

铁路纵断面线形参数变化量与垂向偏差模型研究

张 欢¹, 陈波睿²

(1. 石家庄铁路职业技术学院 测绘工程系, 河北 石家庄 050041; 2. 天津市测绘院有限公司, 天津 300301)

摘要:基于惯性导航的轨道检测设备可获取亚毫米级垂向偏差,为纵断面优化提供基础。但传统方法依赖三维坐标拟合,外业需布设控制网,效率低;既有垂向偏差计算模型未建立变坡点参数与垂向偏差量的解析关系,难以由相对测量值反演竖曲线要素。针对该问题,提出直接利用垂向偏差的纵断面优化模型,采用偏微分推导了变坡点高程与里程对垂向偏差影响的定量关系,实现了仅凭轨检仪垂向偏差数据解算竖曲线参数。仿真试验表明,模型计算垂向偏差与理论值吻合,误差小于 0.1 mm,满足精度要求。该方法无需三维坐标,利用相对测量轨检小车完成优化,提高外业效率,解决了垂向偏差直接反演竖曲线参数的难题,为线路状态评估与优化提供理论依据。

关键词:铁路;线形优化;纵断面线路参数变化;垂向偏差;数学模型

中图分类号: U216.42 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-0373(2026)02-0100-07

近年来中国建成并运营的轨道工程数量不断增多,线路在长期运营后,极易产生偏移,若按设计线形做出的精调方案调整轨道可能会与实际情况产生较大的偏离,进而导致精调后轨道平顺性变得更糟糕,所以对运营铁路进行线形优化是非常有必要的^[1-3]。传统的线形优化方法是基于轨道几何状态测量仪测量钢轨的三维坐标,进而利用各种拟合方法实现线形的优化^[4-5]。这种方式存在测量效率低、受外界环境影响大、拟合后线形同原设计线形差别大等缺点^[6]。随着惯导技术的发展,基于惯导测量原理的轨道检测技术在获取轨道内部几何状态的精度和速度已经超过了坐标测量方法,因此基于惯导测量获取的横垂向偏差实现线形优化不管是在数据获取上还是在工作效率上将更加符合工务部门的要求。为实现基于垂向偏差优化纵断面线形的目标,推导了纵断面变坡点里程与变坡点高程同垂向偏差间的数学模型,同时运用仿真数据验证了模型的正确性,利用该模型可实现纵断面线路参数变化量与垂向偏差间的相互转换。

1 纵断面线形参数变化与垂向偏差间的数学模型

1.1 变坡点高程变化模型

中国铁路线路工程中,竖曲线主要采用抛物线形与圆弧形 2 种形式。抛物线形竖曲线以二次抛物线为基本方程,将抛物线顶点的曲率半径作为竖曲线半径,通过计算竖曲线上任一点至相应切线的竖距,并结合切线设计高程,推求该点设计高程;圆弧形竖曲线则以圆曲线方程为基本方程,利用圆曲线上任意点与圆心的几何关系,直接计算该点设计高程^[7-8]。根据《铁路线路设计规范》规定^[9],在新建的高速铁路中,主要采用圆曲线作为竖曲线,所以以圆弧形竖曲线为基础进行模型推导。变坡点高程变化时,会导致纵断面线形发生改变,图 1 为变坡点高程变化对纵断面线形的影响示意图。

由图 1 可以看出,变坡点高程变化不仅会影响到高程变化处竖曲线,同时还会影响到前后变坡点的竖曲线。由于影响范围较大,因此需要对线路进行分段分析。

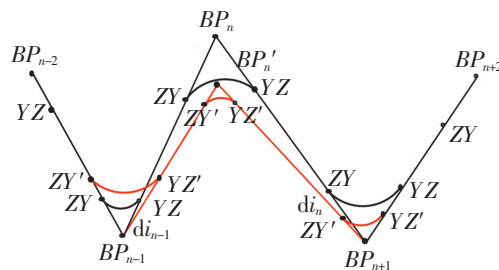


图 1 变坡点高程变化前后线形示意图

收稿日期: 2026-04-29 责任编辑: 车轩玉 DOI: 10.13319/j.cnki.sjztdxxxbzrb.20260094

作者简介: 张欢(1996—),男,助教,研究方向为测绘工程。E-mail: 675965471@qq.com

张欢,陈波睿. 铁路纵断面线形参数变化量与垂向偏差模型研究[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2026, 39(2): 100-106.

1.1.1 变坡点处竖曲线高程变化模型

如图2所示,当变坡点 n 的高程发生变化时,其影响首先体现于该点处的竖曲线。在坡长不变的条件下,高程变化将引起坡度的相应增减,进而导致竖曲线位置与长度发生改变,产生垂向偏差。为此,首先对变坡点 n 处竖曲线圆心的里程与高程关于高程变化量求偏导,进而利用和差函数推导竖曲线上任一点 P 的高程变化量^[10]。

该变坡点处坡度值对变坡点高程变化量的偏微分通式

$$di_{n-1} = \frac{dH_{BP_n}}{L_{BP_n} - L_{BP_{n-1}}} \quad (1)$$

$$di_n = \frac{dH_{BP_n}}{L_{BP_{n+1}} - L_{BP_n}} \quad (2)$$

$$d\theta_{n-1} = \frac{di_{n-1}}{1 + (i_{n-1})^2} \quad (3)$$

式中, $L_{BP_{n-1}}$ 为变坡点 $n-1$ 里程; L_{BP_n} 为变坡点 n 里程; dH_{BP_n} 为变坡点 n 高程变化量; di_{n-1} 为变坡点 $n-1$ 到变坡点 n 坡度偏微分; di_n 为变坡点 n 到变坡点 $n+1$ 坡度偏微分; $L_{BP_{n+1}}$ 为变坡点 $n+1$ 里程; $d\theta_{n-1}$ 为变坡点 n 处前坡度角偏微分。

该变坡点处竖曲线坡度差对坡度值变化量的偏微分通式

$$d\omega_n = \frac{di_{n-1}}{1 + (i_{n-1})^2} - \frac{di_n}{1 + (i_n)^2} \quad (4)$$

式中, $d\omega_n$ 为变坡点 n 处转向角偏微分。

该变坡点处切线长 T 对竖曲线坡度差变化量的偏微分通式

$$dT_n = \frac{\pm R_n d\omega_n}{2 \cos^2 \left(\frac{|\omega_n|}{2} \right)} \quad (5)$$

式中, dT_n 为变坡点 n 处切线长偏微分; R_n 为变坡点 n 处竖曲线半径。

该变坡点处圆心里程 L_O 及高程 H_O 对切线长变化量、坡度角变化量的偏微分通式

$$dL_O = T_n \sin \theta_n d\theta_n - \cos \theta_n dT_n \pm R_n \cos \theta_n d\theta_n \quad (6)$$

$$dH_O = dH_{BP_n} - dT_n \sin \theta - T \cos \theta d\theta \mp R \sin \theta d\theta \quad (7)$$

式中, dL_O 为变坡点 n 处竖曲线圆心里程偏微分; dH_O 为变坡点 n 处竖曲线圆心高程偏微分。

该变坡点处竖曲线任意一点 P 对圆心里程 L_O 及高程 H_O 变化量的偏微分通式

$$dH_P = dH_O \pm \left(\sqrt{R_n^2 - [L_P - (L_O + dL_O)]^2} - \sqrt{R_n^2 - (L_P - L_O)^2} \right) \quad (8)$$

式中, dH_P 为竖曲线上 P 点高程变化量。

1.1.2 前变坡点处竖曲线高程变化模型

变坡点 n 高程发生变化后,不仅会影响变坡点 n 处曲线,还会对变坡点 $n-1$ 处曲线产生影响。如图3所示。

同样对前变坡点处竖曲线上高程模型做关于变坡点高程变化量的偏微分及和差函数,即可得到变坡点 $n-1$ 处竖曲线上 P 点高程变化量。

前变坡点处竖曲线坡度差对坡度值变化量的偏微分通式

$$d\omega_{n-1} = \frac{di_{n-1}}{1 + (i_{n-1})^2} \quad (9)$$

前变坡点处切线长 T 对竖曲线坡度差变化量的偏微分

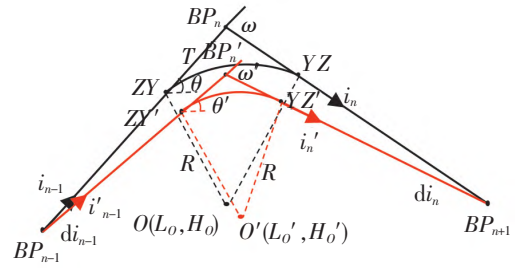


图2 变坡点 n 处竖曲线对比图

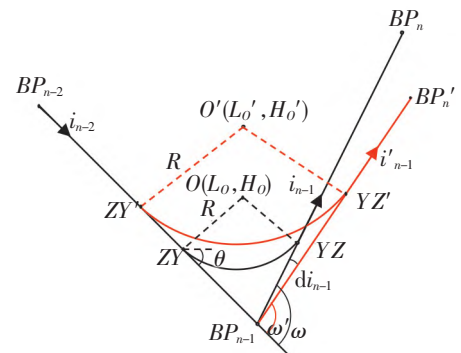


图3 变坡点 $n-1$ 处竖曲线对比图

通式

$$dT_{n-1} = \frac{\pm R d\omega_{n-1}}{2 \cos^2 \left(\frac{|\omega_{n-1}|}{2} \right)} \quad (10)$$

前变坡点处圆心里程 L_O 及高程 H_O 对切线长变化量的偏微分通式

$$dL_O = -\cos \theta_{n-2} dT_{n-1} \quad (11)$$

$$dH_O = -\sin \theta_{n-2} dT_{n-1} \quad (12)$$

前变坡点处竖曲线任意一点 P 对圆心里程 L_O 及高程 H_O 变化量的偏微分通式

$$dH_P = dH_O \pm \left[\sqrt{R_{n-1}^2 - [L_P - (L_O + dL_O)]^2} - \sqrt{R_{n-1}^2 - (L_P - L_O)^2} \right] \quad (13)$$

1.1.3 后变坡点处竖曲线高程变化模型

变坡点高程变化后同样会导致变坡点 n 到变坡点 $n+1$ 的坡度发生变化,从而影响变坡点 $n+1$ 处竖曲线,如图 4 所示。

对后变坡点处竖曲线任一点 P 的高程模型做关于变坡点高程变化量的偏微分,即可得到变坡点 $n+1$ 处竖曲线上 P 点高程变化量。

后变坡点处坡度角对坡度变化量的偏微分通式

$$d\theta_n = \frac{di_n}{1 + (i_n)^2} \quad (14)$$

后变坡点处竖曲线坡度差对坡度变化量的偏微分通式

$$d\omega_{n+1} = \frac{di_n}{1 + (i_n)^2} \quad (15)$$

后变坡点处切线长 T 对竖曲线坡度差变化量的偏微分通式

$$dT_{n+1} = \frac{\pm R_{n+1} d\omega_{n+1}}{2 \cos^2 \left(\frac{|\omega_{n+1}|}{2} \right)} \quad (16)$$

后变坡点处圆心里程 L_O 及高程 H_O 对切线长变化量、坡度角变化量的偏微分通式

$$dL_O = T_{n+1} \sin \theta_n d\theta_n - \cos \theta_n dT_{n+1} \pm R_{n+1} \cos \theta_n d\theta_n \quad (17)$$

$$dH_O = -\sin \theta_n dT_{n+1} - T_{n+1} \cos \theta_n d\theta_n \pm R_{n+1} \sin \theta_n d\theta_n \quad (18)$$

后变坡点处竖曲线任意一点 P 对圆心里程 L_O 及高程 H_O 变化量的偏微分通式

$$dH_P = dH_O \pm \left[\sqrt{R_{n+1}^2 - [L_P - (L_O + dL_O)]^2} - \sqrt{R_{n+1}^2 - (L_P - L_O)^2} \right] \quad (19)$$

1.1.4 纵坡高程变化模型

变坡点 n 高程变化后,竖曲线前后纵坡也会产生高程偏差,对纵坡高程计算公式偏微分可以推导纵坡上高程偏差。

假设纵坡上有一点 P ,里程为 L_P ,则变坡点 n 前、后纵坡的高程为

$$H_{前P} = H_{BP_n} - (L_{BP_n} - L_P) i_{n-1} \quad (20)$$

$$H_{后P} = H_{BP_n} + (L_P - L_{BP_n}) i_n \quad (21)$$

式中, $H_{前P}$ 为前纵坡上 P 点高程; $H_{后P}$ 为后纵坡上 P 点高程; L_P 为前(后)纵坡上 P 点线路里程; i_{n-1} 为变坡点 $n-1$ 到变坡点 n 坡度; i_n 为变坡点 n 到变坡点 $n+1$ 坡度。

对式(20)、式(21)进行偏微分,可得变坡点前、后纵坡上点高程偏微分模型

$$dH_{前P} = dH_{BP_n} - (L_{BP_n} - L_P) di_{n-1} \quad (22)$$

$$dH_{后P} = dH_{BP_n} + (L_P - L_{BP_n}) di_n \quad (23)$$

式中, $dH_{前P}$ 为前纵坡上 P 点高程偏微分; $dH_{后P}$ 为后纵坡上 P 点高程偏微分。

1.2 变坡点里程变化模型

变坡点里程变化可分为 2 种情况:第 1 种情况为仅某一变坡点里程发生变化,对后续线形变坡点里程

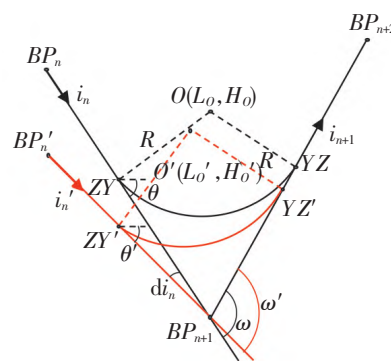


图 4 变坡点 $n+1$ 处竖曲线对比图

不构成影响,如图5所示;第2种情况为当某一变坡点里程变化后,会影响到后续变坡点里程,此时后续变坡点里程差不发生变化。如图6所示。

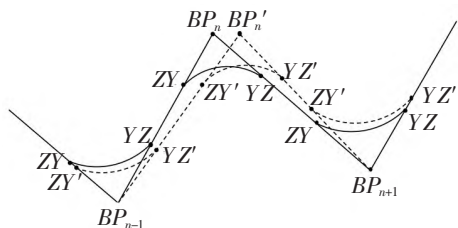


图5 单一变坡点里程变化前后线形对比图

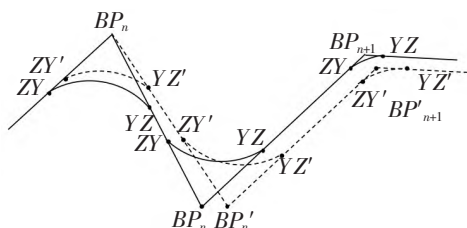


图6 后续变坡点里程均变化线形对比图

1.2.1 单一变坡点里程变化模型

从图5中可以看出,变坡点里程变化也会影响到相邻曲线,且各曲线的变化方式同变坡点高程变化形式一致,在此不再进行赘述。假设竖曲线上有一点 P ,里程为 L_P ,做 P 点高程关于变坡点里程变化量的偏微分,然后利用和差函数推导 P 点高程变化量,即可得到竖曲线上 P 点高程变化量。

(1)变坡点里程变化时,不管是该变坡点处竖曲线还是前后变坡点处竖曲线,其高程变化模型可参见变坡点高程变化时对竖曲线高程的变化模型,推导公式基本一致,仅需将坡度关于变坡点高程的偏微分公式更换为坡度关于变坡点里程的偏微分公式。

(2)变坡点 n 里程变化后,对前后纵坡高程模型做变坡点里程变化量的偏微分,结果如下:

前纵坡高程对变坡点里程变化量模型

$$dH_{前P} = (L_{BP_n} - L_P) di_{n-1} - i_{n-1} dL_{BP_n} \quad (24)$$

后纵坡高程对变坡点里程变化量模型

$$dH_{后P} = (L_P - L_{BP_n}) di_n - i_n dL_{BP_n} \quad (25)$$

1.2.2 后续变坡点里程变化模型

如图6后续变坡点里程均变化的情况同样会影响相邻竖曲线,且对后续竖曲线均产生影响。当某一变坡点里程变化后,后续线形所有变坡点里程均产生相同的位移量,因为变化情况相同,所以可采用同一套模型进行计算,以相邻变坡点处竖曲线为例,进行分析。

(1)变坡点 n 处高程变化量模型。该模型与单一变坡点里程变化时变坡点 n 高程偏微分模型相同,区别在于单一里程变化时后坡度会发生改变。

(2)前后变坡点及纵坡高程变化量模型。对于前变坡点及前后纵坡来讲,模型与单一变坡点里程变化时完全一致。后变坡点处竖曲线高程变化量模型同单一变坡点里程变化略有不同,为

$$dH_P = dH_O \pm [R^2 - (L_P - L_O)^2]^{-\frac{1}{2}} (L_P - L_O) dL_{BP_n} \quad (26)$$

以上推导得到了变坡点高程、变坡点里程同竖曲线上任一里程点高程变化量的数学模型,接下来推导垂向偏差模型公式。

1.3 垂向偏差同高程变化量关系模型

垂向偏差指设计纵断面线路外一点 P' 到设计纵断面线路的最短距离。确定垂向偏差的关键是寻找同一里程处的设计高程和实际高程,已推导出变坡点高程、变坡点里程同高程变化量的通用模型,因此只需推导出垂向偏差同高程变化量间关系即可。

以图7为例,设里程点 P' 的线路里程为 L'_P ,高程为 H'_P ,对应里程点 P 设计里程为 L_P ,高程为 H_P , P 点切线方向与铅垂线方向的夹角为 β ,则垂向偏差 f_h 同高程变化量 dH_P 的模型为^[11-12]

$$f_h = (H'_P - H_P) \sin \beta = dH_P \sin \beta \quad (27)$$

式中, f_h 为垂向偏差; H'_P 为纵断面线形外一点 P' 的高程值; H_P 为 P 点的线路高程; β 为纵断面中线上 P 点切线与铅垂线的夹角,可表示为

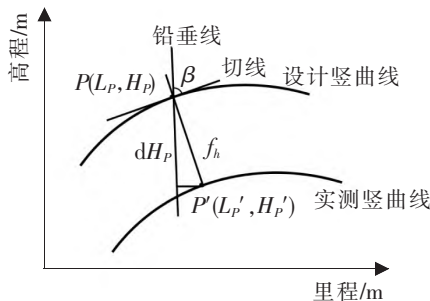


图7 垂向偏差示意图

纵坡段

$$\beta = \frac{\pi}{2} - |\arctan i_{n-1}| \quad (28)$$

竖曲线段

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \left| \arctan \left(\frac{H_P - H_O}{L_P - L_O} \right) \mp \frac{\pi}{2} \right| \quad (29)$$

式中, i 为变坡点 n 与前一变坡点 $n-1$ 的坡度值; L_P 为 P 点的线路里程; L_O 、 H_O 分别为竖曲线圆心的线路里程、高程。

2 仿真实验与分析

为了验证函数模型的正确性,利用仿真数据对模型进行试验。选取中国某城市地铁线路,截取台账中部分数据用于实验。纵断面设计线形参数见表 1。

表 1 纵断面线形参数表

变坡点类型	里程 L/m	高程 H/m	半径 R/m	坡度 $i/\text{‰}$
BP9	3 065.066	-12.312	3 000	26.986 667
BP10	3 295.066	-11.852	5 000	2.000 000
BP11	3 695.066	-10.202	5 000	4.125 000
BP12	4 545.066	3.943	5 000	16.641 176
BP13	4 795.066	2.893	5 000	-4.200 000
BP14	5 095.066	8.893	3 000	20.000 000

计算垂向偏差过程中,由于不同位置所利用的数学模型不一致,所以要分段进行计算。按照主点里程将线路分成不同的区间,首先判断线路上点 P 处于哪个里程区间,然后利用对应区间的数学模型计算 P 点垂向偏差,最后将各区间上的里程点拼接起来即可得到整个线路的垂向偏差曲线。

2.1 变坡点高程变化数据仿真实验

假设 BP11 的高程变化 +1 m,选取里程间隔为 1 m,包含前后变坡点处曲线在内的 K3+100~K4+730 m 的里程数据作为变坡点高程试验数据。

采用算法软件计算变坡点高程变化 +1 m 时实验段各里程的高程值,作为实测高程数据。利用所推导的函数模型计算模拟垂向偏差,同时基于实测高程数据与纵断面设计线形参数获得理论垂向偏差,将 2 组垂向偏差逐里程对比,得到图 8。

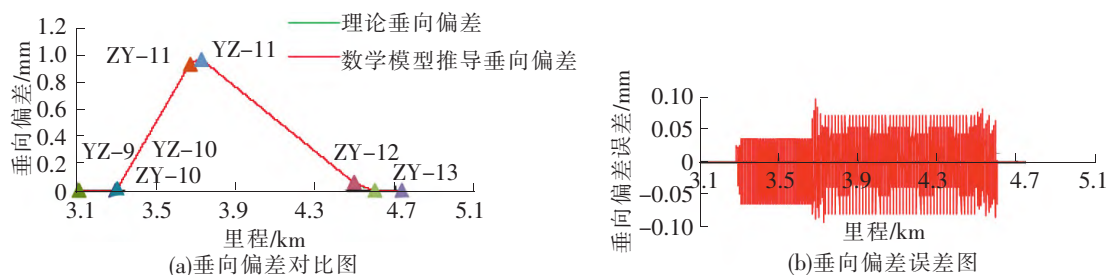


图 8 变坡点高程变化垂向偏差对比及误差图

由图 8 可知, BP11 高程提升 1 m 后,垂向偏差最大值约为 1 000 mm。其原因在于以变坡点高程作为相邻坡段的高程基准,其偏移通过坡段线性延伸与竖曲线平滑过渡,在整个影响区间内形成系统性垂向偏差。垂偏值在变坡点附近达到峰值,向两侧坡段递减,与“直线段+竖曲线段”的纵断面线形结构一致,验证了模型对不同线形单元垂向偏差计算的适用性。全实验段理论垂偏与模型推导垂偏的误差控制在 0.1 mm 以内,该误差来源于数值计算残差,远低于轨道平顺性优化的精度阈值。误差控制效果显著的关键原因有 2 点:①模型推导基于偏微分方法,精准建立了变坡点高程与垂向偏差的数学映射关系;②实验采用分段计算策略,根据主点里程划分区间并匹配对应模型,避免了不同线形单元混合计算导致的误差累积。这一结果直接证明,所建模型能够精准反映变坡点高程变化对垂向偏差的影响规律。

2.2 变坡点里程变化数据仿真实验

假设 BP13 的里程变化 +10 m, 同样选取里程间隔为 1 m, 包含前后变坡点处曲线在内 K4+400~K5+312 m 的里程数据作为变坡点里程试验数据。

利用成熟的算法软件分别可以计算出实验段内变坡点里程变化 +10 m 时的高程值, 同样将此高程数据作为实测高程值数据, 然后利用推导的函数模型计算出模拟垂向偏差, 再根据实测高程数据和纵断面设计线形参数可以计算理论垂向偏差, 对比 2 套垂向偏差数据并逐里程做差, 可以得到图 9、图 10。

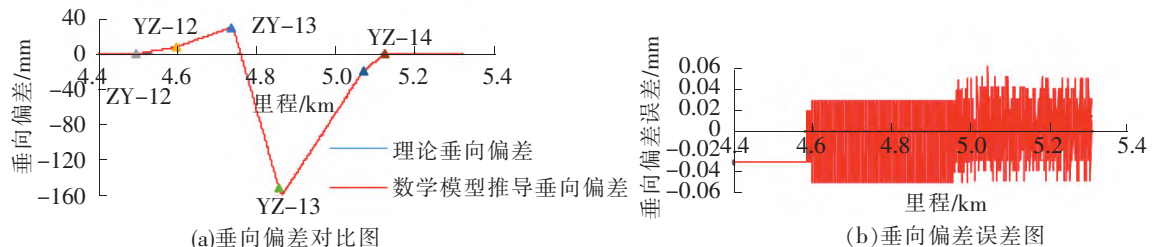


图9 单一变坡点里程变化垂向偏差对比及误差图

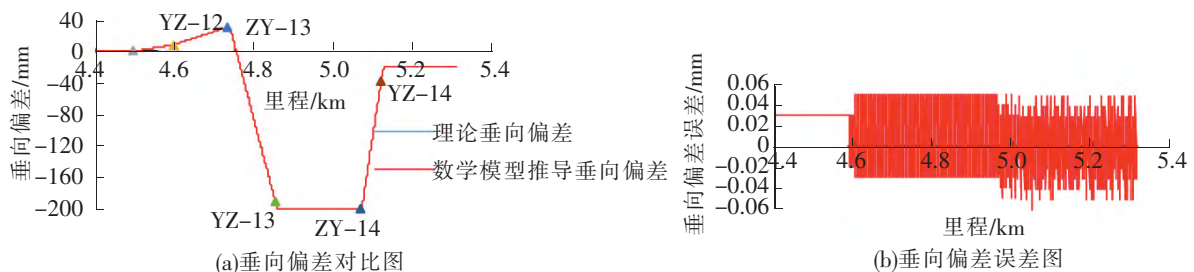


图10 后续变坡点里程均变化垂向偏差对比及误差图

实验设置两类变量场景:①单一变坡点 BP13 里程单向变化 +10 m;②BP13 后续变坡点里程同步变化 +10 m。通过对比分析不同里程偏移模式的垂向偏差影响及不同模式算法模型的适用性。

两类场景下的垂向偏差最大值分别为 160 mm(单一变坡点变化)和 200 mm(后续变坡点同步变化), 呈现显著差异;单一变坡点里程变化时,垂向偏差集中分布在 BP13 前后的坡段衔接区域。这是因为里程偏移直接改变了该变坡点与相邻变坡点的坡长,导致原竖曲线的起始位置和曲率适配关系发生局部调整,进而引发局部垂向偏差集中;后续变坡点同步里程变化时,垂向偏差范围扩大且峰值提升。核心原因在于,多变坡点同步偏移使各坡段长度的调整保持协调,避免了单一偏移导致的局部应力集中,但整体线形的平移和衔接关系重构,使得垂向偏差在更大范围内形成叠加效应,最终导致峰值更高。

两类场景下,理论垂向偏差与模型推导垂向偏差的误差均稳定在 0.1 mm 以内,均来源于数值计算残差,与实验 1 的精度水平一致。这一结果表明,所建模型不仅能精准反映变坡点高程变化的影响,还能有效捕捉里程变化对垂向偏差的作用机制。其核心优势在于,模型推导过程中充分考虑了纵断面线形的“坡长-竖曲线-变坡点”联动关系,无论里程变化是单一还是同步模式,都能通过分段计算策略适配不同区间的线形特性,确保计算精度不受变量模式影响。

3 结论

通过对纵断面任一点高程模型进行研究,推导了纵断面变坡点高程及变坡点里程变化量同垂向偏差的数学模型,最后利用数据仿真实验验证了模型正确性。根据研究,得出以下结论:

(1)采用偏微分的方法,对纵断面线路任一点高程模型处理,最终推导出垂向偏差同纵断面线形参数变化量之间的数学模型。

(2)通过仿真实验进行验证,结果表明,模型推导的垂向偏差同成熟软件计算的垂向偏差误差仅来源于数据计算,可控制在 0.1 mm 内,能够满足轨道平顺性参数计算的精度要求,验证了模型的正确性。

参 考 文 献

- [1]陈勋. 高速铁路无砟轨道精调作业综合评价方法研究[J]. 华东交通大学学报, 2016, 33(6): 72-76.
- [2]彭剑秋, 刘成龙, 彭攀, 等. 铁路实际线形测量与计算方法的研究[J]. 铁道勘察, 2010, 36(2): 4-7.
- [3]郭良浩, 刘成龙, 宋韬, 等. 铁路既有线平面和竖面线形精确分段方法研究[J]. 铁道工程学报, 2014, 31(7): 48-52.
- [4]曾俊豪. 基于线性回归和遗传算法的既有铁路纵断面拟合探讨[J]. 石家庄铁道大学学报(自然科学版), 2021, 34(4): 110-116.
- [5]石德斌. 运营高铁线路平纵断面线形评估与优化研究[J]. 铁道工程学报, 2019, 36(2): 7-10.
- [6]陈起金. 基于 A-INS 组合导航的铁路轨道几何状态精密测量技术研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2016: 1-14.
- [7]周命端, 王森, 张文尧, 等. 线路曲线点位测设数据计算软件设计与开发[J]. 测绘工程, 2021, 30(1): 37-42.
- [8]许微微, 吴瑞国. 竖曲线最值点位置及曲线任意点高程准确计算[J]. 山西建筑, 2014, 40(32): 214-216.
- [9]TB 10098—2017 铁路线路设计规范[S].
- [10]陈文. 高速铁路轨道静态检测数据处理方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2015: 30-33.
- [11]阳志. 顾及轨道检测的高铁工务维护数据库系统设计与实现[D]. 成都: 西南交通大学, 2017: 46-57.
- [12]李阳腾龙, 岑敏仪, 白璇, 等. 高速铁路轨道检测的横向偏差算法研究[J]. 铁道学报, 2016, 38(8): 119-126.

Research on Linear Parameter Variation and Vertical Deviation Model of Railway Vertical Alignment

ZHANG Huan¹, CHEN Borui²

(1. Department of Surveying and Mapping Engineering, Shijiazhuang Institute of Railway Technology,
Shijiazhuang 050041, China;

2. Tianjin Institute of Surveying and Mapping Co. Ltd., Tianjin 300301, China)

Abstract: The track detection equipment based on inertial navigation can obtain sub-millimeter vertical deviation, providing the basis for vertical section optimization. However, the traditional method relies on three-dimensional coordinate fitting, and the field requires the deployment of a control network, which is inefficient. The existing vertical deviation calculation model does not establish the analytical relationship between the slope point parameters and the vertical deviation, and it is difficult to invert the vertical curve elements from the relative measurement values. In order to solve this problem, this paper proposed a vertical section optimization model directly utilizing vertical deviation, and used partial differential analysis to derive the quantitative relationship between the elevation of the variable slope point and the mileage on the vertical deviation. The vertical curve parameters were solved only by the vertical deviation data of the track inspection instrument. The simulation results show that the vertical deviation calculated by the model is consistent with the theoretical value, with an error of less than 0.1 mm, meeting the accuracy requirements. This method does not require three-dimensional coordinates, and utilizes the relative measurement track inspection trolley to complete the optimization, improve the field efficiency, and solve the problem of direct inversion of vertical curve parameters by vertical deviation. It provides a theoretical basis for line state evaluation and optimization.

Key words: railway; alignment optimization; vertical section linear parameter variation; vertical deviation; mathematical model