

doi:10.13682/j.issn.2095-6533.2026.05.004

面向极化码 HARQ 的分段 CRC 增强极化矩阵扩展算法

杜炜民, 吕春凡, 卢光跃

(西安邮电大学 通信与信息工程学院, 陕西 西安 710121)

摘要: 针对极化矩阵扩展混合自动重传请求(Polar Matrix Expansion-based Hybrid Automatic Repeat Request, PME-HARQ)算法重传比特可靠性不足的问题,提出一种分段循环冗余校验(Cyclic Redundancy Check, CRC)增强 PME-HARQ(Segmented CRC-Aided PME-HARQ, SCPE-HARQ)算法。该算法在重传信息比特序列中嵌入分段 CRC 校验码,每次重传到达时,利用分段 CRC 对接收到的重传比特段进行校验,并保留校验通过的候选路径。后续译码则充分利用此候选路径信息,以提高译码成功率。仿真结果表明,所提算法在不同场景下每次重传均可带来 0.15 ~ 0.20 dB 增益,且均逼近同码率极化码的极限性能,有效提升了重传比特的分段 CRC 校验的重传可靠性,改善了传统 PME-HARQ 算法的整体传输性能。

关键词: 极化码; 串行抵消列表译码; 混合自动重传请求; 分段循环冗余校验; 编码增益

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

文章编号: 2095-6533(2026)05-0041-09

Segmented CRC-enhanced polar matrix extension algorithm for polar-coded HARQ

DU Weimin, LYU Chunfan, LU Guangyue

(School of Communications and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)

Abstract: To address the insufficient reliability of retransmitted bits in polar matrix expansion-based hybrid automatic repeat request (PME-HARQ) algorithm, a segmented cyclic redundancy check (CRC)-aided PME-HARQ (SCPE-HARQ) algorithm is proposed. The proposed algorithm embeds segmented CRC codes into the retransmitted information bit sequence. Upon the arrival of each retransmission, the segmented CRC is utilized to verify the received retransmitted bit segments, and the candidate paths passing the verification are retained. Subsequent decoding fully exploits this candidate path information to enhance the decoding success rate. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm achieves a gain of 0.15–0.20 dB per retransmission across various scenarios, closely approaching the performance limit of polar codes at the same code rate. The segmented CRC verification of retransmitted bits effectively enhances the retransmission reliability and improves the transmission performance of conventional PME-HARQ algorithm.

Keywords: polar code; successive cancellation list decode; hybrid automatic repeat request; segmented cyclic redundancy check; coding gain

收稿日期: 2025-07-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(62501475)

引文格式: 杜炜民, 吕春凡, 卢光跃. 面向极化码 HARQ 的分段 CRC 增强极化矩阵扩展算法[J]. 西安邮电大学学报, 2026, 31(5): 41-49.

DU Weimin, LYU Chunfan, LU Guangyue. Segmented CRC-enhanced polar matrix extension algorithm for polar-coded HARQ [J]. Journal of Xi'an University of Posts and Telecommunications, 2026, 31(5): 41-49.

极化码作为第五代移动通信技术(5th Generation Mobile Communication Technology, 5G)标准控制信道的编码方案,凭借其卓越的纠错性能,在通信与感知融合的场景下,展现出显著的抗干扰能力,对提升系统可靠性具有关键作用。极化码是由 Arikan^[1]提出的一种新型编码方案,在数学上已被严格证明能在二进制无记忆信道中达到信道容量^[2-3]。

极化码采用串行抵消列表(Successive Cancellation List, SCL)译码算法^[4],通过保留更多译码路径提升性能。当译码列表大小等于码长时,理论上可保留所有可能路径,接近最优译码效果^[5],但译码列表过大则使计算复杂度和资源需求剧增。鉴于 SCL 译码算法存在复杂度过高的问题,在通信时延不敏感且对可靠性要求较高的通信场景中,混合自动重传请求(Hybrid Automatic Repeat Request, HARQ)被采纳为有效方案^[6-7]。HARQ 融合了前向纠错与自动重传请求的机制,首次传输依靠纠错码进行错误检测与纠正,若解码失败,发射端依据反馈重传冗余信息,接收端则通过联合处理累积的传输数据(包括初传与重传)提升解码成功率^[8-9]。该机制显著降低了对译码算法复杂度的依赖,有效弥补了 SCL 译码算法在实际应用中的性能不足。

HARQ 算法主要有两种,一种是蔡司合并(Chase Combining, CC) HARQ^[10-11],具体为发送端每次重传相同码字,接收端则将新接收到的信号与之前接收到的信号进行软信息合并,并基于合并后的软信息进行联合译码。另一种是增量冗余(Incremental Redundancy, IR) HARQ^[12],通过分段传输扩展码字动态生成冗余信息,利用码长递增带来的编码增益逐步提升译码性能,但计算复杂度显著增加。为平衡性能与复杂度,具有增量冻结(Incremental Freezing, IF)的极化码 HARQ 算法^[13]通过在早期传输中对部分不可靠比特使用低码率极化码进行编码并重传,有效降低了实现复杂度。然而,该算法因每次重传均作为独立短码译码,无法获得长码增益。基于极化矩阵扩展的 IR-HARQ 算法^[14-15],即极化扩展 HARQ(Polar Matrix Expansion-based Hybrid Automatic Repeat Request, PME-HARQ)在每次请求重传时构造一个扩展极化码,一些信息比特从较短码的部分分配到扩展部分,重传的信息位上的值是从先前传输中的信息位复制得到的。随着每次重传时码长增加,可以获得长码增益。然而,PME-HARQ 每次重传时,由于扩展部分重传比特正确率偏低,重传比特译码错误会

传递并影响后续译码性能,导致其性能无法在每次重传后达到相同码率下的极化码解码能力,即理论极限性能。

针对传统 PME-HARQ 算法的重传比特准确率低导致错误传递的问题,提出一种分段循环冗余校验(Cyclic Redundancy Check, CRC)增强 PME-HARQ(Segmented CRC-aided Polar Matrix Expansion HARQ, SCPE-HARQ)算法。首先,构建 PME-HARQ 系统模型,揭示其性能瓶颈根源:因复制比特的传输正确率偏低,导致整体性能无法逼近同码率下极化码的理论极限。然后在 PME-HARQ 模型基础上引入分段 CRC 算法:在码构造阶段,对复制机制信息比特实施第一段 CRC 编码,对其余信息比特实施第二段 CRC 编码;在接收端,通过分段 CRC 的层级验证机制优先筛选可靠重传比特。最后,通过仿真验证所提算法是否防止错误在重传间的传播,确保参与联合译码的重传信息具有高可靠性。

1 极化码基本原理

极化码是基于信道极化提出的信道编码方案,信道极化由信道联合和信道分裂两个阶段组成。极化的核心思想是将 N 个相互独立的二进制离散无记忆信道 $\mathbf{W}$,转换成 N 个相互之间有关联的极化信道,其中一部分信道的容量趋近于 1,称为无噪声信道,另一部分信道容量趋近于 0,称为纯噪声信道^[16]。因此,在编码过程中,信息比特被优先放置在可靠性高(信道容量越趋近于 1 越可靠)的信道中传输,而冻结比特则被分配在可靠性极低(信道容量越趋近于 0 越不可靠)的信道中。

1.1 极化码构造

构建极化码通常包含 3 个部分:极化信道排序、信息比特与冻结比特混合以及极化映射编码。实际传输中,不同场景下需要采用不同的排序准则,从而得到各异的可靠度序列。现阶段主流的子信道可靠度排序方法主要包括:低密度奇偶校验(Low-Density Parity-Check, LDPC)码引入的密度进化法^[17](Density Evolution, DE);针对高斯信道在 DE 基础上提出的高斯近似法^[18-19];利用极化权重(Polarization Weight, PW)算法,并引入 β 参数扩展计算加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道下子信道可靠度的方法,该方法能够生成一种通用的可靠性排序^[20]。相较于高斯构造,PW 排序方法不依赖于码率、码长和信道

条件,且复杂度较低。因此,5G 标准也采纳了这种与信道条件无关的设计原则。

给定一个信道索引 x 及其 n 位二进制展开 b , 其 PW 定义^[19]为

$$x \rightarrow \sum_{i=1}^n b_i \beta^i \quad (1)$$

式中: $\beta = 2^{1/4}$ 。

得到各子信道的 PW 后,按其值从大到小对信道可靠性进行排序,将信息比特置于可靠性高的信道,其余纯噪声信道放 0,完成信息比特与冻结比特的混合。

极化码的编码为 $\mathbf{x}_1^N = \mathbf{u}_1^N \cdot \mathbf{G}_N$, 其中 $\mathbf{x}_1^N$ 为编码后的比特序列, $\mathbf{u}_1^N$ 是混合序列, $\mathbf{G}_N = \mathbf{F}^{\otimes n}$ 为 N 阶生成矩阵, $\mathbf{F}^{\otimes n}$ 表示矩阵 $\mathbf{F}$ 的 n 次克洛克内积。

1.2 极化码速率匹配

极化码因其基于 2×2 核矩阵的构造方法,导致码长必须为 2^n ,难以灵活适配动态变化的实际信道环境,应用范围受限。因此,需要通过速率匹配将码长调整为所需的非 2 的幂次长度,将原码长 N 调整为实际系统传输中所需要的任意码长 M 。实现速率匹配的主要策略有凿孔和缩短两种。凿孔策略^[21-22]:当母码长度 N 超过目标码长 M 时,将末尾或开始的 $(N-M)$ 位不送入信道;接收端将这些空缺位对应的对数似然比直接置为 0。缩短策略^[23-27]:将 $(N-M)$ 个合成信道锁定为 0 bit,编码后这些位恒为 0 值;接收机在译码时确定这些位置的信息为 0,直接将相应数似然比的值设为 $+\infty$,在解码时确知这些位置的信息为 0;有效数据仅通过剩余 M 个信道中可靠性最高的 k 个信道进行传送。在实际传输系统中,可以根据要求灵活选择速率适配策略。

1.3 极化码译码

串行抵消(Successive Cancellation, SC)算法是一种串行译码算法^[28-29],通过迭代计算比特的似然比信息,并据此作出各发送信息的判决。定义 $P(N, K, \mathbf{A}, \mathbf{A}^c)$, N 为码长, K 为信息比特个数, $\mathbf{A}$ 为信息比特集合, $\mathbf{A}^c$ 表示 $\mathbf{A}$ 的补集,即为冻结比特集合。在译到某个比特时,若其属于集合 $\mathbf{A}^c$,判决为 0;若其属于 $\mathbf{A}$ 集合,则有两种取值 0 或 1,分别计算其在某个子信道 i 的转移概率 $\mathbf{W}_N^{(i)} = (\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | \hat{\mathbf{u}}_i)$, 其中 $\mathbf{y}$ 为信道接收端的信息值, $\hat{\mathbf{u}}$ 为信息比特估计值,然后计算对数似然比为

$$L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) = \ln \frac{\mathbf{W}_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | 0)}{\mathbf{W}_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | 1)} \quad (2)$$

根据式(2)判决该信息比特,判决准则为

$$\hat{\mathbf{u}}_i \triangleq \begin{cases} 0, & L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) \geq 0 \\ 1, & L_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1}) < 0 \end{cases} \quad (3)$$

SCL 译码相当于 L 个 SC 译码器并行运算, L 表示每一层允许保留的有较大后验概率值的路径数,即路径搜索的宽度,若某一层路径总数不到 L , 则该层节点全部保留,并在下一层时对该层节点全部进行扩展。若某一层路径达到 L ,在遇到下一个信息比特时,将分裂 $2L$ 成条路经,在这 $2L$ 条路经中选择出最优的 L 条路经,将剩余的 L 条路经进行剪枝,其中某条路经是否保留是根据基于对数似然比的路径度量决定。

定义路径度量值(Path Metric, PM)的计算表达式为

$$P_i^l \triangleq \sum_{j=0}^i \ln(1 + e^{-(2-\hat{\mathbf{u}}_j^l) \cdot L_N^{(j)l}}) \quad (4)$$

式中: l 表示路径索引值; $\hat{\mathbf{u}}_j^l$ 表示第 l 条路径第 j 个比特的估计值。

当 $\hat{\mathbf{u}}_j^l$ 的值符合 $L_N^{(j)l}$ 的硬判决时, PM 总是 0,反之,总是约为 $|L_N^{(j)l}|$,这可理解为一种惩罚值。在该更新策略下,每扩展一条路径,便在不可靠支路的 PM 值上叠加惩罚因子;信息比特判决时,仅保留 PM 最小的 L 条路径作为输出。在循环冗余校验辅助的串行抵消列表(CRC-Aided Successive Cancellation List, CA-SCL)译码下^[30-31],当最后一个信息比特译码完成之后,对 L 条路径进行 CRC 校验,挑选出最终通过 CRC 校验的路径。若 L 条路径均未通过 CRC 校验,则挑选值最小的路径输出。

1.4 极化矩阵扩展混合自动重传

给定 $\mathbf{G}_N = \mathbf{F}_2^{\otimes n}$, 其中 $N = 2^n$, $n > 0$ 。生成矩阵可以通过克洛克内积迭代计算,因此当 n 增加时,生成矩阵具有嵌套属性,即

$$\mathbf{G}_N = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{N/2} & 0 \\ \mathbf{G}_{N/2} & \mathbf{G}_{N/2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

因此, $\mathbf{G}_2 \subset \mathbf{G}_4 \subset \mathbf{G}_8 \subset \dots \subset \mathbf{G}_N$ 。通过上述观察,得出极化码是可扩展的,即一个较长的极化码包含一个较短的极化码块。用 $\mathbf{x}_{n-1}[N/2]$ 表示首次编码后的短码块, $\mathbf{x}'_{n-1}[N/2]$ 表示重传一次之后的扩展部分。两个子块拼起来后形成新码块 $\mathbf{x}_n[N]$ 可表示扩展后的新码块,即

$$\mathbf{x}_n[N] = [\mathbf{x}'_{n-1}[N/2] \ \mathbf{x}_{n-1}[N/2]] \quad (6)$$

由于极化码的嵌套属性,IR-HARQ 被采用作为传输机制。极化码生成矩阵的扩展过程示意图如图 1 所示。为提升比特信道的可靠性,部分信息比特从较短码段重新分配至扩展部分,重传信息位值

直接复用先前传输的结果^[26]。重传编码比特可与前次发送的编码比特级联,构成码率更低、码长更长的极化码。

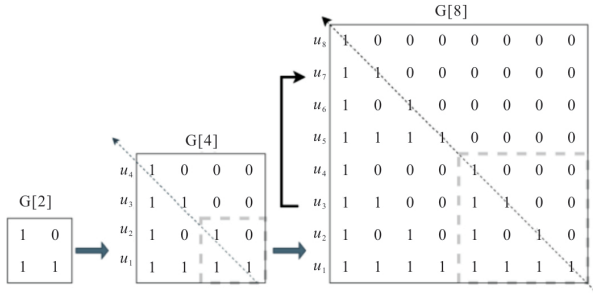


图1 极化码生成矩阵的扩展过程

PME 模式与同码率极化码对比如图 2 所示。经过信道传输后,接收端开始进行解码,首先解码扩展部分的复制比特。一旦复制比特解码完成,这些比特就会作为已知比特来解码原始比特。如果复制比特能够被正确解码,后续的部分原始比特就可以直接使用复制比特的值,这样部分原始比特就可以被视为冻结比特,实现相同码率下极化码性能。然而一旦复制比特出现错误,就可能会发生错误传递,导致解码性能显著下降。因此,核心问题是提高复制比特的可靠性。

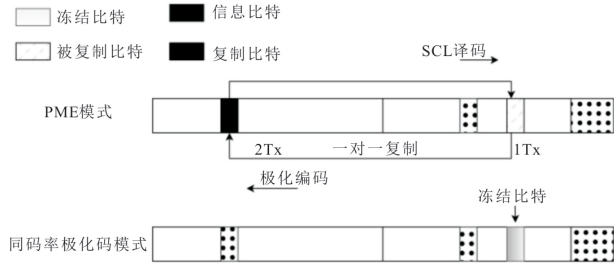


图2 PME模式与同码率极化码对比

2 SCPE-HARQ 算法

SCPE-HARQ 算法在 PME-HARQ 基础上,加入分段 CRC 挑选出完全正确的复制比特,从而提升重传的可靠性。

对于发送端,在信息序列的划分与预处理时,首先引入集合筛选函数 $\gamma(\mathcal{T}, \mathcal{S})_x^y$,该函数表示从集合 $\mathcal{T}$ 中筛选出不属于集合 $\mathcal{S}$ 且索引值位于区间 $[x, y]$ 内的元素;当省略上标和下标时, $\gamma(\mathcal{T}, \mathcal{S})$ 默认返回 $\mathcal{T}$ 中不属于 $\mathcal{S}$ 的所有元素,这一操作用于每次重传过程中确定复制比特位置与重传比特位置。记首次信息比特集合为 A_1 ,码长为 N_1 ;第一次重传信息比特集合为 A_2 ,码长为 N_2 。第一次重传新增信息位索引集合为 I_1 ,用来放置复制比特,其元素

个数为 $|I_1|$;与之对应的重传比特索引位置集合为 B_1 ,元素个数为 $|B_1|$,其中 $|I_1| = |B_1|$ 。各自集合的表达式分别为

$$I_1 = \gamma(A_2, A_1)_{N_1}^{N_2} \quad (7)$$

$$B_1 = \gamma(A_1, A_2)_{1, |I_1|} \quad (8)$$

在首次传输中,信息比特集合 A_1 由两部分组成:重传比特索引集合 B_1 和剩余信息比特索引集合 E ,其中 $E = A_1 \setminus B_1$ 。设原始信息比特序列为 u ,元素个数为 $K = |A_1|$,则 u 可表示为位于 B_1 上的子序列 u_{B_1} 与位于 E 上的子序列 u_E 的级联,即

$$u = [u_{B_1}, u_E] \quad (9)$$

对上述划分的序列进行两级 CRC 编码。第一段 CRC 仅对重传比特子序列 u_{B_1} 进行编码,生成校验比特,记为 d_1 ,这些校验位构成第一段 CRC 校验比特集合 C_1 。随后,将 d_1 与 u_{B_1} 及 u_E 按序拼接,得到序列 $[u_{B_1}, d_1, u_E]$,再对该序列进行第二段 CRC 编码,生成校验比特 d_2 ,该校验比特集合用 C_2 表示。最终,首次传输完整的待编码序列为

$$u_1 = [u_{B_1}, d_1, u_E, d_2] \quad (10)$$

第一段 CRC 用于保护后续重传中的复制比特,第二段 CRC 置于信息序列尾部进行全局校验,且第二段 CRC 的位置在多次传输中固定不变,并在后续重传中始终保留。随后对 u_1 进行极化编码得到 x_1 。根据当前传输所需的码长,编码器对码字进行打孔操作,生成实际发送的码字。上述操作通过为复制比特单独附加 CRC 校验,在译码器中创造了一个早期检查点。当 SCL 译码器译出复制比特部分后,可立即使用第一段 CRC 对候选路径进行验证。只有通过该校验的路径,其上的复制比特才被认为是正确的,并可作为已知的比特赋值给对应的重传比特,有效防止了错误的复制比特影响后续译码过程。

在首次传输的基础上,后续重传的构造可依此类推。对于第 t 次重传,设当前传输的信息比特集合为 A_t ,码长为 N_t ;上一次传输的信息比特集合为 A_{t-1} ,码长为 N_{t-1} ,则第 t 次重传的新增信息位索引集合表示为

$$I_t = \gamma(A_t, A_{t-1})_{N_{t-1}}^{N_t} \quad (11)$$

I_t 中的每个子信道均位于本次重传新增的码长范围内,且可靠性较高,可用于放置从先前传输中扩展过来的比特。同时,从第 $t-1$ 次传输的非冻结比特中选取需要复制的不可靠比特,构成待复制源集为

$$B_t = \gamma(A_{t-1}, A_t)_{1, |I_t|} \quad (12)$$

式中: $|I_t| = |B_t|$ 。

在每次重传中,确定集合 B_i 与 I_i 后,将原位于 B_i 上的比特重传至新增的可靠信道 I_i 上,从而构建扩展后的待编码序列 u_i 。随后对 u_i 编码得到码字 x_i 并发送;接收端将本次接收信号与历史接收信号合并后送入译码器。

对于接收端,接收到首次传输信号 y_1 后,执行列表大小为 L 的 SCL 译码,若译码失败,进行第一次重传,接收端接收到 $y_{com}=[y_2, y_1]$ 。继续进行 SCL 译码,当译码进行至 I_1 段末尾时,对当前 L 条候选路径,提取每条路径在 I_1 上的估计值 $\hat{u}_{I_1}^{(i)}$ 进行第一段 CRC 校验。若该路径通过第一段 CRC 校验,予以保留;否则,立即从列表中删除。这一早期校验操作能够及时筛选正确译码出复制比特的可靠路径。对于通过第一段 CRC 校验的幸存路径,其上的 $\hat{u}_{I_1}^{(i)}$ 被视为正确值参与计算。当后续译码进行到 B_1 时,可直接使用这些通过校验的值,这一机制有效防止了错误传播。随后继续译码,得到最终的 L 条候选路径。译码器随后对最终的 L 条路径执行第二段 CRC 校验,若有路径通过校验,则输出正确译码序列。

若第一次重传失败,系统启动第二次重传。对于第二次重传的发送端,第二次重传的比特大部分继承自第一次重传的复制比特,仅含少量首次传输的增量冗余比特,因此不需要额外 CRC 编码。多次重传的复制比特位置变动示意图如图 3 所示。

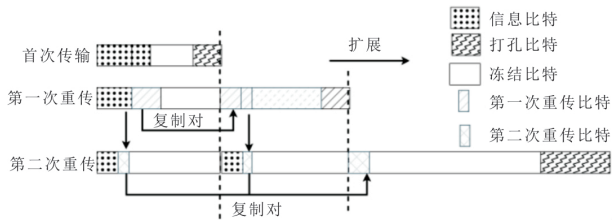


图 3 多次重传的复制比特位置变动示意图

对于第二次重传的接收端,先译第二次重传比特,再译第一次重传比特。完成第一次译码后,通过第一段 CRC 校验候选路径。若该路径通过校验,可确认其对应第一次重传比特正确,默认该路径下少量第二次增量冗余比特也正确,从而减少校验开销。

当第 t 次重传发生时,接收端将前 t 次传输的接收信号合并后进行译码。译码时,首先处理本次重传的新增信息位集合 I_t ,得到这些比特的估计值 $\hat{u}_{I_t}$ 。由于 I_t 与首次复制比特集 I_1 之间存在复用关系,当译码至 I_t 段末尾时,从每条候选路径中提取出属于 I_1 集合的估计值 $\hat{u}_{I_1}^{(i)}$,并用第一段 CRC 生成多项式 $g_1(x)$ 进行校验。若所有路径均未通过第一段 CRC 校验,说明即使合并前 t 次传输,仍无法译

出正确信息,此时终止本次译码,向发送端反馈 NACK,请求第 $t+1$ 次重传。

SCPE-HARQ 算法多次重传的完整过程如图 4 所示。相较于第一次重传,第二次重传会产生少量额外的复制比特。此时,无需对额外复制比特单独进行 CRC 编码,而是直接进行极化编码并与前序信号拼接成长码。经信道传输至译码端后,译码器依次译码第二次和第一次重传的复制比特。在 L 条候选路径中,提取第一次重传对应的复制比特段并执行第一段 CRC 校验;若存在候选路径通过该校验,则默认该路径上第二次重传产生的额外复制比特亦正确,并继续执行后续译码;若所有候选路径均未通过校验,译码器则提前终止本次译码,接收端向发送端反馈 NACK 信号以触发下一次重传。当后续译码顺利完成且通过第二段全局 CRC 校验时,接收端输出译码结果并反馈 ACK 信号,结束当前传输;若全局校验失败,同样反馈 NACK 信号请求重传,直至达到预设的最大重传次数 T 。

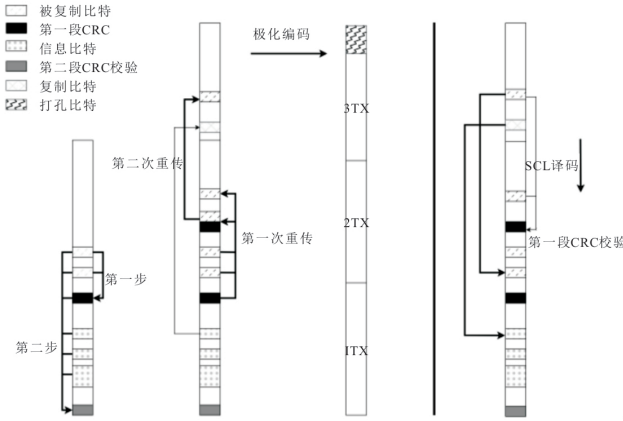


图 4 SCPE-HARQ 算法多次重传完整过程
SCPE-HARQ 发送端算法的伪代码如下。

算法 1: SCPE-HARQ 发送端算法

- 1: 信息初始化,对重传时需要复制的比特进行第一次 CRC8 编码
- 2: 对复制比特,第一段 CRC 及剩余比特进行第二次 CRC16 编码
- 3: 确定最大传输次数 T ,发送端进行极化编码并且发送码字,令 $t=1$
- 4: while $t \leq T$ do
- 5: if 接收到 ACK 信号, then
- 6: 传输成功,结束流程
- 7: else if $t < T$ then
- 8: $T++$
- 9: 调整复制比特位置,生成重传码字并发出
- 10: end if
- 11: end while

SCPE-HARQ 接收端算法的伪代码如下。

算法 2: SCPE-HARQ 接收端算法

```
1: for 1 to T do
2:   接收合并信号,开始 SCL 译码
3:   for i=1 to L do
4:     if CRC8_Check(i) = true, then
5:       挑选幸存路径并扩展,译至后续复制比特,使用此复制比特译码后续比特
6:     else
7:       剔除该候选路径(剪枝)
8:     end if
9:   译码至帧尾,对各候选路径进行全局校验
10:  if CRC16_Check = true, then
11:    输出译码结果,发送 ACK 信号
12:  else 发送 NACK 信号请求重传
13:  end if
14: end for
15: end for
```

3 仿真结果及分析

3.1 仿真环境及参数设置

为了验证 SCPE-HARQ 算法性能,将其与 PME-HARQ 算法及同码率极化码进行对比。PME-HARQ 算法与同码率极化码均采用 CRC24 校验,SCPE-HARQ 算法则采用 CRC8 和 CRC16 两段校验,所占比特位为 24 个。其余参数配置一致:使用二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)调制;编码则使用 PW 算法估计信道可靠性(若使用高斯构造,则对比实验与所提算法都需要采用高斯构造),极化编码完成后并采用头部打孔方式以适应任意码长,通过 AWGN 信道传输,译码侧采用列表大小为 32 的 SCL 译码。

仿真针对高码率、短码和长码共 3 种场景通过 Matlab 软件进行。高码率场景下, $K=112, N=128$, 首次传输码率为 7/8, 重传 3 次, 每次重传 128, 总传输 4 次, 最终码率为 7/32; 短码场景下, $K=128, N=256$, 首次传输码率为 1/2; 长码场景下, $K=1\ 024, N=2\ 048$, 首次传输码率同样为 1/2, 均重传 7 次, 总传输 8 次, 最终码率为 1/8。所有仿真图中 R 表示当前传输的有效码率。例如, $R=1/3$ SCPE 表示重传一次至码率 1/3 时 SCPE-HARQ 算法的性能曲线, $R=1/3$ PME 表示重传一次至码率为 1/3 时传统 PME-HARQ 算法的性能曲线。图中同时绘制同码率下极化码的理论性能极限作

为参照, 标记为理论极限。

3.2 结果分析

在 $K=112, N=128$ 的高码率场景下, 重传 3 次时 3 种算法性能对比如图 5 所示。可以看出, 初始码率为 7/8, 随着重传的进行, 码率依次降至 7/16、7/24 和 7/32, 传统 PME 模式下的性能未达到同码率极化码解码性能。相比之下, SCPE-HARQ 算法相较于 PME-HARQ 在首次重即可带来 0.15 dB 性能增益, 第二次重传带来 0.1 dB 增益, 第三次重传带来 0.15 dB 增益。

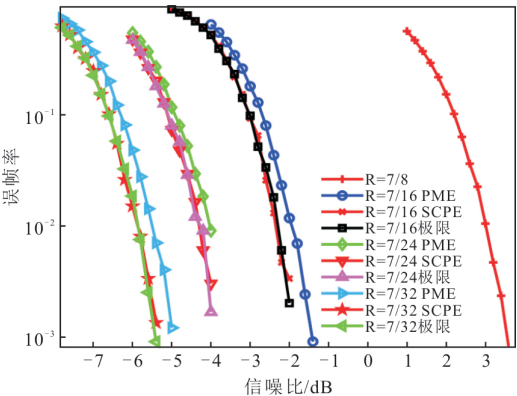


图 5 高码率场景下重传 3 次时 3 种算法性能对比

在 $K=128, N=256$ 的短码场景下, 重传 2 次和 4 次时 3 种算法性能对比分别如图 6 和图 7 所示。

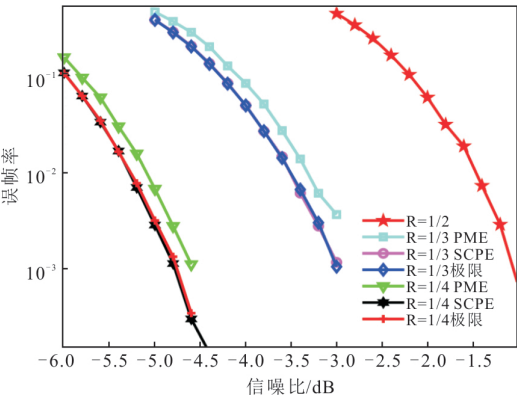


图 6 短码场景下重传 2 次时 3 种算法性能对比

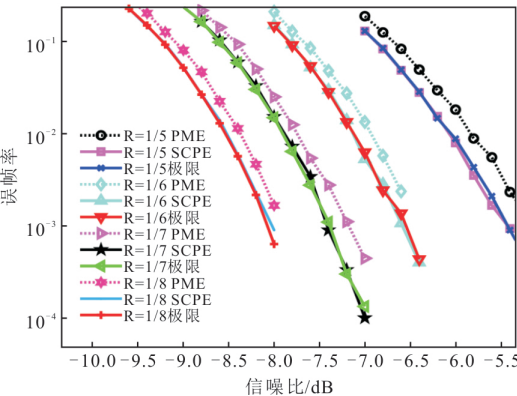


图 7 短码场景下重传 4 次时 3 种算法性能对比

由图 6 和图 7 可以看出,初始码率为 $1/2$,随着重传次数增加,码率逐步降低至 $1/8$ 。在 PME 模式下,PME-HARQ 性能曲线均未达到同码率极化码解码性能。而 SCPE-HARQ 相较于 PME-HARQ 算法,在首次重即可带来 0.2 dB 性能增益,第 2 次重传带来 0.15 dB 增益,第 3 次重传与第 4 次重传带来 0.2 dB 增益,第 5 次重传带来 0.15 dB 增益,第 6 次重传带来 0.2 dB 增益。SCPE-HARQ 可以逼近同码率极化码的极限性能。

在 $K=1\ 024$ 、 $N=2\ 048$ 的长码场景下,重传 2 次和 6 次时 3 种算法性能对比分别如图 8 和图 9 所示。可以看出,初始码率为 $1/2$,经过多次重传后,码率逐渐降低至 $1/8$ 。传统 PME-HARQ 算法未能达到同码率极化码解码性能。而 SCPE-HARQ 相较于 PME-HARQ,在首次重即可带来 0.2 dB 性能增益,第 2 次重传带来 0.2 dB 增益,第 3 次重传与第 4 次重传带来 0.2 dB 增益,第 5 次重传带来 0.25 dB 增益,第 6 次重传带来 0.15 dB 增益。SCPE-HARQ 同样可以逼近同码率极化码的极限性能。

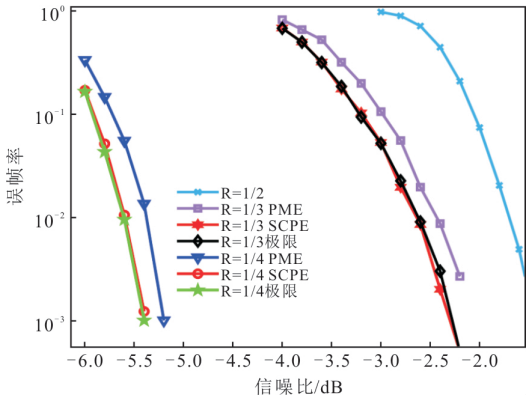


图 8 长码场景下重传 2 次时 3 种算法性能对比

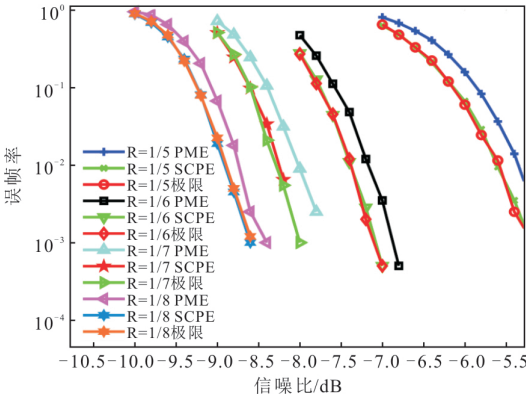


图 9 长码场景下重传 6 次时 3 种算法性能对比

4 结语

SCPE-HARQ 算法通过在重传信息比特序列中嵌入分段 CRC 校验码,并在接收端结合 SCL 译码,实现了对重传比特段的动态验证与可靠路径筛选,有效克服了传统 PME-HARQ 算法重传比特错误传递的缺陷,提升了重传信息的准确性和译码过程的效率。仿真结果表明,SCPE-HARQ 算法每次重传均可带来 0.15~0.20 dB 增益,且均逼近同码率极化码的极限性能。用于解决因信道条件恶劣导致的重传译码失败问题时,在小区边缘、高干扰等关键场景下,能有效提升每次重传的成功率,提升了系统整体可靠性。

参 考 文 献

[1] Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.

[2] Arikan E, Telatar E. On the rate of channel polarization[C]//2009 IEEE International Symposium on Information Theory. Seoul: IEEE, 2009: 1493-1495.

[3] 邢莉娟,李卓,陈远鹏,等. 一种基于极化码的 OFDM 水声通信系统[J]. 西安邮电大学学报, 2024, 29(4): 13-20.

Xing Lijuan, Li Zhuo, Chen Yuanpeng, et al. An OFDM underwater acoustic communication system based on Polar code[J]. Journal of Xi'an University of Posts and Telecommunications, 2024, 29(4): 13-20.

[4] Tal I, Vardy A. List decoding of polar codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(5): 2213-2226.

[5] Niu K, Chen K. CRC-aided decoding of polar codes[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(10): 1668-1671.

[6] 王炜,戴金晟,牛凯,等. 极化码混合自动请求重传技术综述[J]. 无线电通信技术, 2020, 46(1): 55-62.

Wang Wei, Dai Jinsheng, Niu Kai, et al. A survey of polar-coded hybrid automatic repeat request[J]. Radio Communications Technology, 2020, 46(1): 55-62.

[7] Feng B W, Zhang Q Y, Jiao J. An efficient rateless

- scheme based on the extendibility of systematic polar codes[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 23223-23232.
- [8] Cheng J F. Coding performance of hybrid ARQ schemes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2006, 54(6): 1017-1029.
- [9] Yu T T, Nie W. Research on polarization code encoding and decoding algorithm based on HARQ technology[C]//2019 IEEE 3rd Information Technology, Networking, Electronic and Automation Control Conference. Chengdu: IEEE, 2019: 2517-2521.
- [10] Chen K, Niu K, He Z Q, et al. Polar coded HARQ scheme with chase combining[C]//2014 IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Istanbul: IEEE, 2014: 474-479.
- [11] Liang H, Liu A J, Zhang Y X, et al. Analysis and adaptive design of polar coded HARQ transmission under SC-list decoding[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2017, 6(6): 798-801.
- [12] Chen K, Niu K, Lin J R. A hybrid ARQ scheme based on polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(10): 1996-1999.
- [13] Li B, Tse D, Chen K, et al. Capacity-achieving rateless polar codes[C]//2016 IEEE International Symposium on Information Theory. Barcelona: IEEE, 2016: 46-50.
- [14] Zhang H Z, Li R, Wang J, et al. Parity-check polar coding for 5G and beyond[C]//2018 IEEE International Conference on Communications. Kansas City: IEEE, 2018: 1-7.
- [15] Zhao M M, Zhang G Z, Xu C, et al. An adaptive IR-HARQ scheme for polar codes by polarizing matrix extension[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(7): 1306-1309.
- [16] Tal I, Vardy A. How to construct polar codes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(10): 6562-6582.
- [17] Mori R, Tanaka T. Performance of polar codes with the construction using density evolution[J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(7): 519-521.
- [18] Trifonov P. Efficient design and decoding of polar codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2012, 60(11): 3221-3227.
- [19] Vangala H, Viterbo E, Hong Y. A comparative study of polar code constructions for the AWGN channel [EB/OL]. [2025-06-15]. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1501.02473>.
- [20] He G N, Belfiore J C, Land I, et al. Beta-expansion: A theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes [C]//GLOBECOM 2017 - 2017 IEEE Global Communications Conference. Singapore: IEEE, 2017: 1-6.
- [21] Shin D M, Lim S C, Yang K. Design of length-compatible polar codes based on the reduction of polarizing matrices[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(7): 2593-2599.
- [22] Eslami A, Pishro-Nik H. A practical approach to polar codes[C]//2011 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. Petersburg: IEEE, 2011: 16-20.
- [23] Bioglio V, Gabry F, Land I. Low-complexity puncturing and shortening of polar codes[C]//2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops. San Francisco: IEEE, 2017: 1-6.
- [24] Wang R X, Liu R K. A novel puncturing scheme for polar codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(12): 2081-2084.
- [25] 陈海强, 韦文娟, 王留洋, 等. 基于周期分层重排构造的速率兼容凿孔极化码算法[J]. *电子学报*, 2021, 49(6): 1125-1131.
- Chen Haiqiang, Wei Wenjuan, Wang Liuyang, et al. An algorithm for rate-compatible punctured polar codes based on hierarchical permutation structure[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2021, 49(6): 1125-1131.
- [26] 王琼, 王伦, 罗亚洁. 一种低复杂度速率兼容极化码[J]. *重庆邮电大学学报(自然科学版)*, 2019, 31(2): 200-206.
- Wang Qiong, Wang Lun, Luo Yajie. A low-complexity rate-compatible polar codes [J]. *Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2019, 31(2): 200-206.
- [27] Liang H, Liu A J, Zhang Y X, et al. A throughput-efficient rateless scheme of polar codes [C]//2018 10th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing. Hangzhou: IEEE, 2018: 1-7.
- [28] Zhang C, Parhi K K. Low-latency sequential and overlapped architectures for successive cancellation po-

lar decoder[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(10): 2429-2441.

[29] 邱明仁, 马秀荣, 单云龙, 等. 一种改进的奇偶校验比特辅助极化码译码[J]. 计算机仿真, 2023, 40(11): 165-169.

Qiu Mingren, Ma Xiurong, Shan Yunlong, et al. An improved parity check bit aided polarization code decoding [J]. Computer Simulation, 2023, 40(11): 165-169.

[30] 李晓光. 一种基于嵌套 CRC 的分段极化码设计[J]. 电子技术应用, 2025, 51(8): 65-69.

Li Xiaoguang. Design of partitioned polar codes based on embedded CRC [J]. Application of Electronic Technique, 2025, 51(8): 65-69.

[31] 舒冰心, 雷菁, 鲁信金, 等. 自适应 Polar 码快速译码优化设计[J]. 无线电通信技术, 2025, 51(1): 124-130.

Shu Bingxin, Lei Jing, Lu Xinjin, et al. Adaptive polar code fast decoding optimization design[J]. Radio Communications Technology, 2025, 51(1): 124-130.

[作者简介]



杜炜民(1990—),男,山东淄博人,博士,西安邮电大学讲师,主要研究方向为信号处理、信道编码等。E-mail:duweimin@xupt.edu.cn



吕春凡(2001—),男,河南三门峡人,西安邮电大学硕士研究生,主要研究方向为信息论与信道编码、软件无线电。E-mail:lvcf@stu.xupt.edu.cn



卢光跃(1971—),男,河南南阳人,博士,西安邮电大学教授,主要研究方向为通信信号处理、高效频谱利用等。E-mail:tonylugy@163.com

[责任编辑:祝 剑]