准恒频率隔振支座在地铁上盖结构竖向振动控制中的应用

汪 凯[1] 周建军[1] 张全伍[2] 施卫星[2,3,*]

（1.上海市隧道工程轨道交通设计研究院，上海 200235；2.上海路博减振科技股份有限公司，上海 201400；
3.同济大学土木工程学院，上海 200092）

摘 要 地铁运行时轨道产生的振动和噪声可能会通过土体及地下结构等传递给上盖建筑结构，降低办公或居住舒适度，因此对地铁上盖结构进行竖向振动控制尤为必要。本文设计研究了一种新型准恒频率隔振支座，该准恒频率隔振支座恢复力模型可采用双曲正弦函数拟合，其独特性能在于当上部结构总重量在一定范围内变化时，隔振系统整体频率仅在一窄区间波动，具备准恒频率特性，提高了隔振效果的可靠性。同时，本文对该准恒频率隔振支座在结构中的性能表现进行了研究，输入地铁激励进行非线性时程分析。结果表明，由准恒频率支座组成的隔振层可有效控制上部隔振结构的竖向偏心，在竖向地铁激励作用下，该准恒频率隔振支座竖向恢复力模型基本体现为线性模型，减振效果可满足设计使用需求。

关键词 准恒频率，地铁振动，振动控制，偏心率，双曲正弦函数

中图分类号：TU591 **文献标志码**：A **DOI**：10.15935/j.cnki.jggcs.202604.0011

The Application of Quasi-Constant Natural Frequency Isolation Bearings in Vertical Vibration Control of Over-Track Buildings

WANG Kai[1] ZHOU Jianjun[1] ZHANG Quanwu[2] SHI Weixing[2,3,*]

（1.Shanghai Tunnel Engineering & Rail Transit Design and Research Institute, Shanghai 200235, China;
2.Shanghai RB Vibration Science and Technology Co., Ltd., Shanghai 201400, China;
3.College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China）

Abstract Vibrations and noise induced by operating metro systems can propagate into superstructures via the surrounding soil and underground structures, compromising occupant comfort in overlying office and residential spaces. Consequently, vertical vibration control for over-track buildings is of particular necessity. This study presents the design and analysis of a novel quasi-constant frequency isolation bearing, whose restoring force behavior is characterized by a hyperbolic sine function. A key feature of this bearing is its quasi-constant frequency characteristic: as the total weight of the superstructure varies within a certain range, the fundamental frequency of the isolation system remains within a narrow band. This attribute enhances the reliability of the isolation performance. Furthermore, the dynamic performance of the proposed bearing within a structural system is evaluated. Nonlinear time-history analyses under measured subway excitations demonstrate that the isolation layer effectively mitigates vertical eccentricity in the superstructure. Under vertical metro-induced loading, the vertical restoring force response of the bearing exhibits essentially linear

收稿日期：2024-12-02

作者简介：汪 凯，男，高级工程师，研究方向为地铁上盖建筑结构设计。E-mail：wang.kai@stedi.com.cn

*联系作者：施卫星，男，教授，研究方向为建筑结构减隔震（振）设计。E-mail：swxtgk@126.com

behavior, thereby ensuring that the vibration mitigation performance satisfies design requirements.

Keywords quasi-constant natural frequency, subway-induced vibration, vibration control, eccentricity, hyperbolic sine function

0 引 言

房屋建筑在满足结构安全性之外，其结构竖向舒适度在设计过程中的重要性日益突出。地铁上盖项目结构设计中，设计师面临的一大难题是地铁运行时导致的结构竖向振动，如不采取措施，其竖向振动及由此引发的二次噪声将极大影响上盖结构的居住体验[1-5]。

为对临近铁路站场或线路的建筑结构进行振动控制，研究者及工程师等在竖向隔振技术方面进行了广泛的研究，提出了多种不同形式的竖向减振产品，包括但不限于厚层橡胶支座、圆柱螺旋弹簧支座、准零刚度支座[6-11]等。不过，此类减振产品的实际案例应用中，设计师对隔振层水平偏心率考虑周到，对竖向偏心率的研究较少。《建筑工程振震双控技术标准》[12]中要求，控制层水平向和竖向各自的刚度中心和质量中心宜重合，设防烈度地震作用下偏心率不宜大于3%。《城市轨道交通上盖结构设计标准》[13]中要求，重力荷载代表值下所有隔振支座的竖向变形与平均变形值允许偏差不宜大于30%。可见，竖向偏心也是竖向振动控制过程中的一项关键指标。

本文基于对竖向振动的研究，提出了一种新型的准恒频率减振垫产品，可较好控制隔振层竖向偏心率，同时具备良好的减振效果。

1 准恒频率隔振系统

恒频系统是Rivin[14-20]最早于1966年首次提出该概念，并进行了一系列研究。当上部结构总重量发生变化时，恒频隔振结构竖向自振频率不随着发生变化，保持恒定。为实现这一性能，系统的刚度应随总重量的增大而增大，具备硬化刚度的特性。对恒频系统，其自振频率的稳定性可确保隔振性能的可靠性和鲁棒性。

1.1 恒频系统力学模型

对一单自由度恒频系统，由于频率恒定不变，假定质点质量为M，刚度为K，自振频率见式(1)：

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}=\text{const} \tag{1}$$

当$f>0$时，总质量表示为竖向荷载形式，同时，刚度表示为荷载对位移的导数，如式(2)和式(3)所示：

$$F=Mg \tag{2}$$

$$K=\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}x}=F' \tag{3}$$

式中：F为内力；K为刚度；g为重力加速度，取为9.8 m/s^2；x为压缩变形。将式(2)和式(3)代入式(1)，得如下一阶微分方程：

$$F-\frac{g}{\omega^2}F'=0 \tag{4}$$

ω为结构圆频率，式(4)的通解见式(5)：

$$F=A\mathrm{e}^{\frac{\omega^2}{g}x} \tag{5}$$

即，当非线性系统中总重量与位移呈指数关系时，该系统为恒频系统，恒频系统的频率与指数的幂次有关。图1所示为目标频率为4.0 Hz的恒频系统的力学模型，横轴为位移，纵轴为荷载。

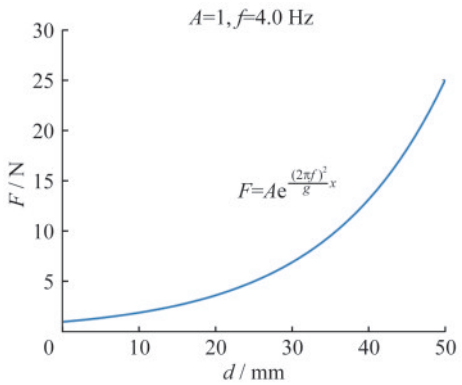


图1 恒频隔振系统力学模型

Fig.1 Mechanical model of CNF isolation system

式(1)中，当$f=0$时，则有$K=0$。在这种分类原则下，准零刚度系统也可以归结为准恒频率系统的一种特殊情况，理论上，在满足准零刚度的特定区间内，其系统频率同样接近准零频率，且在该区间内频率基本保持恒定，本文仅考虑$f>0$的情况。

1.2　竖向调偏心性能

对于一采用多个恒频支座的竖向隔振结构，其隔振层质心和刚心公式如式(6)—式(9)所示：

$$x_{\mathrm{m}}=\frac{\sum x_i F_i}{\sum F_i} \tag{6}$$

$$y_{\mathrm{m}}=\frac{\sum y_i F_i}{\sum F_i} \tag{7}$$

$$x_{\mathrm{k}}=\frac{\sum x_i K_i}{\sum K_i} \tag{8}$$

$$y_{\mathrm{k}}=\frac{\sum y_i K_i}{\sum K_i} \tag{9}$$

式中：x_{m}、y_{m}为隔振层质心坐标；x_{k}、y_{k}为隔振层刚心坐标；x_i、y_i为隔振层第i个支座的位置坐标；F_i为第i个支座重力荷载代表值下的竖向内力；K_i为第i个支座竖向刚度。

对于恒频率隔振支座，由于频率f为恒定常数，则有式(10)：

$$K_i=\frac{F_i}{g}\left(2\pi f\right)^2=CF_i \tag{10}$$

其中，C表达式见式(11)：

$$C=\frac{\left(2\pi f\right)^2}{g} \tag{11}$$

对于第i个支座，竖向刚度K_i与竖向内力F_i成正比关系，则质心和刚心关系见式(12)和式(13)：

$$x_{\mathrm{k}}=\frac{\sum x_i K_i}{\sum K_i}=\frac{\sum x_i CF_i}{\sum CF_i}=x_{\mathrm{m}} \tag{12}$$

$$y_{\mathrm{k}}=\frac{\sum y_i K_i}{\sum K_i}=\frac{\sum y_i CF_i}{\sum CF_i}=y_{\mathrm{m}} \tag{13}$$

说明质心和刚心理论上自动重合，因此恒频系统不存在竖向偏心问题。这一特性有利于将恒频系统应用于荷载分布不均或者隔振层上部结构为移动荷载的工况中。

1.3　准恒频系统传递函数

根据公式(5)表达的恢复力关系，当位移为0时，恢复力大小为A，未经过零点。实际应用中，在没有设置预紧力情况下，减振产品的恢复力模型曲线总是要经过零点，无法精确拟合标准指数型恢复力模型曲线，本文拟采用双曲正弦函数进行拟合，恢复力表达式如式(14)所示：

$$F=2\beta\sinh\left(\alpha x\right)=\beta\left(\mathrm{e}^{\alpha x}-\mathrm{e}^{-\alpha x}\right) \tag{14}$$

其中：α为与准恒频率系统中频率相关的变量；β为与幅值相关的变量。

令目标频率f_{a}为

$$f_{\mathrm{a}}=\frac{\sqrt{g\alpha}}{2\pi} \tag{15}$$

则频率f随荷载F的关系为：

$$f=f_{\mathrm{a}}\sqrt{1+\frac{4\beta^2}{F^2}} \tag{16}$$

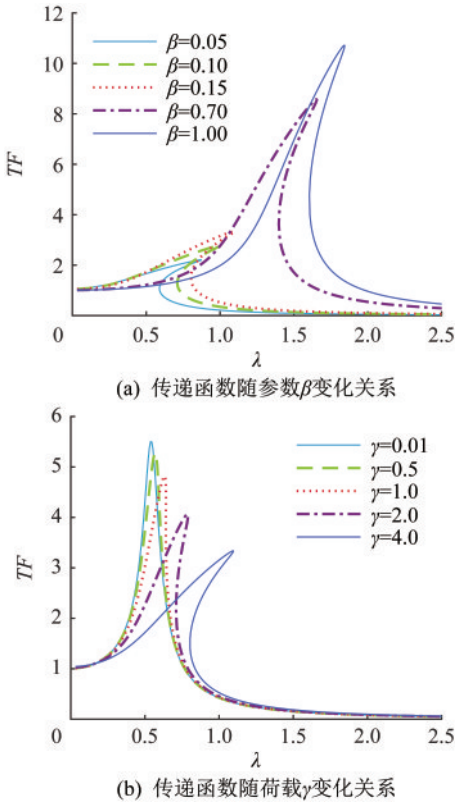
随荷载F增大，f逐渐趋近于f_{a}。根据式(16)，准恒频率效果与参数β有关，对于一质量为m的准恒频率系统，当β取值不大于0.20mg时，可确保随着荷载F增大，频率f变化范围小于10%。

单自由度准恒频率隔振系统的动力微分方程可表示为式(17)所示：

$$m\ddot{x}+2m\xi\omega\dot{x}+\beta\left(\mathrm{e}^{\alpha x}-\mathrm{e}^{-\alpha x}\right)=\gamma\cos\left(\theta t\right) \tag{17}$$

式中：m为质点质量，ξ为系统阻尼比，γ为外界激励幅值，θ为激励频率。

上述方程可采用谐波平衡法[21]进行求解。经过谐波平衡法得到的加速度传递函数如图2所示，图中横轴λ为频率比，纵轴TF为相对指标(位移等)的传递函数。



(a) 传递函数随参数β变化关系

(b) 传递函数随荷载γ变化关系

图2　加速度传递函数

Fig.2　Transfer function of acceleration

图2(a)结果显示，准恒频系统中，参数β越小，同等外界幅值激励下体现出的非线性更强；图

2(b)结果显示，随外界荷载增大，准恒频率传递函数非线性更强，整体上呈现共振频率增大，谐振峰值减小。当荷载幅值较小时，准恒频率隔振系统基本体现线性性能。

2 准恒频率隔振支座

本研究设计开发了如图3所示准恒频率隔振支座，水平向同传统橡胶隔震支座，采用叠层钢板和叠层橡胶层组成，竖向则采用曲面支承的碟簧。由于普通碟簧在竖向压力作用下呈现非线性刚度软化特性，无法体现准恒频率效果，本设计通过对曲面弧度的设计及优化，使得在竖向压力作用下碟簧刚度特性呈现非线性强化，从而得到具备竖向准恒频性能的隔振支座。

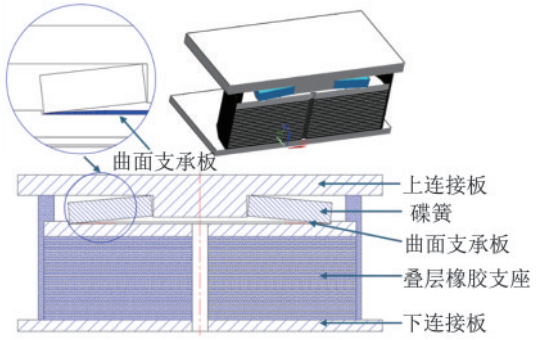


图3 准恒频率隔振支座示意图

Fig.3 Components of a QCNF isolator

本文中应用的准恒频率支座，其竖向力学性能如图4所示。

图4(a)为位移-荷载曲线，在压缩时体现出刚度非线性，在拉伸时则基本体现刚度线性，这是因为本文中研究准恒频率支座竖向刚度非线性来源于碟簧竖向变形时其支承面在曲面上的滑动，受拉时碟簧几乎不发生作用，基于此，本文研究准恒频率支座不宜应用于可能受拉的情况。

图4(b)为荷载-频率曲线，由图4(a)位移-荷载曲线，已知有位移数据d和荷载数据F。可得刚度数据为

$$K=\dot{F}=\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}d} \tag{18}$$

频率数据为：

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\mathrm{g}\frac{K}{F}}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\mathrm{g}\frac{\dot{F}}{F}} \tag{19}$$

图4(b)显示该准恒频率系统目标频率为8.0 Hz，准恒频率荷载区间约为2 500 kN~15 000 kN。

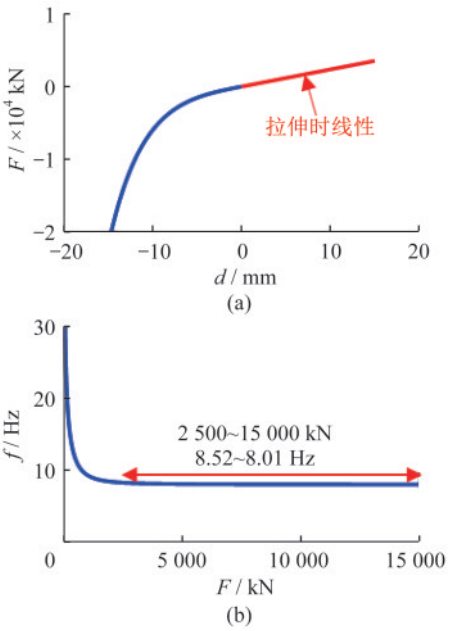


图4 准恒频率支座竖向性能

Fig.4 Vertical frequency performance of QCNF isolators

3 地铁上盖舒适度分析

3.1 项目概况

案例项目位于上海轨道交通21号线六陈路车辆段，是一个集商业办公、居住、开放空间为一体的特色TOD街区。取其中一综合楼单体进行竖向振动控制研究。

该单体为钢筋混凝土框架结构，共计3层，高度为18.2 m，平面尺寸为49.5 m×29.5 m，总质量为11 881 t。抗震设防烈度为7度(0.10g)，设计地震分组为第三组，场地类别为IV类，建筑抗震设防类别为标准设防类。ETABS软件中三维视图如图5所示。表1为主要构件截面尺寸，其中，梁板材料为C35强度混凝土，框架柱材料为C40强度混凝土。

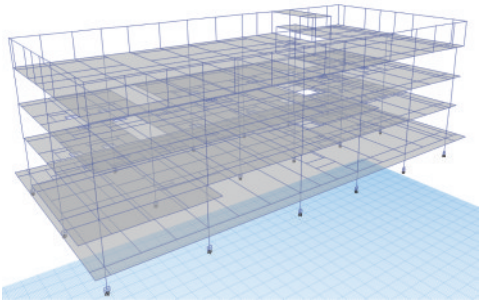


图5 ETABS模型三维视图

Fig.5 3D view of ETABS model

表 1　主要构件尺寸表

Table 1　Dimensions of main components

楼层	框架梁/mm	框架柱/mm	楼板/mm
隔振层	1 200×700	1 400×1 400	160
1	1 000×500	1 100×900	130
2	1 000×500	900×800	130
3	1 000×500	800×700	130

为进行竖向振动控制，在首层和下部结构之间新增一隔振层，隔振层高度为 2.0 m，隔振层支座总数目为 18，隔振支座布置见图 6，参数见表 2。

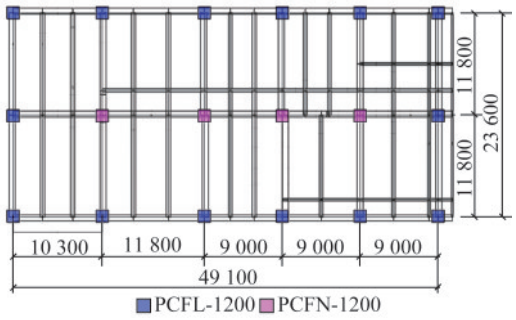


图 6　准恒频率隔振支座布置图

Fig.6　Layout of QCNF isolators

表 2　隔振支座力学性能

Table 2　Mechanical properties of QCNF isolators

型号	单位	PCFL-1200	PCFN-1200
直径	mm	1 200	1 200
α	m^{-1}	258	258
β	kN	459	459
竖向目标频率	Hz	8.0	8.0
准恒频率区间	kN	2 500~15 000	2 500~15 000
水平初始刚度	kN/mm	13.8	
水平等效刚度	kN/mm	3.4	
屈服力	kN	250	
屈服后刚度	kN/mm	2.3	2.3

表 2 中 PCFL 型支座水平向为铅芯橡胶支座，PCFN 型支座水平向为普通叠层橡胶支座。

3.2　评估标准

本案例中振动环境评价参照《城市轨道交通引起建筑物振动与二次辐射噪声限值及其测量方法标准》(JGJ/T 170—2009)[22]，如表 3 所示，属于其中 II 类区，分频最大振级 VL_{max} 不大于 67 dB，评估频率区间为 4~200 Hz。

3.3　竖向偏心率

采用如图 6 所示的隔振支座布置方案，经非线性静力分析得到各支座竖向内力，依据式(6)与式(7)计算得到隔振层竖向偏心距，如表 4 所示。

表 3　环境振动标准限值

Table 3　Standard limitation of vibration

区域	昼间	夜间
0类	65	62
1类	65	62
2类	70	67
3类	75	72
4类	75	72

表 4　隔振结构竖向偏心距

Table 4　Vertical eccentricity of isolated structure

方向	竖向刚心/m	质心/m	偏心距/m
X	24.852	24.840	0.012
Y	15.126	15.107	0.019

3.4　地铁激励

在通用有限元软件 ABAQUS 中建立轨道及上部结构模型，于轨道处施加列车荷载激励，在上部结构隔振层底部节点获取竖向加速度时程数据，进行上部结构竖向振动控制依据，时程和功率谱密度曲线如图 7 所示。

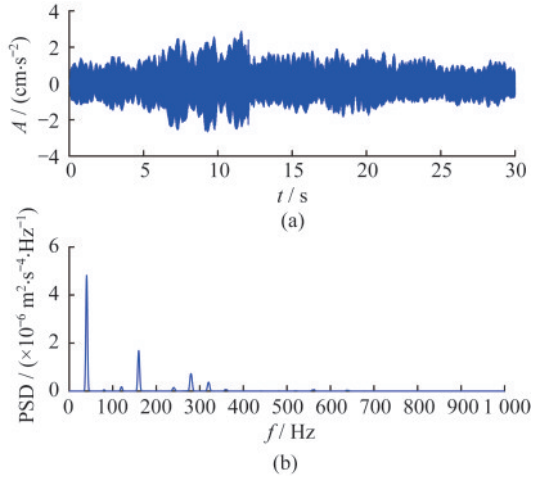


图 7　地铁竖向激励时程及功率谱密度曲线

Fig.7　Time history and PSD of train-induced vibration

其中，加速度峰值为 2.87 cm/s²，0~200 Hz 区间内频谱能量主要集中在 40 Hz 和 160 Hz 频带范围内。

3.5　隔振效果

输入图 7 所示地铁加速度记录，进行非线性时程分析，所得到结果见图 8 和图 9，统计结果见表 5。其中图 8 为第 1—3 层楼面隔振前后竖向加

速度时程曲线对比，结果显示，隔振后峰值减振效果显著。

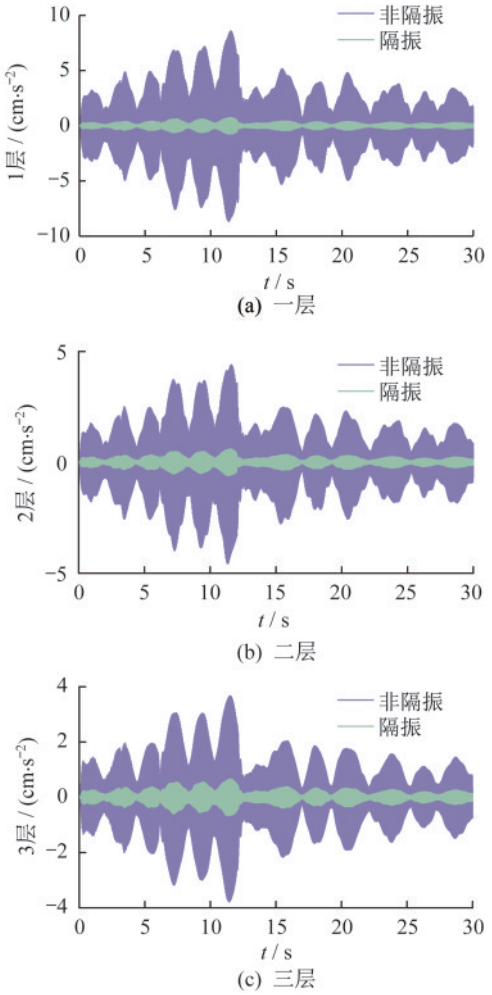


图8 第1—3层楼面隔振前后竖向加速度时程

Fig.8 Vertical acceleration time history of 1st to 3rd floor before and after vibration isolation

为中心频率40 Hz处。隔振模型中，分频最大振级均小于67 dB，可满足舒适度要求。

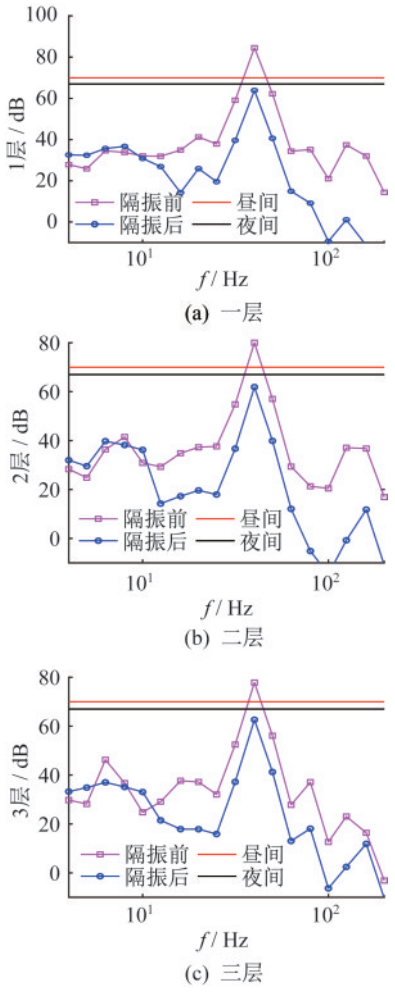


图9 第1—3层楼面隔振前后竖向加速度倍频程曲线

Fig.9 Vertical acceleration octave curve of 1st to 3rd floor before and after vibration isolation

图9为第1—3层楼面隔振前后1/3倍频程曲线对比，限值为67 dB。结果显示，非隔振模型中，第1—3层分频最大振级均超出了限值，超出频段

表5所示为各楼层动力响应统计结果，以加速度峰值进行评估时，隔振效果在82.3%~91.4%之间；以分频最大振级评估时，隔振效果为15.0~21.3 dB。

表5 各楼层加速度峰值和分频最大振级统计结果

Table 5 Peak acceleration and VLmax for each floor

楼层	加速度峰值			分频最大振级		
	非隔振(cm·s⁻²)	隔振/(cm·s⁻²)	隔振效果	非隔振/(cm·s⁻²)	隔振/dB	隔振效果/dB
1	8.7	0.7	91.4%	78.2	57.0	21.3
2	4.6	0.6	86.9%	72.5	55.1	17.4
3	3.8	0.7	82.3%	71.0	56.0	15.0

4 结 论

本文对准恒频率隔振支座的力学性能进行了推导和研究，并在实际案例中进行分析应用，获得了对其竖向减振性能的准确评估，得到如下结论：

（1）通过对恒频隔振系统和准恒频隔振系统

的理论分析研究，获得该系统加速度传递函数特征，并因此推导得到准恒频支座调整竖向偏心的性能。

（2）通过研究一曲面支承碟簧形式的准恒频率三维隔振支座，给出了其荷载-频率曲线，该准恒频支座可在 3 400~12 800 kN 荷载范围内满足频率 8.0 Hz（±8.0%）的准恒频要求。

（3）将该准恒频支座在上海轨道交通 21 号线六陈路某实际隔振结构中进行时程分析，结果显示，该准恒频隔振系统具备良好的调偏心功能，竖向偏心距不超过 0.019 m，同时仍保持极好的竖向振动控制效果。设计研究成果可以为相似的地铁上盖隔振设计项目提供借鉴和技术支撑。

参 考 文 献

[1] 李伟科，林治平，黄俊光，等. 地铁邻近超高层建筑振动响应及减振降噪研究[J]. 建筑结构，2024，54（5）：58-63.
Li Weike, Lin Zhiping, Huang Junguang, et al. Research on vibration reaction and noise reduction for a super high-rise building near subway [J]. Building Structure, 2024, 54(5): 58-63.(in Chinese)

[2] 张晖，盛涛. 地铁运行诱发建筑物振动的竖向基础隔振现场模型试验分析[J]. 建筑结构，2013，43（13）：22-26.
Zhang Hui, Sheng Tao. Site model test analysis on vertical base isolation under subway-induced building vibrations [J]. Building Structure, 2013, 43(13): 22-26.(in Chinese)

[3] 王梁坤，周颖，施卫星. 半主动调谐质量阻尼器对随机人群荷载振动控制[J]. 同济大学学报（自然科学版），2024，52（10）：1483-1491.
Wang Liangkun, Zhou Ying, Shi Weixing. Semi-active tuned mass dampers for vibration control of random crowd load [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2024, 52(10): 1483-1491.(in Chinese)

[4] 王梁坤，周颖，施卫星. 悬臂梁式自适应调谐质量阻尼器对人行桥减振效果研究[J]. 建筑结构学报，2024，45（9）：159-169.
Wang Liangkun, Zhou Ying, Shi Weixing. Vibration reduction effect of cantilever beam adaptive tuned mass damper on footbridge [J]. Journal of Building Structures, 2024, 45(9): 159-169.(in Chinese)

[5] 王梁坤，施卫星，周颖. 自适应变刚度 TMD 的模型试验与数值模拟研究[J]. 工程力学，2023，40（S1）：295-302.
Wang Liangkun, Shi Weixing, Zhou Ying. Experimental and numerical study on adaptive adjustable stiffness tuned mass damper[J]. Engineering Mechanics, 2023, 40(S1): 295-302.(in Chinese)

[6] 周颖，陈鹏，陆道渊，等. 地铁上盖多塔楼隔震与减振设计研究[J]. 土木工程学报，2016，49（S1）：84-89.
Zhou Ying, Chen Peng, Lu Daoyuan, et al. Design and seismic response analysis for multiple buildings with large podium using inter-story isolation technology[J]. China Civil Engineering Journal, 2016, 49(S1): 84-89.(in Chinese)

[7] 付伟庆，赵鹏，韩艳艳，等. 钢弹簧隔振减震装置性能试验及其结构振动控制参数分析[J]. 振动与冲击，2021，40（17）：204-212.
Fu Weiqing, Zhao Peng, Han Yanyan, et al. Performance tests of steel spring vibration isolation device and analysis of its structural vibration control parameters[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(17): 204-212.(in Chinese)

[8] 何波. 含准零刚度隔振器振动传递特性及参数优化研究[D]. 兰州：兰州交通大学，2023.
He Bo. Research on vibration transmission characteristics and parameter optimization of vibration isolators with quasi-zero stiffness [D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2023.(in Chinese)

[9] 陈浩文. 厚肉型橡胶隔振支座在地铁周边建筑物隔振中的应用[D]. 北京：清华大学，2014.
Chen Haowen. Application of thick rubber bearing in vibration isolation for metro surrounding building structures[D]. Beijing: Tsinghua University, 2014.(in Chinese)

[10] 陈晓刚，赵凯美，聂京凯，等. 基于碟形准零刚度弹簧的双梁超材料低频带隙研究[J]. 振动与冲击，2023，42（17）：61-69.
Chen Xiaogang, Zhao Kaimei, Nie Jingkai, et al. Low frequency band gap of twin-beam metamaterial based on butterfly quasi-zero stiffness spring [J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42 (17): 61-69. (in Chinese)

[11] 陆德成，周颖，王睿，等. 三维振震双控支座在地铁上盖结构中的减振效果研究[J]. 结构工程师，2024，40（1）：11-21.
Lu Decheng, Zhou Ying, Wang Rui, et al. Research on vibration reduction effect of three-dimensional bearing for dual control of subway and earthquake-induced vibrations in over-track buildings [J]. Structural Engineers, 2024, 40(1): 11-21.(in Chinese)

[12] T/CECS 1234—2023 建筑工程振震双控技术标准[S].
T/CECS 1234—2023 Technical standard for integrated control of engineering vibration and seismic vibration of building engineering[S].(in Chinese)
[13] T/CECS 1035—2022 城市轨道交通上盖结构设计标准[S].
T/CECS 1035—2022 Standard for structural design of urban over-track buildings[S].(in Chinese)
[14] Rivin E I. Vibration isolation systems with constant natural frequency isolators [J]. Izvestiya VUZov. Mashinostroenie, 1966, 3: 62-68.
[15] Rivin E I. Passive vibration isolation [M]. New York: ASME Press, 2003.
[16] Rivin E I. Principles and criteria of vibration isolation of machinery[J]. Journal of Mechanical Design, 1979, 101: 682-692.
[17] Rivin E I, Lee B S. Experimental study of load-deflection and creep characteristics of compressed rubber components for vibration control devices [J]. Journal of Mechanical Design, 1994, 116: 539-549.
[18] Rivin E I. Conceptual developments in design components and machine elements [J]. Journal of Mechanical Design, 1995, 117(B): 33-41.
[19] Rivin E I. Vibration isolation of precision equipment [J]. Precision Engineering, 1995, 17(1): 41-56.
[20] Lee B S, Rivin E I. Finite element analysis of load-deflection and creep characteristics of compressed rubber components for vibration control devices [J]. Journal of Mechanical design, 1996, 118: 328-336.
[21] Yan Z, Dai H, Wang Q, et al. Harmonic balance methods: a review and recent developments [J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2023, 137(2): 1419-1459.
[22] JGJT 170—2009 城市轨道交通引起建筑物振动与二次辐射噪声限值及其测量方法标准[S].
JGJT 170—2009 Standard for limit and measuring method of building vibration and secondary noise caused by urban rail transit[S].(in Chinese)