基于分层种群策略的机器人静刚度位姿优化

潘彬晖 杨建中 黄 思* 吴浩天 宁 晓
华中科技大学机械科学与工程学院国家智能设计与数控技术创新中心,武汉,430074

摘要:提出了一种面向精密磨抛场景的刚度性能指标,基于分层自适应遗传算法优化位姿以提高机器人刚度。构建了机器人运动学与静刚度模型,并通过关节刚度辨识实验获取操作刚度矩阵;以机器人磨削点处的柔度椭球为依据,结合磨抛路径上的机器人刚度及其稳定性,设计了适用于磨抛工况的综合刚度性能指标;引入适应度驱动的参数调整和种群分层机制,针对种群不同层使用差异化遗传策略,对磨削点位姿进行优化。实验结果表明,在不改变机器人结构和材料的情况下,变形量降低了约80%,机器人刚度得到有效提高。

关键词:机器人磨抛;刚度辨识;综合刚度性能指标;分层种群策略;磨削点位姿优化
中图分类号:TP242.2
DOI:10.3969/j.issn.1004-132X.2026.09.018 **开放科学(资源服务)标识码(OSID)**:

Robot Static Stiffness Pose Optimization Based on Hierarchical Population Strategy

PAN Binhui YANG Jianzhong HUANG Si* WU Haotian NING Xiao
National Intelligent Design and Numerical Control Technology Innovation Center, School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074

Abstract: A stiffness performance index for precision grinding and polishing scene was proposed, and the robot stiffness was improved based on hierarchical adaptive genetic algorithm. The kinematics and static stiffness models of the robots were constructed, and the operational stiffness matrix was obtained through the joint stiffness identification experiments. Based on the flexibility ellipsoid at the grinding points of the robots, combined with the stiffness and stability of the robots on the grinding and polishing paths, a comprehensive stiffness performance index was designed for grinding and polishing conditions. Fitness-driven parameter adjustment and population stratification mechanism were introduced, and differentiated genetic strategies were used to optimize the grinding point posture for different layers of the population. The experimental results show that, without changing the structure and material of the robots, the deformation amounts reduce by 80%, and the robot stiffness is effectively improved.

Key words: robot grinding and polishing; stiffness identification; comprehensive stiffness performance index; hierarchical population strategy; grinding point posture optimization

0 引言

工业机器人作为制造业智能化转型的重要支撑设备,已广泛应用于器械装配、精密加工、三维测量和航空航天等高精度加工场景,在提高生产效率和产品质量方面发挥了重要作用。然而,机器人本身刚度不足的缺陷往往会导致加工精度下降、表面质量不稳定等问题,无法满足当下制造业对精度日益提高的要求。在机器人静刚度位姿优化中,通过运动学与刚度建模获取刚度矩阵,设计性能指标评估刚度优劣,并以其为适应度函数优化位姿,即可提高刚度性能。

在机器人运动学与刚度建模研究中,陈守欢等[1]综合考虑关节和臂杆变形对末端刚度的影响,建立了整体刚度模型并有效降低预估误差,但未充分考虑关节间隙与零点漂移等非线性因素,导致识别精度有限。为解决传统悬臂梁构型刚度不足的问题,HUANG等[2]通过闭环虚拟运动链建模验证新型双臂机器人刚度的优势,但只适用于叶片磨削这一加工场景。因此,建立能应对多种加工场景的高精度机器人运动学和刚度模型对机器人刚度优化而言至关重要。

在刚度性能指标研究方面,XUE等[3]基于机器人刚度补偿矩阵提出了用于评价机器人在加工轨迹上刚度性能的指标,但该指标难以针对某些复杂工况进行有效适配。为此,许多学者尝试通过提出特定受力方向的刚度性能指标,以满足各种具体工艺环境的需求。高轲[4]针对铣削工况,结合力刚度椭球,提出了一种基于机器人末端主

收稿日期:2025-03-19
基金项目:湖北省重大科技攻关项目(2023BAA010)

轴方向的刚度性能指标。CHEN等[5]提出了由综合刚度性能指标(CSPI)衍生而来的表面法向刚度性能指标(NSPI),并通过调整机器人的冗余角对NSPI进行优化,两者均显著提高了机器人在铣削工况下的加工精度,但前提是切削力可预测。当加工轨迹难以预测时,廖昭洋[6]结合切削力方向,提出了曲面法向刚度和切向刚度的评价指标,其中曲面法向刚度可作为优化铣削精度的重要依据,而切向刚度则为刀具加工轨迹方向的选择提供了参考,从而进一步提高了机器人刚度性能。此外,YE等[7]基于轮廓误差的统计特性定义了加工性能指标(CEMPI),通过最小化该指标显著提高了机器人刚度及工件的轮廓精度。因此,只有充分结合磨抛工况的实际受力情况和加工轨迹特性才能设计出更加全面和有效的刚度性能指标。

在机器人刚度位姿优化方法的研究中,宁晓等[8]使用遗传算法(GA)优化了并联缓冲机构夹爪的结构参数并验证了其合理性。LIAO等[9]考虑到机器人高刚度姿态的变化具有区域性这一特点,提出了一种曲面细分方法,对每个子区域的刀路进给方向进行优化,进一步提高了机器人在自由曲面加工中的刚度。WU等[10]提出了一种多目标自适应优化方法来优化算法参数,提高了工业机器人在非接触加工工况下的运行效率和平滑度。而在自适应调整参数的算法中,自适应遗传算法(AGA)在优化性能上也十分出色。孙文娟[11]提出了一种交叉概率和变异概率非线性调整、种群数目按指数方式减少的AGA算法,虽然能有效提高算法性能,但单一的调整策略在处理复杂优化问题时无法很好地适应每个进化阶段。CHOE等[12]设计了一种改造操作来代替传统的变异,根据个体的风险水平高低采取不同的调整策略来提高AGA性能。FENG等[13]将优化后的双优化算子(2-opt)与增强型自适应遗传算法相结合,针对不同层的种群对象使用不同的优化策略,使算法具有较强全局搜索能力的同时提高了局部搜索能力。因此,使优化算法与实际问题充分贴合才能有效提高算法性能。

上述研究受限于机器人静刚度,多聚焦于固定姿态下的关节角或末端姿态优化,难以准确评估机器人在特定工况下完整工作流程中的刚度性能变化。因此,本文以磨抛加工为背景,结合磨削点处柔度椭球的法向半轴长度提出一种综合刚度性能指标,综合考虑加工路径上所有离散点的刚度及其稳定性,以更加全面地评估整个磨抛过程的刚度性能;针对自适应遗传算法提出分层种群策略,使用差异化遗传策略以更好地贴合磨抛工况下的刚度位姿优化过程;最后通过实验分别获取机器人刚度矩阵,验证了性能指标的有效性、算法参数的优越性以及磨削点位姿优化结果的准确性。

1 机器人关节刚度辨识

1.1 机器人运动学和静刚度建模

HSR-JR605型机器人为六自由度旋转关节机器人,末端安装叶片,机器人底座固定,在整个磨抛过程中只考虑机器人本体的运动。采用传统DH参数法[14]对机器人进行运动学建模,然后使用微分变换法构造机器人Jacobi矩阵。最后,由于工业串联结构机器人的末端承受外载荷时,大部分变形集中在关节处,因此在假定连杆为刚体的条件下建立磨抛机器人的静刚度模型。

建立机器人各连杆和运动学模型如图1所示,确定各连杆参数如表1所示。其中,α_i为关节轴线i与$i+1$之间的夹角。根据微分变换法构造机器人运动学Jacobi矩阵,最终Jacobi矩阵表示为

$$\boldsymbol{J}=[{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_1\quad {}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_2\quad {}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_3\quad {}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_4\quad {}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_5\quad {}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}_6] \tag{1}$$

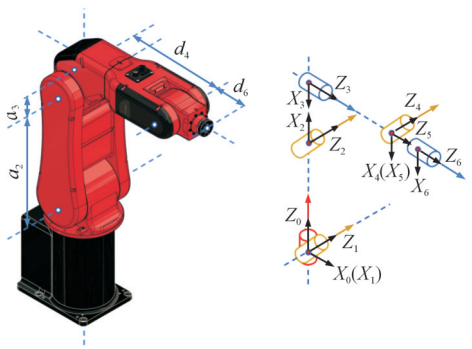


图1 HSR-605机器人运动学模型

Fig.1 The kinematic model of the HSR-605 robot

表1 HSR-JR605机器人标准DH参数

Tab.1 The standard DH parameters of the HSR-JR605 robot

关节i	关节转角θ/(°)	d/mm	a/mm	α/(°)
1	0	0	0	−90
2	−90	0	360	0
3	180	0	−90	90
4	0	376.5	0	−90
5	0	0	0	90
6	0	119	0	0

根据Hooker定律和构造出的Jacobi矩阵,将机器人末端所受的力矢量$\boldsymbol{F}$、变形量$\boldsymbol{X}$与机器人关节刚度矩阵$\boldsymbol{K}_\theta$联系起来,建立机器人静刚度模

型如下：

$$F=J^{-\mathrm{T}}K_\theta J^{-1}X \tag{2}$$

由式(2)可知，机器人末端变形量由所受外力、机器人关节刚度和机器人Jacobi矩阵共同决定，而机器人关节刚度在机器人生产完成后为固定值，保持不变，且机器人Jacobi矩阵会随着机器人的位姿变化而变化，因此，机器人末端变形量与机器人位姿有关。

1.2　关节刚度辨识

由机器人静刚度模型可知，要想进一步研究机器人位姿对其刚度性能的影响，需要获取机器人静刚度参数，即机器人关节刚度矩阵$\boldsymbol{K}_\theta$。本文基于静刚度模型设计了关节刚度辨识实验来求得机器人关节刚度值。

将机器人静刚度模型进行变形处理：

$$X=JK_\theta^{-1}J^{\mathrm{T}}F \tag{3}$$

定义$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}_\theta$：

$$M=\begin{bmatrix} J_{11}\sum_{i=1}^{6}(J_{i1}F_i) & \cdots & J_{16}\sum_{i=1}^{6}(J_{i6}F_i) \\ \vdots & & \vdots \\ J_{61}\sum_{i=1}^{6}(J_{i1}F_i) & \cdots & J_{66}\sum_{i=1}^{6}(J_{i6}F_i) \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$C_\theta=\begin{bmatrix} K_{\theta_1}^{-1} & \cdots & K_{\theta_6}^{-1} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

将式(3)展开得到

$$X=\begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=MC_\theta \tag{6}$$

式(6)即为机器人关节刚度辨识的原理，其中d为平移变形量，δ为扭转变形量。通过多次调整机器人位姿和末端所受力矢量并得到对应的机器人末端变形量数据，即可求解得到$\boldsymbol{C}_\theta$，从而得到关节刚度矩阵$\boldsymbol{K}_\theta$。

2　基于刚度指标的位姿优化建模

2.1　面向磨抛的刚度指标设计

在机器人磨抛加工过程中，末端叶片承受切向磨抛力F_c、法向磨抛力F_p和轴向磨抛力F_a，其中法向磨抛力F_p最大，影响磨抛精度的程度最深。因此，基于磨削点坐标系上的柔度椭球，提出一种综合性能指标K_n来描述磨抛工况下的机器人刚度性能，能够更贴合实际加工需求，机器人磨抛场景如图2所示。

2.1.1　法向刚度评价指标

机器人柔度矩阵$\boldsymbol{C}$为刚度矩阵的逆矩阵：

$$C=JK_\theta^{-1}J^{\mathrm{T}} \tag{7}$$

柔度矩阵$\boldsymbol{C}$可以分为四个3×3的子矩阵：

$$C=\begin{bmatrix} C_{\mathrm{tt}} & C_{\mathrm{tr}} \\ C_{\mathrm{tr}}^{\mathrm{T}} & C_{\mathrm{rr}} \end{bmatrix} \tag{8}$$

式中：$\boldsymbol{C}_{\mathrm{tt}}$、$\boldsymbol{C}_{\mathrm{rr}}$和$\boldsymbol{C}_{\mathrm{tr}}$分别为平移柔度子矩阵、旋转柔度子矩阵和耦合柔度子矩阵。

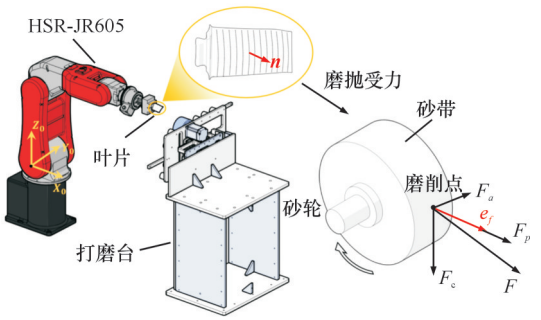


图2　机器人磨抛场景

Fig.2　Robotic polishing and grinding scenario

由此，便可以将磨削点对应的机器人位姿和通过辨识实验得到的机器人刚度矩阵代入计算得到$\boldsymbol{C}_{\mathrm{tt}}$，则式(6)可写为

$$\begin{bmatrix} d \\ \delta \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C_{\mathrm{tt}} & C_{\mathrm{tr}} \\ C_{\mathrm{tr}}^{\mathrm{T}} & C_{\mathrm{rr}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} \tag{9}$$

在磨抛过程中，施加在末端叶片上的力矩$\boldsymbol{M}$产生的角位移变形量$\boldsymbol{\delta}$很小，并且$\boldsymbol{C}_{\mathrm{tr}}$对线位移变形量$\boldsymbol{d}$的影响很小，故将两者忽略不计，则式(9)可写为

$$d=C_{\mathrm{tt}}F \tag{10}$$

假设末端线位移变形量$\boldsymbol{d}$为单位向量：

$$\|d\|^2=d^{\mathrm{T}}d=F^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{tt}}^{\mathrm{T}}C_{\mathrm{tt}}F=1 \tag{11}$$

由式(11)可以得到机器人柔度椭球，也称力刚度椭球，其球心位于机器人末端法兰盘中心；3个半轴的长度为矩阵$\boldsymbol{C}_{\mathrm{tt}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{\mathrm{tt}}$的特征值的平方根的倒数$1/\lambda_1$、$1/\lambda_2$、$1/\lambda_3$，方向为特征值对应的特征向量的方向$\boldsymbol{\mu}_1$、$\boldsymbol{\mu}_2$、$\boldsymbol{\mu}_3$。不妨设$\lambda_3>\lambda_2>\lambda_1$，则柔度椭球在其自身坐标系$\{o\}$下的方程可以表示为

$$\frac{x_o^2}{(\frac{1}{\lambda_1})^2}+\frac{y_o^2}{(\frac{1}{\lambda_2})^2}+\frac{z_o^2}{(\frac{1}{\lambda_3})^2}=1 \tag{12}$$

磨削点所受法向力的方向为磨削点坐标系下的z轴的负方向，故需要将柔度椭球从自身坐标系$\{o\}$转化到机器人末端法兰盘坐标系$\{p\}$，再转化到磨削点坐标系$\{m\}$下。由于只考虑z轴方向上的半轴长度，且该长度在坐标变换过程中只受到旋转矩阵的影响，则设磨削点坐标系下的柔度椭球方程：

$$\frac{x_m^2}{(\frac{1}{\lambda_1'})^2}+\frac{y_m^2}{(\frac{1}{\lambda_2'})^2}+\frac{z_m^2}{(\frac{1}{\lambda_3'})^2}=1 \tag{13}$$

式中：$1/\lambda_1'$、$1/\lambda_2'$和$1/\lambda_3'$为磨削点坐标系下柔度椭球3个半轴的长度。

λ_3'由λ_3通过旋转矩阵变换而来，变换过程见图3，计算过程如下：

$$R=R_p^mR_o^p \tag{14}$$

$$C_{\mathrm{new}}=R\,\mathrm{diag}(\lambda_1^2,\lambda_2^2,\lambda_3^2)R^{\mathrm{T}} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{e}=[0 \quad 0 \quad 1] \tag{16}$$

$$\lambda_3'=\sqrt{\boldsymbol{e}\boldsymbol{C}_{\text{new}}\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}} \tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{R}_p^m$和$\boldsymbol{R}_o^p$分别为末端法兰盘坐标系到磨削点坐标系、椭球坐标系到末端法兰盘坐标系的转换矩阵。前者可以通过磨削点和末端法兰盘相对位置固定计算得出，后者计算公式为

$$\boldsymbol{R}_o^p=[\boldsymbol{\mu}_1 \quad \boldsymbol{\mu}_2 \quad \boldsymbol{\mu}_3] \tag{18}$$

$$k_{\text{n}}=\frac{1}{\lambda_3'} \tag{19}$$

将z轴方向上的半轴长度$1/\lambda_3'$作为法向刚度评价指标k_{n}，如图3所示。k_{n}越大，$1/\lambda_3'$越大，说明叶片在法线方向上产生单位变形量所需的力越大，机器人的刚度性能越好。而k_{n}与磨削点的位姿有关，可以通过优化磨削点位姿来最大化k_{n}，从而提高机器人在磨抛工况下的刚度性能。

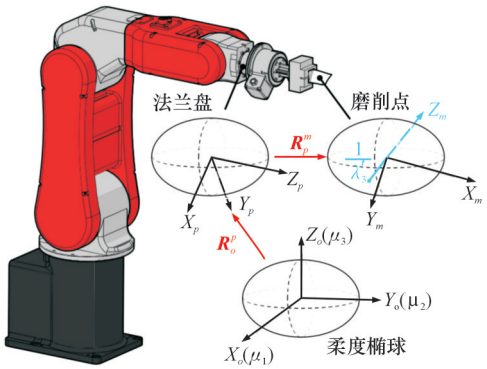


图3 柔度椭球变换及法向刚度指标示意图

Fig 3 Ellipsoidal transformation of flexibility and schematic diagram of normal stiffness index

2.1.2 综合刚度性能指标

在实际的磨抛加工过程中，刀具加工的对象并非单一的磨削点，而是通过软件根据磨削点及其对应的曲面法线方向向量生成的一条加工路径。若需计算磨抛过程中的机器人刚度性能指标，仅考虑在磨削点这一个点处的表面法向刚度指标是不充分的。为更准确地评估整个加工过程中的刚度性能，对加工路径进行离散，先对每个离散点对应机器人位姿下的k_{n}进行计算。磨抛加工过程如图4所示。

在磨抛加工过程中，要求机器人末端与待加工叶片表面的法线方向保持一致，并确保打磨台

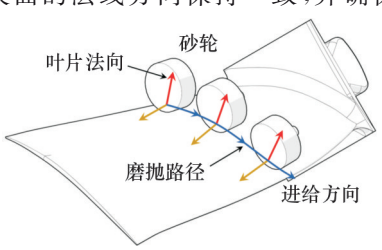


图4 叶片磨抛过程

Fig.4 Blade polishing and grinding process

位置固定。在此条件下，机器人末端叶片上的磨削点以及加工路径上的离散点的两个自由度受到约束，可以通过这些点的位置坐标(x,y,z)和一个欧拉角γ来计算表面法向刚度指标k_{n}。

获得每个路径离散点对应k_{n}值后，取离散点中的最小刚度值$k_{\text{n min}}$，并计算整组k_{n}的变异系数C_{V}，将两者的比值定义为该磨削点下的综合刚度性能指标K_{n}来评价该磨削点的刚度性能。对应的表达式为

$$C_{\text{V}}=\frac{\sigma_{k_{\text{n}}}}{\mu_{k_{\text{n}}}} \tag{20}$$

$$K_{\text{n}}(x,y,z,\gamma)=\frac{k_{\text{n min}}}{C_{\text{V}}} \tag{21}$$

式中：$\sigma_{k_{\text{n}}}$、$\mu_{k_{\text{n}}}$分别为整组离散点刚度指标值的标准差和平均值。

因机器人在沿着加工路径磨抛的过程中，每个离散点间细微的机器人位姿变化可能导致对应的刚度发生显著波动，传统平均值评估方法难以准确反映整体刚度性能，存在明显的局限性。因此，既不能简单地以单个磨削点位姿的k_{n}或离散点刚度最小值$k_{\text{n min}}$来评判整个加工过程的刚度优劣，也不能直接对所有离散点的k_{n}求平均值。

为此，引入变异系数C_{V}来评估整组刚度指标值的波动性，不仅能够消除因刚度分布不均引入的评估偏差，还能优化磨抛过程中的刚度分布，使该区域内的机器人刚度都稳定在一个合适的区间内，降低后续力控制难度，提高工件表面质量。

由式(21)可以看出，综合刚度性能指标K_{n}与对应离散点的k_{n}呈正相关，可以通过优化磨削点位姿来提高K_{n}，从而提高机器人磨抛过程中的刚度性能。

2.2 位姿优化问题分析与建模

由上文可知，可以通过优化磨削点的位置坐标(x,y,z)和一个欧拉角γ来实现机器人刚度性能的最大化。

1)优化变量设计与选择。本次优化的目标为获得一组磨削点的位姿，该位姿需要满足加工过程中的约束条件并且使得该位姿下的综合刚度性能最优。在磨削点的位姿中，(x,y,z)坐标和欧拉角γ为待确定的优化变量，写成矩阵形式为

$$\boldsymbol{D}=[x \quad y \quad z \quad \gamma] \tag{22}$$

2)目标函数的确立与分析。在优化过程中，需要对磨削点的位置坐标和欧拉角进行优化使综合刚度指标K_{n}最大，故目标函数J为

$$J(x,y,z,\gamma)=\max_{x,y,z,\gamma} K_{\text{n}} \tag{23}$$

3)约束条件定义。在优化问题中，约束条件

通常分为界限约束和性态约束，界限约束用于限制优化变量的取值范围，而性态约束用于描述优化变量之间的关系或目标函数在优化过程中必须满足的性能要求。

在磨抛工况下的刚度性能位姿优化中，界限约束包括磨削点的空间坐标(x,y,z)和欧拉角γ的取值范围，如表2所示，它们确保了优化过程的物理可行性与解的有效性。

表2　优化变量取值范围

Tab.2　The range of optimization variables

	x/mm	y/mm	z/mm	γ/(°)
最大值	700	200	700	120
最小值	500	-200	500	60

在磨抛工况下的刚度性能位姿优化中，性态约束为机器人末端工件表面的法线方向$\boldsymbol{n}$与工件的受力方向$\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}$必须保持一致。该约束在计算刚度性能指标$k_{\mathrm{n}}$的过程中已经满足，即

$$\boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}=\boldsymbol{n} \tag{24}$$

4)优化模型构建。综上所述，通过对优化变量、目标函数及约束条件的系统分析与阐释，可构建出一套基于刚度性能的位姿优化模型：

$$\max J(x,y,z,\gamma) \tag{25}$$

$$\left.\begin{aligned}\text{s.t. }\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}_{\min}\leqslant\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\leqslant\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}_{\max}\\ \boldsymbol{e}_{\mathrm{f}}=\boldsymbol{n}\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

式中：$\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}_{\max}$、$\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}_{\min}$为优化变量$\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}$的上下限。

3　自适应遗传算法位姿优化

3.1　算法适配性分析

遗传算法作为一种基于进化机制的全局优化方法，其参数和选择机制与磨抛机器人刚度位姿优化问题高度适配，能够有效应对该问题的非线性和高维特征。

磨抛机器人刚度性能的优化本质是对特定磨削点位姿下的刚度优劣进行评估与改进，综合刚度性能指标可以直接量化种群个体(位姿解)的优劣，非常适合作为遗传算法的适应度函数。在交叉操作中，由于磨削点位姿的微小调整可能对整个加工路径的刚度分布产生较大影响，单点交叉既能在进化后期融合优秀解的关键特征生成更优解，也能在进化初期扩大种群搜索范围，加快探索解空间的速度，从而平衡全局搜索与局部优化。在变异操作方面，考虑到磨抛机器人工作空间内刚度分布的不均匀性，算法容易陷入局部最优，通过对磨削点位姿的随机扰动，变异操作可以引导算法跳出局部陷阱，提高全局优化的鲁棒性。除此之外，合理设置种群数量不仅能覆盖关键解空间，还能维持种群多样性，进一步提高全局优化性能。

磨抛机器人刚度位姿优化问题因刚度特性随位姿动态变化而表现出显著的非线性与复杂性，自适应遗传算法(AGA)通过动态调整交叉概率p_{c}、变异概率p_{m}和种群规模，使算法能够针对种群进化阶段优化参数配置，从而显著提高优化性能。基于此，提出了一种基于适应度值的种群分层策略，将种群划分为上、中、下三层，针对不同层次分别设计差异化遗传操作。这种分层优化策略充分结合了磨削点位姿动态优化过程中刚度性能变化的特性，显著提高了算法的鲁棒性与收敛精度，可有效适应复杂非线性优化需求。

3.2　分布式概率优化

本文基于适应度值将种群进行排序，分成上、中、下3层并设置差异化的遗传策略，具体如下。

种群上层，即精英层，主要负责将优秀基因尽可能多地遗传给下一代，需要避免变异和交叉对优秀个体的基因造成影响。因此，对种群上层采用交叉和变异概率均依据种群标准差和适应度逐渐减少的策略，在加快种群收敛速度的同时也能维持最优解的精度。该层采取的p_{c}和p_{m}的动态调整公式如下：

$$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{MB}}=p_{\mathrm{c0}}\frac{S_i}{S_0}\frac{K_{Ni}^{\max}}{K_{Nt}^{\max}} \tag{27}$$

$$p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{MB}}=p_{\mathrm{m0}}\frac{S_i}{S_0}\frac{K_{Nt}^{\max}}{K_{Ni}^{\max}} \tag{28}$$

$$p_{\mathrm{ctop}}=\begin{cases}p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{LB}} & p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{MB}}<p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{LB}}\\ p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{MB}} & p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{LB}}\leqslant p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{MB}}\leqslant p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{UB}}\\ p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{UB}} & p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{MB}}>p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{UB}}\end{cases} \tag{29}$$

$$p_{\mathrm{mtop}}=\begin{cases}p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{LB}} & p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{MB}}<p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{LB}}\\ p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{MB}} & p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{LB}}\leqslant p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{MB}}\leqslant p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{UB}}\\ p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{UB}} & p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{MB}}>p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{UB}}\end{cases} \tag{30}$$

式中：p_{c0}、p_{m0}为最初设定的交叉和变异概率；$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{UB}}$、$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{LB}}$为交叉概率的上下限，$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{UB}}=0.9$，$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{LB}}=0.7$；$p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{UB}}$、$p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{LB}}$为变异概率的上下限，$p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{UB}}=0.4$，$p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{LB}}=0.1$，为简化公式表达，使用$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{MB}}$和$p_{\mathrm{m}}^{\mathrm{MB}}$代替式(27)、式(28)的右半式；$S_0$、$S_i$分别为种群第一代和第$i$代的适应度标准差；$K_{Nt}^{\max}$、$K_{Ni}^{\max}$分别为历史最优适应度值和第$i$代最优适应度值；$p_{\mathrm{ctop}}$、$p_{\mathrm{mtop}}$为最终上层遗传使用的交叉和变异概率。

随着迭代次数的增加，种群收敛越来越高，标准差也越来越小，对应的交叉概率和变异概率也减小。在当代最优适应度值低于历史最优适应度值时，说明种群可能陷入局部最优，此时提高变异概率、降低交叉概率以避免种群对当前区域的过度依赖，避免早熟收敛。

种群中层，即遗传层，主要负责产生新的个

体，在种群进化各个阶段提高种群的多样性，防止算法陷入局部最优解。具体策略为，在进化初期采用较小的p_c和较大的p_m，以便快速覆盖整个搜索空间并探索潜在的优质个体区域；在进化后期采用较大的p_c和较小的p_m，以增强局部搜索能力并不断为种群上层输送优秀个体。在此基础上，本文采取的p_c和p_m的动态调整公式如下：

$$p_c^{MB}=p_{c0}\frac{S_0}{S_i}\frac{K_{Ni}^{max}}{K_{Nt}^{max}} \tag{31}$$

$$p_m^{MB}=P_{m0}\frac{S_i}{S_0}\frac{K_{Nt}^{max}}{K_{Ni}^{max}} \tag{32}$$

$$p_{cmid}=\begin{cases}p_c^{LB} & p_c^{MB}<p_c^{LB}\\ p_c^{MB} & p_c^{LB}\leqslant p_c^{MB}\leqslant p_c^{UB}\\ p_c^{UB} & p_c^{MB}>p_c^{UB}\end{cases} \tag{33}$$

$$p_{mmid}=\begin{cases}p_m^{LB} & p_m^{MB}<p_m^{LB}\\ p_m^{MB} & p_m^{LB}\leqslant p_m^{MB}\leqslant p_m^{UB}\\ p_m^{UB} & p_m^{MB}>p_m^{UB}\end{cases} \tag{34}$$

式中：p_{cmid}、p_{mmid}为最终中层遗传使用的交叉和变异概率。

种群下层，即每代种群中适应度偏低的个体。本文引入“灾变”机制，令每代种群下层的个体全部死亡，按照种群初始化方法重新生成个体，并使该部分个体的数量根据进化代数和适应度值自适应减少到0。将种群数量的自适应调整与自然界物竞天择的筛选机制有机结合，加快进化前期的搜索速度并减少了算法计算成本，提高算法性能。除此之外，逐渐减少的下层新个体能够在种群进化后期提高种群多样性的同时，也不会过多影响到种群上层优秀解的结构。种群数量采取指数方式逐渐减少的调整策略，具体公式如下：

$$\left.\begin{aligned}N_t&=N_0+(N_{end}-N_0)\exp(-\frac{kp^n}{t})\\ p&=\frac{K_{Ni}^{max}}{K_{Nt}^{max}}\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

式中：N_t为进化代数为t代的种群数目；N_0为第一代的初始种群数目；N_{end}为进化结束时可能的最小种群数目；k用于控制种群数目降低的速度；p为第i代最优适应度值与历史最优适应度值的比值；n用于控制p对种群数目的影响程度。

在进化初期，设置较大的初始种群数目$N_0=100$，以更好地搜索解空间，保证算法的种群多样性；在进化过程中设置$n=3$，$k=6$，$N_{end}=50$，适当提高种群数目减小的速度，有利于精英个体的保留。整个遗传过程如图5所示。

3.3 优化模型求解

1）适应度函数构建方法研究。适应度函数需要满足以下条件：①能够准确评估机器人的刚度性能；②与优化目标呈单调关系；③需综合考虑并

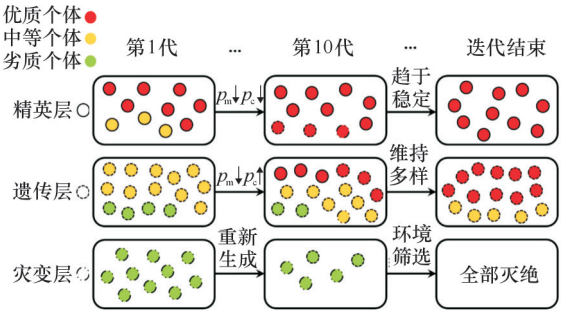


图5 分层自适应遗传算法求解过程

Fig.5 The solving process of the hierarchical adaptive genetic algorithm

整合优化目标及约束条件。因此，本文选取磨削点姿态优化模型中的目标函数作为适应度函数：

$$fit(x,y,z,\gamma)=\max_{x,y,z,\gamma}K_n \tag{36}$$

2）空间映射。界限约束限定了自变量(x,y,z,γ)的范围，由上述优化模型中的界限约束可以得到优化变量的界限约束条件：

$$\left.\begin{aligned}&500\text{ mm}\leqslant x\leqslant 700\text{ mm},-200\text{ mm}\leqslant y\leqslant 200\text{ mm}\\ &500\text{ mm}\leqslant z\leqslant 700\text{ mm},60^\circ\leqslant\gamma\leqslant 120^\circ\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

通过自适应遗传算法优化磨削点位姿的流程如图6所示。

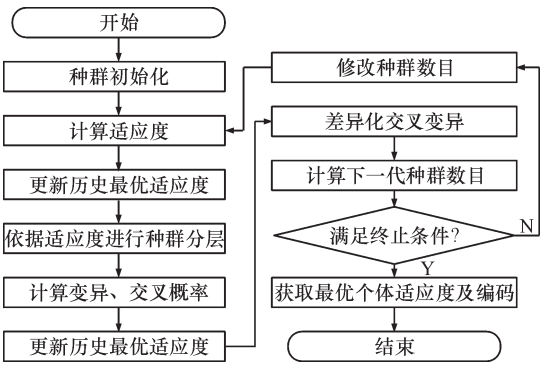


图6 位姿优化流程图

Fig.6 Pose optimization flow chart

4 仿真与实验验证

本节设计了4个实验：机器人关节刚度辨识实验、综合刚度性能指标K_n有效性验证实验、算法性能对比实验和机器人末端变形量测量实验，分别用于获取机器人刚度矩阵、验证K_n是否能准确评估机器人的刚度性能、确定分层自适应遗传算法优越性以及验证磨削点位姿优化结果的准确性。

4.1 实验软硬件平台

机器人关节刚度辨识实验、综合刚度指标K_n有效性验证实验和机器人末端变形量测量实验需要用到的设备有机器人系统，HEXAGON AT960

激光跟踪仪以及ATI GAMMA SI-32-2.5六维力传感器等，其中机器人系统包括了HSR-JR605型机器人本体、叶片及夹具、打磨台等。算法性能对比实验和磨削点位姿优化等仿真实验需要用到的软件有MATLAB和机器人离线编程软件Intero-bot等，如图7所示。

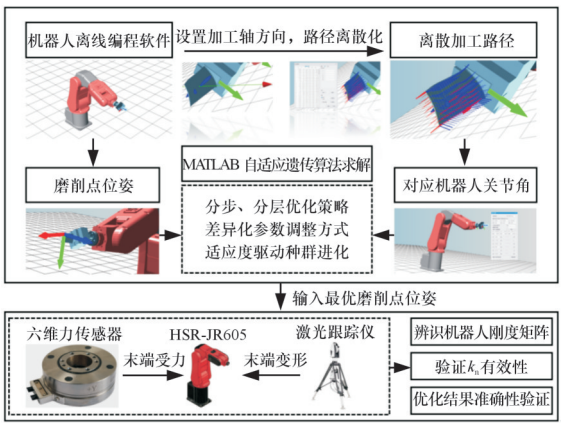


图7　实验软硬件平台

Fig.7　Experimental software and hardware platform

4.2　算法性能仿真测试

4.2.1　算法性能对比

自适应遗传算法性能对比分析：5种算法分别为粒子群算法、传统GA、“变异先行”AGA、“交叉先行”AGA以及本文修改后的分层遗传算法。4个遗传算法的详细设置除了自适应调整变异和交叉概率的策略不同、种群数量变化外，其余均保持一致；停止准则为达到最大进化代数20或适应度值连续3代保持不变。对比指标为平均适应度(f_{ave})、最优适应度值(f_{best})、得到最优适应度值的进化代数(G_{en})和算法优化得到最优适应度值每代平均花费的时间(t)，4种算法的对比指标如表4所示，其中将f_{ave}和f_{best}进行归一化处理以更直观地展示算法性能差异。

从表3中可以得出，在算法参数(遗传过程中的种群数量、交叉和变异概率除外)相同的情况下，本文使用的分层自适应遗传算法在处理位姿优化问题过程中的性能是最优的。具体而言，分层遗传算法仅用了4代得到最优适应度值；相比于另外4种算法，平均每代优化所花费的时间分别缩短了14.53%、7.37%、12.27%、7.34%；分层遗传算法的最优代平均适应度值相对其余3种遗传算法提高了18%以上，证明第3节采取的差异化遗传策略能够很好地提高种群在进化过程中的整体素质，从而更快地寻找到最优适应度值，提高算法性能。其中，4种遗传算法相同部分的参数设置如表4所示。

表3　5种算法优化结果

Tab.3　Optimization results of five algorithms

	粒子群	变异先行	交叉先行	传统遗传	分层遗传
G_{en}	6	20	20	20	4
t/s	6.4860	5.9843	6.3187	5.9823	5.5434
f_{best}	1	0.9923	0.9660	0	1
f_{ave}	1	0	0.0272	0.0425	0.1783

表4　算法相同部分参数设置

Tab.4　Parameter settings for the same part of the algorithm

	变异先行	交叉先行	传统遗传	分层遗传
最初种群数目	100	100	100	100
最终种群数目	50	50		50
变异概率上限/下限	0.1/0.01	0.1/0.01		0.1/0.01
交叉概率上限/下限	0.9/0.6	0.9/0.6		0.9/0.6

4.2.2　磨削点位姿优化仿真

本文在MATLAB环境下实现了自适应遗传算法，并对磨抛工况下的静刚度位姿优化问题进行求解。优化过程如图6所示，随着算法迭代次数的增加，种群的平均适应度值和最优适应度值逐步提高并趋于稳定。最终，获得的对应最优适应度值的空间位置坐标(x,y,z)和欧拉角γ的具体数值为

$$D=(500\ \text{mm},-186\ \text{mm},500\ \text{mm},120^\circ)$$

由该仿真结果可知，在工作范围内，机器人在上述位姿坐标下的综合刚度指标K_n最大，即静刚度最优。

4.3　位姿优化综合实验

4.3.1　关节刚度辨识实验

在关节刚度辨识实验中，机器人末端变形量和所受力矢量分别由激光跟踪仪和六维力传感器测量。因此，首先分别标定激光跟踪仪坐标系、六维力传感器坐标系与机器人基坐标系的转换关系，再测量机器人末端的力与变形。

机器人关节刚度辨识实验的实验器材与环境如图8所示。实验采取的施加外载荷的方式为将增砣砝码挂在力传感器外侧；六维力传感器通过转接板和螺栓与机器人末端法兰连接；激光跟踪仪置于机器人右侧约2 m处，通过接收放置于转接板上的靶镜反射光来测量末端变形量。

进行辨识实验前，根据现场环境选取了6组位姿，如表5所示。在完成坐标系标定后保持机器人、六维力传感器、激光跟踪仪和靶镜的相对位置不变，先后施加6组载荷，载荷的大小如表6所示，并在每次改变载荷后记录力矢量和末端变形量数据。辨识方程个数为$6\times6\times6=216$组，为

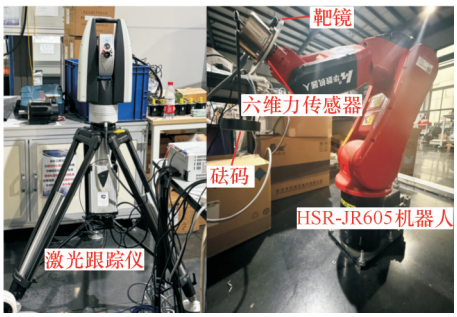


图8 实验环境

Fig.8 Experimental environment

表5 不同位姿的关节转角

Tab.5 Joint angle of different poses (°)

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
位姿1	−15.92	−94.74	181.05	174.17	17.954	−77.74
位姿2	−33.04	−85.74	164.29	107.48	44.938	8.0564
位姿3	−15.92	−90.95	193.80	167.28	38.127	−48.47
位姿4	−5.681	−96.92	184.24	170.30	19.210	−51.46
位姿5	−32.60	−93.26	200.27	128.91	64.083	−35.19
位姿6	9.295	−111.7	205.07	57.339	−49.90	38.19

表6 负载信息

Tab.6 Load information

	第1组	第2组	第3组	第4组	第5组	第6组
负载/N	0	9.8	14.7	16.66	19.6	29.4

超定方程组，无精确解，不能通过对矩阵求逆直接获得关节刚度。因此引入矩阵广义逆，求出机器人关节刚度辨识方程的最小二乘解，最终得到的HSR-JR605型机器人的关节刚度矩阵$\boldsymbol{K}_\theta$为

$$\boldsymbol{K}_\theta=[1.71\times10^4\quad 4.08\times10^4\quad 7.44\times10^4\quad 7.63\times10^3\quad 4.00\times10^3\quad 4.20\times10^3]^{\mathrm{T}}\ \mathrm{N\cdot m/rad}$$

4.3.2 法向刚度指标k_n的有效性验证

K_n主要用于评估机器人在磨抛工况下末端加载后的变形量，主要受法向刚度评价指标k_n的影响，需要对其有效性进行验证。因此，本实验选取4组位姿和末端负载，测量末端变形量并计算法向线位移变形量及对应磨削点位姿下的刚度指标，实验结果如图9所示。

从对比结果可知，位姿3的法向刚度指标相对于位姿4、1、2的法向刚度指标分别提高了18.5%、22.7%、49.3%，对应的末端法向变形量减少了34.6%、39.3%、52.8%，说明法向刚度指标k_n值越大，对应的末端法向线位移变形量越小，机器人刚度越优，即法向刚度指标k_n用于评价机器人在磨抛过程中的刚度是合理可行的。

4.3.3 磨削点位姿优化实验验证

为验证优化结果的准确性，取优化前后两组位姿进行实验，对末端施加5组负载，通过测量2组位姿下的末端法向线位移变形量进行实验验证，结果如图10所示。

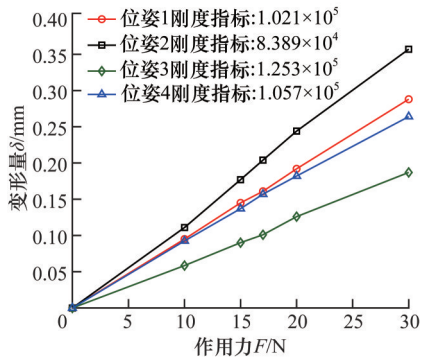


图9 末端法向线位移变形与法向刚度评价指标关系

Fig.9 Relationship between displacement and deformation of end normal line and evaluation index of normal stiffness

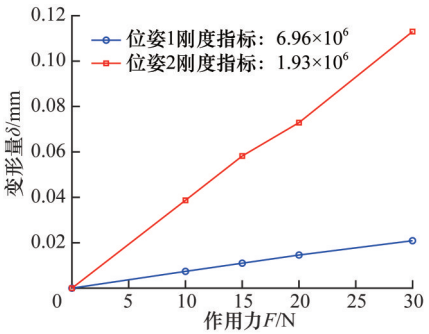


图10 位姿优化前后法向线位移变形量对比

Fig.10 Comparison of displacement and deformation of normal line before and after pose optimization

由图10可知，通过分层自适应遗传算法优化得到的位姿1相比于优化前的位姿2，综合刚度性能指标值提高了约2.6倍，对应的末端法向变形量降低了约80%。这表明，该优化方法能够有效提高机器人在磨抛工况下的综合刚度性能及抗变形能力，为后续相关研究提供了重要参考。

5 结论

本文提出了一种基于自适应遗传算法的机器人位姿优化方法，旨在解决机器人在高精密加工环境中因刚度不足而导致的性能问题；以磨抛加工为实验环境，对所提方法的有效性进行了深入研究。

1）针对磨抛加工特点，结合基于柔度椭球在法向力方向上的半轴长度设计的刚度评价指标（k_n），充分考虑加工路径上各离散点的刚度特性和整体的稳定性，提出了一种综合刚度性能指标K_n。相较于传统刚度指标，该综合指标能够更全面、准确地评估机器人在整个磨抛加工过程中的刚度性能。

2)针对机器人刚度分布的不均匀性及综合刚度指标计算的复杂性,在自适应遗传算法中引入了基于适应度的种群分层策略,对不同层次的种群实施差异化的遗传操作,与种群数量自适应调整有机结合,并通过适应度驱动的参数自适应调整机制,使算法的平均运行时间减少了7%以上,种群平均适应度提高18%以上,显著增强了算法对刚度位姿优化问题的适应性和优化性能。

参考文献:

[1] 陈守欢,周婷婷,胡天亮. 六自由度铣削加工机器人刚度建模及误差补偿[J]. 计算机集成制造系统,2023,29(2):404-418.
CHEN Shouhuan, ZHOU Tingting, HU Tianliang. Stiffness Modeling and Error Compensation Method of 6-DOF Milling Robot[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2023, 29(2): 404-418.

[2] HUANG Si, YANG Jianzhong, HU Pengcheng, et al. High Stiffness 6-DOF Dual-arm Cooperative Robot and Its Application in Blade Polishing[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2024, 21(4): 5929-5941.

[3] XUE Xiangru, ZHANG Chengrui, CHEN Qizhi, et al. The Posture Optimization Method Based on Deformation Index in Robotic Milling Process[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 121(7): 4999-5014.

[4] 高轲. 基于静动态刚度的铣削加工机器人姿态最优调控研究[D]. 长春:吉林大学,2023.
GAO Ke. Research on the Optimum Control of Milling Robot Postures Based on Static and Dynamic Stiffness[D]. Changchun: Jilin University, 2023.

[5] CHEN Chen, PENG Fangyu, YAN Rong, et al. Stiffness Performance Index Based Posture and Feed Orientation Optimization in Robotic Milling Process[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2019, 55: 29-40.

[6] 廖昭洋. 机器人曲面铣削轨迹规划方法研究[D]. 广州:华南理工大学,2021.
LIAO Zhaoyang. Research on Toolpath Planning Method for Robotic Surface Milling[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2021.

[7] YE Congcong, YANG Jixiang, ZHAO Huan, et al. Task-dependent Workpiece Placement Optimization for Minimizing Contour Errors Induced by the Low Posture-dependent Stiffness of Robotic Milling[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 205: 106601.

[8] 宁晓,黄思,张禛哲,等. 带有并联缓冲机构的三指机器人夹持器设计[J]. 华中科技大学学报(自然科学版),2024,52(6):148-155.
NING Xiao, HUANG Si, ZHANG Zhenzhe, et al. Design of Three-finger Robot Gripper with Parallel Buffer Mechanism[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2024, 52(6): 148-155.

[9] LIAO Zhaoyang, LI Jingrong, XIE Hailong, et al. Region-based Toolpath Generation for Robotic Milling of Freeform Surfaces with Stiffness Optimization[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2020, 64: 101953.

[10] WU Haotian, YANG Jianzhong, HUANG Si, et al. Multi-objective Adaptive Trajectory Optimization for Industrial Robot Based on Acceleration Continuity Constraint[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2023, 84: 102597.

[11] 孙文娟. 自适应遗传算法的改进及其在爆炸冲击响应谱时域合成优化中的应用研究[D]. 合肥:中国科学技术大学,2019.
SUN Wenjuan. Improvement of Adaptive Genetic Algorithm and Its Application in Time Domain Synthesis Optimization of Pyroshock Response Spectrum[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2019.

[12] CHOE K I, HUANG Xiaoxia, MA Di. Uncertain Mean-risk Index Portfolio Selection Considering Inflation: Chaos Adaptive Genetic Algorithm[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2024, 15(4): 1261-1275.

[13] FENG Tingping, LI Junmin, JIANG Hao, et al. The Optimal Global Path Planning of Mobile Robot Based on Improved Hybrid Adaptive Genetic Algorithm in Different Tasks and Complex Road Environments[J]. IEEE Access, 2024, 12: 18400-18415.

[14] HARTENBERG R S, DENAVIT J. Kinematic Synthesis of Linkages[M]. New York: McGraw-Hill, 1964.

(编辑　王旻玥)

作者简介:潘彬晖,男,2001年生,硕士研究生。研究方向为机器人刚度。E-mail: panbinhui@hust.edu.cn。黄　思*(通信作者),女,1988年生,工程师。研究方向为机器人刚度。E-mail: huangsi@hust.edu.cn。

本文引用格式:

潘彬晖,杨建中,黄思,等. 基于分层种群策略的机器人静刚度位姿优化[J]. 中国机械工程,2026,37(9):2259-2267.

PAN Binhui, YANG Jianzhong, HUANG Si, et al. Robot Static Stiffness Pose Optimization Based on Hierarchical Population Strategy[J]. China Mechanical Engineering, 2026, 37(9): 2259-2267.