

基于 NSGA-Ⅱ 算法的环形三角管桁架施工 分段智能生成方法

芦 燕^{1,2,3}, 芦 睿³, 齐 朋⁴, 鲁 建⁴, 高 杨⁴, 杨 乐⁵

(1. 天津大学国家地震工程科学中心, 天津 300350;

2. 中国地震局地震工程综合模拟与城乡抗震韧性重点实验室(天津大学), 天津 300350;

3. 天津大学建筑工程学院, 天津 300350;

4. 中建八局第一建设有限公司, 济南 250100; 5. 山西钢构科工有限公司, 太原 030401)

摘 要: 本研究将非支配排序遗传算法Ⅱ(NSGA-Ⅱ)多目标优化算法应用于环形三角管桁架的分段施工过程, 实现了施工成本、工期与结构安全性的多目标优化。简化了三角形管桁架的分段的表示方法, 提出针对三角管桁架的基本单元划分方法, 并提出基本单元矩阵的概念, 将物理模型转化为数学模型, 将整体桁架结构分段问题转化为基本单元的排列组合问题, 通过生成不同的数组并对其进行排列, 实现了不同分段方式的生成; 建立了成本-工期-安全性多目标优化模型, 实现针对起重机械的优选及随分段情况变化的胎架布设成本的计算, 确定了以内环桁架吊装时间为关键线路的工期优化模型, 确定了以构形度作为结构安全性的安全性优化模型; 通过对比 NSGA-Ⅱ 算法优化的结果与案例工程的分段结果可得, 算法计算出的结果在成本、工期、安全性上均存在一定程度的优化, 可以验证算法的可行性; 通过使用熵权法赋权、层次分析法修正的方法, 确定了成本、工期和安全性的权重分别为 0.043 8、0.424 7 和 0.531 5。最终, 分段方案 1 的相对贴近度最高, 在成本、工期和安全性系数上较原方案分别优化了 5.2%、24.0%和 116.0%。

关键词: 多目标优化; 非支配排序遗传算法Ⅱ; 三角管桁架; 分段吊装

中图分类号: TU391

文献标志码: A

文章编号: 0493-2137(2026)08-0815-12

Intelligent Generation Method for Annular Triangular Pipe Truss Segmentation Based on NSGA-Ⅱ Algorithm

Lu Yan^{1,2,3}, Lu Rui³, Qi Peng⁴, Lu Jian⁴, Gao Yang⁴, Yang Le⁵

(1. National Science Center for Earthquake Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China;

2. Key Laboratory of Earthquake Engineering Simulation and Seismic Resilience, China Earthquake Administration (Tianjin University), Tianjin 300350, China;

3. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China;

4. The First Construction Limited Company, China Construction Eighth Engineering Bureau Co., Ltd., Jinan 250100, China; 5. Shanxi Steel Structure Science & Industry Co., Ltd., Taiyuan 030401, China)

Abstract: In this paper, the non-dominated sorting genetic algorithmⅡ(NSGA-Ⅱ) is applied to the segmental construction process of circular triangular pipe trusses, realizing the multi-objective optimization of construction cost, construction period and structural safety. The expression method for the segmentation of triangular pipe trusses is simplified, a basic unit division method for triangular pipe trusses is proposed, and the concept of basic unit matrix is

收稿日期: 2025-10-27; 修回日期: 2026-04-09.

作者简介: 芦 燕(1986—), 女, 博士, 教授.

通信作者: 芦 燕, yanlu86@tju.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体资助项目(52421005); 国家自然科学基金资助项目(52578599); 天津市自然科学基金资助项目(25JCJCJC00100).

Supported by the Creative Research Groups of National Natural Science Foundation of China(No. 52421005), the National Natural Science Foundation of China(No. 52578599), the Tianjin Natural Science Foundation Project(No. 25JCJCJC00100).

put forward. The physical model is converted into a mathematical model, thus transforming the segmentation problem of the integral truss structure into a permutation and combination problem of basic units. The generation of different segmentation schemes is achieved by generating different arrays and conducting permutation operations on them. A multi-objective optimization model for cost, construction period and safety is established, which enables the optimization selection of hoisting machinery and the calculation of jig frame layout cost varying with segmentation conditions. A construction period optimization model with the hoisting time of the inner ring truss as the critical path is determined, and a safety optimization model with the configuration degree as an evaluation index for structural safety is also established. By comparing the optimization results of the NSGA- II algorithm with the segmentation results of a case project, it can be concluded that the results calculated by the algorithm achieve certain improvements in terms of cost, construction period and safety, which verifies the feasibility of the algorithm. The weights of cost, construction period and safety are determined as 0.043 8, 0.424 7 and 0.531 5 respectively by a method of weighting with the entropy weight method and correction with the analytic hierarchy process. Finally, Segmentation Scheme 1 has the highest relative closeness degree, and its cost, construction period and safety coefficient are optimized by 5.2%, 24.0% and 116.0% respectively compared with those under the original scheme.

Keywords: multi-objective optimization; non-dominated sorting genetic algorithm II (NSGA- II) algorithm; triangular pipe truss; segmented hoisting

随着桁架结构的广泛应用,其设计与施工技术也在不断发展和创新.随着计算机辅助设计(computer-aided design, CAD)和有限元分析(finite element analysis, FEA)的发展,桁架结构的设计从传统的解析法(如力法、位移法)逐步向现代数值模拟方法过渡.目前,智能优化算法如遗传算法(genetic algorithm, GA)、粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法和人工智能(如深度学习)已逐步应用于桁架优化设计:Ghasemi 等^[1]采用 GA 对桁架结构进行优化,考虑了离散与连续设计变量,其方法适用于实际工程中复杂的设计约束条件;李峰等^[2]研究了 PSO 算法在桁架结构优化中的应用效果,结果显示 PSO 能有效处理结构优化问题,具有收敛速度快、算法实现简单的优势,适合于连续设计变量问题;刘晓峰等^[3]引入一种自动分组遗传算法(automatic grouping genetic algorithm, AGGA)以解决在频率约束条件下的桁架拓扑优化问题,该方法提高了优化的效率与稳定性,适用于动态性能要求较高的桁架结构设计;周奇才等^[4]提出了一种融合拓扑优化与截面尺寸优化的集成方法以用于桁架结构的高效设计,通过构建多目标优化模型并采用适当的算法进行求解,在满足结构性能要求的同时实现了最小化结构重量和材料用量;Nourian 等^[5]提出一种基于图神经网络(graph neural networks, GNN)的代理模型以用于高效预测桁架结构性能,从而加快结构优化过程,该方法结合机器学习与结构优化,提升了在复杂设计空间中的寻优效率及准确性.

大跨度钢结构的常见施工方式包括高空散装法、分条或分块安装法、滑移法、整体吊装法、整体提升

法、整体顶升法和折叠展开式整体提升法^[6].对于施工量大、施工难度高的桁架结构,往往需要进行分段施工.目前针对桁架的优化设计主要集中在桁架的结构设计上,而对其分段方式的优化设计则研究较少,施工时往往根据工程师的经验进行分段,随机性强且耗时较长,难以进行多种方案的对比.

因此,本研究旨在确定一种基于智能算法的分段方法来代替现有的经验分段,从而指导施工.基于软件编程并结合可视化技术,搭建杆件信息数据库及拓扑关系数据库,对不同分段方式进行准确模拟.基于多目标优化理论,建立成本-工期-安全性多目标优化模型,基于非支配排序遗传算法 II (non-dominated sorting genetic algorithm II, NSGA- II)智能算法,实现对钢结构分段方案、支撑胎架布设情况的优化,提高了计算效率.

1 分段模拟方法体系构建

1.1 结构基本信息数据库搭建

在对杆件进行分析时,其特征通常包括几何特性、力学特性、材料特性等方面.由于本研究重在研究如何对结构分段,因此在搭建杆件数据库时主要考虑结构的几何特性,包括杆件的重量、截面形式及拓扑关系;对所有杆件进行编号定义,作为后续分段的基础.

1.2 基本单元理论及基本单元矩阵定义

桁架结构杆件数量多,杆件之间通过焊接连接,钢桁架分段的断开点应尽量设在结构受力较小的位置,且与桁架的形式有关^[7].若以单根杆件作为研究

对象,则会面临工作量大、分析难度高的问题,因此考虑将部分杆件组合成一个基本单元,将整体桁架结构的分段问题转化为重复单元的排列组合问题。

本研究以三角管桁架为研究对象. 连续的三角管桁架结构可以看作两种基本单元的重复排列,分别为倒四棱锥单元和四面体单元,其简化模型及实体模型如图 1 所示。

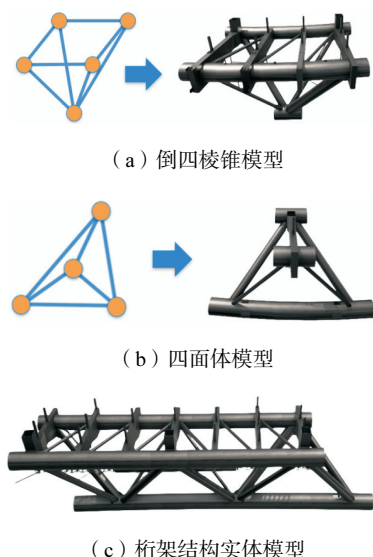


图 1 基本单元

Fig.1 Basic units

在完成对基本单元的定义后,还需要定义一个维数为 $1 \times l$ 的基本单元矩阵,其中 l 为桁架结构所包含的基本单元总数,矩阵中的项仅包含 0 或 1. 当对应项为 1 时,则该基本单元作为一个整体参与结构的分段;当对应项为 0 时,则在该基本单元内部设置断开点,如图 2 所示. 每一个给定的基本单元矩阵均对应着一种分段方式,实现了由物理模型到数学模型的转化。

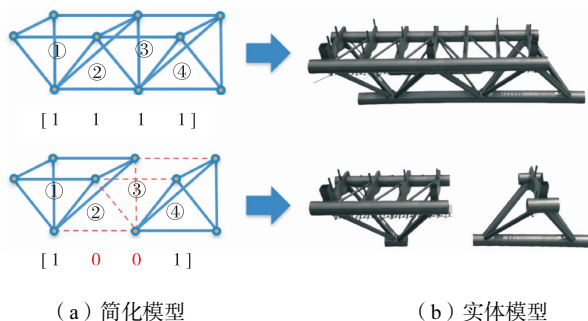


图 2 基本单元矩阵示意

Fig.2 Schematic of basic unit matrixes

1.3 分段方案生成机制

最终的分段由两部分组成,分别为作为整体参与结构分段的基本单元和基本单元两侧的连接杆件,如

图 3 所示。

基于前文所提出的基本单元矩阵理论,可知基本单元矩阵可以直接反映分段情况. 针对三角管桁架,分段会导致断开点所在的基本单元及其相邻的一个基本单元对应项为 0,即每有一个分段点就会导致基本单元矩阵中出现一个 $[1, 0, 0]$ 的数组. 因此,任何一个长度为 l 的基本单元矩阵都可以表示为 $(k-1)$ 个 $[1, 0, 0]$ 的数组和 $(l-3) \times (k-1)$ 个 $[1]$ 的数组的组合,其中 k 为分段数. 通过生成不同的 k 及数组的排列方式,可实现不同分段方式的生成。

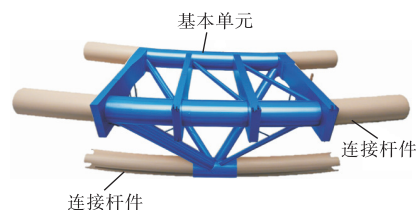


图 3 分段示意

Fig.3 Schematic of segmentation

2 多目标优化

2.1 多目标优化理论

多目标优化是指在某个场景下需要达到多个目标,但由于目标间一般存在冲突导致无法同时达到最优,一个目标的优化以其他目标劣化为代价,很难出现唯一最优解,因此需要考虑不同目标的权重,使总体的目标尽可能达到最优^[8-14]. 本研究对象为实际的工程项目,施工时往往会面临不同目标之间彼此冲突的问题,因此对工程进行多目标优化设计具有重要意义. 本文依托于某大型体育场的屋盖三角管桁架结构,以不同的分段方式作为优化设计变量,以项目施工总成本、总工期、结构安全性作为优化目标,利用 NSGA-II 算法来得到最优解集。

2.2 优化目标建立

2.2.1 成本优化

施工总成本函数主要包含 3 方面的内容,分别为起重机械成本、胎架成本、材料及加工成本. 由于材料及加工成本受分段情况影响较小,因此在计算成本时取常数,本研究主要考虑起重机械成本及胎架成本随分段方式变化的情况。

定义分段方式 $X = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_s]$, 其中 X 表示分段情况, x_s 表示每一个分段所包含的杆件集合。

施工总成本计算结果为

$$f_1(X) = F_j(X) + F_t(X) + F_c(X) \quad (1)$$

式中: $F_j(X)$ 为起重机械成本; $F_t(X)$ 为胎架成本;

$F_c(\mathbf{X})$ 为材料成本.

针对起重机械, 其成本计算式为

$$F_j(\mathbf{X}) = \sum (F_{jm}(\mathbf{X})t + F_{jo}(\mathbf{X})) \quad (2)$$

式中: $F_{jm}(\mathbf{X})$ 为与时间相关的参数, 一般为起重机械单月租赁费用; $F_{jo}(\mathbf{X})$ 为与时间不相关的参数, 一般为起重机械进场及出场费用. 确定起重机械型号的流程如下.

步骤 1 搭建起重机械数据库, 包含不同最大额定起重量的起重机械的工作能力, 即不同工作半径下的额定起重量.

步骤 2 确定起重机械的行进路线函数.

步骤 3 确定每个分段的中点, 获取每个分段到起重机械行进路线的最小距离.

步骤 4 输出每个分段的重量、距离信息.

步骤 5 将输出结果与数据库作比较, 按照起重量从小到大对起重机械选型进行迭代, 直至某一种起重机械的起重量、工作半径大于所有分段的重量及距离.

通过以上方式, 即可计算出最适配的起重机械型号, 从而计算出起重机械所需的成本.

针对胎架, 其成本计算式为

$$F_t(\mathbf{X}) = \sum (F_{tm}(\mathbf{X})t + F_{to}(\mathbf{X})) \quad (3)$$

式中: $F_{tm}(\mathbf{X})$ 为与时间相关的参数, 一般为胎架标准节总租赁费用; $F_{to}(\mathbf{X})$ 为与时间不相关的参数, 一般为胎架标准节进出场费用. 确定胎架成本的流程如下.

步骤 1 假设胎架的支撑位置位于分段连接处.

步骤 2 获取场地不同位置的基础高度, 即胎架布设处底部的高度.

步骤 3 获取分段处的坐标.

步骤 4 用分段处的桁架结构的高度与基础高度作差.

步骤 5 计算以上 4 个节点的胎架高度, 并统计总用量.

通过以上方式, 即可计算出胎架总用量, 从而计算出起重机械所需的成本.

针对材料及加工费用, 其计算式为

$$F_c(\mathbf{X}) = a \quad (4)$$

式中 a 为常数.

2.2.2 工期优化

工期计算式为

$$f_2(\mathbf{X}) = \sum t_i \quad (5)$$

式中 $\sum t_i$ 为关键线路时间总和. 关键路线一般包括结

构设计、构件加工、机械进出场、构件拼装、吊装施工, 本文的研究重点聚焦于环形三角管桁架分段施工中不同的分段方法对胎架布设、起重设备选取等因素的影响. 吊装工序是现场施工阶段的核心关键路径, 其工期长短对整体施工效率的制约性最为显著. 基于此研究目标, 本文暂未纳入设计、加工等前期环节的工期影响因素, 仅以吊装施工的时间为关键线路.

2.2.3 安全性优化

易损性分析是指结构对相对较小的损伤、摄动或改变产生不成比例的较大破坏后果的敏感性, 它反映了结构对于意外损伤的承受能力^[15-16]. 本研究中采用结构簇构形度作为衡量安全性的指标, 其与杆件单元刚度、杆件单元布置方式和结点类型有关. 该指标反映结构在节点处抵抗任意方向荷载的能力, 可以从刚度角度验证结构簇构型好坏, 其计算式为

$$q_i = \prod_1^c \lambda_i = \det(\mathbf{K}_{ii}) \quad (6)$$

$$Q(\mathbf{X}) = \frac{\sum_{i=1}^{m_1} q_i}{m_1} \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \quad (7)$$

式中: q_i 为节点 j_k 的构形度, 将结构总体刚度矩阵 $\mathbf{K}$ 主对角线上的子矩阵 $\mathbf{K}_{kk}$ 称为节点 j_k 的相关刚度矩阵; c 为相关刚度矩阵 $\mathbf{K}_{kk}$ 的维数; m_1 为结构簇的节点数量. 本研究在计算结构安全性时, 自行编译相关程序进行计算, 该程序可以通过杆件的节点坐标及基本信息计算出分段的刚度矩阵, 从而计算结构的构形度, 实现对结构的安全性系数的计算.

安全性的计算式为

$$f_3(\mathbf{X}) = -\min\{Q(x_1), Q(x_2), \dots, Q(x_{m_2})\} \quad (8)$$

式中: $Q(x_k)$ 为第 k 个分段的结构簇构形度; m_2 为总分段数. 取构形度的负数作为优化目标的目的是使其与成本、工期的优化方式保持一致, 使目标尽可能趋向于较小的值.

2.2.4 成本-工期-安全性多目标优化模型

基于以上理论, 建立以分段方式作为优化设计变量和以项目施工总成本、总工期、结构安全性作为优化目标的多目标优化模型, 即

$$\min F = [f_1(\mathbf{X}), f_2(\mathbf{X}), f_3(\mathbf{X})] \quad (9)$$

式中: $f_1(\mathbf{X})$ 为成本优化; $f_2(\mathbf{X})$ 为工期优化; $f_3(\mathbf{X})$ 为安全性优化

2.2.5 NSGA-II 算法

本研究采用 NSGA-II 遗传算法^[17-19]进行优化, 具体优化方式如图 4 所示^[20].

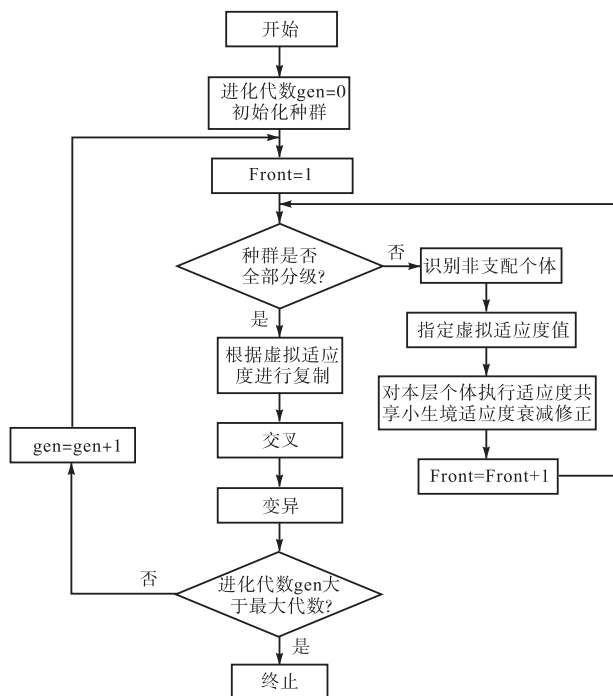


图 4 NSGA-II 算法流程

Fig.4 Flow chart of NSGA-II algorithm

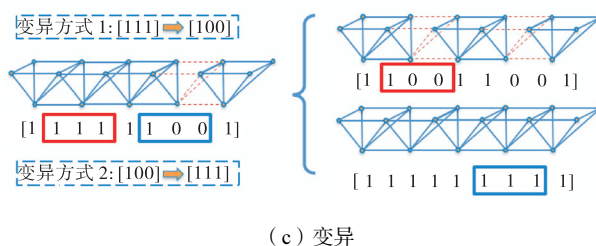
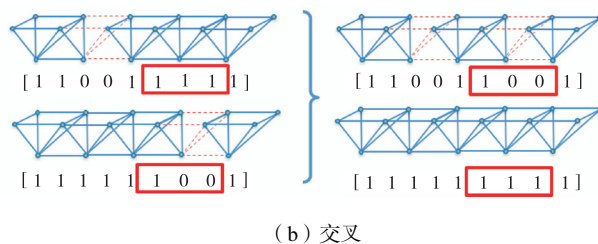
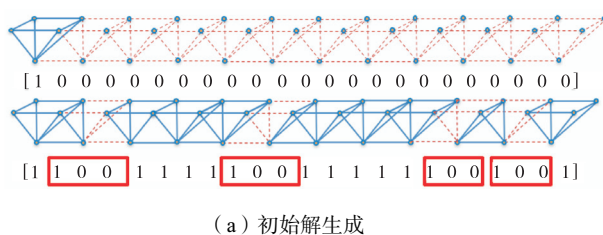


图 5 更新策略

Fig.5 Update strategy

3 工程实例

3.1 工程概况

以某专业足球场项目为例,该足球场占地面积为 $67\,100\text{ m}^2$,总建筑面积为 $197\,330\text{ m}^2$,建筑抗震设防烈度为乙类,抗震设防烈度为 7 度,建筑总高度为 60 m,主体结构用钢量为 $3.5 \times 10^4\text{ t}$ (其中屋盖钢结构用钢量为 $1.6 \times 10^4\text{ t}$)。屋盖钢结构采用桁架和单层网格组成的刚性结构体系,其由星形拱桁架、内环桁架、外环桁架、单层网格及挑檐组成,最大悬挑长度

遗传算法是模拟达尔文生物进化论的自然选择和遗传学机理的生物进化过程的一种搜索最优解的方法,而 NSGA-II 遗传算法在遗传算法基础上引入了非支配排序、拥挤度、精英策略的概念,具有计算复杂度低、收敛性好、通用性强、计算资源需求低的优点。

遗传算法包括参数编码、初始化种群、设计适应度函数、明确优化准则、选择、交叉和编译共 7 个步骤^[21]。本研究依托于工程实际模型,在生成初始解、交叉、变异环节中结合桁架的结构特征进行了优化,具体优化方式如下。

(1) 在使用遗传算法计算时,初始解一般采用生成随机数的方式,根据本文第 1.2 节中提出的基本单元理论,本研究中生成的是一组包含 0、1 的数组,并非随机数字,如图 5(a)所示。

(2) 在交叉环节中,本研究采用数组交换的方式,实现新解的生成,具体替换方式如图 5(b)所示。

(3) 在变异环节中,本研究采用数组替换的方式,实现新解的生成,具体替换方式如图 5(c)所示。

约为 45 m。屋盖钢结构如图 6 所示。

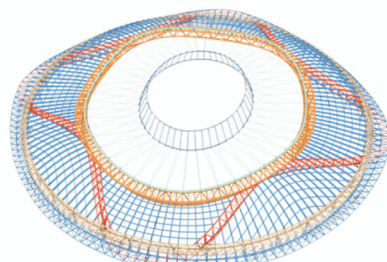


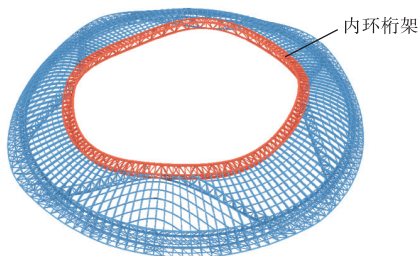
图 6 屋盖结构示意

Fig.6 Schematic of roof structure

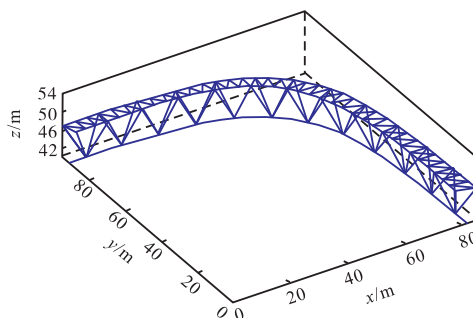
3.2 屋盖钢结构简化模型建立

足球场的屋盖钢结构为椭圆形对称结构, 取 1/4 屋盖钢结构作为分析对象. 研究针对的对象为三角

管桁架结构, 选取形状较为规则的内环倒三角管桁架作为研究对象, 通过编程进行可视化建模, 如图 7 所示, 其中半长轴约为 91 m, 半短轴约为 81 m.



(a) 内环桁架示意



(b) 简化模型

图 7 计算模型

Fig.7 Calculation model

3.3 杆件类型识别系统搭建

在完成对模型基本结构的建立之后, 需要对杆件进行分类识别, 用于后续的分析计算. 通过 Ansys 导出结构的节点坐标、截面面积、拓扑关系, 从而搭建杆件信息数据库、拓扑关系数据库. 根据杆件的两端节点位置坐标、截面面积及杆件的拓扑关系, 通过编译函数, 实现对杆件的自动分类及重量计算, 将杆件分为内侧上弦杆、外侧上弦杆、下弦杆、箱梁、斜撑杆、斜腹杆共 6 种杆件类型. 该系统识别结果如表 1 所示.

完成杆件的识别后, 根据前文提出的基本单元理

论, 可以针对该模型建立维数为 1×23 的基本单元矩阵, 其中共包含 12 个倒四棱锥单元和 11 个四面体单元, 对其进行编号定义, 如图 8 所示.

表 1 杆件数量统计

Tab.1 Statistics of member quantity

杆件类型	数量
内侧上弦杆	84
外侧上弦杆	88
下弦杆	64
箱梁	111
斜撑杆	36
斜腹杆	48

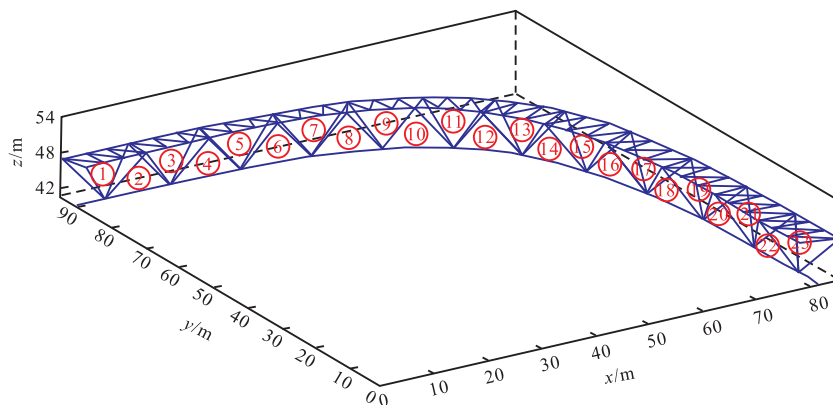


图 8 基本单元分布

Fig.8 Distribution of basic units

3.4 成本-工期-安全性多目标优化

3.4.1 成本优化

在进行成本计算时, 计算 3 方面的内容, 分别为起重机械成本、胎架成本、材料及加工成本.

3.4.1.1 起重机械成本优化

由于本研究重点关注结构的分段方法, 因此不将吊装方式、起重机械的工作模式作为研究重点. 同

时, 起重机械的数量与工期、成本密切相关: 数量增加虽可有效缩短工期, 但会显著提高综合成本. 鉴于实际工程中对成本控制与结构安全性的要求优先级高于工期指标, 因此本研究暂未考虑起重机械数量变动带来的影响, 而重点关注起重机械的行进路线、工作半径及对应的起重量.

体育场整体结构为椭圆形结构, 其中可供起重器

械行进的路线近似长边为 114 m、短边为 74 m 的长方形路径,如图 9 所示.起重机械工作的简化模型如图 10 所示,其中 $R_{\min}$ 表示起重机到桁架的距离.考虑到体育场基础的承载能力、机械的拼装难度及成本,仅考虑选择额定起重量分别为 650 t、800 t、900 t、1 000 t 和 1 250 t 的履带式起重机作为起重机械数据库,其工作半径及对应的起重量如表 2 所示.

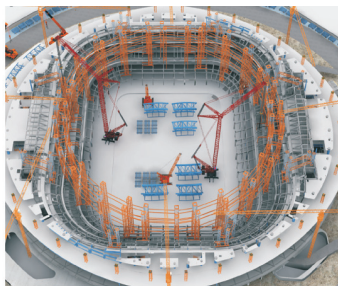


图 9 体育场平面布置
Fig.9 Layout of stadium

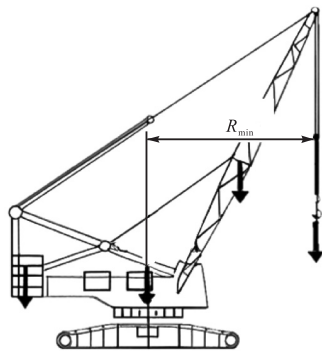


图 10 起重机械工作简化模型
Fig.10 Simplified model of lifting machinery during its operation

表 2 起重机械工作性能

Tab.2 Working performance of lifting machineries

工作半径/m	起重量/t				
	额定起重量为 650 t	额定起重量为 800 t	额定起重量为 900 t	额定起重量为 1 000 t	额定起重量为 1 250 t
22	184	307	380	390	452
24	181	307	378	389	450
26	176	307	377	387	448
28	172	307	374	385	444
30	167	307	371	382	436
32	162	307	362	373	420
34	157	307	339	349	400
36	152	291	318	327	377
38	146	274	300	308	354
40	140	257	283	291	333
42	133	244	268	276	315
44	127	231	253	260	298
46	119	220	241	247	283
48	113	208	228	234	268
50	107	199	218	224	255

针对各种分段方式,都可以输出各分段距起重机械行进路线的最短距离以及分段的重量,按照起重量从小到大对起重机械选型进行迭代,直至某一种起重机械在对应工作半径下的额定起重量均大于对应分段的重量,实现对起重设备的优选,其示意如图 10 所示.

3.4.1.2 胎架成本优化

本研究假设胎架位置位于分段连接处,胎架起支撑作用,因此胎架顶部的高度为结构底部的高度,胎架底部为基础高度.当分段形式发生变化时,胎架的布设位置会相应改变,导致胎架的高度随结构底部的高度改变而变化.通过计算结构不同位置处桁架与下部结构之间的高度差,可以计算出胎架高度,用于后续胎架成本的计算.

3.4.1.3 材料及加工成本优化

材料及加工费用包含材料购买、构件加工、运输、焊接的费用.由于本研究的重点是桁架分段方式的智能设计,不同分段方式对于机械成本及胎架成本的影响较大,对于加工成本带来的差异则比较小,因此在研究成本时聚焦于起重机械成本及胎架成本随分段方式变化的情况,而材料和加工成本仅取常数,在本项目中取 500 万元.

3.4.2 工期优化

工期为关键线路时间总和,本研究仅考虑内环桁架的设计,因此关键线路仅考虑内环桁架吊装时间,首尾段需要考虑合龙带来的影响,因此规定首尾段吊装时间为 7 d,中间段吊装时间为 3 d.

3.4.3 安全性优化

在计算结构的刚度矩阵时,定义杆件在全局坐标系下的方向,如图 11 所示.

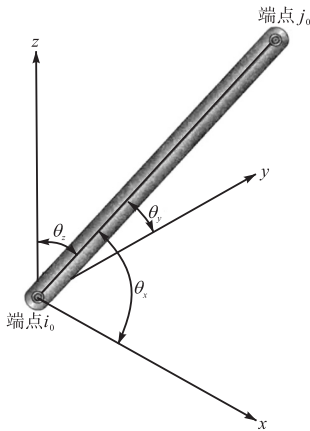


图 11 杆件与坐标轴夹角
Fig.11 Angle between truss and axes

杆件的方向余弦和杆件长度的计算式分别为

$$\cos \theta_x = (X_{j_0} - X_{i_0}) / L \quad (10)$$

$$\cos \theta_y = (Y_{j_0} - Y_{i_0}) / L \quad (11)$$

$$\cos \theta_z = (Z_{j_0} - Z_{i_0}) / L \quad (12)$$

$$L = \sqrt{(X_{j_0} - X_{i_0})^2 + (Y_{j_0} - Y_{i_0})^2 + (Z_{j_0} - Z_{i_0})^2} \quad (13)$$

式中: X_{i_0} 和 X_{j_0} 、 Y_{i_0} 和 Y_{j_0} 、 Z_{i_0} 和 Z_{j_0} 分别为杆件的两

侧端点 i_0 和 j_0 的 x 轴、 y 轴和 z 轴坐标; L 为杆件的长度。

结构簇构形度主要与杆件单元刚度、杆件单元布置方式有关。通过变换矩阵将全局坐标下的位移和力与局部坐标下的位移和力关联起来,应用二力杆属性,从而求出单元刚度矩阵^[22],如式(14)所示。

$$\mathbf{K}^{(e)} = k \begin{bmatrix} \cos^2 \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \cos \theta_z & -\cos^2 \theta_x & -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos \theta_x \cos \theta_z \\ \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos^2 \theta_y & \cos \theta_y \cos \theta_z & -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos^2 \theta_y & -\cos \theta_y \cos \theta_z \\ \cos \theta_x \cos \theta_z & \cos \theta_y \cos \theta_z & \cos^2 \theta_z & -\cos \theta_x \cos \theta_z & -\cos \theta_y \cos \theta_z & -\cos^2 \theta_z \\ -\cos^2 \theta_x & -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos \theta_x \cos \theta_z & \cos^2 \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \cos \theta_z \\ -\cos \theta_x \cos \theta_y & -\cos^2 \theta_y & -\cos \theta_y \cos \theta_z & \cos \theta_x \cos \theta_y & \cos^2 \theta_y & \cos \theta_y \cos \theta_z \\ -\cos \theta_x \cos \theta_z & -\cos \theta_y \cos \theta_z & -\cos^2 \theta_z & \cos \theta_x \cos \theta_z & \cos \theta_y \cos \theta_z & \cos^2 \theta_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

结构簇构形度能够反映结构簇构形的好坏,因此选取构形度最小的分段计算出的构形度作为结构安全性的衡量标准。为了使其优化方向与其他目标保持一致,趋于较小的方向,取该值的负数作为优化目标。

3.5 优化结果

设定 NSGA-II 遗传算法种群数量为 50,迭代次数为 100,交叉概率为 0.7,变异概率为 0.4,求出的 Pareto 解集共包含 4 个解。案例工程的原分段方案及示意图如图 12 所示,优化结果如表 3、图 13 所示,其中安全性的优化结果分别为 1.000 0、0.157 8、0.157 8 和 0.789 0。为便于理解,对安全性计算结果进行 Min-Max 归一化处理:安全性系数为 1 表明该结果在得出的解集中安全性最高,安全性系数为 0 表明该结果在得出的解集安全性最低。

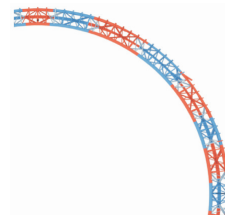


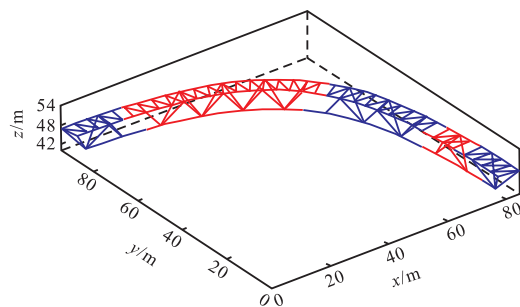
图 12 原分段方案下案例工程分段情况

Fig.12 Segmentation details in the case study under original segmentation scheme

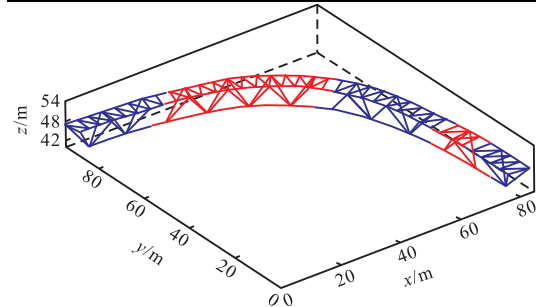
表 3 优化结果汇总

Tab.3 Summary of optimization results

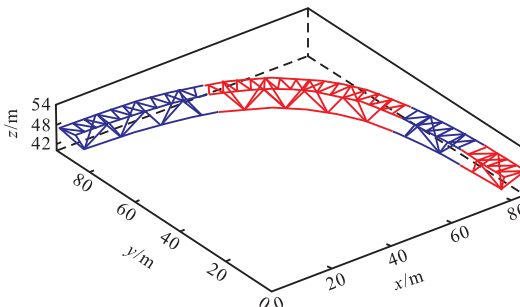
方案	成本/万元	工期/d	安全性	分段数
案例工程	806	50	0	8
优化分段方案 1	764	38	1.000 0	5
优化分段方案 2	730	38	0.157 8	5
优化分段方案 3	795	32	0.157 8	4
优化分段方案 4	763	38	0.789 0	5



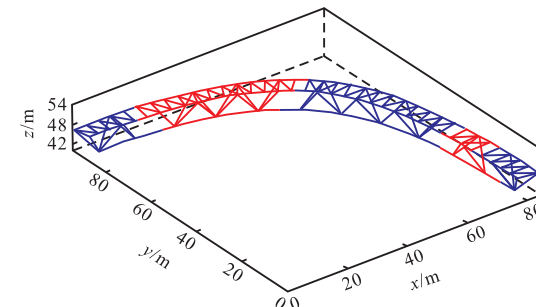
(a) 优化分段方案 1



(b) 优化分段方案 2



(c) 优化分段方案 3



(d) 优化分段方案 4

图 13 优化分段方案下的分段结果

Fig.13 Segmentation results under different optimized segmentation schemes

通过对比 NSGA-II 算法优化的结果与案例工程的分段结果(图 14)可知,算法计算出的结果在成本、工期、安全性上均存在一定程度的优化. 从优化结果可知,4 个分段方案核心差异体现在成本、工期与结构安全性的多目标权衡特性上:方案 1 的安全性系数为 1.084,在 4 组方案中安全冗余度最高,但工期长达 38 d,成本为 764 万元,在工期控制与成本优化上表现较弱;方案 2 的成本仅 730 万元且工期控制在 38 d,但安全性系数仅为 0.157 8,安全冗余度最低;方案 3 工期仅为 32 d,但成本较高,且其安全性系数与方案 2 的安全性系数持平;方案 4 则表现出良好的多目标协同优化效果,其成本与方案 1 相近,工期与方案 2 一致,安全性系数达 0.798 0,在成本、工期合理的前提下保障了较高的结构安全冗余度. 相较于案例工程,分段方案 2 在成本上的优化值为 76 万

元,分段方案 3 在工期上的优化值为 18 d,分段方案 1 在安全性上的优化值为 0.583.

4 基于熵权-逼近理想解排序法的优化结果评价方法

桁架不同分段结果对各个优化目标的优化效果存在一定差异,前文分析了 4 种分段方法对于原分段方法在各个指标上的优化程度,证明了 NSGA-II 算法的可行性. 然而,不同指标对最终分段方案的影响程度不同,因此需要定量地对 4 种方案进行排序. 本文采用熵权法(entropy weight method, EWM)确定权重,并通过层次分析法(analytic hierarchy process, AHP)对权重进行修正,最后采用优劣解距离法对不同方案的优化程度进行计算,对各个方案的加权结果进行排序.

4.1 EWM-AHP 赋权法

本文采用 EWM 赋权、AHP 修正的方法来确定最终的权重. 熵权法是一种通过信息量来确定指标客观权重的方法^[23]. 根据信息论原理,指标的信息熵值越小,离散程度越大,该指标对综合评价的影响越显著;当某指标值全部相等时,其熵值最大,此时该指标在综合评价中不起作用,具体计算方法如下.

步骤 1 建立原始矩阵,该矩阵可以表示为

$$Y = (y_{ij})_{m \times 3} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & y_{n2} & y_{n3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中: Y 为原始数据矩阵; y_{ij} 为第 i' 个评价对象的第 j 个优化目标,本文中 j 取 1、2、3 时 y_{ij} 分别代表第 i' 个评价对象的成本、工期及安全性; n 为评价对象的个数.

步骤 2 正向化处理. 由于本文中的成本及工期均为成本型评价指标,即该数值越小表现越优秀,因此需对其进行正向化处理,即

$$y'_{ij} = \frac{y_{ij} - \min\{y_{1j}, y_{2j}, y_{3j}\}}{\max\{y_{1j}, y_{2j}, y_{3j}\} - \min\{y_{1j}, y_{2j}, y_{3j}\}} \quad (16)$$

经过正向化处理后,可得

$$Y' = (y'_{ij})_{m \times 3} = \begin{bmatrix} y'_{11} & y'_{12} & y'_{13} \\ y'_{21} & y'_{22} & y'_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y'_{n1} & y'_{n2} & y'_{n3} \end{bmatrix} \quad (17)$$

步骤 3 归一化处理. 由于不同指标量纲不同,还需进行归一化处理,从而使原始数据介于 0~1 之

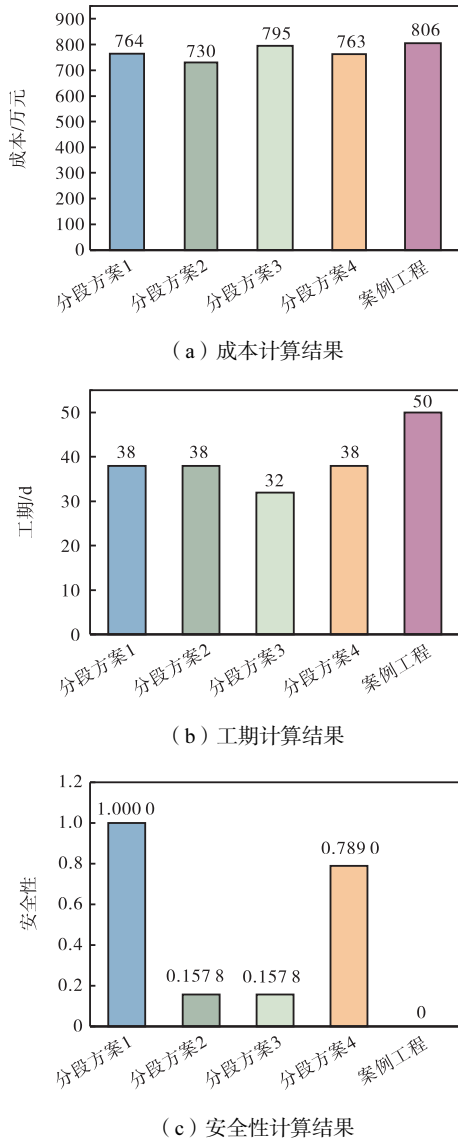


图 14 计算结果对比

Fig.14 Comparison of calculation results

间,得到标准化矩阵 Z ,其形式为

$$Z = (z_{ij})_{m \times 3} = \frac{y'_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=0}^n y_{ij}^2}} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} \\ z_{21} & z_{22} & z_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & z_{n3} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中 z_{ij} 表示第 i' 个评价对象占该指标比重。

步骤 4 计算熵权。

$$p_{ij} = z_{ij} / \sum_{i=1}^n z_{ij} \quad (19)$$

$$E_j = -\frac{\sum_{i=1}^n p_{ij} \ln p_{ij}}{\ln n} \quad (20)$$

$$\omega_E = \frac{1 - E_j}{\sum_{j=1}^3 (1 - E_j)} \quad (21)$$

式中: p_{ij} 为该样本值占该指标的比重; E_j 为该指标的熵值; ω_E 为该指标的熵权。通过计算,可知使用熵权法得出的成本、工期、安全性的权重分别为 0.144 2、0.567 7 和 0.288 1。由于熵权法是通过指标数据的离散程度来确定熵值的方法,数据误差会对结果产生较大的影响,因此本研究采用层次分析法对最终的熵权进行修正。基于建立的评估指标体系,邀请业内专家对各层指标重要性进行两两比较,分别构造各层判断矩阵,所得的判断矩阵如表 4 所示。

表 4 判断矩阵
Tab.4 Judgment matrix

	成本	工期	安全性
成本	1	1/3	1/5
工期	3	1	1/3
安全性	5	3	1

通过使用层次分析法,计算得三者的熵权 ω_A 分别为 0.104 7、0.258 3 和 0.637 0。对判断矩阵进行一致性检验,计算式为

$$I_{CR} = \frac{\lambda_{\max} - d}{(d-1)I_{RI}} \quad (22)$$

式中: I_{RI} 为随机一致性指标; d 为矩阵维数; $\lambda_{\max}$ 为特征矩阵最大值; I_{CR} 为一致性检验指标。根据一致性指标,当 $d=3$ 时, $I_{RI}=0.58$,此时得出的一致性指标 $I_{CR}=0.033 2 < 0.1$,可以通过一致性检验。

通过结合熵权法和层次分析法,计算可得最终的权重分别为 0.043 8、0.424 7 和 0.531 5,具体的计算式为

$$\omega_s = \frac{\omega_E \omega_A}{\sum_{i=1}^3 \omega_E \omega_A} \quad (23)$$

4.2 逼近理想解排序法综合评价法

逼近理想解排序法 (technique for order preference

by similarity to ideal solution, TOPSIS) 是一种常用的综合评价方法,通过计算各评估方案和正、负理想解的相对贴近度进行评分、排序,能充分利用原始数据的信息,精确反映各方案的差距^[24]。通过综合考虑多个优化目标在考虑权重的情况相对于最优解及最劣解的综合得分,确定最佳方案。

首先,根据标准化矩阵 Z 定义正理想值 D^+ 与负理想值 D^- ,二者的表达式分别为

$$D^+ = \{\max | Z_{i'1}, Z_{i'2}, \dots, Z_{i'n} | \} \quad (24)$$

$$i' = 1, 2, \dots, n$$

$$D^- = \{\min | Z_{i'1}, Z_{i'2}, \dots, Z_{i'n} | \} \quad (25)$$

$$i' = 1, 2, \dots, n$$

其次,计算各指标到正、负理想解的欧氏距离,二者的计算式分别为

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \omega_s (Z_j^+ - z_{ij})^2} \quad (26)$$

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^3 \omega_s (Z_j^- - z_{ij})^2} \quad (27)$$

再次,计算该方案的相对贴近度,其表达式为

$$C_s = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-} \quad (28)$$

最后,计算结果如表 5 所示。

表 5 计算结果汇总

Tab.5 Summary of calculation results

方案编号	D_i^+	D_i^-	C_s
1	0.425 4	0.531 9	0.555 7
2	0.680 4	0.043 8	0.060 4
3	0.533 3	0.424 7	0.443 3
4	0.445 7	0.398 9	0.472 3

在 EWM-AHP 综合赋权的情况下,安全性的权重为 0.531 5,权重系数最大。由计算结果可得,方案 1 的相对贴近度最高,在成本、工期和安全性系数上较原方案分别优化了 5.2%、24.0% 和 116.0%。

5 结 论

(1) 本研究简化了三角形管桁架的分段表示方法,提出了针对三角管桁架的基本单元划分方法,并提出了基本单元矩阵的概念,将物理模型转化为数学模型,实现了将整体桁架结构的分段问题转化为基本单元的排列组合问题。通过生成不同的数组并对其进行排列,实现了不同分段方案的生成。

(2) 本研究建立了成本-工期-安全性多目标优化模型。编译了相关程序,实现了针对起重机械的优选及随分段情况变化的胎架布设成本的计算;确定了

以内环桁架吊装时间为关键线路的工期优化模型; 确定了以构形度最小的分段计算出的构形度作为结构安全性的安全性优化模型。

(3) 通过对比 NSGA-II 算法优化的结果与案例工程的分段结果可知, 算法计算出的结果在成本、工期、安全性上均存在一定程度的优化, 可以验证算法的可行性, 为后续的三角管桁架分段施工提供了一种新方法。

(4) 通过使用熵权法赋权、层次分析法修正的方法, 确定了成本、工期和安全性的权重分别为 0.043 8、0.424 7 和 0.531 5。最终分段方案 1 的相对贴近度最高, 在成本、工期和安全性系数上较原方案分别优化了 5.2%、24.0% 和 116.0%。

(5) 本研究仍存在一定局限性, 如未考虑杆件加工环节以及仅针对环形三角管桁架。未来可通过优化算法, 提高该方法的普适性及准确性, 以实现对桁架的快速、准确分段。

参考文献:

- [1] Ghasemi M R, Hinton E, Wood R D. Optimization of trusses using genetic algorithms for discrete and continuous variables[J]. *Engineering Computations*, 1999, 16(3): 272-303.
- [2] 李峰, 唐和生, 薛松涛, 等. 粒子群优化算法在桁架优化设计中的应用[J]. *土木建筑与环境工程*, 2009, 31(1): 7-12.
Li Feng, Tang Hesheng, Xue Songtao, et al. Application of a particle swarm optimization algorithm in truss structure optimal design[J]. *Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering*, 2009, 31(1): 7-12 (in Chinese).
- [3] 刘晓峰, 阎军, 程耿东. 采用自动分组遗传算法的频率约束下桁架拓扑优化[J]. *计算力学学报*, 2011, 28(1): 1-7.
Yan Xiaofeng, Yan Jun, Cheng Gengdong. Topology optimization of skeletal structures with frequency constraints based on automatic grouping genetic algorithm[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2011, 28(1): 1-7 (in Chinese).
- [4] 周奇才, 吴青龙, 熊肖磊, 等. 桁架结构拓扑及截面尺寸优化设计方法[J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(9): 1-9.
Zhou Qicai, Wu Qinglong, Xiong Xiaolei, et al. Optimal design of topology and section size of truss structures[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(9): 1-9 (in Chinese).
- [5] Nourian N, El-Badry M, Jamshidi M. Design optimization of truss structures using a graph neural network-based surrogate model[J]. *Algorithms*, 2023, 16(8): 380.
- [6] JGJ 7—2010 空间网格结构技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
JGJ 7—2010 Technical Specification for Space Frame Structures[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010 (in Chinese).
- [7] 谢巍. 大跨度钢桁架结构分段吊装技术研究与应用[D]. 重庆: 重庆大学土木工程学院, 2008.
Xie Wei. Study on Application of Lifting Segment by Segment Technology for Large Span Steel Truss[D]. Chongqing: College of Civil Engineering, Chongqing University, 2008 (in Chinese).
- [8] 颜欣桐, 徐龙河. 基于遗传算法的钢筋混凝土框架-剪力墙结构失效模式多目标优化[J]. *工程力学*, 2018, 35(4): 69-77.
Yan Xintong, Xu Longhe. Multi-objective optimization of genetic algorithm-based failure mode for reinforced concrete frame-shear wall structures[J]. *Engineering Mechanics*, 2018, 35(4): 69-77 (in Chinese).
- [9] 谢英柏, 周博滔. 基于 NSGA-II 算法的 VM 循环热泵多目标优化分析[J]. *太阳能学报*, 2017, 38(7): 1807-1813.
Xie Yingbai, Zhou Botao. Multi-objective optimization of Vuilleumier cycle heat pump based on NSGA-II algorithm[J]. *Acta Energetica Solaris Sinica*, 2017, 38(7): 1807-1813 (in Chinese).
- [10] 卜康正, 赵勇, 郑先昌. 基于 NSGA2 遗传算法的地铁隧道上方基坑工程优化设计[J]. *铁道科学与工程学报*, 2021, 18(2): 459-467.
Bu Kangzheng, Zhao Yong, Zheng Xianchang. Optimization design for foundation pit above metro tunnel based on NSGA2 genetic algorithm[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2021, 18(2): 459-467 (in Chinese).
- [11] Sharma S, Kumar V. A comprehensive review on multi-objective optimization techniques: Past, present and future[J]. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2022, 29(7): 5605-5633.
- [12] Asadi E, da Silva M G, Antunes C H, et al. Multi-objective optimization for building retrofit: A model using genetic algorithm and artificial neural network and an application[J]. *Energy and buildings*, 2014, 81: 444-456.
- [13] Su R Y, Wang X, Gui L J, et al. Multi-objective topology and sizing optimization of truss structures based on adaptive multi-island search strategy[J]. *Structural*

- and Multidisciplinary Optimization, 2011, 43: 275-286.
- [14] 谢 涛, 陈火旺, 康立山. 多目标优化的演化算法[J]. 计算机学报, 2003, 26(8): 997-1003.
- Xie Tao, Chen Huowang, Kang Lishan. Evolutionary algorithms of multi-objective optimization problems [J]. Chinese Journal of Computers, 2003, 26(8): 997-1003 (in Chinese).
- [15] 刘文政, 孙会社, 于立强. 杆系结构节点构形度参数分析[J]. 钢结构, 2014, 29(5): 12-15, 69.
- Liu Wenzheng, Sun Huishe, Yu Liqiang. Parameter analysis of the joint configurational degree for member structures[J]. Steel Construction, 2014, 29(5): 12-15, 69 (in Chinese).
- [16] 刘文政, 叶继红. 杆系结构的拓扑易损性分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(17): 67-80.
- Liu Wenzheng, Ye Jihong. Topological vulnerability analysis for member structures [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(17): 67-80 (in Chinese).
- [17] Verma S, Pant M, Snasel V. A comprehensive review on NSGA-II for multi-objective combinatorial optimization problems[J]. IEEE Access, 2021, 9: 57757-57791.
- [18] Ma H P, Zhang Y J, Sun S Y, et al. A comprehensive survey on NSGA- II for multi-objective optimization and applications[J]. Artificial Intelligence Review, 2023, 56(12): 15217-15270.
- [19] Deb K, Agrawal S, Pratap A, et al. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA- II [C]//International Conference on Parallel Problem Solving from Nature. Paris, France, 2000.
- [20] Srinivas N, Deb K. Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221-248.
- [21] 高 媛. 非支配排序遗传算法(NSGA)的研究与应用[D]. 杭州: 浙江大学信息科学与工程学院, 2006.
- Gao Yuan. Non-dominated Sorting Genetic Algorithm and Its Applications[D]. Hangzhou: College of Information Science and Engineering, Zhejiang University, 2006 (in Chinese).
- [22] Moaveni S. Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS[M]. New Jersey: Pearson Education Inc, 2011.
- [23] Shannon C E. A mathematical theory of communication [J]. The Bell System Technical Journal, 1948, 27(3): 379-423.
- [24] Hwang C L, Yoon K. Multiple Attribute Decision Making—Methods and Applications: A State-of-the-Art Survey[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1981.

(责任编辑:武立有)