设定缺乏明确标准，往往需历经大量实验与积累丰富经验来确定，因此其配准结果的稳定性有待提高；文献 [14] 提出一种基于多局部特征匹配的点云配准算法，该算法通过提取点云的 SIFT-3D 关键点并计算其 FPFH，完成初始对应匹配，然后采用改进的 ICP 算法实现精配准，虽然一定程度上降低了配准误差，但是对于大型点云提取特征点耗费的计算时间较长；文献 [18] 在粗配准阶段首先基于八叉树算法对点云进行简化，然后进行 ISS 特征点提取，精配准则利用曲率和 FPFH 特征改进 ICP 算法来实现，精配准阶段由于只针对特征点进行配准从而有效提高了配准速度，但是整个算法过程中使用的特征较少，因此配准精度有待提高；K4PCS+ICP 算法[27] 针对原始点云大幅度降采样影响了配准精度，并且搜索关键点增加了配准时间，特别是对

于低重叠点云的处理时间较长，此外针对对称或重复场景的鲁棒性有待提高；NDT+ICP 算法[28] 是一种基于概率密度的点云配准算法，不需要计算点云的特征信息，配准速度较快，适用于大型点云的配准，但是对于具有丰富特征的点云数据，配准精度有待提高；文献 [48] 提出一种 C-RANSAC 算法，H-RANSAC 和 LCL-RANSAC 以握手方式合作，利用 M-TEASER++方法计算局部配准解并根据全局迭代次数继承条件更新全局解。该算法具有快速收敛和高精度的优势，但存在对特定参数敏感、在某些情况下执行时间优势受限及无法保证全局最优解等问题；而本文算法利用分割的思想，通过构建的多特征描述符实现点云子区间的粗配准，放大了重叠区域的作用从而提高了配准精度，在精配准阶段利用兼容性权重矩阵来寻找对应点对，进一步加快了配准过程，缩短了配准时间。因此说，该基于区间分割和兼容加权的点云配准算法是一种高效的点云配准算法。

5 结束语

本文提出的基于区间分割和兼容加权的点云配准算法，粗配准利用点云分割的思想，通过构建多特征描述符并计算各个子区间的直方图相似度，从而得到子区间的对应关系，然后求解刚性变换组合系数完成初始配准；精配准阶段引入兼容性权重矩阵来得到对应点对，最终完成精确配准。针对低重叠率点云，该算法从局部到全局的配准思想，放大了重叠区域在配准过程中的作用，提高了配准精度，而利用兼容权重矩阵来代替传统的 ICP 算法进一步减少了计算时间。实验部分在 3 个数据集上进行，包括斯坦福点云模型、室内场景数据集以及农田点云数据。实验结果表明，该算法在 3 个数据集的配准中，均具有最高的配准精度和较好的计算效率，并且对于数据量较大、重叠区域和特征较少的点云数据仍有较好的配准效果。此外，本算法没有考虑到尺度因素对点云配准结果的影响，因此未来将进一步优化本算法，着重研究不同尺度点云的配准方法，以扩大点云配准算法的应用范围。

参 考 文 献

[1] GUO Y L, WANG H Y, HU Q Y, et al. Deep learning for 3D point clouds: A survey[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2021, 43(12): 4338-4364.

[2] XU N L, QIN R J, SONG S. Point cloud registration for LiDAR and photogrammetric data: A critical synthesis and performance analysis on classic and deep learning algorithms[J]. ISPRS Open Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2023, 8: 100032.

[3] MONJI-AZAD S, HESSER J, LÖW N. A review of non-rigid transformations and learning-based 3D point cloud registration methods[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2023, 196: 58-72.

[4] 缪永伟, 刘家宗, 孙瑜亮, 等. 基于类别-实例分割的室内点云场景修复补全[J]. 计算机学报, 2021, 44(11): 2189-2202.
MIAO Y W, LIU J Z, SUN Y L, et al. Point cloud completion of indoor scenes based on category-instance segmentation[J]. Chinese Journal of Computers, 2021, 44(11): 2189-2202.

[5] 王奇, 钱伟中, 雷航, 等. 基于关键特征增强机制的 3D 人脸识别[J]. 电子科技大学学报, 2024, 53(2): 252-258.
WANG Q, QIAN W Z, LEI H, et al. 3D face recognition based on key feature enhancement mechanism[J]. Chinese Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2024, 53(2): 252-258.

[6] YU H, HOU J, QIN Z, et al. RIGA: Rotation-invariant and globally-aware descriptors for point cloud registration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2024, 46(5): 3796-3812.

[7] LIU W B, SUN W, WANG S X, et al. Coarse registration of point clouds with low overlap rate on feature regions[J]. Signal Processing: Image Communication, 2021, 98: 116428.

[8] XU J B, HUANG Y K, WAN Z Y, et al. GLORN: Strong generalization fully convolutional network for low-overlap point cloud registration[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 5704814.

[9] WU Q Y, WANG J, ZHANG Y, et al. Accelerating point cloud registration with low overlap using graphs and sparse convolutions[J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2023, 27: 744-753.

[10] YU J L, REN L W, ZHANG Y, et al. PEAL: Prior-embedded explicit attention learning for low-overlap point cloud registration[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. New York: IEEE, 2023: 17702-17711.

[11] WU S Q, TAO J L, WU C R, et al. Low-overlap point cloud registration algorithm based on coupled iteration[J]. The Visual Computer, 2024, 40(5): 3151-3162.

[12] WANG X C, YUAN Y. GCMTN: Low-overlap point cloud registration network combining dense graph convolution and multilevel interactive transformer[J]. Remote Sensing, 2023, 15(15): 3908.

[13] ZHANG W H, ZHANG Y, LI J L. A two-stage correspondence-free algorithm for partially overlapping point cloud registration[J]. Sensors, 2022, 22(13): 5023.

[14] GUO F, ZHENG W B, LIAN G F, et al. A point cloud registration method based on multiple-local-feature matching[J]. Optik, 2023, 295: 171511.

[15] CHE S Q, BAO C W, LU J F. A weighted local-spherical grid based lightweight descriptor for 3D point cloud

registration[J]. The Journal of Engineering, 2023, 2023(9): e12304.
[16] ZHAO L D, XIANG Z F, CHEN M L, et al. Establishment and extension of a fast descriptor for point cloud registration[J]. Remote Sensing, 2022, 14(17): 4346.
[17] WANG W, ZHANG Y, GE G Y, et al. A new approach toward corner detection for use in point cloud registration [J]. Remote Sensing, 2023, 15(13): 3375.
[18] SUN R Y, ZHANG E Z, MU D Q, et al. Optimization of the 3D point cloud registration algorithm based on FPFH features[J]. Applied Sciences, 2023, 13(5): 3096.
[19] 赵宝, 王梓涵, 贾兆红, 等. 基于动态图卷积和PointNet的三维局部特征描述符[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2025, 37(1): 89-99.
ZHAO B, WANG Z H, JIA Z H, et al. Three-dimensional local feature descriptor based on dynamic graph convolution and PointNet[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2025, 37(1): 89-99.
[20] WEN C W, HUANG S C. A LiDAR point cloud registration method combining linear feature extraction and TrICP algorithm[J]. Multimedia Systems, 2023, 29(6): 3209-3221.
[21] LIU L P, XIAO J, WANG Y B, et al. A novel rock-mass point cloud registration method based on feature line extraction and feature point matching[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 60: 5701117.
[22] AIGER D, MITRA N J, COHEN-OR D. 4-points congruent sets for robust pairwise surface registration[C]// Proceedings of the ACM SIGGRAPH 2008. New York: ACM, 2008: 1-10.
[23] DA SILVA JUNIOR J P, BORGES D L, DE BARROS VIDAL F. A dynamic approach for approximate pairwise alignment based on 4-points congruence sets of 3D points[C]// Proceedings of the 18th IEEE International Conference on Image Processing. New York: IEEE, 2011: 889-892.
[24] LI S K, LU R D, LIU J Y, et al. Super edge 4-points congruent sets-based point cloud global registration[J]. Remote Sensing, 2021, 13(16): 3210.
[25] TAO W Y, LIU J B, XU D, et al. Automatic registration of point clouds by combining local shape descriptor and G4PCS algorithm[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2023, 16: 6339-6351.
[26] LIU H, WANG S L, ZHAO D H. Enhanced super4PCS algorithm by comparing transformed normals at corresponding points[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2022(1): 6513776.
[27] XU Z W, WANG D. Research on point cloud registration algorithm based on boundary Harris-3D points and 4PCS[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2022, 2258(1): 012002.
[28] JIANG S K, QI P, HAN L, et al. Navigation system for orchard spraying robot based on 3D LiDAR SLAM with NDT_ICP point cloud registration[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2024, 220: 108870.
[29] BESL P J, MCKAY N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.
[30] CHETVERIKOV D, SVIRKO D, STEPANOV D, et al. The trimmed iterative closest point algorithm[C]// Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition. New York: IEEE, 2002: 545-548.
[31] BOUAZIZ S, TAGLIASACCHI A, PAULY M. Sparse iterative closest point[C]//Computer Graphics Forum. Oxford: Blackwell Publishing Ltd., 2013: 113-123.
[32] 杨稳, 周明全, 郭宝, 等. 基于曲率图的颅骨点云配准方法[J]. 光学学报, 2020, 40 (16): 1-11.
YANG W, ZHOU M Q, GUO B, et al. Skull point cloud registration method based on curvature diagram[J]. Chinese Journal of Acta Optica Sinica, 2020, 40(16): 1-11.
[33] WU P, LI W, YAN M. 3D scene reconstruction based on improved ICP algorithm[J]. Microprocessors and Microsystems, 2020, 75: 103064.
[34] ZHANG J Y, YAO Y X, DENG B L. Fast and robust iterative closest point[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2022, 44(7): 3450-3466.
[35] LIU Y S, CHEN Y X, FANG S P. A compensation method for the eccentricity and inclination errors of spiral bevel gear based on improved ICP algorithm[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2021, 13(3): 1687814 0211004400.
[36] YANG J L, LI H D, CAMPBELL D, et al. Go-ICP: A globally optimal solution to 3D ICP point-set registration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38(11): 2241-2254.
[37] LV C L, LIN W S, ZHAO B Q. KSS-ICP: Point cloud registration based on Kendall shape space[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2023, 32: 1681-1693.
[38] DU S Y, LIU J, ZHANG C J, et al. Probability iterative closest point algorithm for m-D point set registration with noise[J]. Neurocomputing, 2015, 157: 187-198.
[39] MA J, WU J, YANG K. Measurement point cloud registration method for complex mechanical parts based on improved ICP[C]//International Conference on Optical and Photonic Engineering. [S.l.]: SPIE, 2023: 23-29.
[40] VIZZO I, GUADAGNINO T, MERSCH B, et al. KISS-ICP: In defense of point-to-point ICP–simple, accurate, and robust registration if done the right way[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2023, 8(2): 1029-1036.
[41] CAO L, ZHUANG S B, TIAN S, et al. A global structure and adaptive weight aware ICP algorithm for image registration[J]. Remote Sensing, 2023, 15(12): 3185.
[42] HE L P, WANG S Q, HU Q J, et al. GFOICP: Geometric feature optimized iterative closest point for 3D point cloud registration[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2023, 61: 1-17.
[43] FISCHLER M A, BOLLES R C. Random sample consensus: A paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
[44] LI J Y, HU Q W, AI M Y. Point cloud registration based

on one-point RANSAC and scale-annealing biweight estimation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 59(11): 9716-9729.

[45] CHUNG K L, CHANG W T. Centralized RANSAC-based point cloud registration with fast convergence and high accuracy[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2024, 17: 5431-5442.

[46] YANG J Q, HUANG Z Q, QUAN S W, et al. SAC-COT: Sample consensus by sampling compatibility triangles in graphs for 3-D point cloud registration[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 60: 5700115.

[47] YANG J Q, ZHANG X Y, FAN S C, et al. Mutual voting for ranking 3D correspondences[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2024, 46(6): 4041-4057.

[48] CHENG Y X, HUANG Z Q, QUAN S W, et al. Sampling locally, hypothesis globally: Accurate 3D point cloud registration with a RANSAC variant[J]. Visual Intelligence, 2023(1): 20.

[49] GRILLI E, MENNA F, REMONDINO F. A review of point clouds segmentation and classification algorithms[J]. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2017, 42: 339-344.

[50] TAN P, LI X, XU J, et al. Catenary insulator defect detection based on contour features and gray similarity matching[J]. Journal of Zhejiang University-Science A, 2020, 21(1): 64-73.

[51] WALCZAK J, POREDA T, WOJCIECHOWSKI A. Effective planar cluster detection in point clouds using histogram-driven kd-like partition and shifted mahalanobis distance based regression[J]. Remote Sensing, 2019, 11(21): 2465-2488.

[52] PENG Y P, LIN S D, WU H K, et al. Point cloud registration based on fast point feature histogram descriptors for 3D reconstruction of trees[J]. Remote Sensing, 2023, 15(15): 3775.

[53] 韩宝昌, 曹俊杰, 苏志勋. 一种区域层次上的自动点云配准算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2015, 27(2): 313-319.
HAN B C, CAO J J, SU Z X. Automatic point clouds registration based on regions[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2015, 27(2): 313-319.

[54] YANG Y N, ZHANG J W. Perron-Frobenius type theorem for nonnegative tubal matrices in the sense of t-product[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2023, 528(2): 127541.

[55] HUANG C, LI J, GAO G. Review of quaternion-based color image processing methods[J]. Mathematics, 2023, 11(9): 2056.

[56] DENAYER M, DE WINTER J, BERNARDES E, et al. Comparison of point cloud registration techniques on scanned physical objects[J]. Sensors, 2024, 24(7): 2142.

[57] SUN L. RANSIC: Fast and highly robust estimation for rotation search and point cloud registration using invariant compatibility[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2022, 7(1): 143-150.

[58] HU E W, SUN L. VODRAC: Efficient and robust correspondence-based point cloud registration with extreme outlier ratios[J]. Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences, 2023, 35(1): 38-55.

[59] CHEN K, LV Q, LU Y, et al. Robust regularized extreme learning machine for regression using iteratively reweighted least squares[J]. Neurocomputing, 2017, 230: 345-358.

[60] The Stanford 3D Scanning Repository[EB/OL]. [2024-04-20]. http://graphics.stanford.edu/data/3Dscanrep.

[61] 3DMatch: Learning Local Geometric Descriptors from RGB-D Reconstructions[EB/OL]. (2016-03-27) [2024-04-20]. https://3dmatch.cs.princeton.edu/.

[62] Sketchfab[EB/OL]. (2016-11-21) [2024-05-20]. https://sketchfab.com/3d-models/tuy-5c8c0b15a0d246e7a08c2deecc0c6c4e.

责任编辑 张 莉